



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

Kapitel XIII. Elektromagnetische und elektrodynamische Wirkungen galvanischer Ströme.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Kapitel XIII.

Elektromagnetische und elektrodynamische Wirkungen galvanischer Ströme.

247) Ablenkung der Magnetnadel durch Ströme. Im Jahre 1819 veröffentlichte Oerstedt die Beobachtung, daß die magnetische Deklinationsnadel durch elektrische Ströme, besonders durch solche, die in der Ebene des magnetischen Meridians fließen, aus der Normallage abgelenkt werde. (Ursprung der elektrischen Telegraphie.) Ampère faßte die Art der Ablenkung in der sogenannten Schwimmregel zusammen, die in den Lehrbüchern erläutert ist. „Man denke sich einen Menschen in der Stromrichtung vorwärts schwimmend und das Gesicht dabei der Nadel zuwendend, dann wird der Nordpol nach links abgelenkt.“ In neuerer Zeit wendet man statt dessen die bequemere Rechthandregel an: „Man denke die rechte Hand so an den Stromleiter angelegt, daß der Strom an den Fingerspitzen austritt, die Innenfläche der Hand aber der Nadel zugewendet wird, dann zeigt der ausgestreckte Daumen die Richtung an, in der der Nordpol abgelenkt wird.“ (Die entsprechende Linkhandregel für die Bewegung des beweglichen Stromleiters bei festgehaltenem Magnetstab bilde sich der Leser selbst.)

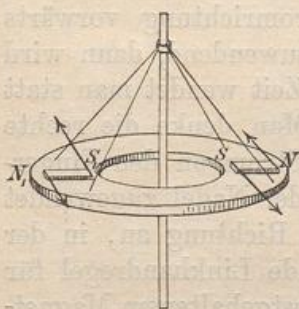
248) Kraftlinien und Niveauflächen langer geradliniger Ströme. Wird der Strom senkrecht durch eine horizontale Pappscheibe geführt, auf der sich Eisenfeilspäne befinden, so ordnen sich diese zu konzentrischen Kreisen an. Die Tangenten der Kreise geben die Einstellung der Magnetnadel an. Diese könnte in zweierlei Weise geschehen, regelt sich aber folgendermaßen: Das Nordende der Nadel zeigt nach der Richtung hin, in der sich der Uhrzeiger bewegt, sobald der Strom AB vom Beobachter

Fig. 184.



weg durch die Scheibe geht; es zeigt nach entgegengesetzter Richtung, sobald der Strom die Richtung BA einschlägt. Folglich:

Die Kraftlinien eines langen geradlinigen Stromes sind in jeder Normalebene konzentrische Kreise, die Niveauflächen bilden also ein durch den Draht gehendes Ebenenbündel, im Normalschnitt selbst ein Strahlenbündel. Für den Richtungssinn der Kraftlinien ist die Rechthandregel entscheidend. Da das Problem ein zweidimensionales ist, so kann es sich nur um die gleichwertige Einteilung der Normalebene in kleine Quadrate handeln, wie sie in Fig. 85 dargestellt ist. Die Dimensionen der Quadrate sind proportional dem Radius. Sind also w und w_1 die homologen Seiten zweier Quadrate, die in die Richtung der Kreistangenten fallen, so daß sie die Kraftwege von Niveaufläche zu Niveaufläche bedeuten, so muß nach Nr. 110 bzw. 112 $pw = p_1w_1$ sein, oder $p:p_1 = w_1:w$. Vergleicht man dies mit $w_1:w = r_1:r$, so folgt $p:p_1 = r_1:r$, d. h. die ablenkenden Kräfte, die der Strom auf die Einheit des Nordmagnetismus ausübt, sind umgekehrt proportional dem Abstände vom Drahte. Das Diagramm der Kraft also müßte längs eines Radius auf eine gleichseitige Hyperbel führen. Ist dies alles richtig, so handelt es sich um das Vertauschungsproblem des zweidimensionalen Einpunktpblems.



Ein einfaches Experiment bestätigt die Vermutung. Fig. 185 stellt eine Scheibe dar, die am Stromleiter so aufgehängt ist, daß sie sich um ihn als Achse drehen kann. Zwei Magnete sind radial aufgelegt, mit den Nordpolen z. B. nach außen, mit den Südpolen nach innen. Ist, wie vermutet, das Moment der einander unterstützenden Ablenkungen gleich Null, d. h. herrscht Gleichgewicht, so folgt, im Einklang mit dem Obigen, für das Moment der Ableitungskräfte in Bezug auf die beiden Pole jedes Magnets $pr + p_1r_1 = 0$, d. h. absolut genommen $pr = p_1r_1$. Die Vermutung ist richtig, da keine Drehung stattfindet. Wäre sie falsch, so würde ununterbrochene Drehung um den Strom als Achse erfolgen.

249) Die ablenkende Kraft und ihr Potential. Die auf die Poleinheit des Magnetismus ablenkend wirkende Kraft ist nach den Versuchen proportional der Intensität des Stromes und nach obigem umgekehrt proportional dem Abstände, sie ist also

$$1) \quad p = \alpha J \frac{1}{r},$$

wo κ eine Konstante ist. Die Kurven gleicher Intensität fallen mit den Kraftlinien zusammen, was bei dem Problem mehrerer Ströme nicht mehr der Fall sein wird. Die Gleichungen der Kraftlinien werden im Einklang mit dem früher behandelten Probleme (Nr. 112) in der Form

$$2) \quad \kappa J \lg r = c \quad \text{oder} \quad r = e^{\frac{c}{\kappa J}}$$

geschrieben, damit einer arithmetischen Reihe von Werten für c eine geometrische der Radien entspreche, wie es von der quadratischen Einteilung der Ebene verlangt wird.

Die Niveaulinien des Potentials erhalten die Gleichung

$$3) \quad \kappa J \vartheta = c \pm 2n\pi \kappa J \quad \text{oder} \quad \vartheta = \frac{c}{\kappa J} \pm 2n\pi,$$

denn der Wert von ϑ muß bei einer Umdrehung um $2n\pi$ zu- oder abnehmen. Abgesehen von der Konstanten κ ist das Potential $V = J\vartheta \pm 2n\pi J$ zu setzen.

Setzt man $\kappa J = 1$, so hat man einfacher die drei Gleichungen $p = \frac{1}{r}$, $\lg r = c$ oder $r = e^c$, $\vartheta = c \pm 2n\pi$, was den früheren entspricht, nur mit dem Unterschiede, daß die Vertauschung der Kraft- und Niveaulinien vor sich gegangen ist.

250) Das magnetische Feld eines Stromes. Auch durch den elektrischen Strom wird das Feld des Dielektrikums in den Zwangszustand einer Polarisation versetzt und zwar ist diese eine magnetische. Denkt man sich das Feld als aus lauter Elementarmagneten bestehend, so richten sich diese im Sinne der Fig. 186 bei nach vorn gehendem Strome so ein, wie es dort dargestellt ist. Es entstehen also auch hier Zugspannungen in den Kraftlinien und Abstofsungen senkrecht dagegen. Diese Vorstellungsweise ist aber nur eine vorläufige und bedarf später der Verfeinerung.

Fig. 186.



Die Feldstärke ist nach obigem durch $I = p = \kappa J \frac{1}{r}$ gegeben.

Diese Polarisationswirkung des Stromes könnte man als die magnetomotorische bezeichnen. Angenommen, man könnte einen isolierten Nordpol in das Feld bringen, so würde dieser der vorhandenen Potentialdifferenzen wegen unaufhörlich um den Strom rotieren. Dies wird durch den dabei stets vorhandenen Südmagnetismus verhindert. Gelingt es jedoch, Apparate herzustellen, bei denen der Strom auf den Nord- und Südpol in demselben Sinne ablenkend wirkt, so kann man Drehungen erzielen, die dann eine ponderomotorische Wirkung des Stromes ergeben. Solche Apparate sind durch Faraday und

Ampère in verschiedenen Formen konstruiert worden. In allen Lehrbüchern der Physik werden sie ausführlich beschrieben, was hier nicht geschehen soll. Dasselbe gilt von solchen Vorrichtungen, bei denen der Stromleiter um den Magnet kreist.

Ist die Polstärke der gedrehten Magnete gleich m , und ist die Entfernung vom Drahte gleich r , so wirkt auf jeden Pol die Kraft

$$4) \quad Fm = \kappa J \frac{m}{r},$$

für die nach der Gefällformel

$$F = p = \frac{V_1 - V}{w} = \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{kleiner Weg in der Kraftlinie}}$$

auch geschrieben werden kann

$$5) \quad Fm = \kappa m \frac{J(\vartheta_1 - \vartheta)}{w}.$$

Der Übergang von Gleichung 4) zu 5) kann jedoch, wie sofort gezeigt wird, auch selbständig geschehen.

251) Vergleich des Stromes mit einem magnetischen Blatte. In Nr. 245 war gezeigt, daß ein einseitiges, begrenztes, magnetisches Doppelblatt dasselbe Feld hat, wie der hier behandelte Strom. Dort hatte sich ergeben $V = 2\Phi(\pi - \psi)$, wenn die Winkel in Bogengrößen am Einheitskreis gemessen wurden. Hier war $\Phi = d \cdot \delta$, wo d die Dicke des Blattes, δ die Dichte der magnetischen Belegung war, $\pi - \psi$ dagegen der Winkel bzw. Bogen, unter dem es erscheint. Um aus dem Potential die Feldstärke für irgend einen Punkt abzuleiten, bewege man diesen auf der kreisförmigen Kraftlinie um einen kleinen Bogen $w = r\gamma$, wo γ die kleine Winkeländerung des Radius bedeutet. Dabei geht das Potential $V = 2\Phi(\pi - \psi)$ über in $V_1 = 2\Phi(\pi - \psi - \gamma)$, so daß die Potentialdifferenz

$$V - V_1 = 2\Phi[(\pi - \psi) - (\pi - \psi - \gamma)] = 2\Phi\gamma$$

wird. Die Feldstärke ergibt sich demnach als

$$\frac{V - V_1}{w} = \frac{2\Phi\gamma}{r\gamma} = \frac{2\Phi}{r}.$$

Soll nun das Blatt mit dem Strome dieselbe Feldstärke haben, so hat man zu setzen

$$\frac{2\Phi}{r} = \frac{\kappa J}{r},$$

d. h. es muß sein

$$\Phi = \frac{\kappa J}{2}, \quad \text{oder} \quad d\delta = \frac{\kappa J}{2}.$$

Die Konstante α hängt von der Wahl der Stromstärke ab, während die Dichte δ in magnetischen Einheiten gemessen war. Zwischen beiden Einheiten besteht also ein gewisser Zusammenhang. Berücksichtigt man diesen nicht, sondern wählt man die elektromagnetische Einheit der Stromstärke willkürlich, so wird in einem neuen Maße gemessen, dessen Einheit die des elektromagnetischen Maßsystems ist. Wählt man die neue Einheit so, daß $\Phi = J$ wird, so ist $\frac{\alpha}{2} = 1$, also $\alpha = 2$ zu setzen. Unten wird darüber ausführlicher gesprochen. Hier sollte zunächst nur der Zusammenhang beider Maßsysteme angedeutet werden. Dort wird sich auch zeigen, daß die Analogie mit dem magnetischen Blatte eine noch viel weiter gehende ist.

252) **Allgemeine Folgerungen.** Jedem zweidimensionalen Mehrpunktprobleme entspricht als Vertauschungsproblem ein solches für parallele geradlinige Stromleiter, jedem zweidimensionalen Linienproblem ein solches für parallele leitende Bänder.

Sämtliche schon behandelten Mehrpunktprobleme erhalten somit eine neue elektromagnetische Deutung. Des Verfassers „Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften“ bietet auf jeder Figurentafel Beispiele über beide Arten von Problemen.

Die Gleichungen für Punktprobleme lauteten für die Niveaulinien und Kraftlinien nach Nr. 113

$$m_1 \lg r_1 + m_2 \lg r_2 + \dots + m_n \lg r_n = c,$$

$$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 + \dots + m_n \vartheta_n = c.$$

Sie gehen hier, wo $\alpha = 1$ gesetzt werden möge, über in

$$J_1 \vartheta_1 + J_2 \vartheta_2 + \dots + J_n \vartheta_n = c$$

für die Niveaulinien des Potentials, und in

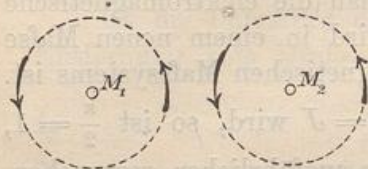
$$J_1 \lg r_1 + J_2 \lg r_2 + \dots + J_n \lg r_n = c$$

für die Kraftlinien, wobei die Vertauschung berücksichtigt ist. Die Konstruktion mit Hilfe der quadratischen Einteilungen durch Strahlenbüschel und Kreisscharen erfolgt genau so, wie früher, durch das Ziehen der Diagonalkurven der entstehenden Maschennetze, von denen die eine Gruppe der Addition die andere der Subtraktion der Felder, (bei entgegengesetzten Strömen) entspricht. Neues ergibt sich also nicht. Trotzdem sollen einige instructive Beispiele gegeben werden.

253) Parallele Drähte mit gleich gerichteten gleich starken Strömen. Maßgebend wird Fig. 125, d. h. die Niveaulinien

bilden ein Büschel gleichseitiger Hyperbeln $\vartheta_1 + \vartheta_2 = c$, die Kraftlinien eine Schar konfokaler Lemniskaten zweiter Ordnung $\lg r_1 + \lg r_2 = c$ oder $r_1 r_2 = e^c$. Sind M_1 und M_2 die

Fig. 187.



Drähte mit den ursprünglich kreisförmigen Kraftlinien, so sind die benachbarten der beiden Systeme entgegengesetzt gerichtet, ziehen also einander an. Demnach ist zu erwarten, daß auch die Stromleiter sich anzuziehen scheinen, während eigentlich das elektromagnetisch polarisierte Mittel arbeitet. Das Experiment bestätigt den Satz:

Gleichgerichtete Ströme ziehen einander an.

254) Parallele Drähte mit entgegengesetzten Strömen von gleicher Stärke. Hier ist Fig. 127 zu vergleichen. Die Niveaulinien des Potentials werden die Kreise des entsprechenden Kreisbüschels

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = c,$$

Die Kraftlinien bilden die orthogonale Kreisschar von der Gleichung

Fig. 188.



$$\lg r_1 - \lg r_2 = c \quad \text{oder} \quad \frac{r_1}{r_2} = e^c.$$

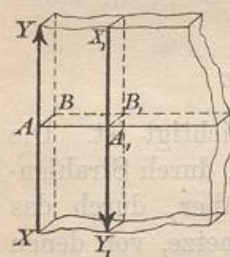
Nach Fig. 188 sind die benachbarten Kraftlinien von M_1 und M_2 , die ursprünglich konzentrischen Kreisscharen angehören, gleich gerichtet, stoßen also einander ab. Es steht zu vermuten, daß diese Abstossung sich auf die Stromleiter überträgt und sichtbar wird, wenn diese beweglich sind. Das Experiment bestätigt dies, also gilt der Satz:

Entgegengesetzt gerichtete Ströme stoßen einander ab.

Dieses gegenseitige Anziehen und Abstossen paralleler Ströme gehört schon zu den elektrodynamischen Wirkungen von Strom auf Strom.

Dieses Problem gewährt einen weiteren Einblick in die Theorie des magnetischen Blattes. Die Wirkung jedes Stromes kann durch ein einseitig begrenztes magnetisches Doppelblatt ersetzt werden, da aber die Stromrichtungen entgegengesetzt sind, haben die Doppelblätter bei der Ströme entgegengesetzte Belegungen, d. h. die Wirkungen heben einander auf, soweit die Doppelblätter außerhalb des zwischen XY und $X_1 Y_1$ liegenden unendlichen Streifens liegen, wo bloß das Doppelblatt des einen übrig bleibt. Folglich:

Fig. 189.



Gleich starke entgegengesetzt gerichtete Ströme wirken wie ein zwischen beiden liegendes Doppelblatt von der Stärke

$$\Phi = \frac{\kappa J}{2}.$$

Ihr Potential für einen Punkt P ist daher proportional dem Winkel, unter dem der Flächenstreifen von P aus gesehen wird.

Denkt man sich oben und unten in sehr großer Entfernung die Ströme verbunden, so daß sie einen einzigen Strom bilden, der in sich geschlossen ist (Stromkreis), so kann man sagen, die Wirkung dieses ebenen Stromkreises sei gleich der des von ihm umflossenen Doppelblattes von der Stärke $\Phi = \frac{\kappa J}{2}$.

Das Problem ist ein zweidimensionales. Führt man den Normalschnitt AA_1B_1B , so hat man eine Doppelgerade, die entgegengesetzt wirkende Belegungen hat. Folglich:

Wird eine begrenzte Gerade AB auf der einen Seite mit nordmagnetischer, auf der andern mit südmagnetischer Belegung versehen, so sind die Kreise des durch die Endpunkte gehenden Kreisbüschels die Niveaulinien des Problems, während die Kreise der Orthogonalschar die Kraftlinien sind.

Auf diese Art magnetischer Doppelblätter kommt die Betrachtung noch einmal zurück. Vorher sollen noch einige andere Beispiele über parallele Drähte behandelt werden.

255) Andere Beispiele. Fig. 129 stellt das Problem von vier parallelen Strömen in parallelogrammförmiger Anordnung dar. Das eine diagonal liegende Paar ist in der einen, das andere in der entgegengesetzten Richtung durchflossen.

Fig. 130 behandelt sechs Drähte, von denen je drei in der einen bzw. entgegengesetzten Richtung durchflossen werden. Die Figur erläutert sich selbst. *)

Fig. 131 giebt das elektromagnetische Feld für ein stromdurchflossenes Band von sehr großer Breite in der Nähe seiner Begrenzung. Die Strömung wird dabei als so erfolgend vorausgesetzt, wie es der dort behandelten elektrostatischen Verteilung entspricht. Beide Kurvengruppen sind konfokale Parabeln.

Fig. 134 stellt die Störung eines homogenen Feldes durch eine geradlinige Reihe von Strömen dar (Drahtgitter), wobei jedoch nur

*) In solchen Fällen kann man je zwei entgegengesetzte gleich starke Ströme durch das zwischen beiden liegende Doppelblatt ersetzen, wobei sich aus dem Normalschnitt Sätze über zweidimensionale Probleme ergeben, bei denen es sich um Doppelgerade handelt, die entgegengesetzte homogene Belegungen haben.

einer der Streifen gezeichnet ist. Jeder Einzelstrom absorbiert im Beispiele die Strömung seines Streifens vollkommen.

In Fig. 135 handelt es sich um drei gleich starke Drahtströme, von denen der mittlere entgegengesetzte Richtung hat, wie die beiden anderen.

An Fig. 136 erkennt man, wie ein homogenes Feld durch zwei dicht nebeneinander liegende Parallelströme von entgegengesetzter Richtung gestört wird. Zwei Deutungen sind möglich, je nachdem man die Strömung des Feldes als horizontal oder als vertikal betrachtet, wobei die Verbindungslinie der Drähte entgegengesetzt zu drehen ist und in die Strömungsachse fallen muß.

Fig. 137 stellt dasselbe dar, jedoch steht die Verbindungslinie der Drähte um 90° geneigt gegen die Stromrichtung.

In Fig. 140 handelt es sich um die Strömung in einem elektrischen Bande und die elektromagnetische Polarisierung der Umgebung.

Auch Fig. 141 läßt eine entsprechende Deutung für Bandströmungen zu.

Bei den Punktproblemen kann man auch die bandförmigen Strömungen untersuchen, die den Vertauschungsproblemen entsprechen.

Die genannten Beispiele, die ins Endlose vermehrt werden können, werden von der Art und Weise der elektromagnetischen Polarisierung in der Umgebung von Strömen ein hinreichendes Bild geben. In der „Theorie der isogonalen Verwandtschaften“ findet der vorgeschrittene Leser auch die wichtigsten der mit den elliptischen Funktionen zusammenhängenden Fälle.

256) Übergang zu geschlossenen Stromkreisen. AB und CD seien gleichgerichtete Ströme von derselben Intensität J . Nach Nr. 251 können sie durch das von ihnen umgrenzte magnetische Doppelblatt von Stärke $\Phi = \frac{1}{2} \kappa J$ ersetzt werden. Bringt man nun

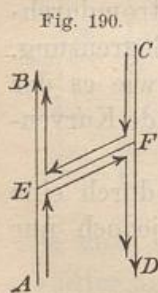


Fig. 190.

eine verbindende Doppelgerade EF dazu, welche entgegengesetzte Ströme von derselben Intensität leitet, so heben sich die Wirkungen dieser Hilfsströme für jeden Raumpunkt auf, und auch das Gesamtpotential V für jeden Punkt des Raumes bleibt ungeändert. Die den Strömen EF und FE entsprechenden magnetischen Doppelblätter erhalten die Dichtigkeit $\delta + (-\delta) = 0$, sind also als nicht vorhanden zu betrachten. Folglich: Die beiden Ströme $A E F D$ und $C F E B$ wirken wie die ursprünglichen Ströme AB und CD und wie das zugehörige Doppelblatt. Wird nun das eine Doppelblatt von P aus unter dem körperlichen Winkel φ_1 gesehen, das andere unter φ_2 , so

zerlegt sich das Anfangspotential V in zwei Teile $V_1 = V \frac{\varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2}$ und $V_2 = V \frac{\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}$, die sich also wie die zugehörigen körperlichen Winkel verhalten. Da nun, wie auch die Gerade EF gelegt werde, die Potentialsumme für die beiden Ströme gleich der der beiden Doppelschalen ist, so bleibt nur der Schluß übrig, daß auch die Einzelpotentiale übereinstimmen, so daß z. B. das Potential des Stromes $A E F D$ für jeden Punkt des Raumes gleich dem der entsprechenden Doppelschale ist. Folglich ist das Potential des Stromes $A E F D$ ebenso wie das der Doppelschale proportional dem körperlichen Winkel, unter dem der Strom gesehen wird.

Führt man noch einen zweiten Schnitt GH in der Weise, daß ein geschlossener Strom $EGHF$ von Vierecksgestalt entsteht, so kann man dessen Wirkung gleich der Differenz der Wirkung der Blätter $AGHD$ und $A E F D$ setzen. Die betreffenden Schlüsse bleiben bestehen. Fallen H und F zusammen, so ist auch das Dreieck erledigt.

Ein Blick auf Fig. 192 zeigt, daß jedes stromumflossene Polygon in Dreiecke zerlegt werden kann. Folglich gilt zunächst von ebenen Flächen, die von einem Strom umflossen werden, der Satz:

Die Wirkung eines Stromkreises kann ersetzt werden durch die eines magnetischen Doppelblattes von der Stärke $\Phi = \frac{1}{2} \kappa J$, welches vom Stromkreise umgrenzt ist. Das Potential des Stromes wie die des Blattes für jeden Raumpunkt P ist gleich $\Phi \varphi$ oder $\frac{1}{2} \kappa J \varphi$, wo φ den körperlichen Winkel bedeutet, unter dem die Stromkreisfläche von P aus gesehen wird.

Liegt P in der Ebene des Stromkreises, d. h. im Blatte selbst, so erscheint dieses unter dem körperlichen Winkel $\varphi = \frac{4 \cdot 1^2 \cdot \pi}{2} = \pm 2\pi$. Das Potential ist also für jeden Punkt der umspannten Fläche gleich $\frac{1}{2} \kappa J 2\pi = \pm \kappa \pi J$. Die Gleichung $\frac{\kappa}{2} J \varphi = c$ giebt die Gleichung der Niveauflächen, zu denen auch die Ebene selbst gehört. Daß das Potential in der Ebene selbst zweideutig genannt ist, reicht nicht aus, es ist sogar unendlichdeutig. Angenommen, es habe den Wert $\kappa \pi J$; macht man dann um einen der Drähte einen Umgang im Sinne des wachsenden Potentials, so geht man über zu $\kappa \pi J + 2\pi \kappa J$, während, der entgegengesetzte Gang auf $\kappa \pi J - 2\pi \kappa J = -\kappa \pi J$ führt. Das Potential hat also dort den Wert $\kappa \pi J \pm 2n \kappa J$, wo n eine beliebige

Fig. 191.

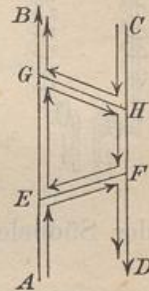
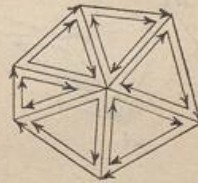


Fig. 192.



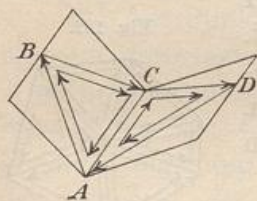
ganze Zahl ist. Dies gilt nun von jedem Raumpunkte. Diese Periodizität bzw. Vieldeutigkeit hat ihren Grund in der des Winkels $\vartheta + 2n\pi$ für einen Draht, kann also nicht überraschen. Von diesem Zusatz $2n\pi$ soll künftig abgesehen werden. Für die Fortsetzung der Blattebene ist aus Symmetriegründen das Potential gleich Null. Diese reicht bis ins Unendliche, wo aber ebenfalls der Potentialwert gleich Null ist. Der Ausdruck $\kappa\pi J$ bedeutet also die Arbeit, die nötig ist, die nordmagnetische Einheit aus dem unendlichen Bereich bis in die Ebene des eigentlichen Blattes zu führen. Dies Arbeit ist positiv auf der Seite der Nordbelegung, negativ auf der Seite der Südbelegung des Blattes.

Fig. 193.



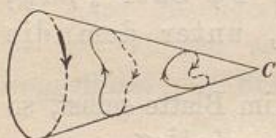
257) Nichtebene Stromkreise. Ist das Stromviereck ein windschiefes, so lässt sich ebenfalls die Zerlegung in zwei Dreiecke durchführen, die aber nicht mehr in dieselbe Ebene fallen. Der Potentialsatz gilt für jedes einzelne Dreieck, also auch für die Summe beider Blätter, denn auch die körperlichen Winkel φ_1 und φ_2 werden algebraisch addiert. Ganz ebenso ist es, wenn das Polygon von sehr vielen Seiten auf einer beliebigen krummen Fläche liegt, die nun als Blatt behandelt werden kann. Stets ist das Potential des Stromes gleich $\frac{1}{2} \kappa J \varphi$, wo φ der körperliche Winkel ist, unter dem das Blatt erscheint.

Fig. 194.



Die Flächen $V=0$ bzw. $V=\kappa\pi J$ brauchen nun nicht mehr mit der Blattfläche und ihrer Erweiterung zusammenzufallen, auch sind sie keine Ebenen mehr. Sie gehören der Gruppe $V=c$ an. Ohne weiteres ist klar, dass sämtliche geschlossene Ströme, die einen allgemeinen Kegel mit Spitze C bei beliebiger Gestalt in seiner Fläche umkreisen, in Bezug auf die Spitze dasselbe Potential $\frac{1}{2} \kappa F \varphi$ haben, sobald die Intensität J für alle dieselbe ist.

Fig. 195.



258) **Aufgabe.** Das Potential und die hereinziehende Kraft eines Kreisstroms von der Intensität J für einen beliebigen Punkt c seiner Normalachse zu berechnen.

Auflösung. a) Man denke sich das magnetische Doppelblatt in Gestalt der durch den Kreis gelegten Kalotte, deren Mittelpunkt C ist. Nach Nr. 44 wird diese, wenn Winkel $ACM = \gamma$ ist, von C aus

unter dem körperlichen Winkel $\varphi = 4 \cdot 1^2 \pi \frac{\text{Kalotte}}{\text{Kugelfläche}} = 4 \pi \frac{2s\pi h}{4s^2\pi} = \frac{2\pi h}{s}$ gesehen, wo h die Pfeilhöhe der Kalotte, also $h = s - s \cos \gamma$ ist. Daraus folgt $\varphi = 2\pi(1 - \cos \gamma)$. Das Potential im Punkte C ist also

$$V = \frac{1}{2} \kappa J 2\pi (1 - \cos \gamma) = \pi \kappa J (1 - \cos \gamma).$$

b) Um die ablenkende Kraft für die Pol-einheit in C zu berechnen, die senkrecht gegen die Ebene ACM wirkt (wie auch der Versuch zeigt), benutze man die Gefälleformel

$$p = \frac{V - V_1}{w},$$

wo w ein kleiner Weg CC_1 ist. Man erhält

$$p = \pi \kappa J \frac{(1 - \cos \gamma) - (1 - \cos \gamma_1)}{CC_1} = \pi \kappa J \frac{\cos \gamma_1 - \cos \gamma}{CC_1}.$$

Hier ist

$$\begin{aligned} \cos \gamma_1 - \cos \gamma &= -2 \sin \frac{\gamma_1 + \gamma}{2} \sin \frac{\gamma_1 - \gamma}{2} \\ &= -2 \sin \left(\gamma + \frac{\varepsilon}{2} \right) \sin \frac{\varepsilon}{2} = -2 \left[\sin \gamma \cos \frac{\varepsilon}{2} + \cos \gamma \sin \frac{\varepsilon}{2} \right] \sin \frac{\varepsilon}{2} \\ &= -2 \left[\sin \gamma \cos \frac{\varepsilon}{2} \sin \frac{\varepsilon}{2} + \cos \gamma \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} \right]. \end{aligned}$$

Hier kann $\sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$ als unendlich klein zweiter Ordnung gleich Null gesetzt werden. Es bleibt stehen $-2 \sin \gamma \cdot \frac{1}{2} \sin \varepsilon = -\sin \gamma \cdot \sin \varepsilon$. Nun ist nach dem Sinus-Satze $\sin \varepsilon = \frac{CC_1}{s_1} \cdot \sin \gamma = \frac{CC_1}{s_1} \cdot \frac{r}{s}$, also ist $\sin \gamma \cdot \sin \varepsilon = \frac{r}{s} \cdot \frac{CC_1}{s_1} \cdot \frac{r}{s} = \frac{r^2 CC_1}{s^2 \cdot s_1}$, also abgesehen vom Vorzeichen

$$p = \pi \kappa J \cdot \frac{r^2 CC_1}{s^2 \cdot s_1} \cdot \frac{1}{CC_1} = \frac{r^2 \pi \kappa J}{s^2 s_1}.$$

Für unendlich kleines CC_1 ist $s_1 = s$ zu setzen, die ablenkende Kraft wird also

$$p = \frac{r^2 \pi \kappa J}{s^3} = \frac{F \cdot \kappa J}{s^3},$$

die Kraft für Punkte der Achse ist also proportional der Kreisfläche des Stroms und umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung von den Stromteilchen. (Dieses Resultat hat noch allgemeinere Geltung und ist von Wichtigkeit geworden für die Theorie der hydrodynamischen Wirbelringe.)

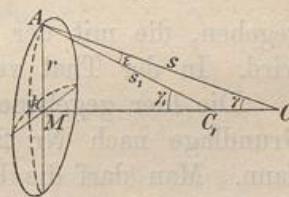


Fig. 196.

Für den Punkt M folgt $p = \frac{r^2 \pi \kappa J}{r^3} = \frac{\pi \kappa J}{r}$ als anziehende Kraft, während das Potential dort gleich $\kappa \pi J$ war.

Laplace hat aus den Beobachtungen von Biot und Savart, also auf rein experimenteller Grundlage, das sogenannte Biot-Savart'sche Gesetz abgeleitet und ihm die Form

$$p = \frac{2 F \kappa_1 J}{s^3} = \frac{2 r^2 \pi \kappa_1 J}{s^3}$$

gegeben, die mit der obigen übereinstimmt, sobald $2 \kappa_1 = \kappa$ gesetzt wird. In der That verhalten sich die beiden Konstanten wie 1 : 2.

Die hier gegebene Entwicklung ist eine rein theoretische, deren Grundlage nach Nr. 240 sehr leicht experimentell geprüft werden kann. Man darf die Übereinstimmung als einen schönen Beweis für die Genauigkeit der französischen Forschungen ansehen. Selbstverständlich kann man auch von der Biot-Savart'schen Formel ausgehen und das in Nr. 248 entwickelte Grundgesetz aus ihr ableiten. Dies soll nur in einer Anmerkung geschehen.

259) Erläuterungen zum Biot-Savart'schen Gesetz. a) Der ganze Kreisstrom giebt die auf den Einheitspol wirkende Kraft

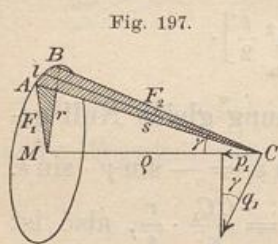


Fig. 197.

1)
$$p = \frac{2 r^2 \pi \kappa_1 J}{s^3}$$

Ist l der n^{te} Teil des Stromweges, so ist der Anteil

$$p = \frac{1}{n} \cdot \frac{2 r^2 \pi \kappa_1 J}{s^3} = \frac{2 F_1 \kappa_1 J}{s^3},$$

wo F_1 der zu l gehörige Sektor ist. Die von l ausgehende Kraft q_1 liegt aber in der Vertikalebene, nämlich senkrecht zur Fläche ABC , p_1 ist nur die Projektion von q_1 auf CM ,

also ist $q_1 = \frac{2 F_1 \kappa_1 J}{s^3} \cdot \frac{1}{\sin \gamma}$, oder da in Fig. 197

$$F_2 = \frac{F_1}{\sin \gamma} \text{ ist, } q_1 = \frac{2 \kappa_1 J F_2}{s^3}.$$

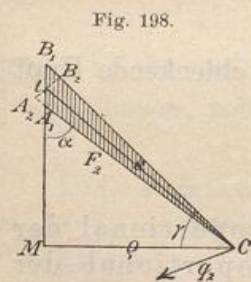


Fig. 198.

Für C und für die Größe von q_1 ist es gleichgültig, was für einem Kreise l angehört, wenn nur s und F_2 dieselben Werte behalten. Man kann z. B. die Fläche ABC aufrichten, indem man l senkrecht macht; das einzige, was sich ändert, ist, daß dann q_1 in die Horizontalebene fällt.

Fig. 198 stellt die neue Zeichnung dar. Daß $A_1 B_1$ nicht in der eigentlichen Lage $A_2 B_2$ gezeichnet ist, bleibt, da l unendlich klein

ist, ohne Einfluß, denn der Flächeninhalt F_2 ist unverändert geblieben. Also ist wiederum

$$q_2 = \frac{2\kappa_1 J F_2}{s^3} = \frac{2\kappa_1 J}{s^3} \cdot \frac{l\varrho}{2} = \frac{\kappa_1 J l \varrho}{s^3} = \frac{\kappa_1 J l s \sin \alpha}{s^3} = \frac{\kappa_1 J l \sin \alpha}{s^2}.$$

Nach diesem Gesetz wirkt jedes Teilchen des normal durch den Mittelpunkt einer Kreisscheibe gehenden Stromes auf die magnetischen Einheitspole am Rande. Will man die Wirkung des gesamten Stromes auf einen Pol erhalten, so hat man die Variable

$$\frac{1}{s^3} = \frac{1}{\sqrt{y^2 + \varrho^2}^3} = (y^2 + \varrho^2)^{-\frac{3}{2}} = y^{-3} \left(1 + \frac{\varrho^2}{y^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \text{ bzw. } \varrho^{-\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{y^2}{\varrho^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

in einer Reihe zu entwickeln, die konvergent sein muß, die Summenformel anzuwenden und die Reihe zu summieren. Diese umständliche Rechnung soll nicht vorgenommen werden, da sie nur den Wert einer Probe hat.*) Unten ist sie für Kenner der höheren Analysis als Anmerkung durchgeführt. Das Resultat ist $q = \frac{\kappa J}{\varrho}$, was mit den Anfangsannahmen dieses Kapitels zusammenfällt. Da die höheren Rechnungen der Anmerkung überflüssig sind, ist hiermit das ganze Gebiet elementar erledigt. Mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes läßt sich die elektromotorische Kraft der später zu behandelnden Induktionsströme berechnen.

260) Ersatz des Kreisstromes durch einen unendlich kleinen Magnet. In Nr. 241 wurde gezeigt, daß ein kleiner Magnet

*) Analytisch zeigt sich folgendes: Setzt man $l = dy$, $s = \sqrt{\varrho^2 + y^2}$, so handelt es sich für den Draht von A bis zu unendlicher Höhe um die Gesamtwirkung

$$\begin{aligned} \sum q &= 2\kappa_1 J \int_0^\infty \frac{\varrho dy}{2\sqrt{\varrho^2 + y^2}^3} = \kappa_1 J \varrho \int_0^\infty \frac{dy}{\sqrt{\varrho^2 + y^2}^3} = \kappa_1 J \varrho \left[\frac{y}{\varrho^2 \sqrt{\varrho^2 + y^2}} \right]_0^\infty \\ &= \frac{\kappa_1 J}{\varrho} \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{\varrho^2}{y^2} + 1}} \right]_0^\infty. \end{aligned}$$

Die vorletzte Form gibt 0 für $y = 0$, die letzte für $y = \infty$ gibt $\frac{\kappa_1 J}{\varrho}$. Dies ist die Wirkung des oberen Drahtteils. Der von A nach $-\infty$ gehende gibt ebenso viel, die Wirkung ist also $\frac{2\kappa_1 J}{\varrho}$. Setzt man $2\kappa_1 = \kappa$, so folgt für den un-

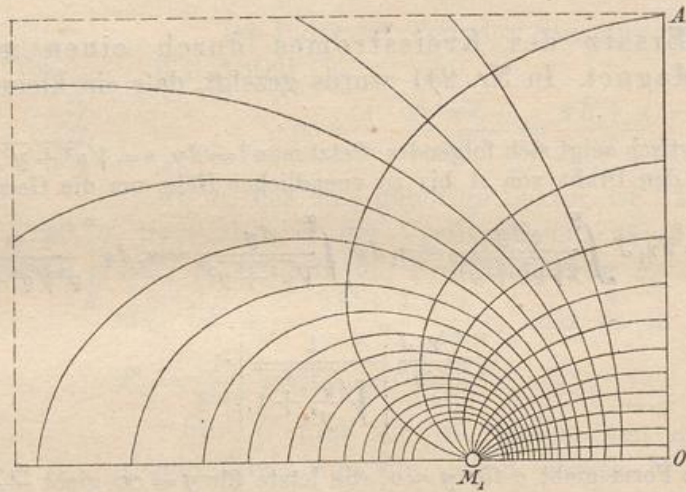
begrenzten Draht $q = \frac{\kappa J}{\varrho}$, was mit der ursprünglichen Theorie übereinstimmt.

Diese Umkehrung zeigt, daß die oben durch Kunstgriff gefundene Formel richtig ist, ebenso bestätigt sich die obige Gleichung $2\kappa_1 = \kappa$.

von Länge $2l$ auf einen in der Achse liegenden Einheitspol die Anziehung $p = \pm 4 \frac{ml}{r^3}$ ausübt, wenn m seine Polstärke, r die gegen l große Entfernung r ist. Führt man das magnetische Moment $M = 2ml$ ein, so handelt es sich um $\frac{2M}{r^3}$. Oben war für den Kreisstrom die Wirkung $\frac{2\kappa_1 JF}{s^3} = \frac{2\kappa_1 JQ^2\pi}{s^3}$ ermittelt worden. Für große Entfernung ist $s = r$ zu setzen, was $\frac{2\kappa_1 JQ^2\pi}{r^3}$ giebt. Sollen die Wirkungen gleich sein, so hat man $M = \kappa_1 JF$ zu setzen, wo F die Stromkreisfläche ist. Die Wirkung eines Kreisstromes läßt sich also durch einen kleinen Magnet ersetzen, dessen Moment proportional der Größe JF ist. Dies gilt aber nur für größere Entfernungen, so daß die Methode des magnetischen Blattes vorzuziehen ist.

261) Kraftlinien des Kreisstromes. Nachdem der Potentialwert eines Kreisrings für sämtliche Raumpunkte durch eine allgemeine Formel grundsätzlich bestimmt und für die Achsenpunkte und gewisse Ebenen wirklich ausgerechnet worden ist, können die Niveaulinien und die aus ihnen folgenden Kraftlinien für Kreisströme dargestellt werden. In Fig. 199 ist ein Quadrant der Zeichnung der Kraftlinien

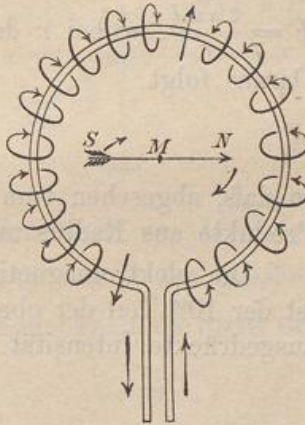
Fig. 199.



eines symmetrischen Normalschnitts durch M dargestellt. Die Rotation um OA und das Legen von Meridianschnitten vollendet das Zellenetz. Das Kurvenbüschel giebt die Niveau-, die Orthogonalschar die Kraftlinien. In der Nähe des kreisförmigen Drahtes haben diese Kreisgestalt. In Fig. 200 sind die um den Draht herum gehenden Kraft-

linien skizziert. Den Pfeilen folgend, wird der Nordpol der Magnetnadel nach vorn, der Südpol, ihnen entgegen, nach hinten gedrängt. Der von den Pfeilringen gebildete Drehungskörper (Wulst) bietet eine hydrodynamische Analogie zu den Helmholtzschen Wirbelringen. Die Strömungsgeschwindigkeit in einem solchen ist proportional der bewegenden Kraft p des elektromagnetischen Problems. In größerer Entfernung spielt der über die Proportionalität mit $\frac{1}{s^3}$ bzw. $\frac{1}{r^3}$ abgeleitete Satz seine Rolle. Er ist einer der wichtigsten der neueren Hydrodynamik. Die Bewegung der Wirbelfäden, die den Kraftlinien eines Drahtstroms, und die der Wirbelringe, die denen eines Kreisstroms folgt, ist von Helmholtz zuerst behandelt worden und gehört zu den bedeutendsten Leistungen dieses Forschers, der damit der Hydrodynamik den ersten Fortschritt seit Lagranges Arbeiten gegeben hat. Die Betrachtung kehrt noch einmal zu diesem Gegenstande zurück.

Fig. 200.



262) Die elektromagnetische Mafseinheit. Die Wirkung eines Kreisstroms auf die Poleinheit in seinem Mittelpunkte ist nach obigem

$$p = \frac{\kappa J \pi}{r} = \frac{2 \kappa_1 J \pi}{r},$$

je nachdem man die frühere oder die Biot-Savartsche Konstante κ_1 nimmt. Ist der Radius r des Kreises gleich 1 cm, so ist $p = \kappa J \pi = 2 \kappa_1 J \pi$. Setzt man $\kappa = 2$ bzw. $\kappa_1 = 1$, was nach Nr. 251 $\Phi = J$ macht, so wird für $J = 1$ die Kraft $p = 2\pi$. Dies kann man zur Definition der elektromagnetischen Mafseinheit des C. G. S.-Systems benutzen. Sie lautet:

Die elektromagnetische Einheit der Stromstärke ist diejenige Stromstärke, die auf einem Kreise von 1 cm Radius fließend auf die im Mittelpunkte befindliche magnetische Poleinheit eine Kraft von 2π Dynen ausübt.

Zugleich wird nach obigem die Stärke Φ des entsprechenden magnetischen Doppelblattes gleich 1, seine Wirkung gleich $\varphi \cdot 1 = 2\pi$. Die Stromstärke 1 wirkt also ebenso, wie ein magnetisches Doppelblatt von der Stärke 1 (und ebenso, wie ein kleiner Magnet vom Momente 1, denn auch dessen Wirkung wird nach Nr. 260 gleich

$\frac{2\kappa_1 J \varrho^2 \pi}{s^3}$, was für $\varrho = 1$, $\kappa_1 = 1$ und $s = 1$ in 2π übergeht, aber weniger genau ist).

Für $\kappa_1 = 1$ geht die Formel für die Feldstärke im Mittelpunkte über in $F = \frac{2\pi J}{r}$, für n Windungen, die dicht beieinander liegen, in $F = \frac{2\pi n J}{r}$, wobei r den mittleren Radius der Windungen bedeutet. Daraus folgt

$$J = \frac{rF}{2\pi n},$$

so daß, abgesehen vom Nenner $2\pi n$, die Intensität proportional dem Produkte aus Radius und Feldstärke ist.

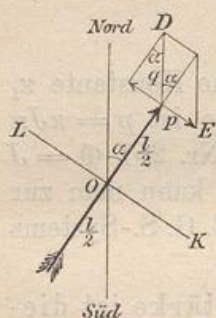
Die elektromagnetische Einheit der Praxis heißt Ampère und ist der 10^{te} Teil der oben erklärten Einheit. Ist also i die in Ampères ausgedrückte Intensität eines Stroms, so ist die Feldstärke

$$F = \frac{2\pi ni}{10 r}.$$

Der Ausdruck ni wird als die „Anzahl der Ampèrewindungen“ bezeichnet. Ein Ampère erzeugt aus Wasser in der Sekunde 0,09328 mg = 0,174 ccm Knallgas bei normalem Druck und normaler Temperatur.

263) Sinusboussole. Die Beschreibung des Apparates findet man in den Lehrbüchern der Physik. Zunächst

Fig. 201.



steht die Nadel auf Null und im magnetischen Meridian. Der Strom lenkt sie ab. Das Instrument wird so lange nachgedreht, bis die Nadel wieder auf Null steht. Dieser Drehungswinkel sei α . Befindet sich die Nadel in der Mitte des Stromkreises, so ist bei Polstärke m nach Nr. 262 das Moment der Ablenkung $\frac{l}{2} \cdot \frac{2\kappa_1 J m \pi n}{r}$, wo n die Anzahl der Windungen des Drahtes ist. Das entgegengesetzt wirkende Moment des Erdmagnetismus q ist $\frac{l}{2} qm \sin \alpha$.

Für den Gleichgewichtsfall ist beides gleich zu setzen, dann folgt

$$J = \frac{qr}{2\kappa_1 \pi n} \sin \alpha.$$

Die Stromstärke ist also proportional dem Sinus des Winkels α und kann somit leicht bestimmt werden. (KL ist die Schlußstellung der Stromkreise, daher AE senkrecht gegen OA .)

264) Tangentenboussole. Der Apparat wird nicht nachgedreht, so daß p horizontal bleibt. Beim Gleichgewicht wird

$$mq \frac{l}{2} \sin \alpha = \frac{l}{2} \cdot \frac{2 \pi J m \pi n}{r} \cos \alpha,$$

also

$$J = \frac{1}{\pi_1} \cdot \frac{qr}{2 \pi n} \tan \alpha.$$

265) Elektromagnetische Wirkung einer Spule (Spirale). Statt der Spiralwindungen denke man sich n Kreisströme.

Ist $\frac{r}{2} = 1$ gesetzt, so handelt es sich für jeden Kreis um $V = J\varphi$, wo φ der körperliche Winkel ist, unter dem er von P aus gesehen wird. Das Gesamtpotential also ist $J \sum \varphi$. Verschiebt man die Spule um den kleinen Weg w , der die Entfernung der Kreise voneinander angiebt, so ist es ebenso, als ob man nur den schraffierten Kreis um die ganze Länge der Spule verschoben hätte. Dies giebt die Potentialdifferenz

$$V_a - V_b = J(\varphi_a - \varphi_b).$$

Nach Nr. 44 und 258 ist aber

$$\varphi_a = 2 \pi (1 - \cos \alpha) \quad \text{und} \quad \varphi_b = 2 \pi (1 - \cos \beta),$$

also $\varphi_a - \varphi_b = 2 \pi (\cos \beta - \cos \alpha)$, so wird die Potentialdifferenz gleich

$$2 \pi J (\cos \beta - \cos \alpha).$$

Jetzt denke man sich die ganze Spule um den sehr kleinen Weg $w = \frac{l}{n}$ verschoben, was dieselbe Arbeit giebt, dann ist die überwundene Kraft

$$p = \frac{V_a - V_b}{w} = \frac{2 \pi J (\cos \beta - \cos \alpha)}{w} = \frac{2 \pi n J (\cos \beta - \cos \alpha)}{l}.$$

Bei D ist $\beta = 90^\circ$, also $\cos \beta = 0$, dort ist also $p = -\frac{2 \pi n J \cos \alpha_1}{l}$.

Bei C ist $\alpha = 90^\circ$, es folgt für diese Stelle $p = +\frac{2 \pi n J \cos \beta}{l}$. In der Mitte sind die Winkel Supplementwinkel, also

$$\cos \beta - \cos (180 - \beta) = \cos \beta + \cos \beta = 2 \cos \beta,$$

Fig. 202.

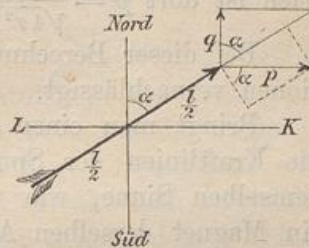
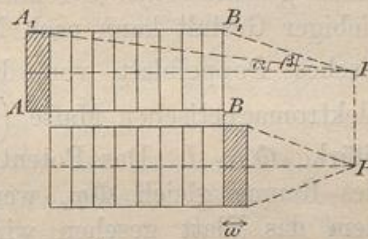


Fig. 203.



und jeder Cosinus hat dabei den Wert $\pm \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{l}{\sqrt{4r^2 + l^2}}$. Demnach ist dort $p = \frac{4\pi nJ}{\sqrt{4r^2 + l^2}}$.

Bei dieser Berechnung sind die noch nicht besprochenen Induktionen vernachlässigt.

Bringt man einen Kern weichen Eisens in die Spule, so treten die Kraftlinien der Spule in das Eisen und polarisieren dieses in demselben Sinne, wie vorher den Luftraum. Das Eisen wird also ein Magnet derselben Art, wie die Spule. Über das Maß der Verstärkung der Gesamtwirkung findet man empirische Formeln und Tabellen in den Lehrbüchern. Die Verstärkung kann auf das 30fache gehen. Dort sehe man auch die Zeichnung der Kraftlinien nach.

266) Bemerkung über die potentielle Energie geschlossener Ströme im magnetischen Felde. Die Wirkung eines geschlossenen Stromkreises von der Intensität J und von beliebiger Gestalt kann nach Nr. 256 ersetzt werden durch ein magnetisches Doppelblatt von der Stärke $\Phi = \frac{1}{2}\kappa J$, oder wenn im elektromagnetischen Maße (mit $\frac{1}{2}\kappa = 1$) gerechnet wird, von der Stärke $\Phi = J$. Das Potential des Blattes ist aber für jeden Punkt des Raums gleich $\Phi\varphi$, wenn φ der körperliche Winkel ist, unter dem das Blatt gesehen wird. Dies gilt nun auch für den Strom. Befindet sich nun in dem Raumpunkte P die magnetische Masse m , so ist der Potentialwert des Blattes für diese m Einheiten gleich $\Phi\varphi m$. Umgekehrt ist dies auch der Potentialwert der Masse m in Bezug auf das in seinem Felde liegende Blatt.

Statt des Ausdrucks Potentialwert kann man auch „potentielle Energie“ sagen. In der Entfernung 1 von dem Punkte P ist die Feldstärke der in ihm befindlichen Masse m gleich $\frac{m}{1^2} = m$. Dies ist zugleich die Anzahl der Kraftlinien, die durch die Fläche der um P gelegten Einheitskugel gehen. Da nun das Blatt auf dieser Einheitskugel die scheinbare Fläche φ einnimmt (körperlicher Winkel, unter dem das Blatt gesehen wird), so gehen von P nach dem magnetischen Blatte $m\varphi$ Kraftlinien, und ebensoviele durchsetzen den Kreisstrom, d. h. jede in diesem aufgespannte Fläche. Dadurch ist der von P nach dort gehende Kraftfluß bestimmt. Die Bedeutung des gegenseitigen Potentials ist die der Arbeit, die nötig ist, entweder das Blatt aus dem Felde des festgehaltenen Magnetpols P in unendliche Entfernung zu versetzen oder den Pol P unter Festhaltung des Blattes ins Unendliche zu bewegen.

Sind mehrere Punkte P mit verschiedenen Massen m im Felde des Kreisstroms, so handelt es sich um die potentielle Energie

$$V = \sum m\varphi \Phi = \Phi \sum m\varphi = J \sum m\varphi = J \sum q = JQ,$$

wo $q = m\varphi$ jeden einzelnen Kraftfluß, $Q = \sum q$ den gesamten Kraftfluß bezeichnet. Anziehung oder Abstofsung des Blattes in Bezug auf jede der Massen m hängt davon ab, ob m auf der ungleichnamigen oder gleichnamigen Seite des Blattes liegt. Denkt man sich das Blatt fest, so bewegen sich die Punkte P . Denkt man sich diese fest, so wird das Blatt ein Bewegungsbestreben zeigen, dessen Stärke sich aus $\frac{V_2 - V_1}{w}$ ergibt, wo w eine kleine Verschiebung, $V_2 - V_1$ die betreffende Potentialdifferenz ist.

267) Potential zweier Stromkreise aufeinander. Ebenso wie das Potential eines Stromes von Intensität J in Bezug auf einen Pol von Stärke m gleich der Arbeit $J\varphi$ ist, die man nötig hat, den Punkt ins Unendliche zu entfernen, so ist auch das Potential eines Stromkreises auf einen andern gleich der Arbeit, die es erfordert, bei Festhaltung des einen den andern ins Unendliche zu entfernen. Wie nun $J\varphi$ proportional J ist, so ist für den andern Strom $J_1\varphi_1$ proportional J_1 . Die gegenseitige Einwirkung zweier Stromkreise ist also sowohl proportional J , als auch proportional J_1 , d. h. man kann setzen

$$V = cJJ_1,$$

wo c eine Konstante ist, die von der Gestalt, der Größe und der Lage beider Ströme gegeneinander abhängt. (Induktionskoeffizient aus später anzugebenden Gründen von Form und Lage abhängig.)

Sind die Stromkreise eben, und ist der Bewegungssinn in beiden derselbe, d. h. stehen die ungleichnamigen Belegungen der Doppelschalen einander gegenüber, so nennt man das Potential negativ, und die Ströme ziehen einander an. Im andern Falle stoßen sie einander ab. Ändert man ihre Lage gegeneinander (oder die Gestalt, oder die Größe), so geht $V = c \cdot J \cdot J_1$ über in $U = \kappa JJ_1$. Die Potentialdifferenz

$$(\kappa - c)JJ_1$$

heißt die elektrodynamische Arbeit der Ströme. Diese Arbeit muß, wenn bei der Rückkehr in den alten Zustand die Arbeit verschieden von Null ist, in irgend welcher Form in Erscheinung treten. Teilweise geschieht dies in Form von Induktionsströmen.

Haben beide Ströme dieselbe Intensität, so ist $V = c_1 \cdot J^2$. Denkt man sich beide identisch bezüglich der Lage, Gestalt und Gröfse, so ist dies zugleich der Ausdruck für das Potential des Stromes auf sich selbst. Befinden sich daher im Raume zwei Ströme J_1 und J_2 , so ist die gesamte potentielle Energie

$$V = cJ_1J_2 + c_1J_1^2 + c_2J_2^2,$$

wo die Konstanten c_1 und c_2 von der Gestalt und Gröfse jedes einzelnen Stromes abhängen, c außerdem von der gegenseitigen Lage beider abhängt.

268) Induktionsströme. Im Stromkreise H bewege sich ein Strom so, daß seine Wirkung auf den geschlossenen Drahtkreis N die eines Nordpols sein würde, wenn N ebenfalls einen Strom in sich hätte. Ist dies nicht der Fall, so würde keine Arbeit nötig sein, um N von H mit konstanter Geschwindigkeit zu entfernen oder an H heranzubewegen. In Wahrheit ist Arbeit zu jeder dieser Bewegungen nötig, d. h. jedesmal ist ein Widerstand zu überwinden.

Fig. 204.



(Lenz'sches Gesetz.) Während der Annäherung muß also in N ein entgegengesetzter Strom induziert worden sein (Abstoßung), während des Entfernens ein gleichgerichteter (Anziehung). Ebenso, wie die Annäherung, wirkt die Verstärkung der Intensität des Hauptstroms H , ebenso, wie das Entfernen, wirkt die Schwächung der Intensität in H , die eine ruft im Nebendraht einen entgegengesetzten, die andere einen gleichgerichteten Strom hervor. Zwischen der geleisteten Arbeit und der Energie des Induktionsstroms, bzw. zwischen der Intensitätsänderung und der Energie des Induktionsstroms müssen Beziehungen bestehen, die durch die nachstehende Annäherungsbetrachtung aufgesucht werden sollen.

Ist i die augenblickliche Intensität des Induktionsstroms und E seine elektromotorische Kraft, so ist die Energie dieses Stromes gleich Ei (Leistung für die Sekunde).

Ist gleichzeitig J die Intensität des Hauptstroms, so ist das Potential beider Ströme aufeinander gleich Jiq , wo q von der Gröfse, Gestalt und Lage der Stromkreise abhängt, vom Material der Leiter aber unabhängig ist. Ändert man zugleich die Lage (und damit q) und die Intensität J , so geht bei unverändertem i das Potential Jiq über in J_1iq_1 und die Potentialdifferenz ist $i(J_1q_1 - Jq)$, also ist die auf die Sekunde reduzierte Arbeit gleich

$$i \frac{J_1q_1 - Jq}{t_1 - t},$$

wo $t_1 - t$ der kleine Zeitunterschied ist. Dieser sekundlichen Leistung muß die des Induktionsstroms sehr genau äquivalent sein, d. h. es muß sein

$$Ei = i \frac{J_1 q_1 - Jq}{t_1 - t},$$

und daraus folgt als elektromotorische Kraft (Leistungsfähigkeit für die Stromeinheit) des Induktionsstroms

$$1) \quad E = \frac{J_1 q_1 - Jq}{t_1 - t}.$$

Wird nur die Lage (oder die Größe, oder die Gestalt) geändert, so wird

$$2) \quad E = J \frac{q_1 - q}{t_1 - t}.$$

Wird nur die Intensität (nicht die Lage, Größe und Gestalt) geändert, so wird

$$3) \quad E = q \frac{J_1 - J}{t_1 - t}.$$

Man kann $\frac{J_1 - J}{t_1 - t}$ als die Geschwindigkeit der Intensitätsänderung bezeichnen. Da $J = \text{Kapazität} \cdot \frac{\text{Potentialänderung}}{\text{Zeitänderung}}$, gleich $C \frac{V_1 - V}{t_1 - t}$ ist, was als Cv bezeichnet werden möge, so ist $\frac{J_1 - J}{t_1 - t} = E \frac{v_1 - v}{t_1 - t}$ als Beschleunigung der Potentialänderung zu betrachten. [Man vergleiche $v = \frac{s_1 - s}{t_1 - t}$, d. h. Geschwindigkeit gleich $\frac{\text{Lagenänderung}}{\text{Zeitänderung}}$, ferner $g = \frac{v_1 - v}{t_1 - t}$, d. h. Beschleunigung gleich $\frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeitänderung}}$, darin liegt die Reduktion der veränderlichen Geschwindigkeit und Beschleunigung auf die Sekunde unter Festhaltung des augenblicklichen Wertes.]

269) Selbstinduktion und Extraströme. Beginnt der elektrische Strom zu fließen, so hat er in später zu besprechender Weise das ihn umgebende Feld elektromagnetisch zu polarisieren. Damit ist ein gewisser Aufwand an Energie verbunden. Die den Strom eröffnenden Teilchen verlieren also an Geschwindigkeit und Energie. Es entsteht also eine Art von Rückstau, der als Gegenstrom gedeutet und durch einen solchen ersetzt werden könnte. Erst wenn die Polarisation der Umgebung vollendet ist, tritt ein stationärer Zustand ein. Die Einwirkung dieses Gegenstroms läßt den Hauptstrom nur langsam zur vollen Intensität gelangen. Da jener Strom, der sogenannte Extrastrom, beim Schließen des Stromkreises entsteht (Beginn des Hauptstroms), so heißt er Schließungsstrom,

Unterbricht man den Hauptstrom, d. h. öffnet man seinen Stromkreis, so werden keine elektrischen Teilchen mehr durch die galvanische Einwirkung vorwärts getrieben. Wie aber der Strom vorher die elektromagnetische Polarisierung des Feldes induzierte, so induziert dieses jetzt umgekehrt einen gleichgerichteten Strom. Das elektromagnetische Feld giebt also einen Teil der vorher an dieses abgegebenen Energie zurück. Dieser zweite gleichgerichtete Strom heißt der Öffnungstrom. Auch für seine Entstehungsweise sollen unten Erklärungsversuche gemacht werden.

Er unterscheidet sich vom Schließungsstrom dadurch, daß dieser einen allmählich anwachsenden Rückstau bedeutete, während der Öffnungsstrom nach plötzlichem Abschluß plötzlich entsteht.

Beide haben keine elektromagnetische Polarisierung auszuüben, so daß sie fast ungeschwächt vorwärts eilen. [Dieses Nichtnützlichhaben einer elektromagnetischen Polarisierung teilen beide mit den Induktionsströmen des vorigen Abschnitts, deren Wirkung aus denselben Gründen eine plötzliche ist. Dem Schließen des Hauptstroms entspricht ein entgegengesetzter Schließungsinduktionsstrom in dem Nebenschleife, dem Öffnen ein gleichgerichteter. Auch hier ist der letztere der plötzlicher wirkende. So kommt es, daß bei dem Ruhmkorffschen Funkeninduktor in der Regel nur Öffnungsströme die Funkenstrecke durchbrechen.]

Für die durch Selbstinduktion infolge von Intensitätsänderungen entstehenden Ströme gilt die Formel 3) des vorigen Abschnitts. Für q setzt man, da die Lage nicht geändert wird, eine Konstante L ein, den Koeffizient der Selbstinduktion des Leiters, so daß

$$4) \quad E = L \frac{J_1 - J}{t_1 - t}$$

die elektromotorische Kraft des Selbstinduktionsstroms wird. War die Anfangsenergie Null, so handelt es sich um den Schließungsstrom mit

$$5) \quad E_s = L \frac{J_1}{t_1 - t}$$

Ist die Schlufsenergie gleich Null, so handelt es sich um den Öffnungsstrom

$$6) \quad E_o = -L \frac{J_1}{t_1 - t}$$

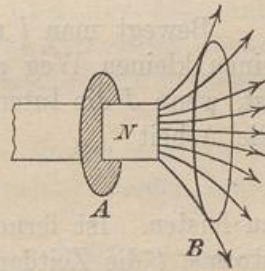
Da für den letzteren $t_1 - t$ kleiner ist, so ist $E_o > E_s$, was mit den obigen Bemerkungen übereinstimmt. Die Formel 4) ist von Bedeutung für die Dauer der elektrischen Schwingung.

Maxwellsche Anschauungen über die Induktionsströme werden später auseinandergesetzt. Dabei wird jeder Rest von Unklarheit aus

den Vorstellungen über den Energieaustausch zwischen dem Strome und dem magnet-elektrischen Felde schwinden. Durch Bifilar-wickelung kann die Selbstinduktion fast vernichtet werden, so daß sie unter keiner Bedingung auf einer Trägheit der Elektrizität beruht.

270) Erklärung der Induktionswirkungen nach Faraday. Nach Faraday erklärt man sich das Entstehen der Induktionsströme durch das Zunehmen oder Abnehmen der Kraftlinien bei der Bewegung des Drahtkreises durch deren System oder bei Intensitätsänderungen. Nähert man den Stromkreis *B* dem Nordpole *N* oder dem ihn vertretenden Stromkreise *A*, so wird er durch mehr Kraftlinien durchsetzt als vorher. Entfernt man ihn, so wird er von weniger Kraftlinien durchsetzt. Jeder Vermehrung oder Verminderung der Kraftlinien während der Bewegung entspricht das Entstehen eines Induktionsstroms in dem einen, wie im andern Sinne. Die Bewegung im homogenen Felde bringt demnach keinen Induktionsstrom hervor. Über den Sinn des Stroms ist dasselbe zu sagen, wie vorher.

Fig. 205.



Die neueren Lehrbücher bringen wohl ausnahmslos die Zeichnung des Kraftliniensystems eines Magnetstabes und des Kreisstroms in den verschiedensten Lagen und veranschaulichen so die Entstehung der Induktionsströme unter den verschiedensten Verhältnissen. Auf diese Figuren und die dortigen Erläuterungen sei verwiesen.

Diese Betrachtungen geben nicht das Maß der Änderungen an, welches man mit Hilfe der früheren Betrachtungen bestimmen kann. Dies soll jetzt durchgeführt werden.

271) Berechnung der elektromotorischen Kraft des in einem Leiterelemente bei Bewegung im magnetischen Felde erzeugten Stroms aus der Änderung der Kraftlinienzahl.

Der Induktionsstrom habe die unbekannte Intensität *J*. Das untersuchte Leiterelement habe die Länge *l*, der Magnetpol von Stärke *m* habe von *l* die Entfernung *s*, die Verbindungslinie *s* bilde mit *l* einen Winkel α , dann ist nach Nr. 259 die gegenseitige Einwirkung von der Stärke

$$P = m \frac{\alpha_1 J l \sin \alpha}{s^2},$$

oder im elektromagnetischen Maße, wo $\alpha_1 = 1$ angenommen ist

$$P = \frac{m}{s^2} \cdot J l \sin \alpha.$$

Man vergleiche Fig. 198 für festgehaltenen Pol C , wobei sich l mit der Kraft P senkrecht gegen die Kraftlinie CA_1 nach hinten bewegen würde. Setzt man für $\frac{m}{s^2}$ die Feldstärke F des Poles, so handelt es sich um

$$P = FJl \sin \alpha.$$

Ist l senkrecht gegen die Kraftlinie CA_1 gerichtet, so ist $\sin \alpha = 1$, also

$$P = FJl.$$

Bewegt man l seinem Bewegungsantriebe P entgegengesetzt um einen kleinen Weg w (senkrecht gegen die Ebene der Zeichnung), so ist, wenn J die Intensität des entstehenden Induktionsstroms bedeutet, die Arbeit

$$A = FJlw$$

zu leisten. Ist ferner E die elektromotorische Kraft des Induktionsstroms, t die Zeitdauer, J die Intensität, so ist zugleich die Leistung in der Zeit t

$$A = EJt.$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$E = Fl \frac{w}{t} = Flv,$$

wo $\frac{w}{t} = v$ die Geschwindigkeit der kleinen Bewegung bedeutet. Folglich:

Wird ein Leiterelement l im magnetischen Felde senkrecht gegen die Kraftlinien bewegt, so ist die Kraft des induzierten Stromes gleich dem Produkte aus Feldstärke, Länge l und Geschwindigkeit der Bewegung.

Dabei ist aber wl das vom Elemente durchschnittene Rechteck, durch welches $lwF = n$ Kraftlinien gehen. Demnach ist

$$E = \frac{n}{t}.$$

Folglich:

Die elektromotorische Kraft des bei jener Bewegung induzierten Stromes ist gleich der auf die Sekunde reduzierten Anzahl der durchschnittenen Kraftlinien.

Jede kleine Parallelverschiebung von l läßt sich aber zerlegen in eine Verschiebung in der Richtung der Kraftlinien und eine senkrecht gegen diese gerichtete. Da nur bei der letzteren Bewegung Arbeit geleistet wird und zugleich nur dabei Kraftlinien durchschnittene werden, und zwar ebenso viel, wie bei der eigentlichen Bewegung, so hat der Satz allgemeine Geltung. Ist l schräg gegen die Kraftlinien gerichtet, so ist die Verminderung der genannten Anzahl für die wirkliche Be-

wegungsfläche ebenso groß, wie bei der senkrecht zu den Kraftlinien gehenden Teilbewegung. Also auch dies ändert den Satz nicht. Er gilt für jede beliebige kleine Verschiebung des beliebig liegenden Elementes l gegen die Kraftlinien. Die Richtung des Stromes in l ergibt sich daraus, daß er so gerichtet sein muß, daß Arbeit zu überwinden ist. Das Feld bewegt den Strom nach der Linkhandregel, die Arbeitsrichtung ist entgegengesetzt. Daraus ergibt sich folgende Rechthandregel:

Legt man die rechte Hand so an den Leiter, daß die Kraftlinien in die Handfläche eintreten und der Daumen nach der Richtung der beabsichtigten Bewegung zeigt, dann zeigen die Finger nach der Richtung des im Leiter induzierten Stromes.

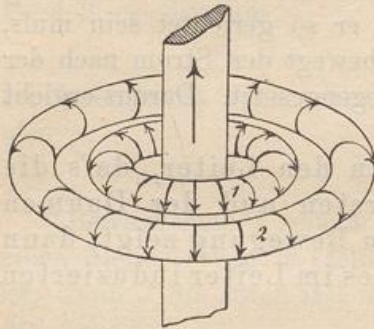
In den neueren physikalischen Lehrbüchern findet man Abbildungen, an denen die Probe auf die Regel gemacht werden kann. (Vgl. Börner.)

Diese Faradayschen Regeln sind aber lediglich eine Beschreibung des Vorgangs, sie erklären die Induktionsströme nicht, sie veranschaulichen den Vorgang nicht in hinreichender Weise. Wie in so vielen Fällen, läßt sich auch hier eine Veranschaulichung durch mechanische Bewegungsprozesse durchführen, die zugleich den durch die Hertz'schen Versuche gewonnenen Resultaten Rechnung trägt. Eine solche soll im Anschluß an Maxwell'sche und Ampère'sche Vorstellungen im folgenden versucht werden. Damit wird nicht etwa behauptet, daß solche Molekularbewegungen des Äthers in Wirklichkeit stattfinden, sondern nur, daß man sich den Vorgang mit ihrer Hilfe verständlich machen kann. Dadurch gewinnen wir einen ersten Einblick in die Maxwell'schen Wirbelfelder und lernen den wechselnden Austausch der Energie zwischen Strom und Feld in überzeugenderer Weise verstehen.

272) Neuere Vorstellungen über das elektromagnetische Feld. Nach Ampère kann man sich jeden Elementarmagnet durch Strömungen ersetzt denken, die ihn nach Art der Solenoide umkreisen. Da nun um den geradlinigen Stromleiter die elektromagnetische Polarisation so geschieht, daß die Elementarmagnete sich in konzentrischen Kreisen lagern, so wird jeder dieser Kreise, wenn man jeden kleinen Magnet durch sein Solenoid ersetzt, in einen Wirbelring verwandelt, jede Normalebene in ein Feld konzentrischer Wirbelringe, wie es in Fig. 206 dargestellt ist, nur sind dort die Moleküle im Verhältnis zum Draht viel zu groß gezeichnet. Gleichartig polarisierten Kraftlinien entsprechen also Wirbelringe mit in gleichem Sinne erfolgender Drehung. Entgegengesetzt polarisierten Kraftlinien entsprechen entgegengesetzt drehende Wirbelringe.

Die Analogie mit der Mechanik läßt es nicht recht denkbar erscheinen, wie Ring 1 den Ring 2 in Bewegung versetzen könne, wenn man nicht hypothetische Zwischenpartikelchen einschaltet, die wie Zwischenräder die Bewegung übertragen. Denn

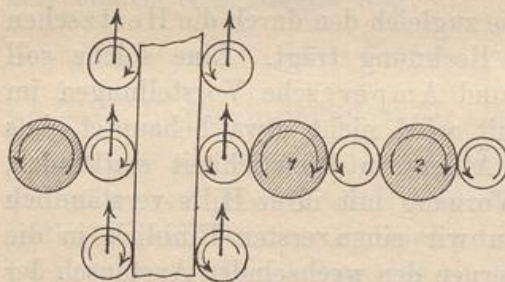
Fig. 206.



dafs ein schrittweises Übertragen stattfindet, während Fernwirkungen ausgeschlossen sind, geht aus den Hertz'schen Untersuchungen über die zeitliche Ausbreitung hervor. Auch zwischen dem Draht und dem ersten Ringe, wo ein treibendes Agens, der Strom, besteht, bringt man naturgemäfs Zwischenpartikelchen an, und diese vertreten den Strom, der nach den neueren Anschauungen nicht im Drahte, sondern an diesem hinfließt.

In Fig. 207 sind die schraffierten Kreise Durchschnitte der Ringe, die übrigen sind die in Ansicht gesehenen Zwischenpartikelchen. Man

Fig. 207.



denke sich, um eine rohe Veranschaulichung zu erhalten, sämtliche bewegten Teilchen nach Art der Zahnräder mit Zähnen versehen, die Drahtoberfläche ebenfalls nach Art der Zahnstangen, dann würden bei der angedeuteten Drehung die an letzterer befindlichen Partikelchen aufwärts rollen und den ersten Ring in Dreh-

bewegung versetzen. Dieser setzt die nächsten Zwischenpartikelchen in Drehung, diese den folgenden Wirbelring u. s. w. Während die am Drahte befindlichen Teilchen nach oben steigen und stets durch neue abgelöst werden, bleiben die ferner liegenden am Platze, weil sie von den beiderseitigen Ringen festgehalten werden und links ebensoviel herabsinken, wie sie rechts emporsteigen.

Diese Zahnradvorstellung ist aber zu roh, denn sie ist zwangsläufig und bei starr gedachten Zähnen würde der gesamte Mechanismus in demselben Momente in Gang gesetzt werden. Es ist also besser, jetzt das Bild von Reibungsrädern zu wählen, die nach Art der Reibungskuppelungen allmählich aufeinander einwirken.

Aus dieser Vorstellung heraus lassen sich zahlreiche Erscheinungen erklären, worüber einige Andeutungen gegeben werden sollen.

a) Die beiden Extraströme. Angenommen, der Stromkreis

wird geschlossen und der galvanische Strom in Gang gesetzt, dann rollen die am Draht befindlichen elektrischen Teilchen, die man sich als Ätherteilchen vorstellen kann, vorwärts. Da die ersten die Aufgabe erhalten, die Wirbelringe in Bewegung zu setzen, verlieren sie an Drehungs- und Fortbewegungsgeschwindigkeit. Sie geben einen Teil der Energie an das elektromagnetische Feld ab. (In gewissem Sinne muß man also hier den mechanischen Energiebegriff und damit den des Arbeitsaufwandes und der zu überwindenden Trägheit, wohl auch eine Art von Reibungswiderstand einführen.) Durch die Verlangsamung der vorwärts rollenden Anfangsteilchen des Stromes tritt eine Art von Rückstau ein. Dieser Rückstau könnte rechnerisch durch die Einwirkung eines Gegenstroms ersetzt werden. Dies ist der sog. **Schließungsextrastrom**, der den **Hauptstrom** nur allmählich zur vollen Geschwindigkeit gelangen läßt. Diese tritt ein, sobald die benachbarten Wirbelringe des Feldes die ihnen zukommende Geschwindigkeit erreicht haben.

Wird jetzt der Strom geschlossen, so werden durch die galvanische Einwirkung keine Teilchen mehr vorwärts geschleudert. Denkt man sich jedoch bisher ruhende am Drahte befindlich, oder irgendwie in den Zwischenraum eintretend, so werden diese von dem ersten Wirbelringe gefaßt, in Drehung versetzt und den Nachzüglern des galvanischen Stroms nachgeschleudert. Dies ist der **Öffnungsextrastrom**, der ohne Energieverlust eintritt, da das gesamte Feld, welches er passiert, noch in voller Wirbelbewegung befindlich ist. Er setzt also weit plötzlicher ein, als der Hauptstrom, er zeigt dabei bei geringerer Intensität weit größere elektromotorische Kraft und kann die durch das Öffnen entstandene Funkenstrecke überspringen. (Öffnungsfunke.)

Damit sind die beiden Extrastrome zwanglos erklärt. Zugleich ergibt sich ohne weiteres, daß, wenn der Hauptstrom eine plötzliche Intensitätsänderung erfährt, ein Extrastrom eintreten muß. Der Verstärkung entspricht ein dem Schließungsstrom, der Schwächung ein dem Öffnungsstrom analoger Extrastrom.

Will man die Extrastrome schwächen, so biegt man den Draht in der Mitte um und wickelt ihn doppelt (bifilar) auf, so daß der Hauptstrom in den benachbarten Windungen entgegengesetzt läuft. Dadurch werden entgegengesetzte Drehungen der Wirbelringe im Zwischenfelde erzeugt, die sich teilweise aufheben, wobei Reibungsarbeit verrichtet werden mag. Das Feld hat jetzt nicht die nötige Energie, um einen stärkeren Extrastrom hervorzubringen.

Da bei Anwendung von Wechselströmen die Intensität plötzlich von $+J$ auf $-J$ springt, werden die Extrastrome dabei mit etwa doppelter elektromotorischer Kraft auftreten, als bei dem einfachen Wechsel von Öffnen und Schließen des Stromes. Um die damit ver-

bundene Widerstandsvergrößerung einzuschränken, hat man hier bifilare Wickelung als zweckmäÙig und notwendig zu benutzen.

Die beiden Extrastrome entstehen also dadurch, daÙ an das umgebende Feld Energie abgegeben wird. Handelte es sich um magnetische Verschiebungsarbeit, wie bei der älteren Vorstellungsweise, so würde die Energieaufspeicherung eine potentielle sein. Bei der jetzt vorgetragenen Auffassung dagegen ist die abgegebene Energie als kinetische aufzufassen. Diese Energie wird beim zweiten Extrastrome nur teilweise an den Draht zurückgegeben. Der Rest wird aufgebraucht, um ferner und ferner liegende Wirbelringe in Bewegung zu versetzen, bis in gröÙerer Entfernung die Erscheinung schwächer und schwächer wird. Darauf kommen wir zurück bei der Besprechung der elektrischen Strahlung.

b) Feldstärke. Hat ein Wirbelring n_1 Moleküle, der benachbarte n_2 , so überträgt sich bei der Zahnrad-Vorstellung naturgemäÙ seine Kraft p_1 so, daÙ der zweite Ring mit einer Kraft p_2 wirkt, die sich aus $p_1 : p_2 = n_2 : n_1$ berechnen läÙt. Nun ist aber $n_2 : n_1 = r_2 : r_1$, also folgt $p_1 : p_2 = r_2 : r_1$, d. h. die Feldstärke ist umgekehrt proportional der Entfernung vom Drahte. Dies ist das dem vorliegenden Kapitel an die Spitze gesetzte Grundgesetz.

c) Induktionsströme. Man denke sich in einiger Entfernung rechts vom Hauptstrome A einen parallelen Draht (Nebendraht), der entweder geradlinig und erst im unendlichen Bereiche geschlossen oder wenigstens erst in großer Entfernung geschlossen sein soll. Man schliesse den Kreis des Hauptstroms. Was wird geschehen? Erst wird Wirbelring 1, dann 2, dann 3 u. s. w. in Bewegung gesetzt. Sobald die links am Nebendrahte befindlichen Zwischenpartikelchen in die Drehung versetzt werden, die in Fig. 207 angedeutet ist, schieÙen sie am Nebendrahte abwärts und bilden den **entgegengesetzten Schließungsinduktionsstrom**. Lange hält er nicht an, denn sobald sich die jenseits des Nebendrahtes sich bildenden Wirbelringe arrangiert und in Drehung versetzt haben, entsteht auf der entgegengesetzten Seite des Drahtes ein nach oben gerichteter Strom. Jetzt fließt im Drahte ebensoviel Strom nach unten, wie nach oben, die beiden Strömungen gleichen sich also aus und ihre Wirkung ist Null.

Wird jetzt der Hauptstrom durch Öffnung des Kreises unterbrochen, so beruhigt sich erst der Ring 1, dann der Ring 2 u. s. w. Sobald die links am Drahte befindlichen Zwischenteilchen zur Ruhe kommen, während die rechts davon befindlichen noch in lebendiger Bewegung sind, überwiegt der durch die letzteren dargestellte Strom, und so entsteht der **gleichgerichtete Öffnungsinduktionsstrom**, der nach Beruhigung des Feldes gleichfalls aufhört.

Befinden sich an der Stelle des einen Nebendrahtes zwei, die zu derselben Wickelung gehören und gleiche Entfernung von A haben, so werden bei der Schließung auf ihrer linken Seite doppelt so viele Partikelchen in Bewegung gesetzt, als vorher, die elektromotorische Kraft also verdoppelt. Dasselbe kann auf drei, vier u. s. w. Drähte ausgedehnt werden. Es wird eben in der gleichen Zeit eine entsprechend größere Elektrizitätsmenge in Gang gesetzt. So erklärt sich die Zweckmäßigkeit zahlreicher Windungen in der Nebenspirale.

Da die Induktionsströme das Feld nicht erst zu polarisieren haben, also keinen Rückstau erleiden, setzen sie kräftig ein, besonders der Öffnungsinduktionsstrom, der die Eigenschaften des Öffnungsextrastroms teilt und lange Funkenstrecken überspringen kann und kräftige physiologische Wirkungen giebt.

Damit sind z. B. die Erscheinungen am Ruhmkorffschen Funkeninduktor zwanglos erklärt, besonders das kräftige Überspringen der Öffnungsfunken in der Funkenstrecke der Nebenrolle. Damit ist zugleich der Übergang zur Betrachtung der Transformatoren ermöglicht, worüber man die Lehrbücher vergleiche. (Bei konstanter Leistungsfähigkeit $E \cdot J$ kann E groß und J klein, oder umgekehrt E klein und J groß sein.) Da die Induktionsströme einen Teil der Energie des Feldes aufnehmen und ebenso an irgendwelchen Stellen Energie an dieses abgeben können, so rufen sie selbstverständlich im Felde Erscheinungen hervor, die mit den durch den Hauptstrom veranlafsten in Interferenz treten.

d) Elektrische Schwingungen im nicht geschlossenen Nebendrahte. Man denke sich im Hauptdrahte einen Wechselstrom in Gang gesetzt, dessen Phasenzahl Tausende für die Sekunde betrage. (Tesla hat 15 000 sekundliche Perioden erzielt.) Die Wirbelringe des Feldes schwingen also sehr häufig in der Sekunde in wechselndem Sinne. Wie werden sich die Induktionsströme des Nebendrahtes verhalten, wenn dieser oben und unten begrenzt ist? Die den Schließungsinduktionsstrom bildenden Teilchen können (da gewissermaßen die Zahnstange zu Ende ist) nicht weiter gelangen, es entsteht also ein Rückstau, der geradezu als reflektierter Strom betrachtet werden kann. Bei der Rückkehr wird er mit den inzwischen hervorgebrachten Induktionsströmen in Interferenz treten. Er kann z. B. den in entgegengesetzter Richtung hervorgerufenen Öffnungsinduktionsstrom unterstützen oder schwächen. Unterstützt er ihn, so wirkt der Draht als Resonator, er wirkt also ähnlich, wie die Resonatoren der Akustik. Wie diese für eine bestimmte Schwingungszahl abgestimmt werden können, so kann dasselbe mit dem Nebendrahte geschehen, indem man seine Länge variieren läßt. Bringt man irgendwo an diesem eine kleine Funkenstrecke an, so sind die Funken stark bei gut wirkendem

Resonator, schwach bei schlecht wirkendem, gar nicht vorhanden bei entgegengesetzt wirkendem. Man kann im Drahte stehende Schwingungen mit Knoten und Bäuchen erzielen, wie in der Akustik. Über deren experimentelle Nachweisung durch Geißlersche Röhren und dgl. vergleiche man die Lehrbücher.

Angenommen, die Induktionsströme wanderten mit 300 000 km oder $3 \cdot 10^8$ m Geschwindigkeit, so würden bei 30 000 sekundlichen Halbperioden für den Hin- und Rückweg 10 000 m Weg, also 5000 m freie Drahtlänge nach oben (bezw. unten) nötig sein, um den Resonator abzustimmen. An dieser Länge scheiterten die Versuche, bis man endlich im Anschluß an Feddersen die elektrischen Oszillationen des überspringenden Funkens benutzte, die Zahl der Schwingungen zu vertausendfachen, so daß Hertz mit Resonatoren von einigen Metern Länge arbeiten konnte. Auch erwies es sich als zweckmäßig, an den Enden des Nebendrahtes Kugeln anzubringen, so daß der Rückstau der das freie Ende erreichenden Stromteilchen verzögert, die Kapazität also erhöht wurde. Darüber soll aber erst unten gesprochen werden.

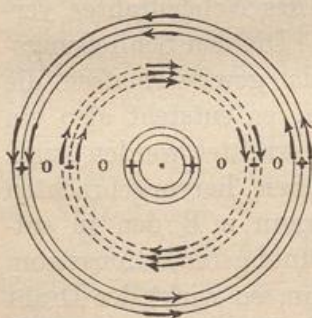
Selbstverständlich werden durch Verstärkung und Schwächung des Hauptstroms ebenfalls Induktionsströme erzeugt. Ebenso wirkt die Annäherung oder das Entfernen des Nebendrahtes an den Hauptdraht bezw. von ihm weg. Das Eintreten in schneller drehende Ringe beim Annähern trifft erst die linke Seite des Drahtes und giebt dort eine Verstärkung des entgegengesetzt gerichteten Induktionsstroms, auch wird die Anzahl der berührten Sektoren verstärkt. Beim Entfernen tritt auf der linken Seite eine entsprechende Schwächung ein, die den gleichgerichteten Stromteil überwiegen läßt.

In ähnlicher Weise kann man sämtliche Induktionserscheinungen erklären.

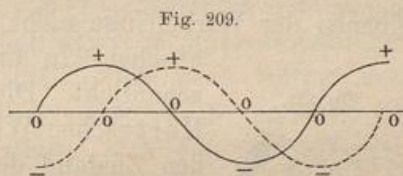
e) Elektromagnetische Wellen und elektrische Verschiebungswellen. Die Wechselströme rufen im elektromagnetischen Felde, d. h. in jedem Normalschnitt des Hauptstroms die besprochenen abwechselnd entgegengesetzten Drehbewegungen hervor. Wie in der offenen Orgelpfeife die akustischen Verdichtungs- und Verdünnungswellen fortschreitend einander folgen, so wandern im Normalschnitt des Drahtes Impulse vorwärts,

die abwechselnd zu positiver und negativer Drehung der Ringe Anlaß geben. Schon dieses Fortschreiten kann man als einen Teil der elektrischen Strahlung, als elektrische Wellenbewegung auffassen. Zwischen jedem positiven und dem benachbarten negativen Maximum

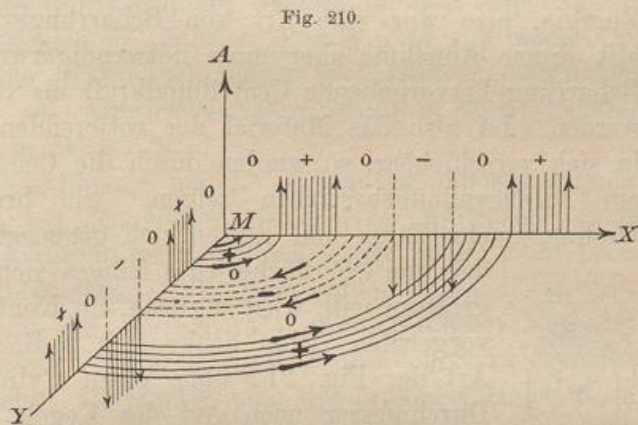
Fig. 208.



der Drehungsbewegung muß ein Ruhezustand existieren. Stellt man die positiven Ringe durch ausgezogene Kreise, die negativen durch punktierte Kreise, die ruhenden gar nicht dar, so hat man in Fig. 208 den Zustand des Feldes für einen gewissen Zeitpunkt. In der Zeit der Maximalwirkungen giebt das Feld die meiste Energie an den besprochenen Nebendraht ab, und während die des Feldes abnimmt, wächst die des induzierten Stromes. Dieser erreicht demnach seine größte Energie etwa in der Zeit, wo das Feld die Energie Null hat. In Fig. 209 ist dies in Form von Sinuslinien dargestellt. Die ausgezogene bedeutet den Zustand des Feldes an bestimmter Stelle zu verschiedenen Zeiten, die punktierte den Zustand im Drahte an derselben Stelle zu verschiedenen Zeiten. Der Unterschied beträgt eine Viertelphase.



Um beide Schwingungsarten zu veranschaulichen, kann man Fig. 210 benutzen. Dort bedeutet die Zeichnung in der Normalebene des Drahtes *A* den Zustand des elektromagnetischen Feldes zu einer bestimmten Zeit, während die senkrecht dagegenstehenden Linien zunächst den Zustand von den das Feld durchstehenden Drähten bedeuten.



Wie nun in den leitenden Drähten Induktionsströme entstehen, so entstehen im Dielektrikum entsprechend gerichtete positive und negative Verschiebungen von geringer Größe, wie sie früher besprochen wurden. Folglich:

Jedes elektromagnetische Feld induziert senkrecht gegen die Hauptebene seiner Wirbelringe im Dielektrikum elektrische Verschiebungsschwingungen von gleicher Phasendauer, die jedoch um eine Viertelphase verschoben stattfinden. Umgekehrt wird jedes Feld mit Verschiebungsschwingungen senkrecht dagegen stattfindende elektromagnetische Schwingungen (entgegengesetzte Drehungen in den Wirbelringen) hervorrufen.

Bezeichnet man also in Fig. 210 die Linie *MX* als einen elek-

trischen Strahl, so zeigt derselbe in der Meridianebene AMX elektrische Schwingungen, in der Ebene XMY elektromagnetische Wellen. Da die Wellenschraffierung in beiden Ebenen senkrecht gegen die Strahlrichtung liegt, so spricht man auch hier von Transversalwellen, die in der Richtung MX fortschreiten.

f) Vorgang bei Kreisströmen. Bei Kreisströmen bilden die Ebenen der Wirbelringe nicht eine Parallelschar, sondern ein Ebenenbündel. In Fig. 211 ist das Lagenverhältnis veranschaulicht. Die nachstehenden Erörterungen über die Hertz'schen Wellen werden nähere Aufklärungen über den Zustand des Feldes bringen.

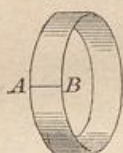
Fig. 211.



Dem Leser bleibe es überlassen, die Zeichnung zu vervollständigen und zu zeigen, daß in der Nähe des Mittelpunktes die Wirbelringe zu je zweien gleichgerichteten Drehungssinn haben, so daß, wie ein zwischengelegtes Hilfspartikelchen zeigt, ein gegenseitiges Unterstützen stattfindet.

g) Zugspannungen und Abstofsungsbestreben zwischen den Kraftlinien des elektromagnetischen Feldes. Bei den Wirbelringen handelte es sich um Aufnehmen und Abgeben von Energie, also war eine Art von Beharrungsvermögen anzunehmen. Mit dieser Annahme aber muß notwendigerweise auch die aus der Beharrung hervorgehende Centrifugalkraft als vorhanden angenommen werden. Ist also das Material der rotierenden Ringe elastisch oder in sich verschiebbar, so werden durch die Centrifugalkraft die Ringe ein Anschwellungsbestreben zeigen. Sie brauchen bei stärkerer Drehung mehr Raum und stoßen sich gegenseitig ab. Dadurch nun,

Fig. 212.



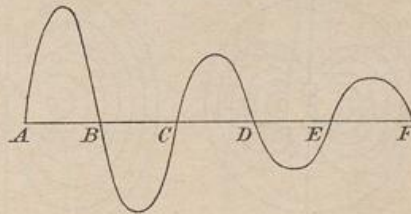
daß die Oberfläche jedes Ringes sich in diesem Sinne vergrößern will, wird zugleich ein Kontraktionsbestreben hervorgerufen. Man denke sich z. B. ein Gummiband nach Art der Fig. 212 über einen Cylinder gespannt, dessen Durchmesser nach Art des Kegels allmählich an Länge zunimmt. Je größer die Peripherie des Gummibandes wird, um so mehr wird seine Breite AB abnehmen. Jede Wirbelfläche also erhält ein Kontraktionsbestreben, der Ring will seine Mittellinie verkürzen. Damit sind beide Arten von Spannungen in den Kraftlinien erläutert und erklärt.

Der gleichzeitig in den Meridianebenen stattfindende elektrische Zwangszustand wird nach Art des elektrostatischen zu erläutern sein und bedarf keiner weiteren Besprechung.

273) Elektrische Funken und Hertz'sche Schwingungen. Feddersen hat, wie schon bemerkt, die Beobachtung gemacht, daß

bei Anwendung schnell rotierender Spiegel das Bild des überspringenden elektrischen Funkens als eine Reihe getrennter elektrischer Linien gleichen Abstandes erscheint. Er vermutete daher, daß jede elektrische Entladung als eine Oszillationsentladung zu betrachten sei, was durch weitere Beobachtungen bestätigt wurde. Das oben Gesagte reicht hin, die Sache aufzuklären. Der elektrische Funke durchbricht unter hoher Spannung das Dielektrikum wie ein gewaltiger elektrischer Strom, so daß sich rings um ihn Wirbelringe von außerordentlicher Drehungsenergie bilden. Ist der Ausgleich der nach älterer Anschauung gegenüberstehenden Elektrizitäten erfolgt, so entsteht die Erscheinung des Öffnungsextrastroms, indem z. B. der erste Wirbelring die im umschlossenen Raume befindlichen elektrischen Teilchen vorwärts schleudert und den ursprünglich negativ geladenen zweiten Konduktor positiv ladet. Hat sich das Wirbelfeld hinlänglich beruhigt, so veranlaßt die neue positive Ladung einen entgegengesetzt überspringenden Funken, der auch das Feld in entgegengesetzte Wirbelrotation versetzt, die nun entsprechend wirkt. So wiederholen sich in äußerst kurzer Zeit zahlreiche Oszillationen, die mit einem stark abnehmenden Wechselstrom verglichen werden können und ein Veranschaulichungsbild in den Pendelschwingungen der Mechanik haben.

Fig. 213.



Solches geschieht nicht nur bei der Entladung einer Leydener Flasche, sondern auch bei den Öffnungsfunken der Nebenrolle eines Ruhmkorffschen Funkeninduktors. Folgen solche in der Zahl 1000 aufeinander, und bedeutet jeder 1000 Schwingungen, so hätte man einen Wechselstrom von der Periodenzahl einer Million. Man hat es aber bei den Teslaschen Versuchen bis 50 Milliarden Schwingungen in der Sekunde gebracht. Betrachtet man die funkengebenden Konduktoren mit ihren Ladungen im Zustande der Ruhe, so bilden sich im Raume die in Fig. 70 dargestellten Kraftlinien. Dieses System hat man sich jetzt beweglich, die zu seiner Entstehung nötigen Einwirkungen der Moleküle aufeinander als im Raum fortschreitend zu denken. Wie die magnetelektrischen Schwingungen nach ihrer Bildung vom Leiter abgelöst dem unendlichen Bereiche zuströmen, so ist es auch mit diesen Kraftlinien der Fall. Werden die Kugeln entladen, so ist es, als ob man plötzlich zwei Konduktoren entgegengesetzter Ladung herangebracht hätte, was Einschnürung und Ablösung der Anfangsteile bei den aufeinander folgenden Kraftlinien veranlaßt. (Vgl. das Ein- und Abschnüren der Kraftlinien bei der Aneinanderbewegung der

in Fig. 166 dargestellten Magnete.) Dieser eine Teil geht zur Funkenstrecke zurück, der Rest bewegt sich dem unendlichen Bereiche zu, ist also vom Apparate selbst abgelöst.

Es ist ähnlich wie in der Akustik. Denkt man sich die Wellen in einer Orgelpfeife durch einen hin und her schwingenden Kolben hervorgebracht, so schreitet die Verdichtungswelle vorwärts, die Luftteilchen machen nur Oszillationen um eine feste Lage. Ein Teil der Luftteilchen kehrt mit dem Kolben zurück, während die übrigen Teile mit der Welle noch vorwärts wandern.

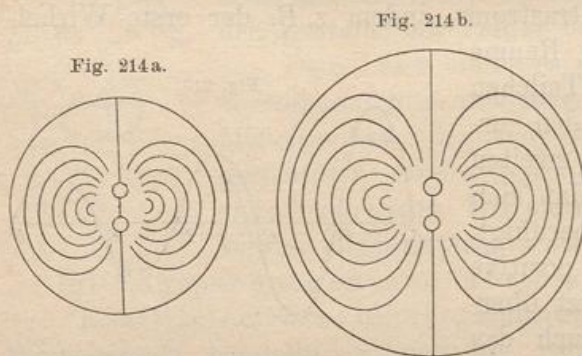


Fig. 214a.

Fig. 214b.

Dasjenige, was hier vorwärts wandert, ist die elektrische Polarisation der Moleküle des Dielektrikums, die sich bei der Entladung teilweise nach der Funkenstrecke zurückzieht, während die losgelösten Teile der Polarisationslinien weiter wandern.

Wie dies geschieht erkennt man aus den folgenden, im Anschlusse an Hertz dargestellten Zeichnungen. In jeder Figur deutet der äußerste Kreis die Kugel an, bis zu deren

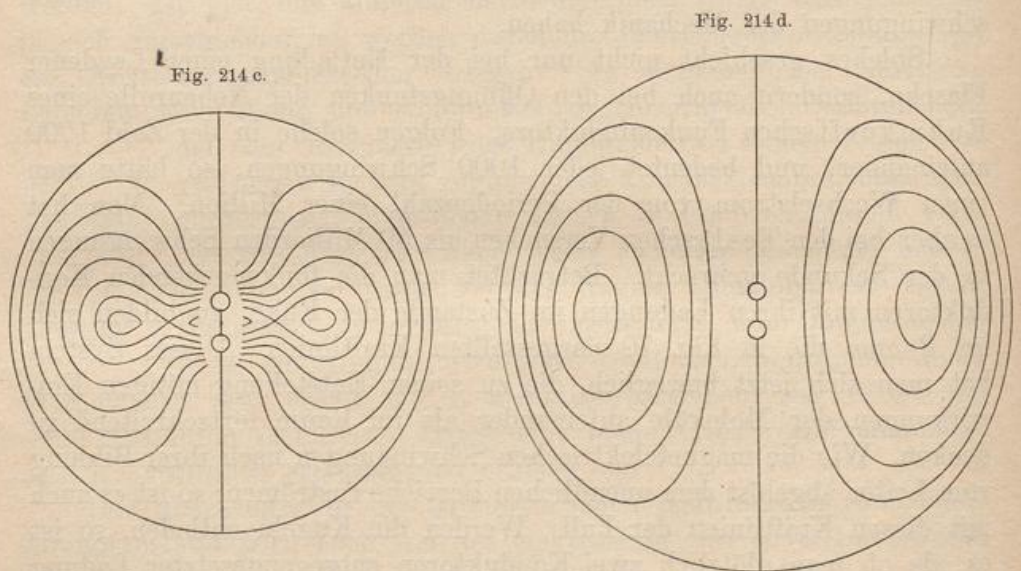


Fig. 214c.

Fig. 214d.

Oberfläche die Wirkung der ersten Ladung vorgeschritten ist. Die Geschwindigkeit ihres Anwachsens giebt die Fortpflanzungsgeschwin-

digkeit der elektrodynamischen Einwirkungen in dem betreffenden Raume. In Fig. 214c ist die Entladung bereits erfolgt, so daß die Ladung der zweiten Kugel beginnen will. Die innersten Kraftlinien haben sich nach erfolgter Einbuchtung

bereits je in zwei Teile getrennt, von denen der eine zur Funkenstrecke zurückkehrt, der andere als geschlossene Linie nach außen wandert. Ist dieser Ablösungsprozefs vollendet, so wird Fig. 214d maßgebend. In der folgenden Figur

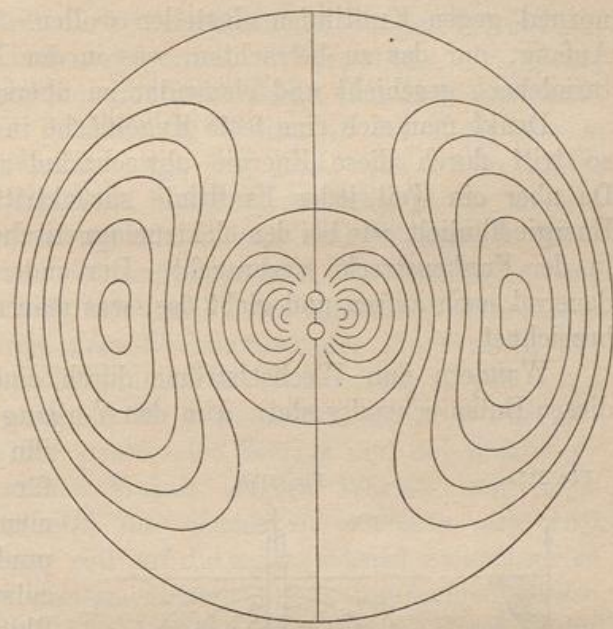
ist die Wirkung der Ladung des zweiten Konduktors bereits sichtbar. Die Richtung der Kraftlinien ist der früheren entgegengesetzt zu denken. Die benachbarten Kraft-

linien der beiden Systeme sind daher gleich gerichtet, es findet also gewissermaßen Abstosung, ein Drängen nach außen statt. Die nun folgenden Figuren zeichne der Leser selbst. Die Bedeutung der Kraftlinien besteht darin, daß in ihnen jene elektrischen Molekularverschiebungen stattfinden, von denen schon oft gesprochen wurde. Die Lagerung der Moleküle entspricht in jedem Momente der Tangente der in diesem Zeitpunkte passierenden Kraftlinie.

Man denke sich durch den Mittelpunkt jeder Figur eine horizontale Normalebene zur Zeichnung gelegt. Auf dieser stehen sämtliche Kraftlinien senkrecht. Sie ist die Hauptebene für die elektromagnetische Wellenbewegung, die von den Funkenwechselströmen herrührt. Damit vergleiche man Fig. 210, die beide Vorgänge schematisch darstellt. Beide unterstützen sich gegenseitig, denn die elektrische Verschiebung wirkt wie ein elektromagnetische Drehungen hervorrufender Strom, umgekehrt ruft die elektromagnetische Welle elektrische Verschiebungen hervor. Die Nullstellen der einen Bewegung entsprechen den Maximalstellen der anderen. Folglich:

Die elektrodynamischen und elektromagnetischen

Fig. 214 e.



Schwingungen pflanzen sich mit derselben Geschwindigkeit im Raume fort.

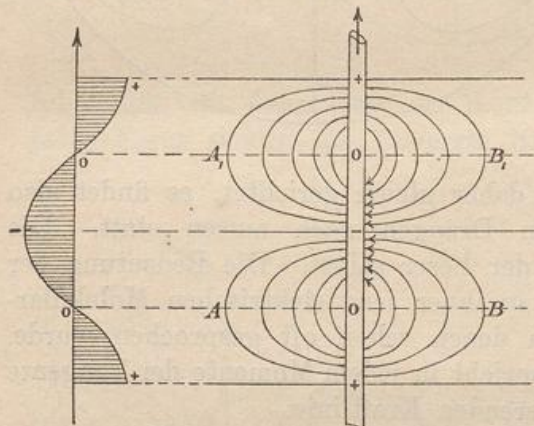
Für die der besprochenen Äquatorialebene benachbarten Raumstellen findet dasselbe statt, in größerer Entfernung wird die Gestaltung der elektromagnetischen Wellen komplizierter, da sie sich überall normal gegen Kraftlinien einstellen wollen. Es genügt aber für den Anfang, nur das zu betrachten, was in der Nachbarschaft der Äquatorialebene geschieht und elementar zu übersehen ist.

Denkt man sich eine feste Kugelfläche in der Nähe des Centrums, so tritt durch diese Energie abwechselnd nach außen und innen. Da aber ein Teil jeder Kraftlinie zurücktritt, so wird ein Teil der Energie ähnlich, wie bei den elektromagnetischen Drehbewegungen, in der Funkenstrecke verbraucht. Der andere Teil der Energie tritt dauernd nach außen und giebt das, was man als elektrische Strahlung bezeichnet.

Wandern nun Wechselströme durch einen Draht, so findet bei diesen Entsprechendes statt. Um den Vorgang zu begreifen, denke man

Fig. 215 a.

Fig. 215 b.



ihn sich statisch, indem man für einen bestimmten Moment die Ladung jedes Drahtpunktes sich der Sinuslinie entsprechend denkt, so daß Plus- und Minusstellen in gleichen Abständen aufeinander folgen und zwischen je zweien eine Nullstelle liegt. Dies ist in Fig. 215 a dargestellt. Fig. 215 b giebt die dazu gehörigen elektrostatischen Kraftlinien in ihrem ungefähren Verlaufe.

In der Ebene AB denke man

sich die entsprechende elektromagnetische Polarstation. Denkt man sich nun die starr gedachte Figur mit dem Strome fließend, so hat man ein ungefähres Bild dessen, was geschieht. Dabei übernehmen AB und A_1B_1 die Rolle der Äquatorialebenen des vorigen Problems. Die Figur ist durch Rotation um die Drahtachse vervollständigt zu denken.

Bei einem kontinuierlich und stationär in derselben Richtung fließenden Strome sind sämtliche Normalebenen mit elektromagnetischen Wirbelringen erfüllt zu denken und senkrecht gegen diese Ebene bleibt an jeder Stelle dauernde elektrische Verschiebung bestehen. Dies dürfte hinreichen, von dem Zustande des Mediums in der Umgebung von Drähten ein vorläufiges Bild zu geben.

Ist nun das Licht, wie seit Maxwell angenommen wird, eine elektrische Erscheinung, so müssen dabei sowohl die elektromagnetischen, als auch die elektrodynamischen Schwingungen stattfinden. Ist z. B. Licht polarisiert, so finden sowohl in der Polarisationssebene, als auch in der senkrecht dagegen stehenden, Schwingungen statt. Denn angenommen, die einen wären nicht vorhanden, so würden sie auf der Stelle durch die anderen induziert werden. Während also bisher zwei Schulen, die Neumannsche und die Fresnelsche, sich darüber stritten, ob die Schwingungen des polarisierten Lichtes in der einen oder in der anderen Ebene stattfänden, zeigt sich jetzt, daß sie in beiden stattfinden, und zwar in der einen elektrodynamische, in der anderen elektromagnetische. Licht, strahlende Wärme und Elektrizität unterscheiden sich nur durch die Schwingungszahlen, die beim Licht nach Billionen, bei der Elektrizität nach Millionen zählen. Angenommen, man wäre imstande, durch Vervollkommnung der Hertzschen und Teslaschen Versuche die Schwingungen der Funkenentladungen derart zu vermehren, daß Billionen auf die Sekunde kämen, so würde man direkt die Erscheinungen der strahlenden Wärme und des Lichtes erhalten, d. h. die Hertzschen Wellen würden Wärme- und Lichtempfindungen hervorrufen. Ob dies jemals zu erreichen sein wird, bleibe dahingestellt. Ebenso soll auf die verschiedenen Äthertheorien, die mit diesen Ergebnissen zusammenhängen, nicht eingegangen werden. Wohl aber soll der Versuch gemacht werden, über gewisse Geschwindigkeitsverhältnisse aufzuklären.

274) Hilfsbetrachtung aus der Mechanik. Bei der Kreisbewegung mit konstanter Geschwindigkeit sind Centrifugal- und Centripetalkraft gleich $\frac{4mr\pi^2}{t^2}$, die Beschleunigung beider ist $g = \frac{4r\pi^2}{t^2}$, also die Umlaufzeit $t = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$. Ist für eine zweite Kreisbewegung $t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1}{g_1}}$, so stimmen beide Zeiten überein, wenn $\frac{r}{g} = \frac{r_1}{g_1}$ ist, d. h. wenn die Radien sich verhalten wie die Beschleunigungen, oder auch wie die Centrifugalkräfte.

Projiziert man eine solche Bewegung auf einen Durchmesser des Kreises, so erhält man bekanntlich die Sinusversusbewegung. Dabei wird zugleich die Centrifugalkraft auf den Durchmesser projiziert, was für die Lage α des Radius die Komponente $p \cos \alpha$ giebt. Nur diese ist auf die Bewegung von Einfluß, nicht aber die andere Komponente $p \sin \alpha$. Die Geschwindigkeit in jedem Punkte wird

$$v = c \sin \alpha = \frac{2r\pi}{t} \sin \alpha = \frac{2r\pi}{2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}} \sin \alpha = \sin \alpha \sqrt{\frac{g}{r}},$$

die Beschleunigung wird $g \cdot \cos \alpha$, sie ist also ebenso, wie die Kraft, proportional dem Abstände vom Mittelpunkte. Ist also g die Beschleunigung im Abstände r , so ist die Dauer für den Hin- und Rückgang $t = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$. Dies gilt von jeder Schwingungsbewegung. Ist für zwei solche $\frac{r}{g} = \frac{r_1}{g_1} = c$, oder wenn jetzt die Entfernung von M mit x bezeichnet wird, ist für beide $\frac{x}{g} = \frac{x_1}{g_1} = c$, so sind die Schwingungen von gleicher Zeitdauer (Isochronismus). Es kommt also bei regelmäßiger Zunahme der Beschleunigung g , die gleich $\frac{x}{c}$ gesetzt werden kann, nicht auf die Größe des Ausschlags an, die Zeitdauer ist stets

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{\left(\frac{x}{c}\right)}} = 2\pi \sqrt{c}.$$

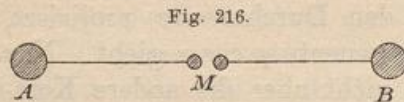
Man vergleiche den Isochronismus kleiner Pendelschwingungen, der Schwingungen elastischer Lamellen, die Longitudinalschwingungen von Spiralfedern.

Auch in Nr. 32 war ein solches Beispiel behandelt worden. In jeder Entfernung x handelte es sich dort um eine Beschleunigung $\frac{g}{r}x$, die für $x = r$ auf $g = 9,81$ anwuchs; deshalb mußte dort die Schwingungsdauer werden $t = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}} = \sqrt{\frac{860 \cdot 7500}{9,81}}$. Dies ist das Vierfache

von dem für die Zeit bis zum Erreichen des Mittelpunktes geltenden Werte, der dort richtig angegeben ist. Man kann hinzufügen, daß im dortigen Schachte jede Schwingungsbewegung, auch bei kleinstem Ausschlage, dieselbe Dauer t hat.

Das Resultat gilt nicht nur für Kräfte und Beschleunigungen von Bewegungen, sondern von Änderungen aller möglichen Größen, sobald nur während des Vorgangs die Beschleunigung stets proportional dem erreichten Werte der betreffenden Größe ist. Ist x der Momentanwert der Größe und die Beschleunigung $g = \frac{x}{c}$,

$$\text{so ist } t = 2\pi \sqrt{c} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}}.$$



275) Anwendung auf die Periode der elektrischen Schwingungen bei den Hertz'schen Versuchen. Bei M befindet sich die Funkenstrecke eines Ruhmkorff'schen Apparates. A und B seien angeschraubte Kugeln, in denen sich, wie oben beschrieben, die bei jeder

Funkenentladung zwischen A und B oszillierende Elektrizität staut. Wie groß ist die Zeitdauer der Schwingung? (Der Vorgang ist eine Angelegenheit der Selbstinduktion.)

In der Elektrostatik war $C = \frac{M}{V}$, d. h. Kapazität gleich Elektrizitätsmenge für die Änderung des Potentials um eine Potentialeinheit, also ist $M = C \cdot V$, folglich $\frac{M}{t} = C \cdot \frac{V}{t}$. Hier soll $\frac{M}{t}$ die in der Zeit 1 überströmende Menge, also $\frac{V}{t}$ den Zuwachs an Potential für die Sekunde bedeuten, so daß man besser schreiben kann $J_1 - J = C \frac{V_1 - V}{t_1 - t}$, d. h. Intensitätsunterschied gleich Kapazität $\cdot \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Zeitdifferenz}}$, wofür man auch $J_1 - J = C \cdot v$ schreiben kann, wenn v den Bruch und damit die Geschwindigkeit der Potentialänderung für einen gegebenen Moment bedeutet. (Vgl. Nr. 267 und 268.) Nun war nach Nr. 268

$$E = L \frac{J_1 - J}{t_1 - t},$$

d. h. die elektromotorische Kraft gleich dem Koeffizienten der Selbstinduktion multipliziert mit der Geschwindigkeit der Intensitätsänderung (L ist die Konstante für das System AB). Da aber $J_1 - J = C(v_1 - v)$ ist, so folgt

$$E = L \frac{J_1 - J}{t_1 - t} = CL \frac{v_1 - v}{t_1 - t} = CLg.$$

Hier bedeutet g die Geschwindigkeit der Geschwindigkeitsänderung von V , d. h. die Beschleunigung der Potentialänderung, und diese Beschleunigung ist nun

$$g = \frac{E}{CL},$$

oder, wenn man die veränderliche Größe E mit x bezeichnet,

$$g = \frac{x}{CL} = \kappa x.$$

Nimmt man nun an, das Hin- und Herpendeln der Elektrizität geschehe nach dem Gesetz der im vorigen Abschnitt betrachteten Sinusversusbewegung, was man nach den Analogien mechanischer Art annehmen darf, so folgt nach vorigem Abschnitt, ganz unabhängig davon, welche Ausschlagsgröße $E = x$ erreicht, als Schwingungsdauer

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{x}{\left(\frac{x}{CL}\right)}} = 2\pi \sqrt{CL}.$$

Folglich: Die Schwingungsdauer ist proportional der Quadratwurzel aus dem Produkte der Konstanten L der

Selbstinduktion für das System AB und der Kapazität desselben.

Die Zahl der Schwingungen ist

$$n = \frac{1}{t} = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}.$$

Ist also $2l = 2AB$ die Länge des Hin- und Hergangs, so ist die Geschwindigkeit der Elektrizitätsbewegung in dem betrachteten System im Mittel

$$v = \frac{2nl}{t} = \frac{nl}{\pi\sqrt{CL}}.$$

Sind demnach zwei von den Größen v , C , L bekannt, so kann man die dritte berechnen.

276) **Bemerkungen.** Mit diesem Einblick in die Schwingungsverhältnisse soll dieser Abschnitt beschlossen werden. Angedeutet mag werden, daß eine Formel für die Geschwindigkeit der Elektrizität im Raume existiert, die der Schlüsformel ganz analog und vielleicht auch der elementaren Behandlung zugänglich ist. Die Geschwindigkeit ist umgekehrt proportional dem Ausdrucke $\sqrt{\kappa\mu}$, wo κ das spezifische Induktionsvermögen, μ der Peremabilitätskoeffizient im Dielektrikum ist.

Die Größen κ und μ hängen ebenso wie v innig mit dem absoluten Maßsystem zusammen. Nach elektromagnetischem Maß gemessen ist $\mu = 1$, elektrostatisch gemessen ist $\kappa = 1$. Mißt man dagegen κ elektromagnetisch, so ist $\kappa_1 = \frac{1}{v_2}$. Hier bedeutet v das Verhältnis der Einheiten der Elektrizitätsmenge in den beiden genannten Maßsystemen (vgl. Anhang) also $v = 3,004 \cdot 10^{10}$ im C. G. S.-System. Diese Zahl ist nach Cornu sehr genau gleich der Geschwindigkeit des Lichtes im luftleeren Raume (vgl. Anhang). Will man dieses Resultat als Beobachtungsergebnis gelten lassen, so würde auch dieser Punkt erledigt sein. Die Theorie soll aber alles aus den Grundhypothesen rechnend ableiten. So giebt z. B. Poincaré im Anschluß an Neumann für L die Formel $L = 2l \left(\lg \frac{4l}{d} - 1 \right)$, wo l die Länge, d die Dicke des Drahtes im System AB bedeutet. Vorgeschrittene Leser finden die mathematischen Ableitungen bei Poincaré: Elektrizität und Optik. Auch Wüllner verzichtet auf die theoretische Ableitung und verweist auf die genannte Schrift.

Nach den Hertz'schen Erfolgen bedarf die Kinematik der Äthertheilchen, auf welche die Elektrizitätslehre mathematisch gegründet werden soll, einer vollständig neuen und durchgreifenden Bearbeitung, durch welche z. B. auch die Neumann'schen Bedenken beseitigt werden. Kaum zu bestreiten ist der große Erfolg der Faradayschen An-

sichten über das Dielektrikum und der Maxwellschen Begründung derselben. Zunächst ist durch Hertz nachgewiesen, was Faraday vermutete, daß die früher als Leiter betrachteten Stoffe eigentlich Nichtleiter der elektrischen Schwingungszustände sind, denn diese Schwingungen werden von Metallen reflektiert, wie die Lichtschwingungen von einem Spiegel, während die Dielektrika sie durchlassen, brechen u. s. w. Demnach bedarf auch die elektrostatische Polarisation, die in Nr. 59 und 129 besprochen wurde, jetzt noch einer endgültigen Korrektur. Dort wurde eine elektrische Belegung auf den Konduktoren angenommen, die polarisierend auf das Dielektrikum einwirkte. Die betreffenden Zeichnungen sind nach Hertz bzw. Maxwell dahin abzuändern, daß wenn auf *A* eine positive Belegung angenommen war, diese nicht dort, sondern auf den benachbarten Molekülen des Dielektrikums sich befindet. Jetzt wird sich dieser Auffassungsweise, die dort noch nicht berücksichtigt war, kein Zweifel mehr entgegenstellen.

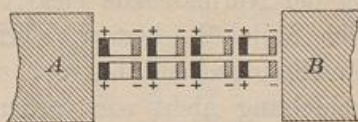
Blickt man nun noch einmal auf die kinetische Betrachtungsweise des elektrischen Feldes zurück, so wird man bemerken, daß dort der Kraftbegriff kaum noch eine Rolle spielt, daß dagegen Verkoppelungen der Äthermoleküle untereinander die Übertragung der Bewegungen besorgen. Das Streben neuerer Forscher geht überhaupt dahin, den Kraftbegriff aus der Mechanik zu entfernen und nur noch Bewegungsvorgänge zu beschreiben.

Auch Kirchhoff schreibt in der Vorrede zu seiner Mechanik: „... Aus diesem Grunde stelle ich es als die Aufgabe der Mechanik hin, die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen zu beschreiben, und zwar vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben. Ich will damit sagen, daß es sich nur darum handeln soll, anzugeben, welches die Erscheinungen sind, die stattfinden, nicht aber darum, die Ursachen zu ermitteln.“

Bekanntlich hat Hertz den Versuch gemacht, in dieser Hinsicht die letzten Konsequenzen zu ziehen. Nach dem frühen Tode des genialen Forschers hat Helmholtz dessen Ideen herausgegeben. Damit ist an die Mathematiker und Physiker nicht nur die Aufforderung ergangen, das gesamte Gebiet ihres Faches auf neue Grundlagen zu stellen, sondern zugleich auch der Weg angedeutet, wie etwa die große Aufgabe zu lösen sei.

Das hier Gegebene kann nur als ein erster Einblick in die betreffenden Gebiete der Wissenschaft betrachtet werden, und mehr konnte bei der Anwendung rein elementarer Hilfsmittel kaum geboten werden.

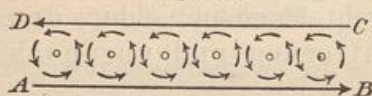
Fig. 217.



277) Die elektrische Strahlung im Äther. In der vorangegangenen Erörterung ist nicht hinreichend berücksichtigt worden, welchen Einfluß die elektrischen Verschiebungen auf die Moleküle ihrer Normalebene ausüben. Dies soll jetzt nachgeholt und damit die von Maxwell aufgestellte und von Helmholtz adoptierte Vorstellung über die Strahlung im Äther in ihrer reinen Gestalt klar gelegt werden.

Zwischen elektrischer und magnetischer Polarisation findet nach Maxwell volle Gegenseitigkeit statt. a) Die geradlinige elektrische Verschiebung bringt in der Normalebene magnetische Polarisation bei zirkularer Anordnung der Moleküle hervor. Ist die positive Elektrizität aus der Zeichnungsebene in der Richtung auf den Betrachter hin heraustrgetreten, so giebt die Achsenlage SN jedes Molekularmagnets die Richtung an, die der Drehung des Uhrzeigers entgegengesetzt ist. b) Die geradlinige magnetische Verschiebung bringt ganz ebenso in der Normalebene elektrische Polarisation bei zirkularer Anordnung der Moleküle hervor. Tritt jedoch der Nordmagnetismus aus der Zeichnungsebene hervor, so geschieht die elektrische Drehungsverschiebung nicht wie vorher, der Uhrzeigerbewegung entgegengesetzt, sondern im Sinne derselben. Dieser Gegensatz entspricht dem von Wirkung und Gegenwirkung. c) Eine geradlinige Reihe zirkularer

Fig. 218.



Polarisationen, mögen diese magnetischer, oder elektrischer Art sein, wirken so, wie zwei geradlinige Verschiebungen, die parallel zur Reihe in derselben Ebene stattfinden. Es ist dabei anzunehmen, daß im Zwischenraum zwischen je zwei Kreisen die entgegengesetzten Drehungsverschiebungen einander aufheben, daß jedoch an den beiden Außenrändern, wo die Richtungen übereinstimmen, eine einheitliche Verschiebung stattfindet, gegen die alles andere vernachlässigt werden kann. (Vgl. Fig. 218.)

Giebt man zu, daß diese drei Annahmen berechtigt und naturgemäß sind und daß sie im Einklang stehen mit den früheren Untersuchungen, so ergibt sich das im folgenden dargestellte in ganz zwangsloser Weise.

In größerer Entfernung von dem die Strahlung veranlassenden Erreger kann man ein kleines Stück der Fläche, bis zu welcher der Vorgang fortgeschritten ist, als eben betrachten, möge sie selbst cylindrisch, kugelförmig oder sonst wie beschaffen sein. Diese Fläche sei die senkrechte Schnittfläche KLM des im Ätherraume befindlichen Würfels (Fig. 219). AB , A_1B_1 , A_2B_2 seien senkrechte elektrische Verschiebungen in dieser Fläche, die in der oberen Horizontalfläche des Würfels und in jeder Parallelebene der letzteren die angedeuteten magnetischen Polarisationen herbeiführen, die durch horizontale Kreise dargestellt werden.

Nach der Annahme c) entstehen in jeder Horizontalschicht magnetische Verschiebungen CD , C_1D_1 , C_2D_2 nach rechts gerichtet und ebensolche EF , E_1F_1 , E_2F_2 nach links gerichtet. Durch diese magnetischen Verschiebungen aber entstehen elektrische Zirkularpolarisationen, die durch senkrecht stehende Kreise angedeutet sind.

An der Vorderfläche des Würfels geben diese außen eine elektrische Verschiebung nach oben, innen eine elektrische Verschiebung nach unten. An der Hinterfläche findet entsprechendes statt. Die beiden zu zeichnenden inneren Verschiebungen heben die ursprünglichen Verschiebungen AB u. s. w. auf, so daß nur die gleich gerichteten äußeren elektrischen Verschiebungen bestehen bleiben.

Die neuen Verschiebungen veranlassen magnetische Polarisationen, die zu je zwei magnetischen Pfeilen Anlaß geben, von denen je einer bestehen bleibt, während der andere einen der Pfeile CD bzw. EF vernichtet. Also:

Die Gruppe AB der senkrechten elektrischen Verschiebungen ruft zwei Gruppen horizontaler magnetischer Verschiebungen CD und EF hervor. Diese rufen senkrechte elektrische Verschiebungen hervor, durch welche die erstgenannten aufgehoben werden, während vorn und hinten eine Gruppe gleich gerichteter neu entsteht. Jede von diesen wirkt nach vorn und hinten ebenso, wie die ursprüngliche Gruppe AB , hebt die magnetischen Horizontalverschiebungen CD und EF auf und setzt neue an ihre Stelle.

So findet abwechselnd, sowohl in der Richtung nach vorn und nach hinten, senkrechte elektrische und horizontale magnetische Verschiebung statt.

Auf dieser Grundvorstellung sind die Maxwell'schen Hauptgleichungen aufzubauen, an deren Studium der Leser an der Hand von Maxwell-Weinstein, Helmholtz (Vorlesungen Bd. V) oder Tumlirz (Elektromagnetische Theorie des Lichtes, erschienen bei B. G. Teubner) nun gehen mag. Hier genüge es, ein Bild der elektrischen und magnetischen Schwingungen bzw. Verschiebungen innerhalb des Ätherraums zu geben, die, je nach ihrer Geschwindigkeit, den Eindruck von Licht-, Wärme- oder Elektrizitätsschwingungen machen.

Fig. 219.

