Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

274) Hilfsbetrachtung aus der Mechanik

Ist nun das Licht, wie seit Maxwell angenommen wird, eine elektrische Erscheinung, so müssen dabei sowohl die elektromagnetischen, als auch die elektrodynamischen Schwingungen stattfinden. Ist z. B. Licht polarisiert, so finden sowohl in der Polarisationsebene, als auch in der senkrecht dagegen stehenden, Schwingungen statt. Denn angenommen, die einen wären nicht vorhanden, so würden sie auf der Stelle durch die anderen induziert werden. Während also bisher zwei Schulen, die Neumannsche und die Fresnelsche, sich darüber stritten, ob die Schwingungen des polarisierten Lichtes in der einen oder in der anderen Ebene stattfänden, zeigt sich jetzt, daſs sie in beiden stattfinden, und zwar in der einen elektrodynamische, in der anderen elektromagnetische. Licht, strahlende Wärme und Elektrizität unterscheiden sich nur durch die Schwingungszahlen, die beim Licht nach Billionen, bei der Elektrizität nach Millionen zählen. Angenommen, man wäre imstande, durch Vervollkommnung der Hertzschen und Teslaschen Versuche die Schwingungen der Funkenentladungen derart zu vermehren, daſs Billionen auf die Sekunde kämen, so würde man direkt die Erscheinungen der strahlenden Wärme und des Lichtes erhalten, d. h. die Hertzschen Wellen würden Wärme- und Lichtempfindungen hervorrufen. Ob dies jemals zu erreichen sein wird, bleibe dahingestellt. Ebenso soll auf die verschiedenen Äthertheorien, die mit diesen Ergebnissen zusammenhängen, nicht eingegangen werden. Wohl aber soll der Versuch gemacht werden, über gewisse Geschwindigkeitsverhältnisse aufzuklären.

274) Hilfsbetrachtung aus der Mechanik. Bei der Kreisbewegung mit konstanter Geschwindigkeit sind Centrifugal- und Centripetalkraft gleich $\frac{4 m r \pi^2}{t^2}$, die Beschleunigung beider ist $g = \frac{4 r \pi^2}{t^2}$, also die Umlaufszeit $t = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$. Ist für eine zweite Kreisbewegung $t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r_1}{g_1}}$, so stimmen beide Zeiten überein, wenn $\frac{r}{g} = \frac{r_1}{g_1}$ ist, d. h. wenn die Radien sich verhalten wie die Beschleunigungen, oder auch wie die Centrifugalkräfte.

Projiziert man eine solche Bewegung auf einen Durchmesser des Kreises, so erhält man bekanntlich die Sinusversusbewegung. Dabei wird zugleich die Centrifugalkraft auf den Durchmesser projiziert, was für die Lage α des Radius die Komponente $p \cos \alpha$ giebt. Nur diese ist auf die Bewegung von Einfluſs, nicht aber die andere Komponente $p \sin \alpha$. Die Geschwindigkeit in jedem Punkte wird

$$v = c \sin \alpha = \frac{2 r \pi}{t} \sin \alpha = \frac{2 r \pi}{2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}} \sin \alpha = \sin \alpha \sqrt{\frac{g}{r}},$$

die Beschleunigung wird $g \cdot \cos \alpha$, sie ist also ebenso, wie die Kraft, proportional dem Abstande vom Mittelpunkte. Ist also g die Beschleunigung im Abstande r, so ist die Dauer für den Hin- und Rückgang $t = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$. Dies gilt von jeder Schwingungsbewegung. Ist für zwei solche $\frac{r}{g} = \frac{r_1}{g_1} = c$, oder wenn jetzt die Entfernung von M mit x bezeichnet wird, ist für beide $\frac{x}{g} = \frac{x_1}{g_1} = c$, so sind die Schwingungen von gleicher Zeitdauer (Isochronismus). Es kommt also bei regelmäfsiger Zunahme der Beschleunigung g, die gleich $\frac{x}{c}$ gesetzt werden kann, nicht auf die Gröfse des Ausschlags an, die Zeitdauer ist stets

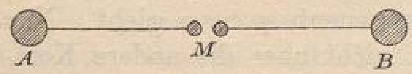
$$t = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{\left(\frac{x}{c}\right)}} = 2\pi\sqrt{c}.$$

Man vergleiche den Isochronismus kleiner Pendelschwingungen, der Schwingungen elastischer Lamellen, die Longitudinalschwingungen von Spiralfedern.

Auch in Nr. 32 war ein solches Beispiel behandelt worden. In jeder Entfernung x handelte es sich dort um eine Beschleunigung $\frac{g}{r}x$, die für $x = r$ auf $g = 9{,}81$ anwuchs; deshalb mufste dort die Schwingungsdauer werden $t = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}} = \sqrt{\frac{860 \cdot 7500}{9{,}81}}$. Dies ist das Vierfache von dem für die Zeit bis zum Erreichen des Mittelpunktes geltenden Werte, der dort richtig angegeben ist. Man kann hinzufügen, dafs im dortigen Schachte jede Schwingungsbewegung, auch bei kleinstem Ausschlage, dieselbe Dauer t hat.

Das Resultat gilt nicht nur für Kräfte und Beschleunigungen von Bewegungen, sondern von Änderungen aller möglichen Gröfsen, **sobald nur während des Vorgangs die Beschleunigung stets proportional dem erreichten Werte der betreffenden Gröfse ist.** Ist x der Momentanwert der Gröfse und die Beschleunigung $g = \frac{x}{c}$, so ist $t = 2\pi\sqrt{c} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$.

Fig. 216.



275) **Anwendung auf die Periode der elektrischen Schwingungen bei den Hertzschen Versuchen.** Bei M befinde sich die Funkenstrecke eines **Ruhmkorffschen** Apparates. A und B seien angeschraubte Kugeln, in denen sich, wie oben beschrieben, die bei jeder