



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten**

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Gleichungen ersten Grades mit einer und zwei Unbekannten; Verhältnisse und Proportionen; Wurzeln; rein quadratische Gleichungen

**Burg, Robert**

**Frankfurt a.M., 1901**

XIII. Wurzeln und rein quadratische Gleichungen.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78562](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78562)

### XIII. Wurzeln und rein quadratische Gleichungen.

#### § 1.

1—2. Setze in nachfolgenden Formen:

1.  $a = 729$ ;  $b = 64$ ;

2.  $a = 64$ ;  $b = 1$ ;

a) $\sqrt{a + \sqrt{b}}$	b) $\sqrt{a + b}$	c) $\sqrt{a - \sqrt{b}}$	d) $\sqrt{a - b}$
e) $\sqrt[3]{a + \sqrt[3]{b}}$	f) $\sqrt[3]{a + b}$	g) $\sqrt[3]{a - \sqrt[3]{b}}$	h) $\sqrt[3]{a - b}$
i) $\sqrt{a + \sqrt{b}}$	k) $\sqrt{\sqrt{a + b}}$	l) $\sqrt{\sqrt{a + \sqrt{b}}}$	m) $\sqrt{a^2 + b^2}$
n) $\sqrt[3]{a + \sqrt{b}}$	o) $\sqrt{a + \sqrt[3]{b}}$	p) $\sqrt[3]{\sqrt{a + \sqrt{b}}}$	q) $\sqrt{\sqrt[3]{a + \sqrt[3]{b}}}$

3. Zur Vernietung zweier Kesselbleche von der Stärke  $\delta$  wählt man den Nietdurchmesser  $d$  nach der Formel:  $d = \sqrt{50 \text{ mm} \cdot \delta} - 4 \text{ mm}$ . Wie groß ist hiernach  $d$  für  $\delta = 18 \text{ mm}$ ?

4. Der Inhalt eines Dreiecks ist  $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ , wo  $s$  die halbe Summe der Dreiecksseiten bedeutet. Wie groß ist hiernach  $F$  für  $a = 14 \text{ cm}$ ;  $b = 28 \text{ cm}$ ;  $c = 16 \text{ cm}$ ?

a)  $a = 1 \text{ m}$ ;  $b = 8 \text{ dm}$ ;  $c = 4 \text{ dm}$ ; b)  $a = 18 \text{ m}$ ;  $b = 16 \text{ m}$ ;  $c = 12 \text{ m}$ .

5. Wie groß ist: a)  $\sqrt{16a^4}$ ; b)  $\sqrt{x^2y^4}$ ; c)  $\sqrt{a^{18}}$ ; d)  $\sqrt{a^{2n}}$ ;

e)  $\sqrt{(x-y)^2}$ ; f)  $\sqrt{25(u+v)^4}$ ; g)  $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$ ; h)  $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$ ;

i)  $\sqrt{9u^2 - 30uv + 25v^2}$ ; k)  $\sqrt{x^2 - 2xy - 2xz + y^2 + 2yz + z^2}$ ;

l)  $\sqrt[3]{8x^3}$ ; m)  $\sqrt[3]{x^6y^9}$ ; n)  $\sqrt[3]{125a^{12}}$ ; o)  $\sqrt[3]{a^{18}}$ ; p)  $\sqrt[3]{a^{3n}}$ ;

q)  $\sqrt[3]{(a+b)^3}$ ; r)  $\sqrt[3]{27(x-y)^9}$ ; s)  $\sqrt[3]{a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3}$ ?

6. Wie groß ist der Inhalt eines Dreiecks, dessen Seiten  $a = 13 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$ ,  $c = 21 \text{ cm}$  sind? (ohne Ausrechnung des Radikanden.)

a)  $a = 2 \text{ m}$ ;  $b = 7 \text{ dm}$ ;  $c = 15 \text{ dm}$ ; b)  $a = 1 \text{ m}$ ;  $b = 17 \text{ dm}$ ;  $c = 9 \text{ dm}$ .

7. Wie groß ist: a)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$ ; b)  $(3\sqrt{5})^4$ ; c)  $(\sqrt{a})^{2n}$ ;

d)  $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x}$ ; e)  $(\sqrt[3]{u+1})^9$ ; f)  $(2\sqrt[3]{3})^6$ ; g)  $(\sqrt[3]{a})^{3n}$ ?

8—12.\*) Verwandle in ein Produkt:

8. a)  $(\sqrt{5})^3$ ; b)  $(\sqrt{3})^5$ ; c)  $(\sqrt[3]{a})^4$ ; d)  $(2\sqrt{7})^3$ ; e)  $(a\sqrt[3]{b})^7$ .

\*) Bei allen folgenden Aufgaben in § 1, § 2 und § 3 können die Resultate, welche Wurzeln aus ganzen Zahlen enthalten, mittelst der Wurzeltabelle des Tabellenheftes ausgewertet werden.

9. a)  $17x\sqrt{3x} - x\sqrt{3x}$  | b)  $5\sqrt{a} + 6\sqrt{a}$  | c)  $8\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 5$   
 10. a)  $5\sqrt{11} - 7\sqrt{11} + \sqrt{11}$  | b)  $8\sqrt[3]{4} - 7\sqrt[3]{4}$  | c)  $7\sqrt[3]{5} + 11\sqrt[3]{5} - 18\sqrt[3]{5}$   
 11. a)  $\sqrt{x} + x\sqrt{x} + x^2\sqrt{x}$  | b)  $a\sqrt{a} - b\sqrt{a}$  | c)  $5\sqrt{3+a} + a\sqrt{a+3}$   
 12. a)  $(\sqrt{2})^7 + (\sqrt{2})^5 - \sqrt{2}$ ; b)  $(\sqrt{3})^7 - (2\sqrt{3})^5 + (3\sqrt{3})^3 - 4\sqrt{3}$ .

13—17. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

- | a)                             | b)                            | c)                                       |
|--------------------------------|-------------------------------|--|
| 13. $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})$ | $(\sqrt{a}-b)(\sqrt{a}+b)$    | $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ |
| 14. $(8+\sqrt{3})(8-\sqrt{3})$ | $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$    | $(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{3}-\sqrt{7})$ |
| 15. $(\sqrt{3}-4)\sqrt{3}$     | $(7\sqrt{5}-10)\sqrt{5}$      | $(\sqrt{5}-1)(10+2\sqrt{5})$             |
| 16. $(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a})$ | $(4+3\sqrt{7})(21-4\sqrt{7})$ | $(\sqrt{5}-1)^2$                         |
| 17. $(3\sqrt{7}+5)^2$          | $(a-\sqrt{b})^2$              | $(a-b\sqrt{n})(c-d\sqrt{n})$ .           |

18—30. Erweitere, so daß der Divisor wurzelfrei wird:

18. a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; b)  $\frac{15}{\sqrt{3}}$ ; c)  $\frac{5}{\sqrt{10}}$ ; d)  $\frac{a}{\sqrt{b}}$ ; e)  $\frac{7}{\sqrt{a}}$ ; f)  $\frac{12}{5\sqrt{3}}$   
 19. a)  $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}}$ ; b)  $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a-b}}$ ; c)  $\frac{12-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ ; d)  $\frac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$ ; e)  $\frac{2+5\sqrt{10}}{2\sqrt{10}}$   
 20. a)  $4 : (\sqrt[3]{3})^2$ ; b)  $13 : (\sqrt[3]{13})^2$ ; c)  $1 : \sqrt[3]{a}$ .  
 21. a)  $1 : (\sqrt{2}-1)$ ; b)  $1 : (1+\sqrt{2})$ ; c)  $6 : (\sqrt{10}+3)$ ; d)  $4 : (\sqrt{3}+3)$ .  
 22. a)  $1 : (\sqrt{n}+1)$ ; b)  $a : (b+\sqrt{c})$ ; c)  $5 : (8-3\sqrt{7})$ ; d)  $17 : (7+4\sqrt{2})$ .

- | a)  | b)                               | c)                                   |
|---|----------------------------------|--------------------------------------|
| 23. $6 : (3\sqrt{2}+4)$                     | $3 : (5-2\sqrt{7})$              | $19 : (5-3\sqrt{7})$                 |
| 24. $\sqrt{2} : (\sqrt{2}+1)$               | $\sqrt{26} : (\sqrt{26}+5)$      | $\sqrt{5} : (3+\sqrt{5})$            |
| 25. $\sqrt{20} : (5-\sqrt{20})$             | $\sqrt{6} : (3+\sqrt{6})$        | $\sqrt{n} : (\sqrt{n}-1)$            |
| 26. $(3\sqrt{8}) : (3-\sqrt{8})$            | $(4\sqrt{5}) : (5-\sqrt{5})$     | $(3\sqrt{7}) : (11-4\sqrt{7})$       |
| 27. $\frac{32-3\sqrt{110}}{21-2\sqrt{110}}$ | $\frac{7+9\sqrt{7}}{9+\sqrt{7}}$ | $\frac{66+5\sqrt{11}}{5+6\sqrt{11}}$ |

28. a)  $(1+2\sqrt{3}) : (2+3\sqrt{3})$ ; b)  $(5+7\sqrt{2}) : (9+4\sqrt{2})$ .  
 29. a)  $70 : (\sqrt{5}+\sqrt{3})$ ; b)  $n : (\sqrt{a+n}+\sqrt{a})$ ; c)  $5 : (2\sqrt{3}-\sqrt{2})$ .  
 30. a)  $1 : (2\sqrt{7}-3\sqrt{3})$ ; b)  $5 : (3\sqrt{11}-7\sqrt{2})$ ; c)  $2 : (5\sqrt{3}+3\sqrt{5})$ .

31—32. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf (Res. mit wurzelfreiem Divisor):

31. a)  $3x + x\sqrt{3} = 14$ ;      b)  $2x\sqrt{7} + 3x\sqrt{5} = 17$ .

32. a)  $\frac{x}{\sqrt{5}} + 22\sqrt{5} = 3x$ ;      b)  $x + \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{x}{\sqrt{2}} = a$ .

§ 2.

33. Drücke in Worten aus:

a)  $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$ ;      b)  $\sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{c}$ .

34. Zahlenbeispiel zu Aufg. 33:  $a = 64$ ;  $b = 729$ ;  $c = 15\,625$ .

35—51. Verwandle in ein Produkt, resp. eine Potenz:

- | a)                    | b)                | c)              | d)              | e)                   |
|-----------------------|-------------------|-----------------|-----------------|----------------------|
| 35. $\sqrt{4u}$       | $\sqrt{20}$       | $\sqrt{98}$     | $\sqrt{92x}$    | $\sqrt{1000}$        |
| 36. $\sqrt[3]{27x^2}$ | $\sqrt[3]{8ab^2}$ | $\sqrt[3]{16}$  | $\sqrt[3]{54a}$ | $\sqrt[3]{100\,000}$ |
| 37. $\sqrt{5a^2}$     | $\sqrt{a^3}$      | $\sqrt{32x^2y}$ | $\sqrt{250c^3}$ | $\sqrt{a^5b^2}$      |
38. a)  $\sqrt{27a^6b^5c^4}$ ;      b)  $\sqrt{8a^2b + 12a^3}$ ;      c)  $\sqrt{5a^2 + 10ab + 5b^2}$ .
39. a)  $\sqrt{a^n}$ ;      b)  $\sqrt[3]{a^n}$ ;      c)  $\sqrt{8^2}$ ;      d)  $\sqrt[3]{216^2}$ ;      e)  $\sqrt[3]{(27x)^2}$ .
40. a)  $\sqrt{275} - \sqrt{11}$       b)  $\sqrt{63} + \sqrt{847}$       c)  $\sqrt{45} - \sqrt{20}$
41. a)  $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{75}$       b)  $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{50}$       c)  $8\sqrt{108} + 5\sqrt{75}$
42. a)  $7\sqrt{28} + 3\sqrt{7} + 11\sqrt{63}$       b)  $13\sqrt{50} + 6\sqrt{18} - 10\sqrt{128}$
43. a)  $11\sqrt{12} - (7\sqrt{27} + \sqrt{3})$       b)  $\sqrt{500} + \sqrt{20} - \sqrt{169} + \sqrt{5}$
44. a)  $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{72}$ ;      b)  $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$ ;      c)  $\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{135}$ .
45. a)  $7\sqrt[3]{7} + 56\sqrt[3]{56}$ ;      b)  $56\sqrt[3]{7} - 7\sqrt[3]{56} - 14\sqrt[3]{189}$ .
46. a)  $\sqrt{5v} + \sqrt{80v}$       b)  $\sqrt{25u} - \sqrt{9u}$       c)  $8\sqrt{49a^3b} + a\sqrt{ab}$
47. a)  $3\sqrt{4x} - \sqrt{36x}$       b)  $\sqrt{5a^2} + \sqrt{20b^2}$       c)  $\sqrt{a} + \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5}$
48. a)  $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{27ab^4}$ ;      b)  $\sqrt{4a + 12b} + \sqrt{a^3 + 3a^2b}$ .
49.  $\sqrt{3a^2 - 6ab + 3b^2} + \sqrt{12a^2 + 12ab + 3b^2}$ .
50. a)  $\sqrt[3]{216v^2} - \sqrt[3]{125v^2}$ ;      b)  $\sqrt[3]{16x} + \sqrt[3]{250x}$ ;      c)  $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{8a^5}$ .
51. a)  $2\sqrt[3]{7u^3} - \sqrt[3]{56v^3}$ ;      b)  $\sqrt[3]{(a+b)^4} - \sqrt[3]{a^4 + a^3b}$ .

52—55. Vereinfache mit Hilfe von Aufgabe 33:

52. a)  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}$  | b)  $2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$  | c)  $\sqrt{7x} \cdot \sqrt{21ax}$

53. a)  $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{5a+5b}$  | b)  $\sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a^2-b^2}$  | c)  $(\sqrt[3]{a})^2 \cdot \sqrt[3]{5a}$

54. a)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$ ; b)  $(\sqrt{12} + \sqrt{108} + \sqrt{75}) \cdot 2\sqrt{6}$ .

55. a)  $(\sqrt{8} + 3\sqrt{50} - 4\sqrt{98}) : \sqrt{2}$ ; b)  $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{250} \cdot \sqrt[3]{108}$ .

56. Drücke in Worten aus:

a)  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{abc}$ ; b)  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{abc}$ .

57—63. Vereinfache resp. berechne:

57. a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$  | b)  $\sqrt{14} \cdot \sqrt{5}$  | c)  $\sqrt{14} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{70}$  | d)  $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{5b}$

58.  $\sqrt{\frac{15}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{3}}$  |  $\sqrt{8\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{19}}$  |  $\sqrt{\frac{a^2}{b}} \cdot \sqrt{\frac{2b}{a}}$  |  $\sqrt{\frac{18}{x}} \cdot \sqrt{\frac{x}{2}}$

59. a)  $\sqrt{n^2-1} \cdot \sqrt{\frac{16}{n+1}}$ ; b)  $\sqrt{48 \cdot \frac{a+b}{a-b}} \cdot \sqrt{3a^2-3b^2}$ .

60. a)  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{5}$ ; b)  $\sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{50}$ ; c)  $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$ ; d)  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ .

61. a)  $\sqrt{21} \cdot \sqrt{6}$ ; b)  $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{7a}$ ; c)  $\sqrt{15x} \cdot \sqrt{35x}$ ; d)  $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[3]{30}$ .

62. a)  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{15} + \sqrt{27} \cdot \sqrt{2}$ ; b)  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{5a^3} - \sqrt{5b} \cdot \sqrt{b^3}$ .

63. a)  $(\sqrt{a})^n$ ; b)  $(\sqrt[3]{a})^n$ ; c)  $(3\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{500} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{16}$ .

64—65. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

64. a)  $\sqrt{7}(5 - 2\sqrt{3})$ ; b)  $\sqrt{3}(7\sqrt{5} - 5\sqrt{7})$ ; c)  $\sqrt{6}(\sqrt{3} + 3\sqrt{8})$ .

65. a)  $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 5\sqrt{2})$ ; b)  $(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^2$ .

66—71. Erweitere, so daß der Divisor wurzelfrei wird:

66. a)  $\sqrt{6} : \sqrt{5}$ ; b)  $\sqrt{15} : \sqrt{35}$ ; c)  $\sqrt{21} : (3\sqrt{15})$ ; d)  $\sqrt{a-b} : \sqrt{a+b}$ .

67. a)  $\sqrt{50} : (\sqrt{2} - 1)$  | b)  $\sqrt{6} : (2 + \sqrt{3})$  | c)  $(3\sqrt{3}) : (5\sqrt{2} - 7)$

68.  $\sqrt{11} : (3 + \sqrt{7})$  |  $\sqrt{15} : (3\sqrt{5} + 4)$  |  $(11\sqrt{2}) : (5\sqrt{3} - 8)$

69.  $\sqrt{30} : (\sqrt{5} + \sqrt{6})$  |  $\sqrt{3} : (\sqrt{7} - \sqrt{3})$  |  $(19\sqrt{6}) : (8\sqrt{2} + 7\sqrt{3})$

70.  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  |  $\frac{\sqrt{11} + \sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$  |  $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}}$

71. a)  $\frac{70 + 29\sqrt{10}}{2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}}$ ; b)  $\frac{\sqrt{110} + \sqrt{42}}{\sqrt{77} - \sqrt{60}}$ ; c)  $\frac{\sqrt{33} - \sqrt{14} - \sqrt{21} + \sqrt{22}}{\sqrt{11} - \sqrt{7}}$ .

§ 3.

72. Drücke in Worten aus: a)  $\sqrt{\frac{a}{u}} = \sqrt{a} : \sqrt{u}$ ; b)  $\sqrt[3]{\frac{a}{u}} = \sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{u}$ .

73. Zahlenbeispiel zu Aufg. 72: a = 46 656; b = 729.

74–76. Berechne:

74. a)  $\sqrt{\frac{16}{81}}$ ; b)  $\sqrt{\frac{1}{9}}$ ; c)  $\sqrt{2^{1/4}}$ ; d)  $\sqrt[3]{3^{3/8}}$ ; e)  $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^2}}$ .

75. a)  $\sqrt{\frac{10}{27}} \cdot \sqrt[3]{1/3}$ ; b)  $\sqrt{\frac{15}{28}} \cdot \sqrt{8^{4/7}}$ ; c)  $\sqrt{4^{1/10}} \cdot \sqrt{1^{1/40}}$ ; d)  $\sqrt{1^{3/8}} \cdot \sqrt{5,5}$ .

76. a)  $\sqrt{2^{4/7}} \cdot \sqrt{7^{1/7}}$ ; b)  $\sqrt{\frac{35a^5b^3}{12c^3}} \cdot \sqrt{\frac{21ab^3}{20c}}$ ; c)  $\sqrt[3]{\frac{12u^2}{25v}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9u}{20v^5}}$ .

77–82. Verwandle in einen Quotienten mit wurzelfreiem Divisor:

77. a)  $\sqrt{\frac{a}{49}}$ ; b)  $\sqrt{\frac{5}{16}}$ ; c)  $\sqrt{5^{1/4}}$ ; d)  $\sqrt{\frac{D^2\pi}{4}}$ ; e)  $\sqrt{\frac{5x^4}{81}}$ ; f)  $\sqrt{\frac{18}{25}}$ .

78. a)  $\sqrt{\frac{7}{x^2}}$ ; b)  $\sqrt{a + \frac{b^2}{4}}$ ; c)  $\sqrt{\frac{7a}{2} + \frac{b^2}{4}}$ ; d)  $\sqrt[3]{\frac{a+b}{27000}}$ ; e)  $\sqrt[3]{\frac{16a}{343}}$ .

79. a)  $\sqrt{1^{8/9}} - \sqrt{1^{1/16}}$ ; b)  $\sqrt{3^{1/4}} + \sqrt{1^{4/9}}$ ; c)  $\sqrt{0,37} + \sqrt{9^{1/4}}$ .

80. a)  $\sqrt{\frac{1}{a}}$ ; b)  $\sqrt{\frac{3}{8}}$ ; c)  $\sqrt{2^{1/12}}$ ; d)  $\sqrt{\frac{u^2}{v}}$ ; e)  $\sqrt[3]{\frac{5}{16}}$ ; f)  $\sqrt[3]{13^{1/2}}$ .

81. a)  $\sqrt{3^{1/2}} - \sqrt{1^{5/9}}$  | b)  $\sqrt{1^{1/3}} - \sqrt[3]{1/4}$  | c)  $\sqrt{1^{1/5}} + \sqrt{7^{1/2}}$

82. a)  $\sqrt{\frac{a}{2} + \frac{b}{3}}$  | b)  $\sqrt{3^{1/7}} \cdot \sqrt{1^{5/6}}$  | c)  $\sqrt[3]{12^{1/2}} - \sqrt[3]{6^{2/5}}$ .

83. Drücke in Worten aus: a)  $\sqrt{a} : \sqrt{u} = \sqrt{\frac{a}{u}}$ ; b)  $\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{u} = \sqrt[3]{\frac{a}{u}}$ .

84–86. Vereinfache resp. berechne:

84. a)  $\sqrt{21} : \sqrt{3}$ ; b)  $\sqrt{363} : \sqrt{3}$ ; c)  $\sqrt[5]{7} : \sqrt[1]{7}$ ; d)  $\sqrt{17^6/7} : \sqrt[5]{7}$ .

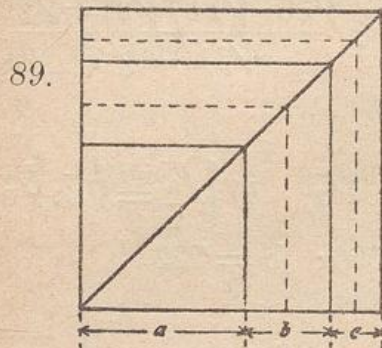
85. a)  $\sqrt{10} : \sqrt{0,1}$ ; b)  $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{8,4}) : \sqrt{0,7}$ ; c)  $\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2}$ .

86. a)  $\sqrt[3]{30} : \sqrt[3]{5}$ ; b)  $\sqrt[3]{108} : \sqrt[3]{0,5}$ ; c)  $\sqrt[3]{25a^4b} : \sqrt[3]{0,2ab^4}$ .

87. Wie groß ist der Inhalt eines gleichseitigen Dreiecks von der Seitenlänge a? (Aufg. 4.)

88. Wie groß ist der Dreiecksinhalt, wenn b = a ist? (Aufg. 4.)

§ 4.



89.

Beweise und veranschauliche (mit Hilfe der punktierten Strecken) geometrisch:

a)  $(a + b)^2 = a^2 + (2a + b)b$

b)  $(a + b + c)^2 = a^2 + (2a + b)b + (2a + 2b + c)c.$

90—94. Berechne durch Ausziehen der Quadratwurzel:

90. a)  $\sqrt{676}$ ; b)  $\sqrt{22,09}$ ; c)  $\sqrt{83521}$ ; d)  $\sqrt{80,8201}$ .

91. a)  $\sqrt{368449}$ ; b)  $\sqrt{6544,81}$ ; c)  $\sqrt{0,0576}$ ; d)  $\sqrt{0,001444}$ .

92. a)  $\sqrt{19175641}$ ; b)  $\sqrt{1460,7684}$ ; c)  $\sqrt{75,829264}$ ; d)  $\sqrt{1607,2081}$ .

93. a)  $\sqrt{0,16297369}$ ; b)  $\sqrt{674139,5236}$ ; c)  $\sqrt{289,306081}$ .

94. a)  $\sqrt{909022500}$ ; b)  $\sqrt{1459,392804}$ ; c)  $\sqrt{278847,3636}$ .

95. Berechne Aufgabe 92 bis 94 unter Benutzung der Potenztabelle für die 3 ersten Ziffern.

Ausführung zu Aufg. 92a):  $\sqrt{19175641} = 4379$

$$\begin{array}{r} 190969 \\ 8749 \overline{) 78741} \\ \underline{78741} \end{array}$$

96. Wann nennt man eine Quadratwurzel rational, wann irrational? Wieviel ganze Zahlen zwischen 1 und 10, zwischen 1 und 100, zwischen 100 und 1000000 haben rationale Quadratwurzeln?

97. Berechne durch Ausziehen der Quadratwurzel (mit oder ohne Benutzung der Potenztabelle) auf 5 Ziffern genau:

a)  $\sqrt{5532384413}$ ; b)  $\sqrt{6486,7}$ ; c)  $\sqrt{37,3}$ ; d)  $\sqrt{0,1}$ ; e)  $\sqrt{0,02}$ .

98. Das selbe für die in Abschnitt VIII angegebenen Quadratwurzeln. (80 Aufgaben.)

§ 5.

99. Was bedeutet: a)  $\sqrt[4]{a}$ ; b)  $\sqrt[5]{a}$ ; c)  $\sqrt[6]{a}$ ; d)  $\sqrt[n]{a}$ ?

100. Wie nennt man in  $\sqrt[n]{a}$  die Zahl n und die Größe a?

101. Wie groß ist: a)  $(\sqrt[4]{a})^4$ ; b)  $(\sqrt[n]{a})^n$ ; c)  $\sqrt[5]{a^5}$ ; d)  $\sqrt[a^p]{a^p}$ ;

e)  $(\sqrt[5]{a})^{10}$ ; f)  $\sqrt[6]{a^{18}}$ ; g)  $(\sqrt[n]{a})^{(nm)}$ ; h)  $\sqrt[p]{a^{(pq)}}$ ; i)  $(\sqrt[4]{a})^3 \cdot \sqrt[4]{a}$ ;

k)  $\sqrt[n]{0}$ ; l)  $\sqrt[n]{1}$ ; m)  $\sqrt[4]{81}$ ; n)  $\sqrt[4]{625}$ ; o)  $\sqrt[5]{3200000}$ ?

102. Drücke in Worten aus:

<b>R.I.)*</b> $\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$	<b>R.Ia.)</b> $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{abc}$
<b>R.II.)</b> $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$	<b>R.IIa.)</b> $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
<b>R.III.)</b> $\sqrt[n]{\frac{a}{u}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{u}$	<b>R.IIIa.)</b> $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{u} = \sqrt[n]{\frac{a}{u}}$

103–106. Verwandle resp. berechne mit Hilfe der vorstehenden Formeln:

103. a)  $\sqrt[5]{32a}$ ; b)  $\sqrt[4]{162}$ ; c)  $\sqrt[6]{64a^7b}$ ; d)  $\sqrt[9]{3^{19}}$ ; e)  $\sqrt[n]{a^{n+1}}$ .

104. a)  $\sqrt[5]{64} \cdot \sqrt[5]{16}$ ; b)  $\sqrt[6]{27a^2} \cdot \sqrt[6]{27a^4}$ ; c)  $\sqrt[4]{12a} \cdot \sqrt[4]{90a^3} \cdot \sqrt[4]{750}$ .

105. a)  $\sqrt[5]{3125^3}$ ; b)  $\sqrt[6]{64^5}$ ; c)  $(\sqrt[6]{a^2})^3$ ; d)  $(\sqrt[4]{9x^2})^2$ .

106. a)  $\sqrt[5]{\frac{x}{243}}$ ; b)  $\sqrt[4]{\frac{r^4\pi}{16}}$ ; c)  $\sqrt[6]{\frac{320ab}{5b^7}}$ ; d)  $\sqrt[4]{80x^7} : \sqrt[4]{5x^3}$ .

107. Drücke in Worten aus:

<b>R.IV.)</b> $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[\text{(mn)}]{a}$	<b>R.IV.a.)</b> $\sqrt[\text{(mn)}]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ oder $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$
<b>R.V.)</b> $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[\text{(mk)}]{a^{\text{(nk)}}$	<b>R.V.a.)</b> $\sqrt[\text{(mk)}]{a^{\text{(nk)}}} = \sqrt[m]{a^n}$

108. Vereinfache: a)  $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$ ; b)  $\sqrt[9]{27a^6b^3}$ ; c)  $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}}$ ; d)  $\sqrt[5]{\sqrt[3]{32x^5}}$ ;

e)  $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ; f)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt[3]{3}$ ; g)  $(\sqrt[8]{4})^6$ ; h)  $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[10]{a^2}$ .

109. Bestimme: a)  $\sqrt[6]{531441}$ ; b)  $\sqrt[4]{0,0625}$ ; c)  $\sqrt[4]{1681}$ ; d)  $\sqrt[6]{29791}$ .

§ 6.

110. Was versteht man unter einer rein quadratischen Gleichung? Welcher Entwicklungsschritt kommt bei der Auflösung derselben in Betracht?

111–122. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

111. a)  $x^2 = 16a^4$  | b)  $x^2 = \frac{4}{9}$  | c)  $x^2 = 9a^2 - 30ab + 25b^2$

112. a)  $x^2 + 9 = 90$  | b)  $18 - x^2 = -7$  | c)  $(x + 4)(x - 4) = 9$

113. a)  $(11 + x)(20 - x) = 139 + 9x$  | b)  $(x - 7)^2 + 9x = 5(13 - x)$

114.  $(13 - x)(5 - x) = 9(\frac{7^2}{3} - 2x)$  |  $(x + 3)(5 - x) = 2(x - 17)$

\*) R. heißt Radizierungsformel.



115. a)  $x^2 + b^2 = c^2$  | b)  $19a^2 - x^2 = 4a^2$  | c)  $x^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$   
 116. a)  $8x^2 = 1800$  | b)  $13x^2 = 2,08 \text{ qcm}$  | c)  $a x^2 \pi = b u^2 \pi$   
 117. a)  $\frac{x^2}{5} = 5$ ; b)  $\frac{x^2}{12} = 75 \text{ qm}$ ; c)  $\frac{25}{x} = x$ ; d)  $\frac{6}{x} = \frac{x}{24}$ ; e)  $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$

118. a)  $\frac{18x^2}{175} = 56$ ; b)  $\frac{a}{x} = xb$ ; c)  $7x^2 - 24 = 319$ ; d)  $11 - 8x^2 = 9$ .

119. a)  $(5x - 8)(3x - 1) = 143 - 29x$ ; b)  $x^2 = a^2(b^2 - x^2)$ .

120. a)  $x - \frac{256}{x} = 0$ ; b)  $\frac{a}{x-5} = \frac{x+5}{a+10}$ ; c)  $\frac{13x-9}{5x-1} - \frac{3x-1}{2x+1} = 1$ .

121. a)  $\frac{3x+11}{6+x} - \frac{4x+1}{9x-10} = 1$  | b)  $\frac{14x+20}{4x-5} - 10 = \frac{60-20x}{3x-5}$

122. a)  $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{a}\right)^2$  | b)  $\frac{5x}{14} - 21 = 7\left(\frac{10}{x} - 3\right)$ .

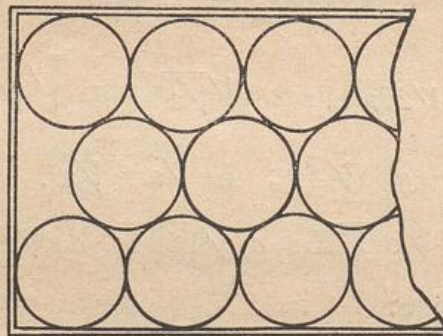
123. In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten  $a = 24 \text{ cm}$  und  $b = 7 \text{ cm}$ . Wie groß (c) ist die Hypotenuse?

a)  $a = 5 \text{ m}$ ; b)  $b = 12 \text{ m}$ ; c)  $a = 48 \text{ cm}$ ; d)  $b = 5\frac{1}{2} \text{ dm}$ .

124. Aus einem runden Blech vom Radius r soll ein Rechteck von der Breite b ausgeschnitten werden. Wie groß (h) wird die Höhe?

125. Wie groß ist die Höhe h und der Inhalt F eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Seite a ist?

126.



127.

50 runde Stäbe vom Durchmesser d sollen in 3 Reihen übereinander in eine möglichst niedrige Kiste eingepackt werden. Wie groß muß die lichte Länge (L) und die lichte Höhe (H) der Kiste sein? Wie groß sind die Katheten (a) eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse c ist?

128. In einen Kreis vom Radius r ist eine Sehne s eingezeichnet. Wie groß (x) ist das vom Kreismittelpunkt auf die Sehne gefällte Lot?

129. In Aufg. 128 sei das Lot bis zum Schnittpunkt mit dem Kreise verlängert und dieser Schnittpunkt mit den Endpunkten der Sehne s verbunden. Wie groß (s<sub>1</sub>) ist jede der Verbindungssehnen?

130. Wie groß ist die Seite des einem Kreis vom Radius r eingeschriebenen regelmäßigen a) Zwölfecks; b) Vierundzwanzigecks; c) Achtundvierzeigecks; d) Vierecks; e) Achtecks; f) Sechzehnecks; g) Zweiunddreißigecks?

131. Welche Zahl gibt verdoppelt ihren reziproken Wert?