



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Einführung in die Buchstabenrechnung; die vier Grundoperationen einschließlich Potenzierung; Aufsuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1901

VI. Division und Bruchrechnung.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78572](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78572)

VI. Division und Bruchrechnung.

§ 1.

1. Was bedeutet $(a : u)$ oder $\frac{a}{u}$?

Antwort: $(a : u)$ bedeutet diejenige Größe, welche mit dem Faktor u das Produkt a ergibt.

2. Wie groß ist: $(a : u) \cdot u$?
 3. Wie nennt man eine Gleichung, wie die vorhergehende?
 4. Wie groß ist: $a) (a \cdot u) : u$; $b) (au) : a$; $c) a : (a : u)$?
 5—16. Berechne und beweise das Resultat:

- | | | | | | |
|-----|---|--|--|---------------------------------------|-------------------------------------|
| | <i>a)</i> | <i>b)</i> | <i>c)</i> | <i>d)</i> | <i>e)</i> |
| 5. | $\frac{a}{1}$ | $\frac{u-v}{1}$ | $\frac{1}{1}$ | $\frac{5u^2-x}{5u^2-x}$ | $\frac{0}{n}$ |
| 6. | $\frac{3a}{a}$ | $\frac{18xa}{6x}$ | $\frac{r^3\pi}{r}$ | $\frac{10u^4}{2u^2}$ | $\frac{13u^2x}{ux}$ |
| 7. | $\frac{18a^2b^3}{18a^2b^3}$ | $\frac{18a^2b^3}{3ab}$ | $\frac{2a(x+u)}{a}$ | $\frac{2a(x+u)}{2}$ | $\frac{2a(x+u)}{x+u}$ |
| 8. | $\frac{15\text{ kg}}{3\text{ kg}}$ | $\frac{\pi \cdot 12\text{ m}}{4\text{ m}}$ | $\frac{7\text{ kg}}{200\text{ g}}$ | $\frac{1\text{ Min.}}{5\text{ Sek.}}$ | $\frac{42\text{ t}}{700\text{ kg}}$ |
| 9. | $\frac{35\text{ gm}}{7\text{ m}}$ | $\frac{235\text{ kgcm}}{47\text{ kg}}$ | $\frac{84,12\text{ M.}}{12}$ | $\frac{360^\circ}{8}$ | $\frac{h \cdot 8\text{ m}}{2h}$ |
| 10. | <i>a)</i> $\frac{5a-5b}{a-b}$ | <i>b)</i> $\frac{au+av}{u+v}$ | <i>c)</i> $\frac{au+av}{a}$ | | |
| 11. | <i>a)</i> $\frac{a^4-7a^2b}{a^2}$ | <i>b)</i> $\frac{27a^2-36ab}{3a-4b}$ | <i>c)</i> $\frac{3ab+a(b+4)}{b+1}$ | | |
| 12. | [5 kg (7a - 3b) - 3 kg (5a + 5b)] : (2a - 3b). | | | | |
| 13. | [(a + 2b) (c + 2d) - (a - 2b) (c - 2d)] : (ad + bc). | | | | |
| 14. | $\frac{6,2a(3b+7c) - 5,3b(3a-c) + 26,3c(5b-a)}{3ab + 19ac + 152bc}$. Resultat: 0,9. | | | | |
| 15. | <i>a)</i> $\frac{(a-b)^2 - a(a+b)}{b}$ | <i>b)</i> $\frac{(1+x^2)^2 - 1}{x^2 + 2}$ | <i>c)</i> $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2a}$ | | |
| 16. | <i>a)</i> $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b}$ | <i>b)</i> $\frac{16x^2 - 8x + 1}{4x - 1}$ | <i>c)</i> $\frac{a^2u^2 - 1}{au + 1}$ | | |
| 17. | Was versteht man <i>a)</i> unter einem Bruch, <i>b)</i> unter einer gemischten Zahl? | | | | |
| 18. | Schreibe als Brüche resp. als Summen: <i>a)</i> 0,7; <i>b)</i> 0,08;
<i>c)</i> 0,002; <i>d)</i> 3,5; <i>e)</i> 18,72; <i>f)</i> 40,04; <i>g)</i> 4,0001. | | | | |
| 19. | Nach welcher Methode findet man die Regeln der Bruchrechnung? | | | | |

§ 2.

20. Was folgt a) für die Größe von x , wenn $x \cdot u = a$ ist;
b) für die Größe von y , wenn $y : u = a$ ist?
21. Wie groß ist x , wenn a) $7x = 84 \text{ kg}$; b) $\frac{x}{9} = 2,1$;
c) $x(a + b) = a^2 - b^2$; d) $\frac{x}{a-b} = a + b$ ist?
22. Wie groß (x) ist jeder Winkel im gleichseitigen Dreieck?
23. Ein Zahnrad von z Zähnen hat den Teilkreisdurchmesser d . Wie groß ist die Teilung t ?
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $d = 182 \text{ cm}$ | b) $d = 120 \text{ cm}$ | c) $d = 85 \text{ cm}$ |
| $z = 110$ | $z = 116$ | $z = 89$. |
24. Wieviel (n) Umdrehungen muß das Zahnrad (Aufg. 23) machen, damit a Zähne desselben mit einem anderen Zahnrad zum Eingriff kommen?
- a) $a = 440$; b) $a = 116$; c) $a = 623$.
25. Wieviel (x) Schichten Normalziegel braucht man für 1 m Höhe? (Abschnitt II. Aufg. 89.)
26. Wie groß ist der Durchmesser d einer Riemenscheibe, deren Umfang $U = 430,4 \text{ cm}$ ist?
Ant. Bestimme d mittelst der Kreisumfang-Tabelle auf 3 Ziffern genau.
- | | | |
|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| a) $U = 641 \text{ cm}$ | b) $U = 66,6 \text{ dm}$ | c) $U = 4,14 \text{ m}$ |
| d) $U = 2,2 \text{ m}$ | e) $U = 0,955 \text{ m}$ | f) $U = 3927 \text{ mm}$. |
27. Ein Faden von der Länge $l = 377 \text{ cm}$ läßt sich $n = 8$ mal um ein Rohr herumlegen. Wie groß ist der Durchmesser d desselben?
28. Wie groß muß die lichte Höhe h eines rechteckigen Hohlprismas von der Wandstärke δ und den äußeren Querschnittsseiten A und B sein, um ein Wasservolumen V zu fassen?
- a) $\delta = 4 \text{ mm}$; $A = 21 \text{ cm}$; $B = 18 \text{ cm}$; $V = 173,72 \text{ l}$.
29. Wieviel (n) Umdrehungen macht eine Riemenscheibe vom Durchmesser $d = 85 \text{ cm}$, während ein Punkt des Riemens den Weg $s = 133,52 \text{ m}$ zurücklegt?
- a) $d = 143 \text{ cm}$; $s = 1797 \text{ m}$; b) $d = 65 \text{ cm}$; $s = 30,63 \text{ m}$.
30. Welche Kraft P ist erforderlich, um an einer Kurbel von der Länge l ein Moment M auszuüben?
- a) $l = 82 \text{ cm}$; $M = 1230 \text{ kgcm}$; b) $l = 1 \text{ m}$; $M = 1730 \text{ kgcm}$.

31. In ein Zahnrad von Z Zähnen, welches N Umdrehungen pro Minute macht, greift ein Zahnrad von z Zähnen. Wieviel (n) Umdrehungen pro Min. macht letzteres? *Ant.* $n \cdot z = N \cdot Z$. (Aufg. 24).
 a) $Z = 105$; $N = 8,2$; $z = 41$; b) $Z = 85$; $N = 10$; $z = 34$.
32. An welchem Hebelarm (p) muß eine Kraft P wirken, um einer Last Q am Hebelarm q das Gleichgewicht zu halten?
 a) $P = 50 \text{ kg}$; $Q = 500 \text{ kg}$; $q = 1 \text{ dm}$;
 b) $P = 3 \text{ kg}$; $Q = 48,25 \text{ kg}$; $q = 12 \text{ cm}$.
33. Die Wagebalken einer unrichtigen Krämerwage sind 20 cm und $20,3 \text{ cm}$ lang. Die am kürzeren Balken hängende Ware wiegt scheinbar $G = 3,8 \text{ kg}$. Wieviel (G_1) wiegt dieselbe in Wirklichkeit? (Resultat auf 3 Dezimalstellen).
 a) Dasselbe, wenn die Ware am längeren Balken hängt.
34. An einer Schnellwage hängt die Ware 10 cm vom Drehpunkt entfernt. Wie groß (x) muß das Laufgewicht sein, damit einer Gewichtsänderung der Ware um 10 g eine Verschiebung des Laufgewichtes um 5 mm entspricht?
35. Jemand kauft $a_1 \bar{x}$ à $m_1 \text{ M.}$ und $a_2 \bar{x}$ à $m_2 \text{ M.}$ Wie hoch (x) stellt sich der Durchschnittspreis pro \bar{x} ?
 a) $a_1 = 15$; $m_1 = 2$; $a_2 = 5$; $m_2 = 2,20$;
 b) $a_1 = 6,7$; $m_1 = 33$; $a_2 = 6,7$; $m_2 = 31$.
36. An derselben Seite } eines Hebels hängt am Hebelarm a_1
 37. An verschiedenen Seiten } eine Last Q_1 und am Hebelarm a_2 eine Last Q_2 . An welchem Hebelarm (x) würden beide Lasten zusammen dasselbe Drehmoment ausüben, wie zuvor getrennt?
 a) $a_1 = 7 \text{ dm}$; $Q_1 = 50 \text{ kg}$; $a_2 = 1 \text{ dm}$; $Q_2 = 150 \text{ kg}$;
 b) $a_1 = 5,4 \text{ dm}$; $Q_1 = 35 \text{ kg}$; $a_2 = 42 \text{ cm}$; $Q_2 = 45 \text{ kg}$.
38. Welche Last (Q) kann ein Arbeiter mittelst eines gewöhnlichen Flaschenzuges von 6 Rollen durch eine Kraft $P = 15 \text{ kg}$ halten?
39. Wie groß ist die Verlängerung δ einer Messingstange von der Länge $l = 4,5 \text{ m}$ bei einer Dehnung $\varepsilon = 0,05$? (II. Aufg. 103).
 a) $l = 2,9 \text{ m}$; $\varepsilon = 0,007$; b) $l = 0,83 \text{ m}$; $\varepsilon = 0,032$.

§ 3.

40. Wie groß ist: $(a : u) \cdot (uk)$?

41. Drücke in Worten aus:

D.I.)*) $\frac{a}{u} = \frac{ak}{uk}$; D.Ia.) $\frac{ak}{uk} = \frac{a}{u}$.

42. Zahlenbeispiele zu D.I.): a) $a = 225$; $u = 75$; $k = 4$;
 b) $a = 39 \text{ kg}$; $u = 3 \text{ kg}$; $k = 10 \text{ m}$; c) $a = 12$; $u = 4$; $k = 15 \text{ Sek}$.

Ausführung zu a): $\alpha) \frac{225}{75} = 3$; $\beta) \frac{225 \cdot 4}{75 \cdot 4} = \frac{900}{300} = 3$.

43. Erweitere: a) $\frac{a}{p}$ mit x ; b) $\frac{u}{v}$ mit $2v$; c) $\frac{2}{3}$ mit 7 ;
 d) $\frac{3a+b}{a+1}$ mit 4 ; e) $\frac{m}{1}$ mit $(a+2)$; f) $\frac{a-1}{n}$ mit $(a+1)$;
 g) $\frac{5}{5-a}$ mit $(5-a)$; h) $\frac{11}{0,02}$ mit 100 ; i) $\frac{3,6a}{0,0081}$ mit 10000 .

44—53. Hebe (oder kürze):

44.	a) $\frac{ab}{2ac}$	b) $\frac{5u}{uv}$	c) $\frac{r^2\pi}{2r}$	d) $\frac{2a}{-3a^2}$
45.	$\frac{12a^3b}{15a^2b^2}$	$\frac{0,5ab}{10,1b^2c}$	$\frac{5(a+b)}{15(ac+bc)}$	$\frac{-7au}{21a^2u^2v}$
46.	$\frac{93 \text{ cm}}{3,1 \text{ m}}$	$\frac{x \text{ M.}}{u \text{ Pfg.}}$	$\frac{76 \text{ kg}}{4 \text{ t}}$	$\frac{35 \text{ kgcm}}{a \text{ cm}}$
47.	$\frac{13 \text{ kg} \cdot 5 \text{ qcm}}{20 \text{ cm}}$	$\frac{7 \text{ kg} \cdot 68 \text{ qcm}}{51 \text{ kgcm}}$	$\frac{18912 \text{ kgcm}}{42 \text{ m}}$	$\frac{4 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{12 \text{ m}}$
48.	$\frac{2 \text{ qm}}{30 \text{ cm}}$	$\frac{9 \text{ qm}}{80 \text{ qcm}}$	$\frac{725 \text{ qmm}}{2 \text{ qdm}}$	$\frac{3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}}{7 \text{ cm}}$
49.	a) $\frac{39 \text{ ccm}}{26 \text{ qm}}$	b) $\frac{30 \text{ m} \cdot 65 \text{ qcm}}{390 \text{ cdm}}$	c) $\frac{730 \text{ kgcm} \cdot 5 \text{ qm}}{25 \text{ kg} \cdot 6 \text{ qcm}}$	
50.	$\frac{18a+12b}{15a+10b}$	$\frac{0,6u-1,2v}{u \cdot 0,6v}$	$\frac{35p-49q}{10p^2-14pq}$	
51.	$\frac{7a^2b+8abc}{7ac+8c^2}$	$\frac{4a+8b}{4a-8b}$	$\frac{-6x^2}{2ax+2bx}$	
52.	$\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$	$\frac{R^2\pi-r^2\pi}{(R-r)h}$	$\frac{A^4-a^4}{(A^2+a^2)^2}$	
53.	a) $\frac{a(b-2)-b(a-2)}{5a(b-a)}$;	b) $\frac{(a+b)(u-v)}{a^2+2ab+b^2}$.		

Unl. zu 46 a): $\frac{93 \text{ cm}}{3,1 \text{ m}} \cdot \frac{100}{100}$; 47 a): $\frac{13 \text{ kg} \cdot 5 \text{ qcm}}{20 \text{ cm}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{cm}}$; 48 a): $\frac{2 \text{ qm}}{30 \text{ cm}} \cdot \frac{\text{m} \cdot 100}{100}$.

*) D. heißt Divisionsformel.

54. Zur Herstellung von Mörtel mischt man 1 Raumteil gelöschten Kalk mit 2 Raumteilen Sand und erhält 2,4 Raumteile Mörtel. Wie (x) verhält sich das Volumen des Mörtels zu demjenigen seiner Bestandteile vor der Mischung?

a) Dasselbe für 1 Raumteil gelöschten Kalk, 3 Raumteile Sand, 3,2 Raumteile Mörtel.

55. Auf einer Transmissionswelle von $N = 120$ Umdrehungen pro Minute befindet sich eine Riemenscheibe vom Durchmesser $D = 150 \text{ cm}$. Wie groß wird die Umdrehungszahl (n) der Riemenscheibe der Arbeitsmaschine, wenn ihr Durchmesser $d = 40 \text{ cm}$ ist? (Aufg 29).

a) $N = 80$; $D = 1 \text{ m}$; $d = 32 \text{ cm}$.

§ 4.

56. Wie groß ist: $(a : u + b : u - c : u - d : u + e : u) \cdot u$?

57. Drücke in Worten aus:

D.II.) $\frac{a+b-c}{u} = \frac{a}{u} + \frac{b}{u} - \frac{c}{u}$; D.IIa.) $\frac{a}{u} + \frac{b}{u} - \frac{c}{u} = \frac{a+b-c}{u}$.

58. Sprich D.IIa.) als Bruchrechnungsregel aus.

59. Zahlenbeispiel zu D.II.): $a = 1 \text{ m}$; $b = 3,20 \text{ m}$; $c = 180 \text{ cm}$; $u = 20$.

60—62. Verwandle nach Formel D.II.):

	a)	b)	c)	d)
60.	$(a + b) : a$	$(2x + 8) : x$	$(a + uc) : c$	$(x - y) : y$
61.	$\frac{a^2 + b^2}{ab}$	$\frac{n - n^2}{2n}$	$\frac{3ab^2 - 4c}{4ab}$	$\frac{6 - 2a}{12}$
62.	$\frac{15 + 2}{5}$	$\frac{315}{8}$	$\frac{170 - 2}{17}$	$\frac{992}{8}$

63. Berechne: a) $\frac{3}{17} + \frac{15}{17} - \frac{1}{17}$; b) $\frac{5}{3ab} + \frac{4}{3ab}$;

c) $\frac{x+y}{2y} - \frac{x-y}{2y}$; d) $\frac{u^2}{u-2} - \frac{2u}{u-2}$; e) $\frac{g_1 h_1}{2} + \frac{gh}{2} + \frac{g(h_1 - h)}{2}$

64. Was versteht man unter „Hauptnenner“?

65—70. Verwandle in einen Quotienten resp. einen Bruch:

65. a) $\frac{14}{27} + \frac{2}{9}$ | b) $5\frac{3}{4} - 5\frac{1}{2}$ | c) $\frac{5}{10} + \frac{1}{1000}$ | d) 0,37

66. a) $5 + \frac{2}{3}$ | b) $8\frac{1}{7}$ | c) $205 + \frac{9}{100}$ | d) 8,0019.

a)	b)	c)
67. $\frac{a}{u k} + \frac{b}{u}$	$\frac{x}{a^2} + \frac{2v}{a}$	$\frac{7}{2u} - \frac{3}{u} + \frac{1}{6u}$
68. $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3}$	$\frac{5}{ab} + \frac{1}{abc} - \frac{2}{ac}$	$\frac{9x}{7u} + \frac{8x}{5u} + \frac{4x}{35u}$
69. $a + \frac{b}{u}$	$1 - \frac{a}{b}$	$\frac{a}{a-b} - 1$
70. $\frac{(a-b)^2}{ab} + 2$	$\frac{(a+b)^2}{2ab} - 1$	$u - \frac{up - vq}{p - q}$

71—76. Berechne:

a)	b)	c)
71. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$	$3\frac{2}{5} - \frac{5}{6}$	$10\frac{1}{7} - \frac{3}{4} + 2\frac{2}{5}$
72. $\frac{a}{u} + \frac{b}{v}$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$	$\frac{a}{u} + \frac{b}{v} + \frac{c}{w}$
73. $\frac{2}{x} - \frac{4}{y} - \frac{8}{z}$	$\frac{1}{u} - 1 + \frac{1}{v}$	$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2$
74. $\frac{u+v}{u} - \frac{u-v}{v}$	$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$	$\frac{x+u}{x} - \frac{x}{x-u}$
75. $\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$	$2\frac{4}{15} - 1\frac{8}{9}$	$2\frac{1}{6} + 3\frac{7}{10} + \frac{2}{15}$
76. $\frac{a-v}{uv} - \frac{a-w}{uw}$	$\frac{a}{b(a+b)} - \frac{b}{a(a+b)}$	$\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x-1}{x^2+x}$

77. Wieviel (x) Gratziegel kommen auf 1 lfd. m Grat, wenn die Länge l der Ziegel = 40 cm und die Überdeckung $\delta = 8$ cm ist? (Resultat als gemischte Zahl).

78. Wie groß (x) ist jeder Winkel in einem regelmäßigen n-Eck? (Resultat als Differenz.) (Abschnitt IV. Aufgabe 14).

a) $n = 4$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 8$;
e) $n = 10$; f) $n = 20$; g) $n = 40$; h) $n = 90$.

79. Wie groß ist die Differenz $\delta = \alpha - \beta$, wenn $\alpha = \alpha_1 : 2$ und $\beta = \beta_1 : 2$ und $\alpha_1 - \beta_1 = \delta_1$ gegeben ist?

80. Wie groß (x) ist der Winkel zwischen den Halbierungslinien zweier Nebenwinkel?

81. Ein Stuhlitz hat vorn die Breite g_1 , hinten die Breite g_2 und die Tiefe h. Wie groß ist die Sitzfläche F? Ant. Leite den Inhalt des Parallelogramms durch Ziehen einer Diagonale ab.

a) $g_1 = 45$ cm; $g_2 = 38$ cm; $h = 42,5$ cm.

82. Wieviel (V) Sand faßt ein Wagen, der $l = 3 \text{ m}$ lang, $h = 1 \text{ m}$ tief, oben $b_1 = 1,5 \text{ m}$ und unten $b_2 = 0,8 \text{ m}$ breit ist?
83. Man bezeichnet den halben Umfang eines Dreiecks gewöhnlich mit s . Wie groß ist: $a) s - b$; $b) s - c$; $c) s - a$? (Res. als Bruch).
84. Punkt A hat von Punkt O die Entfernung a , und Punkt B auf der Verlängerung von OA hat von O die Entfernung b . Wie weit (m) ist der Mittelpunkt M der Strecke AB von O entfernt? (Resultat als Bruch).
85. Wie findet man den Inhalt eines Parallelogramms durch Zerlegung in ein Parallelogramm und ein Dreieck? (Abschn. II. Aufg. 35).

§ 5.

86. Beweise:

$$a) \frac{-a}{u} = -\frac{a}{u} \text{ (D.II.); } b) \frac{a}{-u} = -\frac{a}{u}; \quad c) \frac{-a}{-u} = \frac{a}{u} \text{ (D.I.)}$$

87. Drücke in Worten aus:

$$\text{V.III.) } \frac{(+)}{(-)} = (-); \quad \text{V.III a.) } \frac{(-)}{(+)} = (-); \quad \text{V.III b.) } \frac{(-)}{(-)} = (+).$$

88. Geib an, in welchem Zusammenhange V.III.), V.III a.) und V.III b.) mit V.II.), V.II a.) und V.II b.) stehen? (Abschn. V. Aufg. 43).

89—92. Verwandle in einen positiven oder negativen Quotienten mit positivem Dividendus und Divisor:

a)	b)	c)	d)
89. $(-27) : 18$	$13,2 : (-60)$	$(-1) : (-2)$	$(-1)^5 : (-6)^2$
90. $(-5a) : b$	$7x : (-11x)$	$(-13x^2) : (-ax)$	$(-b^2c^3) : (-b^3c^2)$
91. $(-1) : x^2$	$(-uv) : (-u)^3$	$(-u^2) : (-uv)^2$	$(-a-b) : n$
92. $\frac{-a}{-p+q}$	$\frac{-5x}{x-x^2}$	$\frac{ax-bx}{-a(a-b)}$	$\frac{2u-6v}{9v-3u}$

93—97. Berechne:

$$93. a) \frac{(a-b)-(a+b)}{(a-b)+(a+b)}; \quad b) \frac{2(x-u)+(u-2x)}{(x-u)+(u-2x)}; \quad c) \frac{(a-b)^2-(a+b)^2}{-2x}$$

$$94. a) \frac{7(x+y)-4(x-y)}{(2x-11)(2y-3)-(4xy+33)}; \quad b) \frac{(u+v)(u-v)-u^2}{2uv}$$

$$95. a) \frac{17}{18} + \frac{5}{-6}; \quad b) \frac{1}{-4} - \frac{4}{-5}; \quad c) \frac{1}{4} + \frac{-4}{-5}; \quad d) \frac{-5}{8} - \frac{3}{-7}$$

$$96. a) \frac{a}{u} - \frac{a}{-u}; \quad b) \frac{-a}{-x} - \frac{a}{x}; \quad c) \frac{5a-3b}{u} + \frac{2a-3b}{-u}$$

$$97. a) \frac{a+b}{-a} + \frac{a+b}{b}; \quad b) \frac{a^2-au}{-au} - 1; \quad c) \frac{a^2-x^2}{5x-5a} + \frac{a+x}{5}$$

§ 6.

98. Berechne: a) $\left(\frac{a}{u} \cdot b\right) \cdot u$. (M.III.); b) $\left(a \cdot \frac{b}{u}\right) \cdot u$. (M.IIa.).

99. Drücke in Worten aus:

D.III.) $\frac{ab}{u} = \frac{a}{u} \cdot b$ oder $a \cdot \frac{b}{u}$; D.IIIa.) $\frac{a}{u} \cdot b$ oder $a \cdot \frac{b}{u} = \frac{ab}{u}$.

100. Sprich D.IIIa.) als Bruchrechnungsregel aus.

101. Zahlenbeispiele zu D.III.): a) $a = 105$; $b = 45$; $u = 15$;
b) $a = 18$; $b = -6$; $u = -2$; c) $a = 60 \text{ kg}$; $b = 44 \text{ cm}$; $u = 4$.

Ausführung zu a): $\alpha) \frac{105 \cdot 45}{15} = \frac{4725}{15} = 315$; $\beta) \frac{105}{15} \cdot 45 = 7 \cdot 45 = 315$; $\gamma) 105 \cdot \frac{45}{15} = 105 \cdot 3 = 315$.

102. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe (auf möglichst viele Arten):

a) $\frac{5}{7}$; b) $17\frac{1}{2}$; c) $5 + \frac{5}{8}$; d) $\frac{bh}{2}$; e) $\frac{ax}{n}$; f) $\frac{a+b}{x}$;
g) $\frac{a}{x} + \frac{a}{y}$; h) $\frac{ab}{n} + \frac{ac}{n}$; i) $\frac{3a}{x^2} + \frac{b}{x}$; k) $\frac{A^4}{12} - A^2a^2$; l) $a - \frac{ap}{100}$.

103—111. Berechne:

	a)	b)	c)	d)	e)
103.	$\frac{3}{11} \cdot 2$	$2\frac{1}{9} \cdot 7$	$9 \cdot \frac{5}{8}$	$\frac{1}{8} \cdot 7$	$37 \cdot \frac{1}{100}$
104.	$\frac{1}{u} \cdot a$	$(x-y) \cdot \frac{1}{n}$	$\frac{x}{a-b} \cdot (a+b)$	$n \cdot \frac{1}{n-1}$	$\frac{x-1}{y} \cdot (x+1)$
105.	$\frac{5}{12} \cdot 16$	$27 \cdot 1\frac{1}{6}$	$\frac{7}{8} \cdot 32$	$6 \cdot \frac{x^3}{3}$	$\frac{gh}{2} \cdot 4$
106.	$a^2 \cdot \frac{b}{a}$	$ax \cdot \frac{b}{au}$	$\frac{n}{12xy} \cdot 15x^4$	$\frac{5u^2v^2}{6ab} \cdot 9au$	$\frac{4a^3b}{-9u^3v} \cdot 12ub^2$
	a)	b)	c)		
107.	$\frac{5}{au+bu} \cdot 3u$	$\frac{5x}{5a^2+7ab} \cdot 7a$	$\frac{ab+bc}{ad+dc} \cdot 6d^2$		
108.	$\frac{x+u}{u-x} \cdot (-1)$	$\frac{7x}{5a+10b} \cdot (a+2b)^2$	$\frac{3h}{7a-7b} \cdot (a^2-b^2)$		
109.	$a \cdot \frac{b}{2u} + b \cdot \frac{a}{2u}$	$\frac{a}{2u} \cdot b - \frac{b}{2u} \cdot a$	$a \cdot \frac{3a}{a+b} - b \cdot \frac{3b}{a+b}$		
110.	a) $(8ab^2c - 16ab^2) \cdot \frac{3}{xc-2x}$	b) $\frac{18a}{a+b} \cdot 5x + \frac{15b}{a+b} \cdot 6x$			
111.	$\frac{x-y}{9(3u-3v)} \cdot 30 - 8 \cdot \frac{16y+11x}{18v-18u}$	Resultat: $6 \cdot \frac{x+y}{u-v}$			

112. Gib den Inhalt des Dreiecks }
 113. Gib den Inhalt des Paralleltrapezes } als ein Produkt an:
 a) von 3 Faktoren; b) von 2 Faktoren.
114. Verwandle die Resultate der Aufgaben 31, 32 und 55 in Produkte.
115. Ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe von der Länge $l = 5 \text{ m}$ hat den äußeren Radius $R = 3 \text{ m}$ und den inneren Radius $r = 2,7 \text{ m}$. Wie groß ist sein Querschnitt F und sein Rauminhalt V ? (Resultat als Produkt).
116. Die Breite B eines Wasserlaufes ist in 10 gleiche Teile b geteilt, und in den Teilpunkten sind die Tiefen $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8$ und h_9 gemessen. Wie groß ist das Profil F des Wasserlaufes, wenn man die Teilprofile als Paralleltrapeze resp. Dreiecke auffaßt? (Resultat als Produkt).
- a) $\left\{ \begin{array}{l} B = 55 \text{ m}; \quad h_1 = 1,7 \text{ m}; \quad h_2 = 2,5 \text{ m}; \quad h_3 = 3,4 \text{ m}; \\ h_4 = 4,8 \text{ m}; \quad h_5 = 3,1 \text{ m}; \quad h_6 = 2,9 \text{ m}; \quad h_7 = 2,6 \text{ m}; \\ h_8 = 2,3 \text{ m}; \quad h_9 = 1,7 \text{ m}. \end{array} \right.$
117. Was versteht man unter einer (geometrischen) Proportion?
118. Gib die Resultate von 114. als Proportionen an.
119. Wie groß ist die Breite b und der Querschnitt F eines rechteckigen Balkens von der Höhe h , wenn $b : h = 5 : 7$ ist?
 a) $h = 14 \text{ cm}$; b) $h = 28 \text{ cm}$; c) $h = 25 \text{ cm}$.
120. Wieviel (x) ist $p \%$ von a ? (Resultat als Bruch).
 a) $p = 3$; $a = 350 \text{ M.}$; b) $p = 22$; $a = 285 \text{ kg}$;
 c) $p = 4$; $a = 35 \text{ u.}$
121. Wie groß ist der Verkaufspreis b einer Ware, deren Selbstkostenpreis a ist, wenn der Gewinn $p \%$ betragen soll?
 (Resultat als Bruch und als Produkt).
122. Wie multipliziert man im Kopfe mit: a) 5; b) 25; c) 125?

§ 7.

123. Wie groß ist: a) $\left(\frac{a}{u} : v\right) \cdot (uv)$; b) $\left(\frac{a}{v} : u\right) \cdot (uv)$?
124. Drücke in Worten aus:
 D.IV.) $\frac{a}{uv} = \frac{a}{u} : v$ oder $\frac{a}{v} : u$; D.IVa.) $\frac{a}{u} : v = \frac{a}{uv}$;
 D.IVb.) $\frac{av}{u} : v = \frac{a}{u}$.
125. Sprich D.IVa.) und D.IVb.) als Bruchrechnungsregeln aus.
126. Zahlenbeispiel zu D.IV.) $a = 1020$; $u = 17$; $v = 15$.

127. Forme zur leichteren Berechnung um:

a) $770 : (7 \cdot 5)$; b) $770 : 22$; c) $777 : 21$; d) $(490 : 35) : 2$.

128—137. Berechne:

	a)	b)	c)	d)
128.	$\frac{2}{7} : 3$	$\frac{1}{2} : 2$	$17\frac{1}{2} : 8$	$8\frac{1}{3} : 100$
129.	$\frac{3a}{7b} : 2c$	$\frac{a-b}{-b} : a$	$\frac{5a}{3u} : (-v)$	$(\frac{P}{n} \cdot s) : 2$
130.	$3\frac{1}{3} : 100$	$16\frac{4}{5} : 8$	$\frac{ab}{u} : (ax)$	$\frac{7yx}{-a} : (7b)$
131.	$\frac{26}{37} : 13$	$2\frac{1}{3} : 7$	$8\frac{1}{3} : 5$	$208\frac{4}{7} : 10$
132.	$\frac{5a}{7} : a$	$(u + \frac{5u}{7}) : 3$	$(\frac{x}{2} - \frac{x}{7}) : 2,5$	$(a + \frac{ay}{x-y}) : x$

	a)	b)	c)
133.	$\frac{56 \text{ kg}}{x} : (48 \text{ kg})$	$\frac{a^2 b}{a+b} : (4a)$	$\frac{121 u^2 v^3}{35 w} : (22 vw)$
134.	$(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}) : (4a + 4x)$	$(a - 3\frac{1}{7} a) : (-10)$	$(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}) : (2ab)$
135.	$(\frac{1}{a} + \frac{3}{b}) : (3a + b)$	$(\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}) : (-y)$	$\frac{a^2 - b^2}{u} : (a + b)^2$

136. a) $(\frac{u}{7} + \frac{v}{8}) : (8u + 7v)$; b) $(\frac{u}{v} + \frac{v}{u} + 2) : (u + v)$.

137. a) $(\frac{16}{u} - 16 + 4u) : (2 - u)$; b) $(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}) : (x + y)$.

138. Wie groß (x) sind die jährlichen Unterhaltungskosten eines Gebäudes vom Bauwert $a = 60000 \text{ M.}$, wenn dieselben $\frac{3}{4}\%$ des Bauwertes betragen?

139. Wie groß ist das Trägheitsmoment J eines Rechtecks von der Höhe h, wenn $b : h = 5 : 7$ ist? (Abschn. II. Aufg. 46).

a) $b : h = 3 : 4$; b) $b : h = 1 : 2$.

§ 8.

140. Wie groß ist: a) $(\frac{a}{u} \cdot \frac{b}{v}) \cdot (uv)$; b) $(\frac{a}{v} \cdot \frac{b}{u}) \cdot (uv)$?

141. Drücke in Worten aus:

D.V.) $\frac{ab}{uv} = \frac{a}{u} \cdot \frac{b}{v}$ oder $\frac{a}{v} \cdot \frac{b}{u}$; D.Va.) $\frac{a}{u} \cdot \frac{b}{v} = \frac{ab}{uv}$.

142. Sprich D.Va.) als Bruchrechnungsregel aus.

143. Zahlenbeispiel zu D.V.): $a = 60$; $b = 36$; $u = 4$; $v = 3$.

144. Drücke in Worten aus:

P. IV.) $\left(\frac{a}{u}\right)^n = \frac{a^n}{u^n}$; P. IVa.) $\frac{a^n}{u^n} = \left(\frac{a}{u}\right)^n$.

145—153. Berechne:

	a)	b)	c)	d)	e)
145.	$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{7}$	$\frac{24}{91} \cdot \frac{26}{27}$	$\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5}$	$4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{5}$	$8\frac{1}{100} \cdot 1\frac{1}{10}$

	a)	b)	c)	d)	e)
146.	$14\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$5\frac{5}{18} \cdot 3\frac{3}{5}$	$6\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{13}$	$5\frac{1}{11} \cdot 3\frac{1}{7}$	$\frac{1}{17} \cdot 4\frac{1}{4}$

	a)	b)	c)
147.	$3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8}$	$61\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{5} \cdot 0,2$	$0,18 \cdot 7\frac{1}{7} \cdot 0,14$

	a)	b)	c)
148.	$\frac{a^2}{u} \cdot \frac{u^2}{a}$	$\left(-\frac{1}{27x^2y}\right) \cdot \frac{18x^2}{y}$	$\frac{12a}{3a+b} \cdot \frac{5b}{6a}$

	a)	b)	c)
149.	$\frac{(a+b)^2}{a-b} \cdot \frac{3}{4a+4b}$	$\frac{x^2-y^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{x-y}$	$\frac{3a^2b}{5uc} \cdot \frac{10b^2c}{6av} \cdot \frac{c^2a}{b^3}$

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
150.	$\frac{1}{a-b} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)$	$\left(a + \frac{a}{n}\right) \cdot \frac{a}{n+1}$	$\frac{a^2-1}{a}$	$\frac{1}{ab-b}$	$\frac{1}{b}$	

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
151.	$\left(\frac{5}{-7}\right)^2$	$\left(\frac{7}{100}\right)^2$	$\left(2\frac{1}{5}\right)^2$	$\left(5\frac{11}{100}\right)^2$	$\left(\frac{17}{10}\right)^3$	$\left(1\frac{71}{100}\right)^3$

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
152.	$\left(\frac{1}{n}\right)^2$	$\left(\frac{d}{2}\right)^2$	$\left(\frac{5x}{a}\right)^2$	$\left(\frac{3x^2u}{y}\right)^3$	$\left(\frac{d}{2}\right)^4$	$\left(\frac{xy}{2z}\right)^4$

	a)	b)	c)
153.	$\left(\frac{a}{x}\right)^2 \cdot xy$	$a \cdot \frac{a}{b} - \frac{b}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^2$	$\left(\frac{a+b}{x}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{x}\right)^2$

154. Wie groß ist der Inhalt F und das Trägheitsmoment J eines Kreises vom Durchmesser d? *Ausl.:* $F = r^2\pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2\pi = \dots$

a) $d = 7 \text{ dm}$; b) $d = 12 \text{ cm}$; c) $d = 4,4 \text{ dm}$.

155. Bestimme mit der Tabelle den Inhalt F eines Kreises vom Durchmesser $d = 6 \text{ dm}$.

a) $d = 537 \text{ mm}$; b) $d = 19,5 \text{ dm}$; c) $d = 0,48 \text{ m}$.

156. Eine gußeiserne Hohlzylinder hat den äußeren Durchmesser D und die Wandstärke d. Wie groß ist der Querschnitt F? (Resultat als Produkt).

a) $D = 14 \text{ cm}$; $d = 2 \text{ cm}$; b) $D = 28 \text{ cm}$; $d = 26 \text{ mm}$.

157. Eine Fensteröffnung besteht aus einem Rechteck von der Breite b und der Höhe h und einem oberen halbkreisförmigen Abschluß. Wie groß ist die ganze Fensterfläche F? (Resultat als Produkt). (In welcher Form eignet sich das Resultat am besten zur Berechnung mit der Tabelle?)

a) $b = 1,05 \text{ m}$; $h = 2,35 \text{ m}$; b) $b = 1,10 \text{ m}$; $h = 2,15 \text{ m}$.

§ 9.

158. Wie groß ist: a) $\frac{av}{ub} \cdot \frac{b}{v}$; b) $\frac{av}{ub} \cdot \frac{u}{v}$?

159. Drücke in Worten aus:

D.VI.) $\frac{av}{ub} = \frac{a}{u} : \frac{b}{v}$ oder $\frac{a}{b} : \frac{u}{v}$; D.VIa.) $\frac{a}{u} : \frac{b}{v} = \frac{av}{ub}$.

160. Sprich D.VIa.) als Bruchrechnungsregel aus.

161. Zahlenbeispiel zu D.VI.):

$a = 180$; $b = -15$; $u = -12$; $v = 3$.

162. Wie lautet D.VIa.) für $u = 1$?

163—169. Berechne:

	a)	b)	c)	d)
163.	$\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$	$4 : \frac{2}{3}$	$\frac{6}{7} : \frac{5}{7}$
164.	$3\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$	$35 : (-2\frac{1}{3})$	$3\frac{5}{10} : \frac{7}{1000}$	$\frac{310}{1000} : \frac{5}{1000}$
165.	$\frac{x}{u} : \frac{1}{a}$	$\frac{1}{a} : \frac{x}{u}$	$\frac{1}{u} : \frac{1}{x}$	$\frac{u}{x}$
166.	$\frac{7u}{5v} : \frac{3u}{8v}$	$\frac{18a^2}{nu} : \frac{ab}{nv}$	$\frac{-13x^2}{5yz} : \frac{3x}{y}$	$\frac{1}{63a^3} : \frac{1}{28ab^2}$

167. a) $(50u) : (\frac{5}{8}u)$ | b) $(xu) : (\frac{x}{v} \cdot a)$ | c) $(-3a) : \frac{15b^2}{-4a}$

168. a) $\frac{a+b}{a-b} : \frac{2}{b-a}$ | b) $\frac{-a}{x+y} : \frac{b}{x^2-y^2}$ | c) $(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}) : (\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2})$

169. a) $(2x + \frac{3x}{a}) : (6y + \frac{9y}{a})$ | b) $\frac{a^2-16}{b} : \frac{4b+ab}{a-4}$

170. Ein Arbeiter soll aus einem Bottich $28\frac{1}{2}$ l Wasser mittelst einer leeren Weinflasche von $\frac{3}{4}$ l Inhalt ausschöpfen. Wie oft (n) muß er schöpfen?

171. Wieviel (a) Geld muß man auf die Sparkasse bringen, um bei p % jährlich z Zinsen zu erhalten?

a) $p = 3\frac{1}{3}$; $z = 25$ M.; b) $p = 3\frac{1}{6}$; $z = 28,50$ M.

172. In wieviel (n) Jahren verdoppelt sich ein Kapital bei p %?

a) $p = 5$; b) $p = 4$; c) $p = 2\frac{1}{2}$; d) $p = 3$.

173. Wie dividiert man im Kopfe durch: a) 25; b) 125?

§ 10.

174. Begründe die Regeln der Rechnung mit Dezimalzahlen: a) Addition und Subtraktion; b) Multiplikation und Potenzierung; c) Division.

175—176. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 9 bis 11:

175. $a = 5$; $b = \frac{2}{3}$; $c = \frac{3}{4}$; $d = 1\frac{1}{3}$; $e = 1$;

176. $a = \frac{7}{4}$; $b = \frac{1}{2}$; $c = 6$; $d = \frac{2}{3}$; $e = \frac{5}{6}$.

177—178. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 18 bis 20:

177. $a = \frac{1}{2}$; $b = 18$; $c = \frac{3}{7}$; $d = \frac{5}{7}$; $e = 4\frac{2}{3}$; $f = \frac{1}{3}$;

178. $a = 3$; $b = 2\frac{1}{2}$; $c = \frac{1}{2}$; $d = 5$; $e = 5\frac{1}{5}$; $f = 1\frac{4}{5}$.

179—180. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 21 bis 23:

179. $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{1}{2}$; $c = \frac{1}{4}$; $d = 5$;

180. $a = \frac{1}{4}$; $b = \frac{3}{4}$; $c = \frac{2}{3}$; $d = 1\frac{1}{2}$.

181—182. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 24 bis 26:

181. $a = 4$; $b = \frac{2}{3}$; $c = \frac{2}{5}$; $d = 6$;

182. $a = 10$; $b = \frac{1}{10}$; $c = \frac{1}{4}$; $d = \frac{3}{5}$.

VII. Gebrochene Benennungen.

§ 1.

1—2. Ordne die nachstehenden Größen in Gruppen mit gleichartiger Benennung:

1.

0,8 m	10 t	45 Sek.	8 cm ⁴	61 kgm	1 M.
173 l	-0,85 M.	847 cm ³	5 ccm	3 mm	(3 m) ²
-56 kg	38 Min.	9 kgcm	12 qcm	(7 cm) ³	1 Std.
(3 qcm) ²	8 gcm	5 dm · 7 qcm	4 t	11 mkg	1 m.

2.

53 M. 14 √	4° 7'	9 engl. Zoll	8 Min.	19 cm ³
3 kg · 3 cm	5° C	18 Francs	- 4° R	- 36 √
163,2 cm ⁴	56 √	3 Kubfuß	5 Ztn.	(1 dm) ⁴
193,2°	7 hl	4 m · 3 t	(4 cm) ³	6' 38''
4 Meilen	1 qkm	35 Fußpfund	2 Std.	7 ¹ / ₂ √.