Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

b) Wirbelbewegungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

beruhigen, allmählich tritt eine Art stationärer Zirkulation um die Scheidewand herum infolge der Beharrung ein. Diese ist zu untersuchen. Unter den angegebenen Voraussetzungen erfolgt sie so, wie die Figur sie beschreibt.

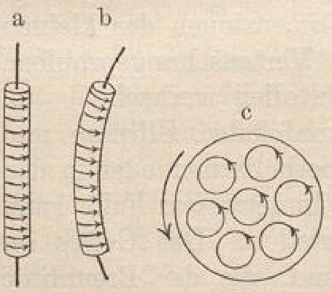
Entsprechendes findet bei anderen Problemen zweidimensionaler Art statt. Bei Mehrpunktproblemen bezw. ihren Vertauschungsproblemen kann man Einsätze entbehren, es ist aber für die Anschauung gut, sich Cylinder geringen Durchmessers an Stelle der Punkte zu denken, wobei das Zirkulieren der Flüssigkeit verständlicher wird. Man vgl. z. B. Fig. 125, 127, 129, 130. So lassen sich alle Strömungsnetze hydrodynamisch deuten.

Helmholtz ist es gewesen, dem es gelang, den Einfluſs von Wirbelbewegungen auf den umgebenden wirbellosen Wasserraum und die gegenseitigen Einwirkungen der Wirbel unter sich in den Grundzügen aufzuklären, indem er die betreffenden Bewegungsgleichungen integrierte. Da hier von höherer Analysis ganz abzusehen ist, müssen wir auf die Wiedergabe seiner Rechnungen verzichten. Das neu erschlossene Gebiet ist aber von derartigem Interesse, daſs der Versuch gemacht werden soll, mit Hilfe der von Helmholtz aufgedeckten elektromagnetischen Analogien die stattfindenden Bewegungen zu beschreiben, wobei nur Sätze benutzt werden sollen, die früher abgeleitet wurden. Leser, die der höheren Analysis mächtig sind, würden auf die „Gesammelten Abhandlungen" von Helmholtz, Bd. I, auf die „Mechanik" von Kirchhoff, auf Auerbachs „Theoretische Hydrodynamik" und auf die Inauguraldissertation von Gröbli über Wirbelfäden (Zürich bei Zürcher u. Fugger) zu verweisen sein.

b) Wirbelbewegungen.

279) Analogien zwischen einem Wirbelfaden und einem elektrischen Strome. Man denke sich in unbegrenzter Wassermasse einen geraden oder gekrümmten Cylinder, in dem sich eine groſse Anzahl wirbelnder Elementarcylinder befinden. (Fig. 220.) Fig. c stellt den Querschnitt eines solchen Komplexes dar, durch den man an die Ampèresche Darstellung magnetischer Molekularströme erinnert wird, die durch einen Solenoidstrom ersetzt werden können. Es wird sich zeigen, daſs, wenn alle Elementarcylinder in gleichem Sinne wirbeln, auch der Gesamtcylinder eine Drehung macht, die bei gleichmäſsiger Drehung der Elementarwirbel um den

Fig. 220.



Mittelpunkt vor sich geht, bei ungleichmäſsiger Drehung um den zu definierenden Schwerpunkt erfolgt. Ist der Querschnitt nicht kreisförmig, so hat er periodische Schwankungen durchzumachen u. s. w. Jeder Elementarwirbel wird als Wirbelfaden bezeichnet. Er besteht aus unzähligen Wirbellinien (parallel zu seiner Mittellinie). Die Randgeschwindigkeit seiner Wirbelbewegung an jeder Stelle wird als Geschwindigkeit des Wirbelfadens an dieser Stelle bezeichnet.

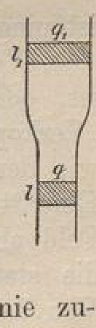
Das Produkt aus Randgeschwindigkeit und Querschnitt heiſst Intensität des Wirbelfadens.

Wir vergleichen den stationären elektrischen Strom im Drahte und seine elektromagnetisch polarisierte Umgebung mit dem Wirbelfaden im Wasser, die auf die nordmagnetische Einheit ausgeübte Kraftwirkung des ersteren mit der Geschwindigkeit, die der Wirbel einem in entsprechender Lage befindlichen Wasserteilchen giebt. Die Analogien, die von Helmholtz entdeckt sind, sollen beschrieben werden. Vorläufig kann man sich dabei den Wirbelfaden im allgemeinen als geradlinig denken.

a) Der stationäre elektrische Strom hat in allen Teilen des Drahtes dieselbe Intensität, d. h. durch den Querschnitt flieſst überall dieselbe Elektrizitätsmenge. Der Querschnitt darf dabei nirgends gleich Null werden, da sonst die hypothetische Flüssigkeit mit unendlicher Geschwindigkeit bezw. Dichte flieſsen müsste. Der Strom muſs also entweder geschlossen sein, oder sich beiderseits ins Unendliche ausdehnen. Analog:

Der Wirbelfaden hat in allen Teilen dieselbe Intensität $J = q\varkappa$, wo q den Querschnitt, $\varkappa$ die Randgeschwindigkeit der Wirbelbewegung bedeutet. Der Querschnitt darf nirgends gleich Null werden, da sonst unendlich groſse Randgeschwindigkeiten stattfinden würden. Der Wirbelfaden erstreckt sich also entweder ins Unbegrenzte, oder er läuft in sich selbst zurück, oder er endigt dort, wo die Flüssigkeit zu Ende ist.

Fig. 221.



Es ist also $q : q_1 = v_1 : v$. Fig. 221 gilt sowohl für gleiche Stromvolumina, als auch für gleiche Volumina eines Wirbelfadens. Bei gleichwertiger Einteilung ist $ql = q_1 l_1$, also $q : q_1 = l_1 : l$. Aus beiden Proportionen folgt $v_1 : v = l_1 : l$. Also:

Die Wirbelgeschwindigkeit am Rande ist umgekehrt proportional dem Querschnitt und direkt proportional den Längen gleicher Volumina des Wirbelfadens.

b) Der stationäre Strom giebt zwar der Verbindungslinie zusammengehöriger Magnetpole eine Richtung, aber er ruft im Dielektrikum keine Ströme hervor. Nur wenn aufser ihm noch Stromleiter oder Ströme vorhanden sind, tritt besonderes ein. Analog:

Ein Wirbelfaden ruft in der wirbellosen Umgebung keine Wirbelbewegungen hervor. Nur wenn noch andere Wirbelfäden vorhanden sind, tritt besonderes ein. Folglich:

Der Wirbelfaden nimmt kein einziges der nicht wirbelnden Moleküle seiner Umgebung in sich auf.

Darf man von der Reibung absehen, so behält er, wie ein stationärer Strom, in allen Teilen dieselbe Energie. Folglich:

Der Wirbelfaden besteht stets aus denselben Wasserteilchen, behält also auch (der Inkompressibilität wegen) stets dasselbe Volumen. Läfst man ihn dünner und dünner werden, so wird er zur Wirbellinie, von der nun konsequenterweise dasselbe gilt.

c) Bewegung des Stromleiters ändert die Intensität und Energie des Stromes nicht, sobald nicht andere Stromleiter in der Nähe sind. Folglich:

Fortschreitende Bewegung eines Wirbels ändert seine Intensität und Energie nicht, sobald nicht andere Wirbel in der Nähe sind.

d) Nach Nr. 248 bezw. Nr. 257 bewegt ein geradliniger Leiter von der Intensität J_1 die Einheit des Nordpols senkrecht gegen die durch Pol und Leiter bestimmte Ebene mit der Kraft

$$p = \frac{\varkappa J_1}{\varrho} = \frac{2\varkappa_1 J_1}{\varrho}.$$

Analog:

Ein gerader Wirbelfaden von der Intensität J giebt jedem Wasserteilchen in der Entfernung ϱ eine Geschwindigkeit $v = \frac{J}{\pi\varrho}$ senkrecht gegen die durch Faden und Wasserteilchen bestimmte Ebene und zwar im Sinne der Wirbeldrehung. (Man setzt $\frac{J}{\pi}$ an Stelle von $2\varkappa_1 J_1$.) Die Geschwindigkeit ist umgekehrt proportional ϱ.

Wodurch dies geschieht, ob durch Reibung, was wahrscheinlich ist, oder durch irgend eine von Hertz und anderen angenommene „Verkoppelung der Moleküle“, das sei dahin gestellt. So gut aber, wie der elektrische Strom vom Momente des Entstehens an bis zum Eintritt des stationären Zustandes Energie an das ihn umgebende Feld abgeben mufs, so hat auch der Wirbel Energie abzugeben, bis die stationäre Bewegung der Teilchen des Feldes herbeigeführt ist. Von da ab bleibt seine Energie konstant. Die in Bewegung gesetzten Wasserteilchen drehen sich um die Querschnittsachse des Fadens, aber nicht um die eigne Achse, so dafs man nur von fortschreitender Bewegung zu reden braucht.

e) Das Stromteilchen $AB = l$ übt nach Figur 198 und der zugehörigen Erläuterung auf die in der Entfernung s von ihm in der Entfernung $\varrho = s \sin\alpha$ vom Faden befindliche nordmagnetische Einheit die ablenkende Kraft

$$p = \frac{2\varkappa_1 J F_2}{s^3} = \frac{\varkappa_1 J_1 l \sin\alpha}{s^2}$$

aus, wo F_2 die vom Teilchen und dem Stromelemente l gebildete Dreiecksfläche ist. Setzt man auch hier $\frac{J}{\pi}$ an Stelle von $2\varkappa_1 J_1$, so gilt analog:

Jedes Teilchen des Wirbelfadens vom Volumen ql und der Wirbelgeschwindigkeit $\varkappa$, also von der Intensität $q\varkappa = J$, giebt jedem Wasserteilchen, welches von ihm die Entfernung s, von der Drehachse die Entfernung $\varrho = s \sin\alpha$ hat, die Geschwindigkeit

$$v = \frac{Jl \sin\alpha}{\pi s^2} = \frac{q\varkappa l \sin\alpha}{\pi s^2} = \frac{q\varkappa F}{\pi s^3},$$

wo F dieselbe Bedeutung, wie vorher hat. Das Drehungsbestreben führt also nach Erreichung des stationären Zustandes zu einer Geschwindigkeit, die direkt proportional dem Ausdrucke $q\varkappa l \sin\alpha$ und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstands s ist.

Genauere Vorstellungen von einem Wirbelfaden werden sich aus dem Folgenden ergeben.

280) Zwei und mehrere Elementarfäden.

a) Befinden sich im Wasserraum zwei oder mehrere Wirbelfäden von gleichen Intensitäten und übereinstimmendem Drehungssinn, so ist A bestrebt dem Wirbel B und seiner Umgebung die fortschreitende Geschwindigkeit $v_b = \frac{J}{\pi\varrho}$ zu geben. B wirkt in demselben Sinne auf A ein. Es resultiert für beide Wirbelfäden eine Drehung um den Halbierungspunkt S der Strecke AB. Denkt man sich die Intensitäten der Wirbel A und B dort als Massen angebracht, so ist S der Schwerpunkt. Beide Wirbel wirken auf die Gerade AB so drehend ein, als ob jeder ein Kräftepaar wäre. (Vgl. das Aufsetzen zweier Kreisel in die Vertiefungen A und B eines

Fig. 222.

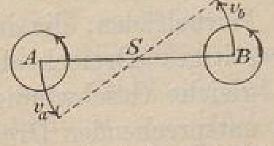
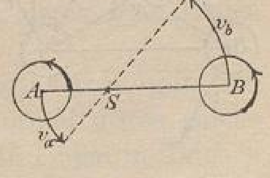


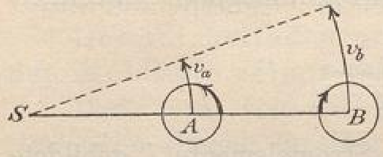
Fig. 223.



um S drehbaren Balkens, wobei eine Drehung des letzteren entsteht. Schmidtsche Kreisel-Versuche.)

b) Verhalten sich die Intensitäten der beiden Wirbel wie $2:1$, so teilt der Drehungspunkt S die Linie ebenso, wie die Massen 2 und 1 in A bezw. B, denn $\frac{J_a}{\pi\varrho} : \frac{J_b}{\pi\varrho} = 2:1$. (Fig. 223.)

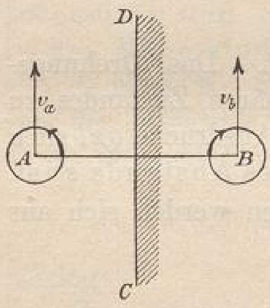
Fig. 224.



c) Drehen die Wirbel entgegengesetzt, so ist es ähnlich, wie bei entgegengesetzten Kräften (bezw. Massen). Der Schwerpunkt fällt aufserhalb. Auch jetzt ist er das Centrum der Drehbewegung. (Fig. 224.)

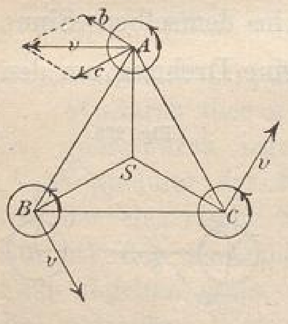
d) Sind dabei die Intensitäten absolut genommen einander gleich, so fällt S in unendliche Entfernung, wie bei einem Kräftepaar, beide Wirbel wandern mit der Geschwindigkeit $\frac{J}{\pi\varrho}$ in derselben Richtung vorwärts. In diesem Falle ist B das Spiegelbild von A. Man kann die Mittellinie CD als feste Wand betrachten und B entfernen, ohne dafs sich für A etwas ändert. A wandert in der Nähe einer festen Wand parallel derselben vorwärts mit der Geschwindigkeit $\frac{J}{\pi\varrho}\cdot$ Es verhält sich wie ein Schwimmer, der mit der linken Hand richtig rudert, mit der Rechten aber eine Gegenbewegung macht. In der That wird links von A alles Wasser zurückgetrieben, rechts von A eine weit kleinere Wassermenge vorwärts getrieben. Durch die Differenz der Gegenwirkungen beider Aktionen entsteht die Geschwindigkeit von A.

Fig. 225.



Ähnlich ist es, wenn A und B (ohne die Wand) aufeinander wirken. A rudert richtig mit der linken, B mit der rechten Hand, jeder falsch mit der anderen Hand. Das Wasser aufserhalb AB wird rückwärts, das zwischen AB vorwärts getrieben, in der Mitte naturgemäfs schneller, als A und B schwimmen.

Fig. 226.



e) Es handle sich um drei gleichwertige Wirbelfäden, die in der Zeichnung ein gleichseitiges Dreieck bilden. Jeder erhält zwei gleiche Geschwindigkeiten senkrecht gegen die entsprechenden Dreiecksseiten, deren Resultante senkrecht zur Mittellinie steht. So entsteht Drehungsbewegung um den Mittelpunkt S des Dreiecks ohne sonstige Änderungen.

f) Ebenso ist es bei jeder Anordnung nach den Ecken eines regelmäfsigen Polygons, ebenso bei homogener Ausfüllung einer Kreisfläche mit gleichwertigen Wirbeln. Stets entsteht Drehung um den Mittelpunkt.

g) Sind drei gleichwertige Wirbel allgemein gelagert und bildet man die Resultanten, so stehen diese im allgemeinen nicht mehr senkrecht auf den Schwerpunktstransversalen, der Schwerpunkt ruht bei der Bewegung, aber die Gestalt des Dreiecks macht periodische Änderungen durch, da die einzelnen Wirbel sich bald von S entfernen, bald in gröfsere Nähe gelangen. (Figur für $m_1 = 1$, $m_2 = 1$, $m_3 = -1$ siehe bei Gröbli, Seite 22.) Die Untersuchung des Gestaltenwechsels ist elementar nicht durchzuführen. Ebenso treten Wandelungen der Gestalt ein, wenn die Wirbel eine Ellipsenfläche gleichmäfsig erfüllen, worüber man Kirchhoffs Mechanik vergleiche.

Stets aber ruht der Schwerpunkt des Komplexes von Wirbeln.

Diesen Schwerpunkt findet man, wenn man jeden Wirbel durch eine seiner Intensität entsprechende Masse ersetzt.

Das Ruhen des Schwerpunktes gilt nicht nur von den Wirbelcylindern, die aus Wirbelfäden bestehen, sondern auch von den aus Wirbellinien bestehenden Wirbelfäden, sobald man sich im Normalschnitt die Punkte der Wirbellinien mit Massen belegt denkt, die ihren Umdrehungsgeschwindigkeiten proportional sind.

Damit ist die genauere Vorstellung des Wirbelfadens geschaffen, die oben unverständlich geblieben sein würde. Auch erkennt man jetzt, warum oben von Strombewegungen und fortschreitenden Bewegungen der Wirbelfäden gesprochen wurde.

Von den krummlinigen Wirbelfäden sollen nur unendlich dünn zu denkende kreisförmige Wirbelringe behandelt werden, die aus den unten anzugebenden Gründen von hervorragendster Wichtigkeit für die neueren physikalischen Theorien geworden sind. Sämtliche Wirbellinien eines solchen Ringes sind als kreisförmig aufzufassen. Jeder Raucher kann bekanntlich solche Ringe sichtbar hervorbringen. Bei ruhigem Wetter bildet der auspuffende Dampf einer stillstehenden Lokomotive oder eines Dampfrohrs bisweilen sehr schöne Wirbelringe. Mit Hilfe einer Kreisscheibe (eines Löffels) hat Helmholtz solche im Wasser hervorgebracht, auch halbkreisförmige, deren freie Enden an der Oberfläche der Flüssigkeit ausliefen.

Was oben über geradlinige Wirbelfäden gesagt wurde, gilt, beiläufig bemerkt, auch dann, wenn die Flüssigkeit normal gegen solche durch Ebenen begrenzt ist, also z. B. für senkrechte Fäden in Teichen von überall gleicher Tiefe. Es handelt sich eben dann um zweidimensionale Probleme.

281) Ein vereinzelter kreisförmiger Wirbelring. In Nr. 257 und an Fig. 196 war die Wirkung eines Kreisstroms von Intensität J_1 auf einen Punkt seiner Achse berechnet worden, wenn für diesen der halbe Gesichtswinkel gleich γ war. Es ergab sich als Potential

$$1) \qquad V = \pi \varkappa J_1 (1 - \cos \gamma) = 2 \varkappa_1 \pi J_1 (1 - \cos \gamma),$$

als anziehende bezw. abstofsende Kraft

$$2) \qquad p = \frac{r^2 \pi \varkappa J_1}{s^3} = \frac{F \varkappa J_1}{s^3} = \frac{2 \varkappa_1 F J_1}{s^3},$$

wo s den Abstand des Einheitspols von der Peripherie, F die Fläche des Kreisstroms bedeutete. Für den Mittelpunkt des letzteren war

$$3) \qquad p_m = \frac{\varkappa \pi J_1}{r} = \frac{2 \varkappa_1 \pi J_1}{r}.$$

Setzt man auch hier für $2 \varkappa_1 J_1$ den Ausdruck $\frac{J}{\pi}$ ein, so erhält man für den kreisförmigen Wirbelring, der als unendlich dünn zu betrachten ist, die Gleichungen

$$1^*) \qquad V = J (1 - \cos \gamma)$$

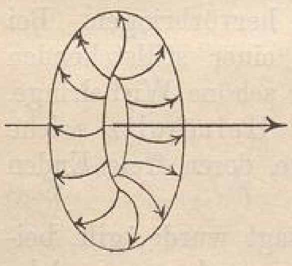
$$2^*) \qquad v = \frac{F J}{\pi s^3}$$

$$3^*) \qquad v_m = \frac{J}{\pi r}.$$

Ist damit auch nur das Geschwindigkeitspotential für die Punkte der Achse und ihre Geschwindigkeit selbst berechnet, so reicht dies doch hin, ein allgemeines Bild von dem Vorgange zu geben.

Denkt man sich durch die Achse einen Meridianschnitt gelegt, so erhält man als Schnitt zwei entgegengesetzte Wirbel, die nach Nr. 289 aufeinander so einwirken, dafs beide vorwärts wandern. Da dasselbe mit je zweien geschieht, so erhält der gesamte Ring eine Fortbewegung in der Richtung des Pfeiles. Diese ist ganz naturgemäfs, weil durch das ganze Innere des Ringes nur wenig Wasser vorwärts getrieben wird, während alles Wasser, welches aufserhalb des zugehörigen Cylinders liegt, rückwärts gestofsen wird. Die Differenz der Gegenwirkungen treibt den Ring vorwärts.

Fig. 227.



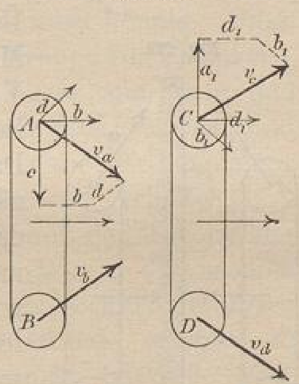
(Wenn Auerbach in der citierten Preisschrift sagt, der Ring würde durch die energisch durch sein Inneres strömenden Wassermassen mitgerissen, so wird die Wirkung mit der Ursache verwechselt. Der

Grund ist derselbe, wie bei jedem Meridianschnitt für sich und bei Fig. 225. Die Geschwindigkeit des Ringes selbst ist schwierig zu berechnen, da auf jeden seiner Wirbelteile von Länge l sämtliche anderen wirken.

Beim stationären Zustande ist die Geschwindigkeit des Ringes konstant, ebenso unveränderlich sind seine Dimensionen und seine Kreisgestalt, ebenso unveränderlich ist seine Intensität und Energie. Dabei ist natürlich von der Reibung ganz abgesehen, die in der Wirklichkeit die Ringe bald zur Auflösung gelangen läfst. Ohne die Reibung würde der Ring unveränderlich dem unendlichen Bereiche zuwandern.

282) Zwei parallele, gleichartige Wirbelringe. Helmholtz schildert, ohne den Beweis zu geben, das Verhalten parallel gestellter Wirbelringe. Kirchhoff citiert die Bemerkungen ebenfalls ohne Beweis. Beschränkt man sich auf die Betrachtung der Wirbel eines Meridianschnitts, so läfst sich der Vorgang einigermafsen begründen, was hier versucht werden soll. Der Wirbel A erhält, abgesehen von den übrigen Einwirkungen, Bewegungsantriebe von B, C und D aus, die umgekehrt proportional den wirklichen Entfernungen sind. Die Resultanten für A und B, v_a und v_b sind so gerichtet, dafs man das Bestreben des Ringes erkennt, sich zu verkleinern, d. h. sich zusammen zu ziehen. Weil er stets dasselbe Volumen hat, schwellen dafür die Flächen A und B an. Weil ferner A und B bei gleichbleibender Energie einander näher rücken, wird die Wassergeschwindigkeit bei dem Schwerpunkte S und ebenso die Selbstkomponente, d. h. die Fortbewegungsgeschwindigkeit des Wirbelringes verstärkt, während er sich beständig verkleinert.

Fig. 228.

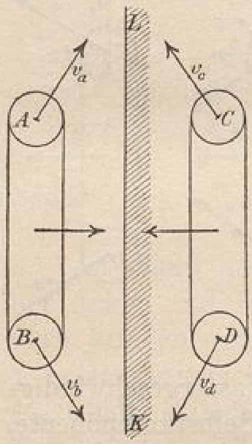


Entgegengesetztes geschieht bei C und D, wo die Resultanten v_c und v_d nach aufsen gehen. Der Hauptradius dieses Ringes vergröfsert, sein Querschnitt verkleinert sich. Weil C und D auseinanderrücken, wird die eigene fortschreitende Bewegung vermindert. Die Folge ist, dafs der Ring CD von AB eingeholt wird, dafs der kleiner gewordene und entsprechend beschleunigte AB durch den gröfser gewordenen und verlangsamten CD schnell hindurchschlüpft. Sofort verlangsamt sich AB, während CD beschleunigt wird, beide Ringe haben die Rollen vertauscht, im übrigen wiederholt sich der Vorgang. Er würde sich in Ewigkeit wiederholen, wenn keine Reibung vorhanden wäre.

Geschickte Raucher können auch diesen Vorgang, den Verfasser selbst bei Lokomotiven mehrfach beobachtet hat, wiederholen. Helmholtz hat ihn durch schnelle wiederholte Bewegungen eines Löffels im Wasser ebenfalls sichtbar gemacht. Das wechselnde Durcheinanderschlüpfen erscheint für den ersten Augenblick überraschend. Die Erscheinung wird aber verständlich, sobald man nur einen einzigen fortschreitenden Ring betrachtet. Bei diesem befinden sich bald die einen, bald die anderen Elementarwirbel aufsen, durchschlüpfen sich also gegenseitig. Das wechselnde Erweitern und Zusammenziehen, das Addieren und Subtrahieren der fortschreitenden Bewegung und der Drehung um die Mittellinie des Ringes, also die wechselnden Verlangsamungen und Beschleunigungen sind notwendig und selbstverständlich zugleich.

283) Zwei ungleichartige Wirbelringe. Fig. 229 stellt parallele Wirbellringe von entgegengesetzter Bewegung dar. Dieselbe Überlegung, wie oben, giebt für die Wirbel eines Meridianschnittes Bewegungsantriebe, die auf Vergröfserung des Durchmessers und Verlangsamung beider Ringe hinarbeiten. Da A und C, ebenso B und D einander immer näher rücken, wird im Einklang mit Fig. 134 das Parallellaufen mit der Symmetrielinie allmählich herbeigeführt, denn die übrigen Einwirkungen nehmen allmählich ab, weil die Entfernungen gröfser und gröfser werden. Dabei werden die einzelnen Wirbel schliefslich so dünn, dafs endlich die Ringe als aufgelöst zu betrachten sind.

Fig. 229.



Bezüglich der Symmetrieebenen kann man dieselben Betrachtungen anstellen, wie bei Fig. 134. Nähert sich der Ring AB bei seiner Wanderung einer Wand KL, so wirkt diese ebenso auf ihn, wie sein Spiegelbild CD, er verlangsamt seinen Gang, schwillt an und löfst sich allmählich auf.

284) Schlufsbemerkung über Wirbelfäden. Das hier Gegebene bestand nur aus Beschreibungen der Vorgänge auf Grund der von Helmholtz entdeckten Analogien. Die eigentlichen Beweise wurden nicht gegeben. Es handelte sich nur um einen flüchtigen Einblick in ein Gebiet, auf dem Cauchy, Hankel, Thomson, Beltrami, Roch, Dini, Lipschitz, Maxwell, Helmholtz, Kirchhoff, Tait, Rankine und andere erfolgreich gearbeitet haben. Diese Theorie ist um so wichtiger, als Thomson versucht hat, als Grundlage der

mathematischen Physik eine Theorie der Wirbelatome aufzubauen. Bekanntlich haben wir über die Natur der Materie zwei einander entgegengesetzte Hypothesen, die der Kontinuität, und die der diskreten Atome. Die Theorie bedient sich, je nach Bedarf, bald der einen, bald der anderen Anschauung. Das Bedürfnis, zwischen beiden zu vermitteln, wurde von jeher empfunden.

Rankine machte einen ersten Vermittelungsversuch. Thomson unternahm einen zweiten mit Hilfe der angedeuteten Lehre von den Wirbeln, die schon bei Maxwell eine so bedeutungsvolle Rolle spielten. Er wurde dazu veranlafst durch den konstanten Charakter der Wirbelringe und ihre der vollkommenen Elastizität entsprechenden Fähigkeit, sich auszudehnen oder zusammenzuziehen. Das Ganze hängt mit den Hertzschen Bestrebungen zusammen, die Kräfte aus der Mechanik zu eliminieren und die Vorgänge auf Bewegungsvorgänge zwischen den irgendwie verkoppelten Molekülen zurückzuführen.

Auch darüber haben Überlegungen stattgefunden, ob etwa der Begriff der Trägheit und der Energie entbehrt werden könnte. Diese Frage ist unentschieden geblieben. Während eine Gruppe von Physikern, wie Ostwald, die Energie als ein gegebenes Agens annehmen und das Energieprinzip als ein allgemeines Naturgesetz proklamieren, sind Hertz, Boltzmann, Plank und andere gegen diese Stellungnahme aufgetreten und auch Helmholtz hat sich ablehnend verhalten.

Man sieht daraus, dafs man sich zunächst mit der Theorie der Wirbelbewegungen zu beschäftigen hat, wenn man in die neueren physikalischen Theorien eindringen und an den augenblicklich geführten Geisteskämpfen teilnehmen will. Aus diesem Grunde erschien es zweckmäfsig, auch solchen Lesern, die noch nicht imstande sind, die Integration der hydrodynamischen Differentialgleichungen von Helmholtz zu verfolgen, wenigstens eine Beschreibung der einfachsten Bewegungsvorgänge auf dem Gebiete der Wirbelfäden und Wirbelringe zu geben.

Schliefslich sei darauf aufmerksam gemacht, dafs Dr. Rausenberger im Programm 1895 der Adlerflychtschule zu Frankfurt a. M. den Versuch gemacht hat, die Helmholtzschen Wirbelbewegungen für die Lehre von den Wirbelstürmen zu verwerten, wobei er auf seine Schrift über diesen Gegenstand im Jahrgange 1889 des Freien Deutschen Hochstifts verweist.

Von geringerer Bedeutung ist die nachstehend bearbeitete Analogie der elektrischen Strömung in ebenen Platten mit der von Dr. Forchheimer aufgestellten Theorie der Grundwasserbewegung in der Umgebung von Brunnenanlagen und Sickerschlitzen. Lassen sich hier auch berechtigte Einwände machen, so bietet die Auffassung doch mancherlei Interessantes.