



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

E. Elektromagnetische Einheiten für galvanische Ströme

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

weder die Länge des Rohres vergrößert, was den Reibungswiderstand vermehrt, oder ein Rohr mit geringerem Durchmesser einschaltet, bei dem die grössere Durchfluggeschwindigkeit, die gefordert wird, den Widerstand ebenfalls verstärkt. Jetzt steigt das Wasser so lange, bis die Leistungsfähigkeit  $Q(h_1 - h_2)$  groß genug ist, um wiederum bei stationärem Zustande zur Überwindung der Hindernisse auszureichen.

Jetzt hat man dieselbe Stromstärke ( $Q$  in der Sekunde), die sekundliche Arbeit  $Q(h_1 - h_2)$  muß aber die doppelte sein, wenn jetzt die doppelte Widerstandsarbeit zu überwinden ist. Also: bei gleicher Stromstärke ist der Höhenunterschied (Potentialdifferenz) proportional der Widerstandsarbeit. — Führt aber der Bach nur noch die Hälfte des Wassers zu, so muß die Widerstandsarbeit halbiert werden, wenn das Niveau bleiben soll. Beides ist der obigen Formel  $\frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Stromstärke}} = \text{Widerstand}$  ganz analog.

### E. Elektromagnetisches Maßsystem.

Während der galvanische Strom im elektrostatischen System an sich selbst gemessen wurde, wird er hier auf Grund seiner Wirkungen nach außen gemessen. Es handelt sich jetzt um dasselbe  $J$ , um dieselbe Potentialdifferenz  $D = V_1 - V_2$ , um denselben Widerstand  $W$ , die Dimensionen aber lauten anders. Aus ihrem Vergleiche ergibt sich eine neue Größe  $v$ , die etwa gleich der Geschwindigkeit des Lichtes ist und als Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen im Äther des Weltraumes betrachtet wird. Dafs die praktischen Einheiten Ampère, Volt und Ohm des neuen Maßsystemes trotzdem dieselben sind, wie die früheren, bedarf eines Beweises, der ebenfalls gegeben werden soll.

1) Stromstärke. Wie die Lehrbücher (vgl. Nr. 259) auf Grund des Biot-Savartschen Gesetzes beweisen, wirkt ein Kreisstrom von der Stromstärke  $J$  und der Kreisfläche  $F$  nach außen magnetisch wie ein Elementarmagnet vom Momente  $M = \kappa JF$ . Es ist also  $J = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{M}{F}$ , und man kann die Einheiten so wählen, dafs  $\kappa = 1$  wird. Dann ist also

$$J = \frac{M}{F} = \frac{\text{mgn. Moment}}{\text{Kreisfläche}},$$

und die neue Dimension von  $J$  wird nach dem früheren

$$\frac{\frac{5}{2} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}}{l^2} = l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

Ist  $M = 1$  und  $F = 1$ , so wird  $J = 1$ .

Die elektromagnetische Einheit der Stromstärke hat man also bei der Fläche  $r^2\pi = 1$  des Kreisstroms und dem magnetischen Momente 1 der Aufsenswirkung.

Als praktische Einheit aber hat man das Ampère  $= \frac{1}{10}$  der letzten Einheit festgesetzt, und unten soll gezeigt werden, daß dieses Ampère dasselbe ist, wie das früher definierte.

2) Elektromotorische Kraft oder Potentialdifferenz  $D = V_1 - V$  (auch als Spannung bezeichnet).

Aus  $D \cdot J = \text{Leistung } L$  folgt, wie früher  $D = \frac{L}{J}$ . Die neu gefundene Dimension von  $J$  giebt hier für  $D$  die Dimension

$$\frac{l^2 m t^{-3}}{l^2 m^2 t^{-1}} = l^2 m^{-1} t^{-2}.$$

Ist die Leistung gleich 1 und die Stromstärke gleich 1, so ist auch  $D = 1$ , also:

Man hat die Einheit der Potentialdifferenz, sobald ein Strom von der Stärke 1 die innere Arbeit 1 leistet.

Als praktische Einheit aber hat man das  $10^8$ fache dieser Einheit eingeführt und sie als Volt bezeichnet. Unten wird bewiesen, daß dieses Volt mit dem früher definierten identisch ist.

3) Elektromagnetische Einheit des Widerstandes.

Aus  $W = \frac{D}{J}$  ergibt sich infolge der neuen Dimensionen von  $D$

und  $J$  ebenfalls eine neue Dimension, nämlich  $\frac{l^2 m^2 t^{-1}}{l^2 m^2 t^{-2}} = l t^{-1}$ , also

die einer Geschwindigkeit  $v$ , was sehr bedeutungsvoll ist, denn diese Geschwindigkeit hat sich durch Messungen als eine solche von etwa 300 000 Kilometer  $= 30\,000\,000\,000$  cm  $= 3 \cdot 10^{10}$  cm (etwa 40 000 geogr. Meilen) herausgestellt, so daß sie, wie die elektromagnetische Lichttheorie Maxwells behauptet, mit der des Lichtes übereinstimmt!\*)

\*) Die Lichtgeschwindigkeit in Kilometern pro Sekunde ist nach Fizeau 314 000, nach den Aberrationsberechnungen 308 000, nach Foucault 298 360, im Durchschnitt 306 790. Das Verhältnis der elektrischen Einheiten nach Weber, Maxwell und Thomson ist, entsprechend reduziert, 310 740, 288 000, 282 000, im Durchschnitt 293 580. Bei den Schwankungen zwischen den drei ersten Angaben und den Schwierigkeiten elektrischer Messungen ist volle Übereinstimmung

Ist  $D = 1$  und  $J = 1$ , so hat man die Einheit des Widerstandes. Die Einheit des Widerstandes im elektromagnetischen Maßsystem hat man, sobald eine Potentialdifferenz von der Stärke 1 eine Stromstärke von der Stärke 1 hervorruft.

Als praktische Einheit aber hat man das Ohm  $= 10^9$  solcher Einheiten festgesetzt, und es soll bewiesen werden, daß dieses mit dem früher definierten Ohm übereinstimmt.

Vergleich der alten und neuen Einheiten und Dimensionen.

Für den Augenblick sollen  $J_s, D_s$  und  $W_s$  die Ausdrücke des elektrostatischen Systems sein,  $J_m, D_m, W_m$  die des elektromagnetischen. Bezüglich der Dimensionen hat man dann

$$\frac{J_s}{J_m} = \frac{l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}}{l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}} = lt^{-1},$$

d. h. die Dimension einer Geschwindigkeit  $v$ . Ferner

$$\frac{D_s}{D_m} = \frac{l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}}{l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}} = \frac{t}{l},$$

also ist die Dimension die des reciproken Wertes  $\frac{1}{v}$  einer Geschwindigkeit  $v$ .

Endlich ist  $\frac{W_s}{W_m} = \frac{tl^{-1}}{lt^{-1}} = t^2 l^{-2}$ , also die Dimension die des Quadrates vom reciproken Werte einer Geschwindigkeit  $v$ , nämlich von  $\frac{1}{v^2}$ .

Nach den Messungen ist, wie oben angegeben,  $v$  stets gleich  $3 \cdot 10^{10}$  cm. Demnach ist

$$J_s = v J_m, \quad D_s = \frac{1}{v} D_m, \quad W_s = \frac{1}{v^2} W_m.$$

Giebt aber dieselbe Intensität elektrostatisch gemessen die  $v$  fache Zahl, als elektromagnetisch gemessen, so muß die Einheit<sub>s</sub>  $= \frac{1}{v}$  Einheit<sub>m</sub> sein, d. h.

Für die Intensität ist 1 Einheit<sub>m</sub>  $= 3 \cdot 10^{10}$  Einheiten<sub>s</sub>.

durchaus nicht ausgeschlossen. Daß es sich um eine Geschwindigkeit  $v$  handelt, ergibt die Dimension, daß diese Geschwindigkeit in ihrer ersten Potenz mit der des Lichtes nahezu übereinstimmt, ist unter allen Umständen bemerkenswert, besonders, nachdem durch die Hertz'schen Entdeckungen die Faraday-Maxwell'schen Anschauungen bestätigt worden sind.

Nun war  $1 \text{ Ampère}_m = \frac{1}{10} \text{ Einheit}_m$  gewählt, also ist

$$1 \text{ Ampère}_m = \frac{1}{10} \text{ Einheit}_m = \frac{1}{10} 3 \cdot 10^{10} \text{ Einheiten}_s = 3 \cdot 10^9 \text{ Einheiten}_s \\ = 1 \text{ Ampère}_s.$$

Die Übereinstimmung der beiden Ampère ist dadurch nachgewiesen.

Ferner folgt aus obigem für dieselbe Potentialdifferenz  $D_s = \frac{1}{v} D_m$ , daß die  $\text{Einheit}_s = v \text{ Einheiten}_m$  sein muß. Folglich:

Für die Potentialdifferenz oder Leistungsfähigkeit ist

$$1 \text{ Einheit}_m = \frac{1}{v} \text{ Einheit}_s = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{ Einheit}_s.$$

Nun war aber

$$1 \text{ Volt}_m = 10^8 \text{ Einheiten}_m,$$

also ist

$$1 \text{ Volt}_m = 10^8 \text{ Einheiten}_m = 10^8 \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{ Einheiten}_s = \frac{1}{3 \cdot 10^2} \text{ Einheiten}_s \\ = 1 \text{ Volt}_s.$$

Also auch hier herrscht Übereinstimmung in den praktischen Einheiten.

Für den Widerstand ist entsprechend  $W_s = \frac{1}{v^2} W_m$ , also muß sein

$$\text{Einheit}_s = v^2 \text{ Einheiten}_m.$$

Folglich: für den Widerstand ist

$$1 \text{ Einheit}_m = \frac{1}{v^2} \text{ Einheit}_s = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{ Einheit}_s.$$

Nun war gewählt als praktische Einheit

$$1 \text{ Ohm}_m = 10^9 \text{ Einheiten}_m,$$

also ist

$$1 \text{ Ohm}_m = 10^9 \text{ Einheiten}_m = 10^9 \cdot \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{ Einheiten}_s = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ Einheiten}_s \\ = 1 \text{ Ohm}_s.$$

Die Übereinstimmung ist also für alle Einheiten nachgewiesen.

Bezüglich der beiden Pariser Kongresse sei eingeschaltet, daß die Beschlüsse auf einem Kompromiß beruhen, der dem Ideale durchaus nicht entspricht: So sagt z. B. Kohlrausch im Leitfaden der praktischen Physik (8. Aufl. 1896 bei Teubner erschienen) auf Seite 450 bezüglich des Ampère  $= \frac{1}{10} \text{ Einheit}_m$  des C. G. S.-Systems:

„Dafs es ein Fehler war, die C. G. S.-Einheit durch 10 geteilt in die Praxis einzuführen, so dafs sie bei allen elektromagnetischen Beziehungen mit 10 zurückmultipliziert werden mufs, ist zu spät erkannt worden. Es giebt keinen zweckmäfsigen Ausweg, als den von der Technik adoptierten, dafs man im Elektromagnetismus nicht nach Ampère, sondern mit der Weberschen C. G. S.-Einheit rechnet.“

Dies ist eben die oben definierte absolute Einheit<sub>m</sub>.

Zweitens haben sich die Engländer den Beschlüssen des Pariser Kongresses von 1884 nicht vollständig angeschlossen. Sie haben z. B. das Ohm nicht der beschlossenen Einheit entsprechend angenommen, sondern gröfser, und zwar als das  $\frac{1,063}{1,06}$  fache. Dies entspricht in der That den genaueren Messungen der neueren Zeit. Durch die deutsche physikalische Reichsanstalt ist dies im Anschlufs an die Arbeiten des Prof. Dr. Dorn offiziell anerkannt worden. Dazu vergleiche man die „Vorschläge zu gesetzlichen Bestimmungen über elektrische Mafseinheiten, entworfen durch das Kuratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt; nebst kritischem Bericht über den wahrscheinlichsten Wert des Ohm nach den bisherigen Messungen, verfaßt von Dr. Dorn.“ Berlin, bei J. Springer. 86 Seiten. Dort wird „Amper“ statt Ampère gesagt.

Die Schlufsbemerkung lautet:

„Die Übereinstimmung derjenigen Resultate für das Ohm, welche nach meiner Kritik zu erheblichen Einwänden nicht Veranlassung geben, mufs eine ziemlich befriedigende genannt werden. Die Differenzen übersteigen nicht das Mafs dessen, was nach den Beobachtungsfehlern und infolge bekannter störender Ursachen (Magnetismus der Apparate z. B.) erwartet werden darf.“

Wir werden darin eine Gewähr dafür erblicken dürfen, dafs die für das vorliegende Gebiet maßgebenden Naturgesetze uns hinreichend bekannt sind. Dies wird auch nach dem weiteren, insbesondere durch Hertz uns erschlossenen Standpunkte aus wahrscheinlich.“

Der Erlafs eines Gesetzes über das Ohm als Mafseinheit steht bevor. [Das Ideal kann, wie Verfasser vor längerer Zeit in der Zeitschrift Deutscher Ingenieure (Band 36, Seite 895 ff.) dargelegt hat, nur dann erreicht werden, wenn man festhält, dafs die Masseneinheiten in den verschiedenen absoluten Mafssystemen dem Gesetze  $1 : 10^3 : 10^6$ , die Krafteinheiten dem Gesetze  $1 : 10^4 : 10^8$ , die Arbeits- und Leistungsmasse dem Gesetze  $1 : 10^5 : 10^{10}$  gehorchen, was alle Rechnungen beim Übergange aus dem einen ins andere überflüssig machen würde.]

Man kann sich über die elektromagnetischen Einheiten und Dimensionen noch folgendes merken.

Die Stromintensität hatte die Dimension  $l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}$ . Sie bedeutete  $\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Zeit}}$ , d. h. sekundliche Menge. Multipliziert man also mit  $t$ , so erhält man die elektrische Menge an sich, ohne Bezugnahme auf die Zeit. Ihre Dimension ist jetzt  $l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}}$ . (Im elektrostatischen System war sie  $l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}$ .) Praktische Einheit 1 Coulomb gleich  $\frac{1}{10}$  absolute Einheit pro Sekunde entspricht dem Ampère.

Das elektrochemische Äquivalent des Stromes von der Stärke 1 (C. G. S.), oder 1 Webersche Einheit zersetzt in der Sekunde 0,000933 g Wasser oder scheidet 0,01118 Silber aus. Ist das Äquivalentgewicht des auszuscheidenden Körpers gleich  $A$ , so scheidet er in der Sekunde  $A \cdot 0,0001036$  g aus. (Sauerstoff hat  $A = 16$ .) 1 Ampère zersetzt (als  $\frac{1}{10}$  Einheit<sub>m</sub>) nur 0,0000933 g oder 0,0933 mg Wasser in der Sekunde aus, oder scheidet 0,00118 g = 1,18 mg Silber aus, allgemein von jedem Körper vom Äquivalentgewicht  $A$  die Menge  $A \cdot 1,036$  mg in der Sekunde.

Es ist 1 Daniell =  $\sim 1,1$  Volt, 1 Bunsen =  $\sim 1,9$  Volt, 1 Akkumulator = 2 Volt, 1 legales Volt = 0,9972 Volt.

Kapazität = Elektrizitätsmenge pro Einheit des Potentials =  $\frac{\text{Menge}}{\text{Potential}}$  ist elektromagnetisch gemessen von der Dimension

$$\frac{l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}}}{l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}} = l^{-1} t^2.$$

Die praktische Einheit Farad ist =  $9 \cdot 10^{11}$  Einh.<sub>s</sub> =  $10^{-9}$  Einh.<sub>m</sub>, wie sich aus dem obigen Umwandlungsfaktor ergibt.

Ändert ein Strom seine Intensität, so ruft er im benachbarten geschlossenen Leiter (Spirale) einen Induktionsstrom hervor. Die Intensitätsänderung für unendlich kleine Zeit ist gleich  $\frac{J_1 - J_2}{t_1 - t_2}$ , also von der Dimension

$$\frac{l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}}{t} = l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}.$$

Dem ist proportional die elektromotorische Kraft des induzierten Stromes, die von der Dimension  $l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}$  ist.

Man erhält den überführenden Faktor, indem man setzt

$$(l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}) x = l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}.$$

Demnach ist  $x$  von der Dimension  $l$ . Folglich:

Der Induktionskoeffizient  $\Pi$ , das sogenannte elektrodynamische Potential, ist von der Dimension  $l$ .

**Widerstand<sub>m</sub>.** 1 cm<sup>3</sup> Quecksilber hat den Widerstand 94 080 abs. Einheiten bei 0° C; 1 Ohm = 1,063 Siemenseinh. = 1,063  $\frac{m}{mm^2}$  Hg 0°, d. h. gleich einer Quecksilbersäule von 1,063 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei 0° C.

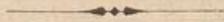
Das frühere legale Ohm hatte nur 1,060 Siemenseinheiten, ist also gleich 0,9972 richtigen Ohm. Vgl. die Vorschläge der Technisch-Physik. Reichsanstalt.

Im Gesetz folgen die Definitionen der praktischen Einheiten folgendermaßen aufeinander:

1 Ohm = 1,063  $\frac{m}{mm^2}$  Hg bei 0°; 1 Amp. = 1,118 mg Silber/Sek.; 1 Volt = 1 Ohm · 1 Amp.

Eine vortreffliche Einführung in die elektrischen Messungen und zuverlässige Angaben über die Werte der Konstanten, auch korrekte Tabellen, findet man in dem schon citierten:

„Leitfaden der praktischen Physik“ von Dr. F. Kohlrausch, Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.



#### Druckfehler-Verzeichnis.

Seite 14, Zeile 9 von u. lies Leverrier statt Levertvier,  
 „ 75 „ 22 von o. lies die statt der.

