



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Einführung in die Buchstabenrechnung; die vier Grundoperationen einschließlich Potenzierung; Aufsuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1901

IV. Subtraktion

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78572](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78572)

98. Verwandle nach 93: $(n + 0,5)^2$.

99. Berechne nach 98 mit der Tabelle:

a) $300,5^2$; b) $184,5^2$; c) $389,5^2$; d) 5555^2 ; e) $1,115^2$.

100—103. Verwandle in ein Quadrat:

a)	b)	c)
100. $a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + 2ax + a^2$	$y^2 + 2y + 1$
101. $4a^2 + 4ab + b^2$	$a^2 + 4ab + 4b^2$	$4u^2 + 4u + 1$
102. $9a^2 + 6ax + x^2$	$9a^2 + 12ax + 4x^2$	$9a^2 + 30au + 25u^2$
103. $a^2u^2 + 2abu + b^2$	$4x^4 + 4x^2y + y^2$	$x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4$

104—107. Berechne (als Produkt oder Quadrat):

104. $(3x + 5a)^2 + x(10a + 7x)$. Auflösung: $(4x + 5a)^2$.

105. $29(u + v)(u + 2v) + (5u + 3v)(7u + 2v) + 10uv$.

Aufl.: $(8u + 8v)^2$ oder $64(u + v)^2$.

106. $x(5x + 3a) + a(20a + 17x)$. Aufl.: $5(x + 2a)^2$.

107. $(9a + b)^2 + 2(3a + 7b)^2 + 3(a^2 + b^2)$. Aufl.: $102(a^2 + ab + b^2)$.

108. Ein Tischler soll eine Stagère aus 4 Brettern herstellen, von denen das oberste a lang und b breit ist, während jedes folgende Brett um c länger und um d breiter ist, als das vorhergehende. Wieviel (F) Holz enthalten die 4 Bretter?

IV. Subtraktion.

§ 1.

1. Was bedeutet $(a - b)$?

Antwort: $(a - b)$ bedeutet diejenige Größe, welche mit dem Summanden b die Summe a ergibt.

2. Wie groß ist: $(a - b) + b$?

3. Wie nennt man eine Gleichung, wie die vorhergehende?

Antwort: Definitionsgleichung.

4. Wie groß ist: a) $a + b - b$; b) $x + a - x$; c) $a - (a - b)$?

5—7. Berechne und beweise das Resultat:

5. a) $a + 3b - 2b$ | b) $5a + 7b - 3a$ | c) $13 + 6a - 5$

6. a) $6x + 9y - (3x + 2y)$ | b) $(a + b)c - bc$ | c) $(4x + 7y)a - 3ay$

7. a) $(a + b)^2 - b^2$ | b) $(a + b)^2 - a^2$ | c) $a(b + c)^2 - ab^2$.

Ausführung zu 5 a): $a + 3b - 2b = a + b$, denn: $a + b + 2b = a + 3b$.

8. Wie groß ist der Querschnitt F einer rechteckigen Hohl säule von der Wandstärke δ , wenn die lichte Breite und Länge b und l sind? (Resultat zunächst als Differenz, dann als Produkt).
a) Dasselbe für eine quadratische Hohl säule von der lichten Weite a ;
b) Dasselbe für eine runde Hohl säule vom inneren Halbmesser r .

§ 2.

9. Was folgt für die Größe von x , wenn $x + b = a$ ist?
10. Was folgt für die Größe von y , wenn $y - b = c$ ist?
11. Wie groß ist x , wenn: a) $x + 7 = 25$; b) $x - 7 = 25$;
c) $x + 3 \text{ kg} = 17 \text{ kg}$; d) $x + 3a = b$; e) $x + (u + v) = w$;
f) $x - ab = ac$; g) $x - (a + 2b) = 6a + 5b$ ist?
12. Wie groß ist der Nebenwinkel α_1 eines Winkels α ?
a) $\alpha = 17^\circ$; b) $\alpha = 85^\circ$; c) $\alpha = 96^\circ$; d) $\alpha = 108^\circ$.
13. Wie groß ist $\sphericalangle \gamma$ in einem Dreieck, in welchem $\sphericalangle \alpha = 19^\circ$ und $\sphericalangle \beta = 73^\circ$ ist?
a) $\alpha = 35^\circ$; $\beta = 55^\circ$; b) $\alpha = 54^\circ 17'$; $\beta = 58^\circ 43'$.
14. Wie groß ist die Winkelsumme S eines n -Ecks?
a) $n = 4$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 7$; e) $n = 10$.
Anl. Verbinde die Eckpunkte mit einem beliebigen Punkte innerhalb des n -Ecks.
15. Beim Abwägen eines Haufens Nägel sieht man, daß das Gewicht G_1 etwas zu groß ist, und stellt Gleichgewicht her, indem man ein Gewicht G_2 zu den Nägeln legt. Wie groß (G) ist das Gewicht der Nägel?
16. Aus einer rechteckigen Weißblechtafel von der Länge L und der Breite B soll ein offener Kasten von der Höhe h hergestellt werden. Wie groß wird dessen Länge l und Breite b , wenn für die Abkantung die Höhe um δ größer zu nehmen ist? Wie groß (x) ist der Verschnitt?
a) $L = 37 \text{ cm}$; $B = 27 \text{ cm}$; $h = 6 \text{ cm}$; $\delta = 10 \text{ mm}$;
b) $L = 45 \text{ cm}$; $B = 34 \text{ cm}$; $h = 8,5 \text{ cm}$; $\delta = 7,5 \text{ mm}$.
17. An einem Seile ziehen rechts 2 Männer mit den Kräften P_1 und P_2 und links ein Mann mit der Kraft P_3 . Wie groß (P_4) muß die Kraft eines vierten Mannes sein, der links angreifend das Gleichgewicht herstellt?
a) $P_1 = 18 \text{ kg}$; $P_2 = 11 \text{ kg}$; $P_3 = 20 \text{ kg}$.

§ 3.

18. Beweise: a) $a - b + c = a + c - b$. Anf. $(a - b) + c + b = ?$
 b) $a - b - c = a - c - b$. Anf. Mit Hilfe von 18 a).
19. Beweise und drücke in Worten aus:
 S.I.)* $a - b + c - d = a + c - b - d = c + a - b - d$ u. f. f.
20. Forme zur leichteren Berechnung um:
 a) $105 - 67 + 62$ | b) $31,8 + 7,9 - 0,8$ | c) $45 + 18 - 5$
 d) $105 + 67 - 5$ | e) $51 \text{ kg} - 28 \text{ kg} - 11 \text{ kg}$ | f) $3,09 - 0,4 - 1,09$.
21. Beweise und drücke in Worten aus:
 A.IV.) $a + (b - c) = a + b - c$; A.IVa.) $a + b - c = a + (b - c)$.
 Anf. $a + (b - c) = b - c + a = \dots$
22. Veranschauliche A.IV. geometrisch.
23. Zahlenbeispiel zu A.IV.): $a = 17$; $b = 13$; $c = 7$.
24. Forme zur leichteren Berechnung um:
 a) $237 + 528 - 518$ | b) $763 + (359 - 63)$ | c) $313 - 27 + 57$
 d) $1456 + 39$ | e) $387 + 498$ | f) $574 + 999$.
25. Beweise: $a + (b - c + d - e) = a + b - c + d - e$.
- 26—31. Berechne:
26. a) $a + (a - x)$ | b) $(u + v) + (x - v)$ | c) $38 m + (h - 7 m)$
 27. a) $3u + (8u - 11v)$ | b) $(9 + 35a) + (5a - 4)$ | c) $(a + b)^2 + (a^2 - b^2)$
 28. a) $(3a + 4b)^2 + (a^2 - 16b^2)$ | b) $(4y + 3x - 2z) + (2x - y)$
 29. a) $(4x + 5)^2 + (10x - 1)$ | b) $17a + (5b - 3c) + (12b - a)$
 30. a) $5a - 11 + 3a + 18$ | b) $u^2 (5v + 7w) + (3u^2v - u^2w)$
 31. a) $2x (3y + 6z) + 15xy - xz$ | b) $4a + [7b + (2a - b)]$.

§ 4.

32. Berechne: a) $(a - b - c) + (b + c)$; b) $(a - b + c) + (b - c)$.
33. Drücke in Worten aus:
 S.II.) $a - (b + c) = a - b - c$ | S.IIa.) $a - b - c = a - (b + c)$
 S.III.) $a - (b - c) = a - b + c$ | S.IIIa.) $a - b + c = a - (b - c)$.
34. Veranschauliche S.II. und S.III. geometrisch.
35. Zahlenbeispiel zu S.II.) und S.III.): $a = 19$; $b = 8$; $c = 5$.
36. Forme zur leichteren Berechnung um: a) $27 - 19 - 1$;
 b) $314 - (14 + 79)$; c) $513 - 57 + 47$; d) $738 - (338 - 87)$.
37. Beweise: $a - (b - c + d - e) = a - b + c - d + e$.

*) S. heißt Subtraktionsformel.

38—47. Berechne:

a)	b)	c)
38. $7x - (51 + x)$	$18 - (3a + 14)$	$(a + c) - (b + c)$
39. $(a + 2b) - (a + b)$	$(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$	$(x + y)^2 - y(x + y)$
40. $13a - (5b - 3a)$	$(x + u) - (y - u)$	$(a + b) - (a - b)$
41. $3x + 2y - (x - 2y + z)$	$(u + v)^2 - (u^2 - v^2)$	$(a + b)^2 - (a^2 - 2ab)$
42. $7x - 51 - 2$	$15a - 27 - 36$	$(5x - 7) - (x + 5)$
43. $(x - u) - (y + u)$	$13a - 6b - 8b$	$(3x^2 - 5y^2) - (x^2 + 3y^2)$
44. $37u - 17v - (v - 18u) - 3(6u + 4v)$		

a)	b)	c)
45. $2a - 16 + 5$	$3x^2 + 0,8 - 2,3$	$5x - 7 - (x - 5)$
46. $(8n + 3) - (n + 5)$	$(8 + 3n) - (17 - 5n)$	$5x - 3y + y$
47. $a^2 - 2uv + uv$	$z^2 + u^2 - (4z)^2$	$w - (9u - a) + (u - 5w)$

48—51. Verwandle nachfolgende Aufgaben in:

48. Additionsaufgaben mit dem Summandus a:

49. Subtraktionsaufgaben mit dem Minuendus a:

50. Additionsaufgaben, deren Summanden Differenzen sind:

51. Subtraktionsaufgaben, deren Glieder Summen sind:

a) $a - b + c - d$; b) $x - (y - a) - z$; c) $a + b + c - u - v - w$.

52. Setze in Aufg. 12) $\sphericalangle \alpha = 13^\circ 25'$.

a) $\alpha = 105^\circ 43'$; b) $\alpha = 80^\circ 36' 19''$; c) $\alpha = 63^\circ 59' 27''$.

53. Setze in Aufg. 13) $\sphericalangle \alpha = 73^\circ 10'$ und $\sphericalangle \beta = 36^\circ 57'$.

a) $\alpha = 40^\circ 5' 16''$; $\beta = 40^\circ 54' 44''$; b) $\alpha = 90^\circ$; $\beta = u^\circ$.

§ 5.

54. Drücke in Worten aus:

M.VII.) $a \cdot (b - c) = ab - ac$ | M.VIIa.) $ab - ac = a \cdot (b - c)$

M.VIII.) $(a - b) \cdot c = ac - bc$ | M.VIIIa.) $ac - bc = (a - b) \cdot c$

55. Veranschauliche M.VII. und M.VIII. geometrisch.

56. Zahlenbeispiel zu M.VII.) und M.VIII.): $a = 11$; $b = 7$; $c = 1,5$.

57. Forme zur leichteren Berechnung um: a) $5 \cdot 17 - 5 \cdot 9$;

b) $17 \cdot (100 - 3)$; c) $(40 - 1) \cdot 25$; d) $83 \cdot 99$; e) $79 \cdot 125$.

58—60. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

58. a) $a \cdot (n - 1)$; b) $2(7a - 5b)$; c) $2xy(x^2 - y^2)$.

59. a) $4,2a \cdot [5(7x - y) - y]$; b) $3a^3x(2x^2 + ax - a^2)$.

60. a) $(6u^2 - 3uv) \cdot 7u^3v$; b) $(3,7g + h - 2k) \cdot 0,8h$.

61—64. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

	a)	b)	c)
61.	$xu - uw$	$x^4 - x^2 y^2$	$\pi R^2 - \pi r^2$.
62.	$18 + 18x - 18y$	$27 - 18x^3 y^4$	$18a^4 - 42a^2 + 12a$
63.	$xy - 3y$	$na - ma$	$nh - h$
64.	$2,5 u^2 v - 0,8 u^2 v$	$ab - 0,6 ab$	$5x + 7,2x - 4,9x$.

65—74. Berechne als Produkt:

	a)	b)
65.	$15a + (9a - 8b)$	$(5x + 18y) - (17 + y - 12x)$
66.	$(5u + 6) - (6 + 5x)$	$39x - (15y - x) + 5(4z - y)$
67.	$7g - [5h - (3g - h)]$	$15u - 6[7v - 2(u - v)]$
68.	$8x - 4y - 3x - y$	$14a + 5b - 44a$
69.	$(a + 6b) - (a + 2b)$	$(3F - ab) - (F + ab)$
70.	$7x - (5x^2 - x)$	$8a^2 + b^2 - (2a + b)^2$
71.	$(5p - 8q) - (19p + 17r) + (22q + 3r)$.	
72.	$2(23a - 4x - 32y) + 19x - 37y + 3(3a - 11 - 3y)$.	
73.	$54ab - 3a(7b - 4c) - (2c + 3a) \cdot 11b$.	
74.	$15x(3x + 5y - 6z) - 7y(5x - 12y - 2z) + 10z(9x - y) - 5(3x + 4y)^2$.	

75. Eine 1 Stein starke Mauer hat die Stärke $\delta_1 = 25 \text{ cm}$. Wie stark (δ) ist eine Mauer von n halbe Stein Stärke, wenn man für je einen halben Stein 13 cm mehr rechnet? (Resultat als Differenz.)

§ 6.

76. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe: a) $(a+b)x - (a+b)y$; b) $(a-b)u + (a-b)v$; c) $(x-y)u - (x-y)v$.

77. Drücke in Worten aus:

M.IX.) $(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$.

M.X.) $(a-b)(c+d) = ac - bc + ad - bd$.

M.XI.) $(a-b)(c-d) = ac - bc - ad + bd$.

78. Veranschauliche M.IX., X. und XI. geometrisch.

79. Zahlenbeispiel zu M.IX.), X.) und XI.): $a = 8$; $b = 5,3$; $c = 7$; $d = 5$.

80—86. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

80.	a) $(P+Q)(l_1 - l_2)$	b) $(7a+1)(9b-2)$
81.	a) $(x+y+1)(x-y)$	b) $(a^3 + a^2b + ab^2)(a^2 - b^2)$
82.	a) $(r^2 + r + 1)(r-1)$	b) $(u^3 + u^2 + u + 1)(u-1)$

83. a) $(n - 1)(x + y)$ | b) $(5a - 3b)(7a + 4b)$
 84. a) $(a - b - c)(d + e)$ | b) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$
 85. a) $(2x - y)(x - 2y)$ | b) $(a - b + c)(d + e - f)$
 86. a) $(3u - 2v)(3u - 2v)$ | b) $(a + b)(a - b)$.

87. Drücke in Worten aus:

Q.II.) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Q.III.) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

88. Veranschauliche Q.II. und Q.III. geometrisch.

89. Zahlenbeispiel zu Q.II.) und Q.III.): $a = 11$; $b = 4$.

90—92. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

- | a) | b) | c) |
|----------------------------|------------------------|----------------------|
| 90. $(3a - 4b)^2$ | $(n - 1)^2$ | $(uv - a)^2$ |
| 91. $(15a^2xz - 2ax^2z)^2$ | $(u + v - w)^2$ | $(x - y - z)^2$ |
| 92. $(5a + 1)(5a - 1)$ | $(x^3 - 7b)(x^3 + 7b)$ | $(50 - 2)(50 + 2)$. |

93—94. Berechne mit Hilfe der Potenztabelle:

93. a) $(30 + 2)(30 - 2)$; b) $(537 - 1)(537 + 1)$.
 94. a) $32 \cdot 28$; b) $536 \cdot 538$; c) $36 \cdot 44$; d) $251 \cdot 261$.

95—96. Verwandle in ein Quadrat resp. Produkt:

95. a) $a^2 - 2ab + b^2$; b) $u^2x^2 - 2uvxy + v^2y^2$; c) $16h^2 - 8h + 1$.
 96. a) $a^2 - b^2$; b) $u^2 - 4v^2$; c) $7u^2 - 28v^2$; d) $x^2 - 4a^2b^2$.

97—106. Berechne (wenn möglich als Produkt):

97. a) $uv - (u - x)(v - x)$; b) $(u + x)(v + x) - (u - x)(v - x)$.
 98. $(5a + 3b)(2u - v) - (4a - 6b)(2v - u)$.
 99. $(9ux - 15ax)(5ab + 3ub)$. Resultat: $3bx(9u^2 - 25a^2)$ oder?
 100. $(5a + 3b)(7c - 4d + 2e) - (10a + 7b)(3c - 2d + e)$.
 101. $(14g_1 + 2g_2)(3h_1 - 5h_2) - (7g_1 - 5g_2)(6h_1 + 2h_2)$.
 102. $(2a - 3u)(5a - 9u) - (7a - 3u)(4a - 3u)$.
 103. a) $(a + b)^2 + (a - b)^2$; b) $a^2 - 2ab + b^2 - 7(a - b)$.
 104. a) $(u + v)^2 - (u - v)^2$; b) $7(a - b) - a^2 + 2ab - b^2$.
 105. $(5u + 3v)(6u - 2v) + (4u - v)^2$; b) $a^2 - 2ab + b^2 - a + b$.
 106. $(15a + 3b)(15a - 3b) - (17a + 5b)(17a - 5b)$.

107. Um wieviel (x) ist ein Quadrat größer als ein Rechteck, von dessen Seiten die eine um u länger, die andere um u kürzer ist als die Quadratseite?