Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

250) Das magnetische Feld eines Stromes

wo $\varkappa$ eine Konstante ist. Die Kurven gleicher Intensität fallen mit den Kraftlinien zusammen, was bei dem Problem mehrerer Ströme nicht mehr der Fall sein wird. Die Gleichungen der Kraftlinien werden im Einklang mit dem früher behandelten Probleme (Nr. 112) in der Form

$$2)\qquad \varkappa J \lg r = c \quad \text{oder} \quad r = e^{\frac{c}{KJ}}$$

geschrieben, damit einer arithmetischen Reihe von Werten für c eine geometrische der Radien entspreche, wie es von der quadratischen Einteilung der Ebene verlangt wird.

Die Niveaulinien des Potentials erhalten die Gleichung

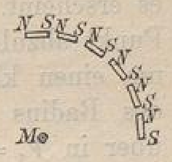
$$3)\qquad \varkappa J \vartheta = c \pm 2 n \pi \varkappa J \quad \text{oder} \quad \vartheta = \frac{c}{\varkappa J} \pm 2 n \pi,$$

denn der Wert von ϑ mufs bei einer Umdrehung um $2 n \pi$ zu- oder abnehmen. Abgesehen von der Konstanten $\varkappa$ ist das Potential $V = J\vartheta \pm 2 n \pi J$ zu setzen.

Setzt man $\varkappa J = 1$, so hat man einfacher die drei Gleichungen $p = \frac{1}{r}$, $\lg r = c$ oder $r = e^c$, $\vartheta = c \pm 2 n \pi$, was den früheren entspricht, nur mit dem Unterschiede, dafs die Vertauschung der Kraft- und Niveaulinien vor sich gegangen ist.

250) Das magnetische Feld eines Stromes. Auch durch den elektrischen Strom wird das Feld des Dielektrikums in den Zwangszustand einer Polarisation versetzt und zwar ist diese eine magnetische. Denkt man sich das Feld als aus lauter Elementarmagneten bestehend, so richten sich diese im Sinne der Fig. 186 bei nach vorn gehendem Strome so ein, wie es dort dargestellt ist. Es entstehen also auch hier Zugspannungen in den Kraftlinien und Abstofsungen senkrecht dagegen. Diese Vorstellungsweise ist aber nur eine vorläufige und bedarf später der Verfeinerung.

Fig. 186.



Die Feldstärke ist nach obigem durch $F = p = \varkappa J \frac{1}{r}$ gegeben. Diese Polarisationswirkung des Stromes könnte man als die magnetomotorische bezeichnen. Angenommen, man könnte einen isolierten Nordpol in das Feld bringen, so würde dieser der vorhandenen Potentialdifferenzen wegen unaufhörlich um den Strom rotieren. Dies wird durch den dabei stets vorhandenen Südmagnetismus verhindert. Gelingt es jedoch, Apparate herzustellen, bei denen der Strom auf den Nord- und Südpol in demselben Sinne ablenkend wirkt, so kann man Drehungen erzielen, die dann eine ponderomotorische Wirkung des Stromes ergeben. Solche Apparate sind durch Faraday und

Ampère in verschiedenen Formen konstruiert worden. In allen Lehrbüchern der Physik werden sie ausführlich beschrieben, was hier nicht geschehen soll. Dasselbe gilt von solchen Vorrichtungen, bei denen der Stromleiter um den Magnet kreist.

Ist die Polstärke der gedrehten Magnete gleich m, und ist die Entfernung vom Drahte gleich r, so wirkt auf jeden Pol die Kraft

$$4)\qquad Fm = \varkappa J \frac{m}{r},$$

für die nach der Gefällformel

$$F = p = \frac{V_1 - V}{w} = \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{kleiner Weg in der Kraftlinie}}$$

auch geschrieben werden kann

$$5)\qquad Fm = \varkappa m \frac{J(\vartheta_1 - \vartheta)}{w}.$$

Der Übergang von Gleichung 4) zu 5) kann jedoch, wie sofort gezeigt wird, auch selbständig geschehen.

251) Vergleich des Stromes mit einem magnetischen Blatte. In Nr. 245 war gezeigt, dafs ein einseitiges, begrenztes, magnetisches Doppelblatt dasselbe Feld hat, wie der hier behandelte Strom. Dort hatte sich ergeben $V = 2\,\Phi\,(\pi - \psi)$, wenn die Winkel in Bogengröfsen am Einheitskreis gemessen wurden. Hier war $\Phi = d \cdot \delta$, wo d die Dicke des Blattes, δ die Dichte der magnetischen Belegung war, $\pi - \psi$ dagegen der Winkel bezw. Bogen, unter dem es erscheint. Um aus dem Potential die Feldstärke für irgend einen Punkt abzuleiten, bewege man diesen auf der kreisförmigen Kraftlinie um einen kleinen Bogen $w = r\gamma$, wo γ die kleine Winkeländerung des Radius bedeutet. Dabei geht das Potential $V = 2\,\Phi\,(\pi - \psi)$ über in $V_1 = 2\,\Phi\,(\pi - \psi - \gamma)$, so dafs die Potentialdifferenz

$$V - V_1 = 2\,\Phi\,[(\pi - \psi) - (\pi - \psi - \gamma)] = 2\,\Phi\gamma$$

wird. Die Feldstärke ergiebt sich demnach als

$$\frac{V - V_1}{w} = \frac{2\,\Phi\gamma}{r\gamma} = \frac{2\,\Phi}{r}.$$

Soll nun das Blatt mit dem Strome dieselbe Feldstärke haben, so hat man zu setzen

$$\frac{2\,\Phi}{r} = \frac{\varkappa J}{r},$$

d. h. es mufs sein

$$\Phi = \frac{\varkappa J}{2}, \quad \text{oder} \quad d\delta = \frac{\varkappa J}{2}.$$