



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

239) Kraftlinien und Niveaulächen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

gegenseitige Einwirkung sämtlicher Molekularmagnete aufeinander nicht hinreichende Rücksicht genommen. Trotzdem soll von jetzt ab die gegenseitige Einwirkung zweier magnetischer Massen m_1 und m_2 aufeinander als

$$p = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

bezeichnet werden. Setzt man hier $m_1 = 1$, $m_2 = 1$ und $r = 1$, und mißt man die zugehörige Einwirkung p_1 , so ist die Konstante $\kappa = p_1$ bestimmt, und nun kann mit magnetischen Kräften gerechnet werden. Vor allem ist damit gezeigt, daß das Potential eines magnetischen Poles m , bezogen auf einen in der Entfernung r befindlichen Pol von Polstärke 1

$$V = \kappa \frac{m}{r}$$

ist. Die entsprechende Anziehung ist absolut genommen von der Größe $\kappa \frac{m}{r^2}$, diese soll als Feldstärke in der betreffenden Entfernung bezeichnet werden. Wie früher, so ist auch hier

$$p = \kappa \frac{m}{r^2} = \kappa \frac{V_1 - V_2}{w},$$

wo V_1 und V_2 benachbarte Potentialwerte sind, während w der normal gemessene Abstand der zugehörigen Niveauflächen an der betreffenden Stelle ist.

Wählt man die magnetische Masseneinheit so, daß κ gleich 1 ist, so kann man κ weglassen. Wir wollen also unter magnetischer Masseneinheit diejenige Menge magnetischer Masse verstehen, die auf eine gleich große magnetische Masse in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyne ausübt. Jetzt ist $1 = \kappa \frac{1 \cdot 1}{1^2}$, d. h. $\kappa = 1$.

239) Kraftlinien und Niveauflächen. Für mehrere punktförmige Pole von den Massen (Polstärken) m_1, m_2, m_3, \dots ist das Potential wiederum

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3} + \dots = \sum \frac{m}{r},$$

die Niveauflächen haben die Gleichung

$$V = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3} + \dots = c.$$

Bei Anordnung der Punkte in einer Ebene ist die Gleichung der Kraftlinien gegeben durch

$$m_1 \cos \vartheta_1 + m_2 \cos \vartheta_2 + m_3 \cos \vartheta_3 + \dots = c.$$

Unter den Polen können auch solche von negativer Polstärke sein.

Je länger und dünner ein Magnetstab ist, umsomehr hat man das Recht, von punktförmigen Polen zu sprechen. Bei den in der Praxis üblichen Magnetstäben zeigen sich, wie die bekannten Versuche mit Eisenfeilspänen oder Magnetnadeln nachweisen, schon erhebliche Abweichungen gegen die früher behandelte Gestalt der Niveau- und Kraftlinien. So müßten z. B. die Kraftlinien für einen Magnetstab ebenso, wie für einen Hufeisenmagnet, der Form der Fig. 70 folgen, in Wirklichkeit fallen sie so aus, wie die verschiedenen Lehrbücher sie darstellen. Ebenso müßten die Kraft- und Niveaulinien zweier gleich starker Nordpole parallel und gleichgerichteter Magnetstäbe in jedem Meridianschnitt der Zeichnung 65 entsprechen. In Wirklichkeit ist dies nicht genau genug der Fall. Ähnlich ist es mit Magnetstäben, deren Achsen in dieselbe Gerade fallen und deren Nordpole einander genähert werden.

Immerhin bleibt alles bestehen, was vorher über das Verhalten der Kraftlinien in abgekürzter Redeweise gesagt war. Gleichgerichtete Kraftlinien stoßen einander ab, entgegengesetzt gerichtete ziehen einander an.

In Fig. 165 ist angedeutet, wie zwei gleichgerichtete Magnetstäbe sich in dieser Hinsicht verhalten. Entfernt man die Drähte voneinander, so treten auch die zusammengedrängten Kraftlinien des zwischen beiden befindlichen Raumes wieder auseinander.

In Fig. 166 dagegen ist gezeigt, wie bei entgegengesetzt gerichteten Magnetstäben die im Zwischenraume befindlichen Kraftlinien auseinander getreten sind.

Die des einen sind teilweise mit denen des anderen verschmolzen. Ein Grenzpaar durchkreuzt sich. Entfernt man die Stäbe voneinander, so trennt sich dieses Paar, und ein Nachbarpaar übernimmt seine Rolle. Ein Hin- und Herbewegen bringt also wechselnde Vereinigungen und

Fig. 165.

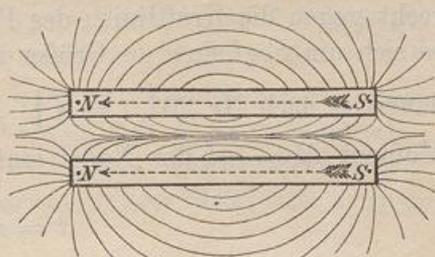
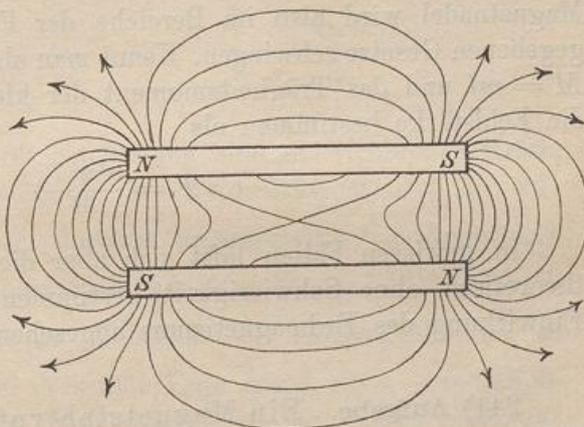


Fig. 166.



Abschnürungen hervor. Ein ähnliches Abschnüren der Kraftlinien erfolgt bei den Hertz'schen Schwingungen. (Siehe unten.)

Es ist lehrreich, die mathematische Konstruktion der Kraftlinien für den Fall der Punktpole bei solcher Lagerung durchzuführen und die Kurven mit den praktisch gefundenen Linien zu vergleichen.

240) Schwingungen der Magnetnadel im magnetischen Felde. Ist ein homogenes Feld von der Feldstärke $+F$, so heisst dies, daß an jeder Stelle auf die Einheit des entgegengesetzten Magnetismus die anziehende Kraft F ausgeübt wird, auf m solcher Einheiten dagegen die Kraft Fm . Hat nun die Magnetnadel von Polstärke m die Länge l , so ist das Maximalmoment gleich Fml . Dabei steht die Nadel senkrecht gegen die Kraftlinien des Feldes. In jeder anderen Lage handelt es sich um $Fml \sin \alpha$ als GröÙe der Direktionskraft. Die Schwingungsdauer ist nach Nr. 237 $t = \pi \sqrt{\frac{T}{Fml}}$, oder wenn man das magnetische Moment $M = ml$ der Nadel einführt,

$$t = \pi \sqrt{\frac{T}{MF}},$$

die Schwingungszahl für die Sekunde also

$$n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{MF}{T}}.$$

Nun kann im allgemeinen jedes magnetische Feld für einen sehr kleinen Bezirk als homogen betrachtet werden. Eine sehr kleine Magnetnadel wird also im Bereiche der Feldstärke F nach dem angegebenen Gesetze schwingen. Kennt man also das magnetische Moment $M = ml$ und das Trägheitsmoment der kleinen Nadel, so kann man die Feldstärke bestimmen als

$$F = \frac{n^2 \pi^2 T}{M}.$$

In gewissen Fällen läßt sich aber die Stärke eines Feldes auch theoretisch ohne Schwierigkeit bestimmen, wenn zunächst von der Einwirkung des Erdmagnetismus abgesehen wird.

241) **Aufgabe.** Ein Magnetstab von der Länge $2l$ und der Polstärke m hat auf der Achse in Entfernung r vom Mittelpunkte welche Feldstärke?

Auflösung. Die Feldstärke bestimmt sich aus der Differenz der Feldstärken der beiden Pole, da die Krafrichtungen in dieselbe Gerade fallen. Es ist demnach