UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

275) Zeitdauer der Hertzschen Schwingungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Visual Library

die Beschleunigung wird $g \cdot \cos\alpha$, sie ist also ebenso, wie die Kraft, proportional dem Abstande vom Mittelpunkte. Ist also g die Beschleunigung im Abstande r, so ist die Dauer für den Hin- und Rückgang $t = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$. Dies gilt von jeder Schwingungsbewegung. Ist für zwei solche $\frac{r}{g} = \frac{r_1}{g_1} = c$, oder wenn jetzt die Entfernung von M mit x bezeichnet wird, ist für beide $\frac{x}{g} = \frac{x_1}{g_1} = c$, so sind die Schwingungen von gleicher Zeitdauer (Isochronismus). Es kommt also bei regelmäfsiger Zunahme der Beschleunigung g, die gleich $\frac{x}{c}$ gesetzt werden kann, nicht auf die Gröfse des Ausschlags an, die Zeitdauer ist stets

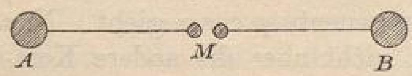
$$t = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{\left(\frac{x}{c}\right)}} = 2\pi\sqrt{c}.$$

Man vergleiche den Isochronismus kleiner Pendelschwingungen, der Schwingungen elastischer Lamellen, die Longitudinalschwingungen von Spiralfedern.

Auch in Nr. 32 war ein solches Beispiel behandelt worden. In jeder Entfernung x handelte es sich dort um eine Beschleunigung $\frac{g}{r}x$, die für $x = r$ auf $g = 9{,}81$ anwuchs; deshalb mufste dort die Schwingungsdauer werden $t = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}} = \sqrt{\frac{860 \cdot 7500}{9{,}81}}$. Dies ist das Vierfache von dem für die Zeit bis zum Erreichen des Mittelpunktes geltenden Werte, der dort richtig angegeben ist. Man kann hinzufügen, dafs im dortigen Schachte jede Schwingungsbewegung, auch bei kleinstem Ausschlage, dieselbe Dauer t hat.

Das Resultat gilt nicht nur für Kräfte und Beschleunigungen von Bewegungen, sondern von Änderungen aller möglichen Gröfsen, **sobald nur während des Vorgangs die Beschleunigung stets proportional dem erreichten Werte der betreffenden Gröfse ist.** Ist x der Momentanwert der Gröfse und die Beschleunigung $g = \frac{x}{c}$, so ist $t = 2\pi\sqrt{c} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$.

Fig. 216.



275) **Anwendung auf die Periode der elektrischen Schwingungen bei den Hertzschen Versuchen.** Bei M befinde sich die Funkenstrecke eines **Ruhmkorff**schen Apparates. A und B seien angeschraubte Kugeln, in denen sich, wie oben beschrieben, die bei jeder

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Funkenentladung zwischen A und B oszillierende Elektrizität staut. Wie grofs ist die Zeitdauer der Schwingung? (Der Vorgang ist eine Angelegenheit der Selbstinduktion.)

In der Elektrostatik war $C = \frac{M}{V}$, d. h. Kapazität gleich Elektrizitätsmenge für die Änderung des Potentials um eine Potentialeinheit, also ist $M = C \cdot V$, folglich $\frac{M}{t} = C \cdot \frac{V}{t}$. Hier soll $\frac{M}{t}$ die in der Zeit 1 überströmende Menge, also $\frac{V}{t}$ den Zuwachs an Potential für die Sekunde bedeuten, so dafs man besser schreiben kann $J_1 - J = C\frac{V_1 - V}{t_1 - t}$, d. h. Intensitätsunterschied gleich Kapazität $\cdot \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Zeitdifferenz}}$, wofür man auch $J_1 - J = C \cdot v$ schreiben kann, wenn v den Bruch und damit die Geschwindigkeit der Potentialänderung für einen gegebenen Moment bedeutet. (Vgl. Nr. 267 und 268.) Nun war nach Nr. 268

$$E = L\frac{J_1 - J}{t_1 - t},$$

d. h. die elektromotorische Kraft gleich dem Koeffizienten der Selbstinduktion multipliziert mit der Geschwindigkeit der Intensitätsänderung (L ist die Konstante für das System AB). Da aber $J_1 - J = C(v_1 - v)$ ist, so folgt

$$E = L\frac{J_1 - J}{t_1 - t} = CL\frac{v_1 - v}{t_1 - t} = CLg.$$

Hier bedeutet g die Geschwindigkeit der Geschwindigkeitsänderung von V, d. h. die Beschleunigung der Potentialänderung, und diese Beschleunigung ist nun

$$g = \frac{E}{CL},$$

oder, wenn man die veränderliche Gröfse E mit x bezeichnet,

$$g = \frac{x}{CL} = \varkappa x.$$

Nimmt man nun an, das Hin- und Herpendeln der Elektrizität geschehe nach dem Gesetz der im vorigen Abschnitt betrachteten Sinusversusbewegung, was man nach den Analogien mechanischer Art annehmen darf, so folgt nach vorigem Abschnitt, ganz unabhängig davon, welche Ausschlagsgröfse $E = x$ erreicht, als Schwingungsdauer

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{x}{\left(\frac{x}{CL}\right)}} = 2\pi\sqrt{CL}.$$

Folglich: Die Schwingungsdauer ist proportional der Quadratwurzel aus dem Produkte der Konstanten L der

Selbstinduktion für das System AB und der Kapazität desselben.

Die Zahl der Schwingungen ist

$$n = \frac{1}{t} = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}.$$

Ist also $2l = 2AB$ die Länge des Hin- und Hergangs, so ist die Geschwindigkeit der Elektrizitätsbewegung in dem betrachteten System im Mittel

$$v = \frac{2nl}{t} = \frac{nl}{\pi\sqrt{CL}}.$$

Sind demnach zwei von den Gröfsen v, C, L bekannt, so kann man die dritte berechnen.

276) **Bemerkungen.** Mit diesem Einblick in die Schwingungsverhältnisse soll dieser Abschnitt beschlossen werden. Angedeutet mag werden, dafs eine Formel für die Geschwindigkeit der Elektrizität im Raume existiert, die der Schlufsformel ganz analog und vielleicht auch der elementaren Behandlung zugänglich ist. Die Geschwindigkeit ist umgekehrt proportional dem Ausdrucke $\sqrt{\varkappa\mu}$, wo $\varkappa$ das spezifische Induktionsvermögen, μ der Peremabilitätskoeffizient im Dielektrikum ist.

Die Gröfsen $\varkappa$ und μ hängen ebenso wie v innig mit dem absoluten Mafssystem zusammen. Nach elektromagnetischem Mafs gemessen ist $\mu = 1$, elektrostatisch gemessen ist $\varkappa = 1$. Mifst man dagegen $\varkappa$ elektromagnetisch, so ist $\varkappa_1 = \frac{1}{v_2}$. Hier bedeutet v das Verhältnis der Einheiten der Elektrizitätsmenge in den beiden genannten Mafssystemen (vgl. Anhang) also $v = 3{,}004 \cdot 10^{10}$ im C. G. S.-System. Diese Zahl ist nach Cornu sehr genau gleich der Geschwindigkeit des Lichtes im luftleeren Raume (vgl. Anhang). Will man dieses Resultat als Beobachtungsergebnis gelten lassen, so würde auch dieser Punkt erledigt sein. Die Theorie soll aber alles aus den Grundhypothesen rechnend ableiten. So giebt z. B. Poincaré im Anschlufs an Neumann für L die Formel $L = 2l\left({}^{e}\!\lg\frac{4l}{d} - 1\right)$, wo l die Länge, d die Dicke des Drahtes im System AB bedeutet. Vorgeschrittene Leser finden die mathematischen Ableitungen bei Poincaré: Elektrizität und Optik. Auch Wüllner verzichtet auf die theoretische Ableitung und verweist auf die genannte Schrift.

Nach den Hertzschen Erfolgen bedarf die Kinematik der Ätherteilchen, auf welche die Elektrizitätslehre mathematisch gegründet werden soll, einer vollständig neuen und durchgreifenden Bearbeitung, durch welche z. B. auch die Neumannschen Bedenken beseitigt werden. Kaum zu bestreiten ist der grofse Erfolg der Faradayschen An-

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN