



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

2) Anziehung der ähnlich begrenzten Ellipsoidschalen im Innern

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Kapitel XV. Anhang A.

Zusätze zur Lehre von der Gravitation und der Elektrostatik, Flächen zweiten Grades betreffend.

1) Übergang von der Kugel zum Ellipsoid. Man denke sich eine Kugel auf horizontaler Fläche ruhend. Jeden ihrer Horizontalschnitte verschiebe man horizontal so weit, daß die Mittelpunkte eine schräge Gerade bilden; dann entsteht ein dreiachsiges Ellipsoid. [Das allgemeinste ist es noch nicht, weil seine Höhe bei vorliegender Stellung gleich dem Durchmesser des größten Kreisschnittes ist. Man kann aber den Vorgang mit anderen Parallelschnitten wiederholen, was volle Allgemeinheit, sonst aber nichts Neues giebt.] Zwischen beiden Körpern besteht ein Affinitätsverhältnis. Jeder Geraden innerhalb des einen entspricht eine Gerade innerhalb des anderen, jeder Ebene eine Ebene, die durch Horizontalprojektion aufeinander bezogen sind.

Ganz ebenso gehen konzentrische Kugelschalen in „ähnlich begrenzte Ellipsoidschalen“ über. Bei jeder in vier Punkten schneidenden Sehne sind bei der Hohlkugel, folglich auch bei der ähnlich begrenzten Ellipsoidschale, die „Aufsenstücke“ gleich. Jeder ebene Schnitt der Ellipsoidschale giebt ähnliche Ellipsen. Entsprechende körperliche Teile beider Körper sind inhaltsgleich, was jedoch nicht von entsprechenden Flächen gilt.

2) Anziehung des Ellipsoids und der ähnlich begrenzten Ellipsoidschale im Innern.

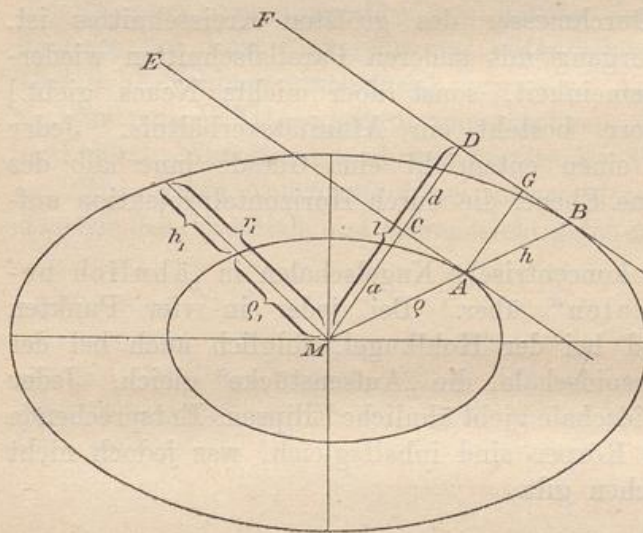
Man denke sich die Kugelschale dünn, jedoch körperlich. Nach Fig. 17 ist dann die Anziehung, die je zwei kleine Antipodenteile in Bezug auf einen Punkt Q auf die in diesem befindliche Masseneinheit ausüben, gleich Null, weil ihre Massen direkt proportional den Quadraten der Abstände, die Anziehungen jeder Einheit aber umgekehrt proportional diesen Abständen sind. Überträgt man den ent-

stehenden Kegel durch die obige Horizontalverschiebung in das Ellipsoid, so bleiben die Massen dieselben, aber auch $l_1^2 : l_2^2$ bleibt dasselbe Verhältnis (Parallelprojektion). Die Anziehung ist also auch hier gleich Null. Folglich ist zunächst die Anziehung einer dünnen, ähnlich begrenzten Ellipsoidschale gleich Null, das Potential in ihrem Innern demnach konstant. Nun kann man aber jede beliebig dicke Ellipsoidschale solcher Art in ähnliche dünne Schichten zerlegen. Folglich gilt der Satz:

Die Anziehung der homogenen ähnlich begrenzten Ellipsoidschale auf Massen, die im Hohlraum liegen, ist gleich Null. Im massiven Ellipsoid nimmt die Anziehung im Innern bis zu Null ab. In jedem Punkte des Innern wirkt nur noch die Anziehung des Kernes, der durch das ähnliche, durch den Punkt gelegte Ellipsoid begrenzt wird.

3) Geometrische Folgerung. MB in Fig. 237 sei ein Halbmesser der ähnlich begrenzten Ellipsoidschale. Die Tangentialebenen AE und BF (in A und B berührend) sind aus Ähnlichkeitsgründen parallel. $MD=l$ sei das von M aus auf die Ebene gefällte Lot. Dann ist in den

Fig. 237.



Bezeichnungen der Figur $MA : MB = MC : MD$ oder $\varrho : r = a : l$. Ebenso ist $\varrho : h = a : d$ und $h : r = d : l$. Nun ist aber für alle Radien der ähnlich begrenzten Schale $\frac{h}{e} = \frac{h_1}{e_1}$, ebenso $\frac{h}{r} = \frac{h_1}{r_1}$, und $\frac{e}{r} = \frac{e_1}{r_1}$, so daß jeder dieser Brüche für alle

Lagen des Radius und der Tangentialebene konstanten Wert behält. Statt CD kann auch die Parallele AG gesetzt werden. Dabei liegt G außerhalb des Ellipsoids. Ist aber die Schale dünn, so rückt G nahe an B heran, der Abstand vom Ellipsoid aber wird unendlich klein zweiter Ordnung. [Man denke an die Sekanten-Tangentenformel der Kugel: Außenstück mal ganze Sekante gleich dem Quadrate der Tangente.] Dann darf man also $AG = d$ als die Dicke der Ellipsoidschale betrachten.