# Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

281) Ein vereinzelter kreisförmiger Wirbelring

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

281) Ein vereinzelter kreisförmiger Wirbelring. In Nr. 257 und an Fig. 196 war die Wirkung eines Kreisstroms von Intensität $J_1$ auf einen Punkt seiner Achse berechnet worden, wenn für diesen der halbe Gesichtswinkel gleich $\gamma$ war. Es ergab sich als Potential

1) $$V = \pi\varkappa J_1 (1 - \cos\gamma) = 2\varkappa_1 \pi J_1 (1 - \cos\gamma),$$

als anziehende bezw. abstoſsende Kraft

2) $$p = \frac{r^2 \pi \varkappa J_1}{s^3} = \frac{F\varkappa J_1}{s^3} = \frac{2\varkappa_1 F J_1}{s^3},$$

wo $s$ den Abstand des Einheitspols von der Peripherie, $F$ die Fläche des Kreisstroms bedeutete. Für den Mittelpunkt des letzteren war

3) $$p_m = \frac{\varkappa \pi J_1}{r} = \frac{2\varkappa_1 \pi J_1}{r}.$$

Setzt man auch hier für $2\varkappa_1 J_1$ den Ausdruck $\frac{J}{\pi}$ ein, so erhält man für den kreisförmigen Wirbelring, der als unendlich dünn zu betrachten ist, die Gleichungen

1*) $$V = J(1 - \cos\gamma)$$

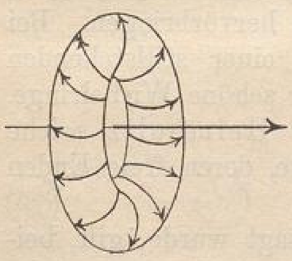
2*) $$v = \frac{FJ}{\pi s^3}$$

3*) $$v_m = \frac{J}{\pi r}.$$

Ist damit auch nur das Geschwindigkeitspotential für die Punkte der Achse und ihre Geschwindigkeit selbst berechnet, so reicht dies doch hin, ein allgemeines Bild von dem Vorgange zu geben.

Denkt man sich durch die Achse einen Meridianschnitt gelegt, so erhält man als Schnitt zwei entgegengesetzte Wirbel, die nach Nr. 289 aufeinander so einwirken, daſs beide vorwärts wandern. Da dasselbe mit je zweien geschieht, so erhält der gesamte Ring eine Fortbewegung in der Richtung des Pfeiles. Diese ist ganz naturgemäſs, weil durch das ganze Innere des Ringes nur wenig Wasser vorwärts getrieben wird, während alles Wasser, welches auſserhalb des zugehörigen Cylinders liegt, rückwärts gestoſsen wird. Die Differenz der Gegenwirkungen treibt den Ring vorwärts.

Fig. 227.



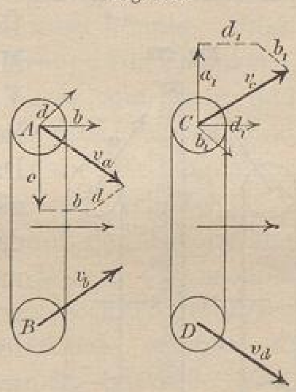
(Wenn Auerbach in der citierten Preisschrift sagt, der Ring würde durch die energisch durch sein Inneres strömenden Wassermassen mitgerissen, so wird die Wirkung mit der Ursache verwechselt. Der

Grund ist derselbe, wie bei jedem Meridianschnitt für sich und bei Fig. 225. Die Geschwindigkeit des Ringes selbst ist schwierig zu berechnen, da auf jeden seiner Wirbelteile von Länge $l$ sämtliche anderen wirken.

Beim stationären Zustande ist die Geschwindigkeit des Ringes konstant, ebenso unveränderlich sind seine Dimensionen und seine Kreisgestalt, ebenso unveränderlich ist seine Intensität und Energie. Dabei ist natürlich von der Reibung ganz abgesehen, die in der Wirklichkeit die Ringe bald zur Auflösung gelangen läfst. Ohne die Reibung würde der Ring unveränderlich dem unendlichen Bereiche zuwandern.

282) Zwei parallele, gleichartige Wirbelringe. Helmholtz schildert, ohne den Beweis zu geben, das Verhalten parallel gestellter Wirbelringe. Kirchhoff citiert die Bemerkungen ebenfalls ohne Beweis. Beschränkt man sich auf die Betrachtung der Wirbel eines Meridianschnitts, so läfst sich der Vorgang einigermafsen begründen, was hier versucht werden soll. Der Wirbel $A$ erhält, abgesehen von den übrigen Einwirkungen, Bewegungsantriebe von $B$, $C$ und $D$ aus, die umgekehrt proportional den wirklichen Entfernungen sind. Die Resultanten für $A$ und $B$, $v_a$ und $v_b$ sind so gerichtet, dafs man das Bestreben des Ringes erkennt, sich zu verkleinern, d. h. sich zusammen zu ziehen. Weil er stets dasselbe Volumen hat, schwellen dafür die Flächen $A$ und $B$ an. Weil ferner $A$ und $B$ bei gleichbleibender Energie einander näher rücken, wird die Wassergeschwindigkeit bei dem Schwerpunkte $S$ und ebenso die Selbstkomponente, d. h. die Fortbewegungsgeschwindigkeit des Wirbelringes verstärkt, während er sich beständig verkleinert.

Fig. 228.




Entgegengesetztes geschieht bei $C$ und $D$, wo die Resultanten $v_c$ und $v_d$ nach aufsen gehen. Der Hauptradius dieses Ringes vergröfsert, sein Querschnitt verkleinert sich. Weil $C$ und $D$ auseinanderrücken, wird die eigene fortschreitende Bewegung vermindert. Die Folge ist, dafs der Ring $CD$ von $AB$ eingeholt wird, dafs der kleiner gewordene und entsprechend beschleunigte $AB$ durch den gröfser gewordenen und verlangsamten $CD$ schnell hindurchschlüpft. Sofort verlangsamt sich $AB$, während $CD$ beschleunigt wird, beide Ringe haben die Rollen vertauscht, im übrigen wiederholt sich der Vorgang. Er würde sich in Ewigkeit wiederholen, wenn keine Reibung vorhanden wäre.