



# **Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten**

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Einführung in die Buchstabenrechnung; die vier Grundoperationen einschließlich Potenzierung; Aufsuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel

**Burg, Robert**

**Frankfurt a.M., 1901**

III. Addition, Multiplikation und Potenzierung.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78572](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78572)

### III. Addition, Multiplikation und Potenzierung.

#### § 1.

1. Wie schreibt man: a)  $a + a + a$ ; b)  $x + x + x + x$ ;  
c)  $(a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b)$ ?
2. Was bedeutet: a)  $4a$ ; b)  $3u$ ; c)  $9(x + y)$ ; d)  $n \cdot a$ ;  
e)  $4(ab)$ ; f)  $5x^2$ ; g)  $n(a + 2b + c)$ ?
3. Berechne: a)  $3a + a$ ; b)  $15u^2 + u^2$ ; c)  $8(a + b) + (a + b)$ ;  
d)  $5xy + xy$ ; e)  $na + a$ ; f)  $n(x + y) + (x + y)$ .
4. Drücke in Worten aus: A.I.)\*)  $a + b = b + a$ .  
A.II.)  $a + (b + c) = a + b + c$ ; A.II.a.)  $a + b + c = a + (b + c)$ .
5. Veranschauliche A.II. geometrisch.
6. Zahlenbeispiel zu A.II.): a)  $a = 18$ ;  $b = 12$ ;  $c = 19$ ;  
b)  $a = 67$ ;  $b = 33$ ;  $c = 89$ ; c)  $a = 1,62$ ;  $b = 8,99$ ;  $c = 0,01$ .  
Ausführung zu a):  $\alpha) 18 + (12 + 19) = 18 + 31 = 49$ ;  
 $\beta) 18 + 12 + 19 = 30 + 19 = 49$ .
7. Zahlenbeispiel zu A.II a): a)  $a = 97$ ;  $b = 88$ ;  $c = 12$ ;  
b)  $a = 18m$ ;  $b = 7,7m$ ;  $c = 0,3m$ ; c)  $a = 577$ ;  $b = 389$ ;  $c = 211$ .
8. Forme zur leichteren Berechnung um:  
a)  $15 + 18 + 2$ ; b)  $88 + (12 + 19)$ ; c)  $997 + (3 + 88)$ .
9. Berechne: a)  $2a + (a + b)$ ; b)  $7x + (x + 8y)$ ; c)  $a + b + b$ ;  
d)  $x + x + x + y + y$ ; e)  $13u + 5v + v$ .  
Ausführung zu a):  $2a + (a + b) = 2a + a + b = 3a + b$ .
10. Beweise:  $a + (b + c + d) = a + b + c + d$ .  
Anl.  $a + (b + c + d) = a + [(b + c) + d]$ .
11. Beweise die Formel: A.III.)  $a + b + c = a + c + b =$   
 $b + a + c = b + c + a = c + a + b = c + b + a$ .  
Anl. Es ist z. B.:  $a + b + c = a + (b + c) = b + c + a$ .
12. Zahlenbeispiele zu A.III.): a)  $a = 3,7$ ;  $b = 0,08$ ;  $c = 2,12$ ;  
b)  $a = 5m$ ;  $b = 19m$ ;  $c = 81m$ .
13. Forme zur leichteren Berechnung um:  
a)  $15 + 28 + 5$ ; b)  $99 + 3,9 + 6,1$ ; c)  $37 + 18 + 23 + 2$ .

\*) A. heißt Additionsformel, M. Multiplikationsformel, P. Potenzierungsformel, Q. Quadratformel.

14. Berechne: a)  $2a + b + a$ ; b)  $a + 4b + 3a$ ; c)  $a + b + a + b$ ;  
d)  $(5a + b) + (a + 2b)$ ; e)  $x^2 + u + 2x^2 + u$ .
15. Wie breit (b) muß der Klempner ein Zinkblech für ein Lüftungsröhr vom Durchmesser  $d = 20 \text{ cm}$  nehmen, wenn der Falz auf einer Seite die Breite  $\delta = 6,5 \text{ mm}$  und auf der anderen Seite doppelt soviel erfordert?
16. Wie lang (x) wird der Zaun um einen rechteckigen Bauplatz von der Länge l und der Tiefe b?
17. Wie groß ist die Oberfläche O einer Holzkiste von der Länge l, der Breite b und der Höhe h?

§ 2.

18. Wie schreibt man: a)  $a \cdot a \cdot a$ ; b)  $x \cdot x \cdot x \cdot x$ ;  
c)  $(uv) \cdot (uv) \cdot (uv)$ ; d)  $(a^3) \cdot (a^3)$ ; e)  $(x + y) (x + y) (x + y)$ ?
19. Was bedeutet: a)  $a^4$ ; b)  $u^3$ ; c)  $(x^2y)^2$ ; d)  $(a + b)^4$ ; e)  $x^n$ ?
- 20—23. Berechne (zunächst ohne Tabelle, dann mit Tabelle):

a)	b)	c)	d)	e)
20. $21^2$	$71^2$	$59^2$	$123^2$	$765^2$
21. $7^3$	$19^3$	$67^3$	$321^3$	$467^3$
22. $8,4^2$	$6,92^2$	$0,15^2$	$20,7^2$	$0,0312^2$
23. $8,4^3$	$6,92^3$	$0,15^3$	$20,7^3$	$0,0312^3$

24. Berechne: a)  $a^4 \cdot a$ ; b)  $(7u)^3 \cdot (7u)$ ; c)  $(x + y)^2 \cdot (x + y)$ .
25. Drücke in Worten aus: **M.I.)**  $a \cdot b = b \cdot a$ .  
**M.II.)**  $a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$ ; **M.IIa.)**  $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ .
26. Zahlenbeispiele zu M.II.): a)  $a = 8$ ;  $b = 125$ ;  $c = 17$ ;  
b)  $a = 2$ ;  $b = 0,5$ ;  $c = 38,9$ ; c)  $a = 25$ ;  $b = 4$ ;  $c = 37,27$ .
27. Forme zur leichteren Berechnung um:  
a)  $13 \cdot 8 \cdot 125$ ; b)  $2 \cdot (5 \cdot 39,82)$ ; c)  $0,37 \cdot 4 \cdot 25$ .
28. Berechne: a)  $a \cdot a^4$ ; b)  $(7a) \cdot a$ ; c)  $5 \cdot (3x)$ ; d)  $a \cdot (a^2b)$ .
29. Beweise und drücke in Worten aus:  
**M.III.)**  $a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b = b \cdot a \cdot c = b \cdot c \cdot a = c \cdot a \cdot b = c \cdot b \cdot a$ .
30. Berechne:  
a)  $a^2b \cdot a$  | b)  $3(x + y) \cdot 7$  | c)  $(au) \cdot (bu)$   
d)  $(ab) \cdot (ab)$  | e)  $5a^2u \cdot 3a$  | f)  $(3u) (3u) (3u)$ .
31. Wie groß ist das Trägheitsmoment J einer quadratischen Strebe, deren Quadratseite a ist (bezogen auf eine Mittelparallele)?  
a)  $a = 7 \text{ cm}$ ; b)  $a = 12 \text{ cm}$ ; c)  $a = 13,5 \text{ cm}$ .

32. Geib die Stellungen eines Normal-Ziegelsteines (z. B. mit Hilfe einer Zündholzschachtel) an, in denen man für den Rauminhalt  $V = \text{Vorderkante} \times \text{Tiefe} \times \text{Höhe}$  erhält:

- |                           |                            |
|---------------------------|----------------------------|
| 1) 25 cm · 12 cm · 6,5 cm | 2) 25 cm · 6,5 cm · 12 cm  |
| 3) 12 cm · 25 cm · 6,5 cm | 4) 12 cm · 6,5 cm · 25 cm  |
| 5) 6,5 cm · 25 cm · 12 cm | 6) 6,5 cm · 12 cm · 25 cm. |

In welchen Stellungen ist a) der Horizontalschnitt, b) der Rauminhalt am größten?

§ 3.

33. Drücke in Worten aus:

P.I.)  $(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$ ; P.Ia.)  $a^n \cdot b^n \cdot c^n = (a \cdot b \cdot c)^n$ .

34. Berechne als Beispiel:

a)  $(au)^2$ ; b)  $(3xy)^2$ ; c)  $(7uvw)^2$ ; d)  $(bh)^3$ ; e)  $(5ax)^3$ ; f)  $(abc)^5$ .

Ausführung zu a):  $(au)^2 = (au) \cdot (au) = (a \cdot a) \cdot (u \cdot u) = a^2 \cdot u^2$ .

35. Zahlenbeispiel zu P.I.): a)  $a = 4$ ;  $b = 3$ ;  $c = 5$ ;  $n = 2$ ;  
b)  $a = 723$ ;  $b = 10$ ;  $c = 10$ ;  $n = 3$ .

36—37. Berechne (zunächst ohne Tabelle, dann mit Tabelle):

36. a)  $1300^2$  | b)  $5830^2$  | c)  $70000^2$  | d)  $34300^2$  | e)  $1000^2$

37. a)  $1300^3$  | b)  $5830^3$  | c)  $70000^3$  | d)  $34300^3$  | e)  $1000^3$ .

38. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

a)  $(726 \cdot 3)^2$ ; b)  $(51,7 \cdot 2)^3$ ; c)  $(0,352 \cdot 3)^2$ ; d)  $(3,72 \cdot 3)^3$ .

39. Drücke in Worten aus:

P.II.)  $a^n \cdot a^m = a^{(n+m)}$ ; P.IIa.)  $a^{(n+m)} = a^n \cdot a^m$ .

40. Berechne als Beispiel: a)  $a^2 \cdot a^3$ ; b)  $a^5 \cdot a^3$ ; c)  $(3x)^3 \cdot (3x)^4$ ;  
d)  $u^n \cdot u$ ; e)  $u^n \cdot u^5$ ; f)  $x^3 \cdot x^2 \cdot x^4$ .

41. Zahlenbeispiel zu P.II.):  $a = 4$ ;  $n = 2$ ;  $m = 3$ .

42. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

a) $5^{(3+1)}$	b) $6^{(3+2)}$	c) $15^{(3+2)}$	d) $17^{(2+2)}$
e) $0,8^{(2+2)}$	f) $7,6^{(3+2)}$	g) $31,7^{(2+2)}$	h) $40,8^{(3+3)}$

43. Berechne: a)  $3a^2 \cdot 2a^3$ ; b)  $12a^2u \cdot a^2$ ; c)  $a^2b \cdot a^3b^4$ .

44. Drücke in Worten aus:

P.III.)  $(a^n)^m = a^{(n \cdot m)}$ ; P.IIIa.)  $a^{(n \cdot m)} = (a^n)^m$ .

45. Berechne als Beispiel: a)  $(x^2)^2$ ; b)  $(u^3)^2$ ; c)  $(u^3)^3$ ; d)  $(a^5)^4$ .

46. Zahlenbeispiel zu P.III.):  $a = 3$ ;  $n = 3$ ;  $m = 2$ .

47—48. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

47. a)  $(6^2)^2$  | b)  $(17^2)^2$  | c)  $(2,9^2)^2$  | d)  $(19^2)^3$  | e)  $0,23^{(2 \cdot 3)}$

48. a)  $(5^3)^2$  | b)  $(4^3)^3$  | c)  $(5^3)^3$  | d)  $(7^3)^3$  | e)  $9^{(3 \cdot 3)}$ .

49. Berechne: a)  $(a^2b)^3$ ; b)  $(a^2b^2)^2$ ; c)  $(3u^2)^3$ ; d)  $(0,4x^3)^2$ .

§ 4.

50. Drücke in Worten aus:

M. IV.)  $a \cdot (b + c) = ab + ac$  | M. IVa.)  $ab + ac = a \cdot (b + c)$

M. V.)  $(a + b) \cdot c = ac + bc$  | M. Va.)  $ac + bc = (a + b) \cdot c$

51. Veranschauliche M. IV. und M. V. geometrisch.

52. Zahlenbeispiele zu M. IV.) und M. V.): a)  $a = 3$ ;  $b = 5$ ;  $c = 7$ ;

b)  $a = 37$ ;  $b = 13$ ;  $c = 17$ ; c)  $a = 25$ ;  $b = 16$ ;  $c = 1$ .

53. Forme zur leichteren Berechnung um:

a)  $8 \cdot (125 + 7)$ ; b)  $177 \cdot 18 + 177 \cdot 12$ ; c)  $25 \cdot 17$ ; d)  $8 \cdot 127$ .

54–58. Verwandle in eine Additionsaufgabe:

a)	b)	c)
54. $a(a + b)$	$(u + 1)v$	$(2x + 3y) \cdot 5$
55. $2,5a(1 + 4a)$	$7u^2(uv + vw)$	$(3a^2 + 4u^2) \cdot a^2u^2$
56. $(a + b + c) \cdot d$	$4u \cdot (x + 2y + 3z)$	$(5s^2 + 6u + v^2) \cdot 3su$
57. $a \cdot [b \cdot (c + d) + ef]$	$[(2a + 7) \cdot 3 + 9] \cdot 5$	$[5a + 6(3b + c)] \cdot a^2b$
58. $7x^2y^3 \cdot (x^2 + 3y^2)$	$0,6a^4(a^3 + 1)$	$5a^3 \cdot (3a^2 + 4ab + b^2)$

59–65. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

a)	b)	c)
59. $uv + uw$	$ab + a^2$	$8n + an$
60. $4a + 7a$	$9ux + 35xu$	$7a^2 + 2a^2$
61. $18x + 6$	$a^2 + a$	$x + 0,9x$
62. $u^2m + u$	$7ab + 3ac$	$5a^2u + auv$
63. $7x^2y + 3xy^2$	$(6ab)^2 + 9abc^2$	$2r^2\pi + 2r\pi h$
64. a) $6x^2 + 4x^2 + 0,6x^2$	b) $4ab + 18ab + 3ab$	
65. a) $6a^2 + 18ab + 12ac$	b) $36u^4 + 54u^2v^2 + 18u^3v$	

66–77. Berechne (mit Hilfe von M. IVa. und M. Va.):

66. a)  $3x^2h + 7xy^2 + x^2h$ ; b)  $4a + 3b + 7b + 5a$ ;

67. a)  $lh + bh + lh + bh$ ; b)  $8a^3 + 11a^2b + 14a^3$ ;

68.  $4u + 6v + 3w + 5v + 4w + 2v$ ;

69.  $15a^2u + 7a^3 + 6au^2 + 9a^3 + 11a^2u$ ;

70. a)  $4m + (7m + a)$ ; b)  $3x + 2a + (a + 4x)$ ; c)  $4ab + (6a^2 + 8ab)$ ;

71. a)  $7a + 6b + 4c + (3a + b) + (4a + 3c)$ ; b)  $0,5x^4 + (1 + 3x^4)$ ;

72.  $(a + 2x + 3u) + (7a + 5x + 4u) + (9x + u)$ ;

73.  $(5a^3b + 7) + (6a^2b^2 + 3ab^3 + 0,8) + (a^3b + 2a^2b^2 + 0,4)$ ;

74. a)  $4(a + b) + 6a$ ; b)  $9x(1 + 3a) + 5x$ ; c)  $a(bc + d) + ad$ ;

75. a)  $3u(5v+6w)+w(4u+2v)$ ;      b)  $5h(3b+1)+(2bh+12lh)$ ;  
 76.  $4a^2bc(7ac+3bc)+5b^2(6a^2c^2+7abc)$ ;  
 77.  $(6ab)^3+4a(3b^3+2a^3)+(5a^2)^2+ab^3[10+(2a)^2]$ .  
 Auflösung zu 77:  $11a[3a^3+2b^3(10a^2+1)]$ .  
 78. Verwandle die Resultate von Aufg. 16 und 17 in Produkte.  
 79. An einem Hebel hängen rechts 2 gleiche Gewichte G, das eine am Hebelarm  $a_1$ , das andere am Hebelarm  $a_2$ . Wie groß ist das resultierende Drehmoment M? (Resultat als Produkt).  
 80. Wie groß (x) ist das Dreifache eines Winkels  $\alpha$  von  $47^\circ 14' 18''$ ?

§ 5.

81—83. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

- |                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| 81. a) $(a+b)c+(a+b)d$    | b) $a(c+d)+b(c+d)$           |
| 82. a) $2(a+x)+78(a+x)$   | b) $5,3(a+b)+(2a^2+2ab)$     |
| 83. a) $(3a+b)u+v(6a+2b)$ | b) $x(5a^2+10au)+b(2a+4u)$ . |

84. Drücke in Worten aus:

**M.VI.)**  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ .

85. Veranschauliche M.VI. geometrisch.

86. Zahlenbeispiel zu M.VI.): a)  $a=8$ ;  $b=3$ ;  $c=5m$ ;  $d=7m$ ;  
 b)  $a=2kg$ ;  $b=3,7kg$ ;  $c=65cm$ ;  $d=14cm$ .

87—92. Verwandle in eine Additionsaufgabe:

- |   |                         |                          |
|---|-------------------------|--------------------------|
| a)  | b)                      | c)                       |
| 87. $(2a+b)(3a+4b)$   | $(3+2u)(5u+1)$          | $(a+1)(b+1)$             |
| 88. $(3x+5)(7x+a)$  | $(a^2+ab)(a^3+b^3)$     | $(4a^2x+1)(3a^3+x^2)$    |
| 89. $(a+b+c)(d+e)$  | $(x+y+1)(a+b)$          | $(x^3+x^2y+y^3)(xy+y^2)$ |
| 90. a) $(u+v+w)(a+b+c)$   | b) $(2u+3v+1)(5u+6v+7)$ |                          |
| 91. a) $(y+a)(y+2a)(y+3a)$  | b) $(3x+5)(5x+7)(7x+9)$ |                          |
| 92. a) $(x+7)(x+7)$ ;      b) $(n+1)(n+1)$ ;      c) $(a+b)(a+b)$ . |                         |                          |

93. Drücke in Worten aus: **Q.I.)**  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

94. Veranschauliche Q.I. geometrisch.

95—97. Verwandle in eine Additionsaufgabe:

- |                      |                 |                           |
|----------------------|-----------------|---------------------------|
| 95. a) $(a+2b)^2$    | b) $(5a+2v)^2$  | c) $(3x+2)^2$             |
| 96. a) $(ab+u)^2$    | b) $(2a^2+5)^2$ | c) $(7u^3v^2y+u^2vy^3)^2$ |
| 97. a) $[(a+b)+c]^2$ | b) $(u+v+w)^2$  | c) $(3x+4y+1)^2$ .        |

98. Verwandle nach 93:  $(n + 0,5)^2$ .

99. Berechne nach 98 mit der Tabelle:

a)  $300,5^2$ ; b)  $184,5^2$ ; c)  $389,5^2$ ; d)  $5555^2$ ; e)  $1,115^2$ .

100—103. Verwandle in ein Quadrat:

a)	b)	c)
100. $a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + 2ax + a^2$	$y^2 + 2y + 1$
101. $4a^2 + 4ab + b^2$	$a^2 + 4ab + 4b^2$	$4u^2 + 4u + 1$
102. $9a^2 + 6ax + x^2$	$9a^2 + 12ax + 4x^2$	$9a^2 + 30au + 25u^2$
103. $a^2u^2 + 2abu + b^2$	$4x^4 + 4x^2y + y^2$	$x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4$

104—107. Berechne (als Produkt oder Quadrat):

104.  $(3x + 5a)^2 + x(10a + 7x)$ . Auflösung:  $(4x + 5a)^2$ .

105.  $29(u + v)(u + 2v) + (5u + 3v)(7u + 2v) + 10uv$ .

Aufl.:  $(8u + 8v)^2$  oder  $64(u + v)^2$ .

106.  $x(5x + 3a) + a(20a + 17x)$ . Aufl.:  $5(x + 2a)^2$ .

107.  $(9a + b)^2 + 2(3a + 7b)^2 + 3(a^2 + b^2)$ . Aufl.:  $102(a^2 + ab + b^2)$ .

108. Ein Tischler soll eine Stagère aus 4 Brettern herstellen, von denen das oberste a lang und b breit ist, während jedes folgende Brett um c länger und um d breiter ist, als das vorhergehende. Wieviel (F) Holz enthalten die 4 Bretter?

## IV. Subtraktion.

### § 1.

1. Was bedeutet  $(a - b)$ ?

Antwort:  $(a - b)$  bedeutet diejenige Größe, welche mit dem Summanden b die Summe a ergibt.

2. Wie groß ist:  $(a - b) + b$ ?

3. Wie nennt man eine Gleichung, wie die vorhergehende?

Antwort: Definitionsgleichung.

4. Wie groß ist: a)  $a + b - b$ ; b)  $x + a - x$ ; c)  $a - (a - b)$ ?

5—7. Berechne und beweise das Resultat:

5. a)  $a + 3b - 2b$  | b)  $5a + 7b - 3a$  | c)  $13 + 6a - 5$

6. a)  $6x + 9y - (3x + 2y)$  | b)  $(a + b)c - bc$  | c)  $(4x + 7y)a - 3ay$

7. a)  $(a + b)^2 - b^2$  | b)  $(a + b)^2 - a^2$  | c)  $a(b + c)^2 - ab^2$ .

Ausführung zu 5 a):  $a + 3b - 2b = a + b$ , denn:  $a + b + 2b = a + 3b$ .