Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

289) Folgerungen

Wäre z. B. $\varkappa = \frac{1}{200}$, so würde die Ergiebigkeit für jede Sekunde gleich 1,135 cbm sein. Kennt man umgekehrt durch Pumpversuche $\varkappa = 1$ cbm, so würde $\varkappa = \frac{1}{227}$ sein, und zwar für den entsprechenden Dünensand, für den nun alle Aufgaben leicht zu lösen sein werden, z. B. auch für die Parallelströmung.

Wäre z. B. ein Bassin zur Ebbezeit mit seiner Wasseroberfläche 10 m über der undurchlässigen Schicht, die Meeresoberfläche selbst 9 m und würde die Trennung, rein schematisch gedacht, durch einen Damm von Dünensand in der Breite von 20 m herbeigeführt, so würde der Sickerverlust nach den obigen Formeln für das laufende Meter der Dammlänge sein

$$Q = \frac{b\varkappa\left(h_1^2 - h_2^2\right)}{2e} = 1 \cdot \frac{1}{227}\left(10^2 - 9^2\right) \cdot \frac{1}{2 \cdot 20} = \frac{19}{9080} \text{ cbm} = \sim 2 \text{ Liter}$$

auf die Sekunde.

Dabei ist jedoch das unmögliche Schema der Figur angenommen, denn der Dünensand wird sich nicht mit senkrechten Wänden einstellen. Auch der Wert von $\varkappa$ ist hier ganz willkürlich im Anschlufs an das obige Beispiel angenommen.

Rückt die Wand des Schachtes allzunahe an die Stelle heran, wo die Kurve sich auf die Grundfläche aufsetzt, so werden aus denselben Gründen, wie bei der Parallelströmung, die Formeln unbrauchbar.

288) **Bemerkung.** Es fragt sich, ob, wie bei der Parallelströmung, für unendliche Tiefe der Grundschicht der Unterschied zwischen der jetzt behandelten Niveaufläche und den früheren Potentialflächen aufhört. Zu diesem Zwecke schreibe man Gleichung 8) in der Form

$$(y + y_s)(y - y_s) = \frac{Q}{\pi\varkappa}(\lg r - \lg r_s)$$

oder

$$y - y_s = \frac{Q}{\pi\varkappa(y + y_s)}(\lg r - \lg r_s).$$

Ist nun y und auch y_s sehr grofs, so kann man statt $y + y_s$ schreiben $2y_s$, denn der endliche Unterschied darf gegen $2y_s$ vernachlässigt werden. Dies verwandelt die Gleichung in

$$y - y_s = \frac{Q}{2\pi\varkappa y_s}(\lg r - \lg r_s).$$

Dies aber ist die Gleichung einer gewöhnlichen logarithmischen Linie. Die Niveaufläche für sehr grofse Tiefen stimmt also überein mit einer gewissen Potentialfläche für elektrische Strömung.

289) **Folgerungen.** Aus den Gleichungen lassen sich gewisse Proportionen ablesen. Bildet man z. B. Gleichung 7) für zwei Fälle,

die sich nur bezüglich der Verhältnisse $\frac{r_2}{r_s} = q$ und $\frac{r_2'}{r_s'} = q'$ unterscheiden, so erhält man durch Division für die Ergiebigkeiten das Verhältnis

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{\lg\left(\frac{r_2'}{r_s'}\right)}{\lg\left(\frac{r_2}{r_s}\right)} = \frac{\lg q'}{\lg q}.$$

Setzt man $q = e^n$, $q' = e^{n'}$, so folgt

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{n'}{n}.$$

Sollen sich die Ergiebigkeiten wie $1:2$ verhalten, so mufs $q = e^n$, $q' = e^{2n}$, also $q' = q^2$ sein, sollen sich die Ergiebigkeiten wie $1:n$ verhalten, so mufs $q' = q^n$ sein.

Projiziert man bei einer solchen Niveaufläche die zu den Höhen

$$\sqrt{c},\quad \sqrt{2c},\quad \sqrt{3c},\quad \sqrt{4c}, \ldots$$

gehörigen Niveaulinien auf die Grundfläche, so entstehen koncentrische Kreise, deren Radien in geometrischer Reihe aufeinander folgen, z. B. nach der Reihe

$$e^{c_1},\quad e^{2c_1},\quad e^{3c_1},\quad e^{4c_1}, \ldots$$

Dies folgt daraus, dafs bei der entsprechenden Potentialfläche für elektrische Strömung die zu diesen Kreisen gehörigen Ordinaten nach dem Gesetz

$$c,\quad 2c,\quad 3c,\quad 4c, \ldots$$

aufeinander folgen, für die Niveaufläche aber die Wurzeln auszuziehen sind.

Befindet sich der Brunnenschacht im Binnenlande auf ausgedehnter Grundwasser führender Ebene, so kann man die obigen Resultate mit um so gröfserer Annäherung als richtig benutzen, je ausgedehnter die Ebene bei homogenem Materiale ist. Allerdings liefse sich einwenden, dafs, je länger der Pumpbetrieb dauert, der Radius r_2, der dann Schnitte der Niveaukurve durch die Grundwasserebene giebt, gröfser und gröfser werden müsse. Dies ändert aber für die nähere Umgebung des Brunnens schliefslich doch nichts.

290) **Beispiele.**

a) Nachdem der Zusammenhang mit dem logarithmischen Potential einmal klar gelegt ist, lassen sich zahlreiche Resultate ohne weiteres aussprechen.