Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

238) Das Newton-Coulombsche Gesetz

$$p = \frac{\pi^2 T}{l} n^2 = \varkappa \cdot n^2.$$

Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus ist also proportional dem Quadrate der Anzahl der sekundlichen Schwingungen.

Das genannte Gesetz ermöglicht nicht nur die Bestimmung des Erdmagnetismus, sondern es führt auch auf das Newton-Coulombsche Gesetz. Nachdem dieses behandelt ist, soll noch einmal von diesen Pendelschwingungen gesprochen werden.

238) Das Newton-Coulombsche Gesetz. Will man mit Hilfe der Magnetnadel die Stärke eines Poles messen, so ist die Einwirkung des Erdmagnetismus zu berücksichtigen. Ist die Nadel in richtiger Lage zur Ruhe gekommen und nähert man ihrem Nordpol den Südpol eines im magnetischen Meridian gelagerten Magnetstabes von Norden her, so summieren sich die Wirkung p des Erdmagnetismus und die des Stabes p_1. Läfst man also die Nadel schwingen, so wird jetzt

$$p + p_1 = \frac{\pi^2 T}{l} n_1^2 = \varkappa n_1^2,$$

also

$$p_1 = \varkappa n_1^2 - p = \varkappa \left(n_1^2 - n^2\right).$$

Für eine andere Lage hat man

$$p_2 = \varkappa n_2^2 - p = \varkappa \left(n_2^2 - n^2\right).$$

Durch Division folgt

$$p_1 : p_2 = \left(n_1^2 - n^2\right) : \left(n_2^2 - n^2\right).$$

Coulomb fand nun durch direkte Messung, dafs für zwei Entfernungen r_1 und r_2 der einander genäherten Pole mit hinreichender Genauigkeit die Schwingungen das Gesetz

$$r_2^2 : r_1^2 = \left(n_1^2 - n^2\right) : \left(n_2^2 - n^2\right)$$

ergaben. Aus beiden Proportionen folgte

$$p_1 : p_2 = r_2^2 : r_1^2.$$

So ergiebt sich, dafs die Einwirkung zweier Pole aufeinander umgekehrt proportional dem Quadrate der gegenseitigen Entfernung ist.

Hansteen und Gaufs haben weit genauere Methoden angewandt, die Geltung des Newton-Coulombschen Gesetzes zu beweisen. (Man vergl. dazu z. B. Wüllner, III Seite 91 bis 107.) Hier ist auf die gegenseitige Einwirkung sämtlicher Molekularmagnete aufeinander nicht hinreichende Rücksicht genommen. Trotzdem soll von jetzt ab die gegenseitige Einwirkung zweier magnetischer Massen m_1 und m_2 aufeinander als

$$p = \varkappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

bezeichnet werden. Setzt man hier $m_1 = 1$, $m_2 = 1$ und $r = 1$, und mifst man die zugehörige Einwirkung p_1, so ist die Konstante $\varkappa = p_1$ bestimmt, und nun kann mit magnetischen Kräften gerechnet werden. Vor allem ist damit gezeigt, dafs das Potential eines magnetischen Poles m, bezogen auf einen in der Entfernung r befindlichen Pol von Polstärke 1

$$V = \varkappa \frac{m}{r}$$

ist. Die entsprechende Anziehung ist absolut genommen von der Gröfse $\varkappa \frac{m}{r^2}$, diese soll als Feldstärke in der betreffenden Entfernung bezeichnet werden. Wie früher, so ist auch hier

$$p = \varkappa \frac{m}{r^2} = \varkappa \frac{V_1 - V_2}{w},$$

wo V_1 und V_2 benachbarte Potentialwerte sind, während w der normal gemessene Abstand der zugehörigen Niveauflächen an der betreffenden Stelle ist.

Wählt man die magnetische Masseneinheit so, dafs $\varkappa$ gleich 1 ist, so kann man $\varkappa$ weglassen. Wir wollen also unter magnetischer Masseneinheit diejenige Menge magnetischer Masse verstehen, die auf eine gleich grofse magnetische Masse in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyne ausübt. Jetzt ist $1 = \varkappa \frac{1 \cdot 1}{1^2}$, d. h. $\varkappa = 1$.

239) Kraftlinien und Niveauflächen. Für mehrere punktförmige Pole von den Massen (Polstärken) $m_1, m_2, m_3, \ldots$ ist das Potential wiederum

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3} + \cdots = \sum \frac{m}{r},$$

die Niveauflächen haben die Gleichung

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3} + \cdots = c.$$

Bei Anordnung der Punkte in einer Ebene ist die Gleichung der Kraftlinien gegeben durch

$$m_1 \cos \vartheta_1 + m_2 \cos \vartheta_2 + m_3 \cos \vartheta_3 + \cdots = c.$$

Unter den Polen können auch solche von negativer Polstärke sein.