



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Gleichungen (3. Teil); Proportionalität; Vermischte Aufgaben; Summen; Exponentialgleichungen, geometrische Reihen, Zinseszins

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1905

XX. Gleichungen. (Dritter Teil.)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78546](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78546)

XX. Gleichungen.

(Dritter Teil.)

§ 1.*)

1—10. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

1. a) $\left(\frac{a}{x} + b\right)(a + bx) = b^2(x + 2a)$; b) $\frac{x}{a} \cdot \frac{x+a}{2a} = 1$.

2. a) $\frac{x^2 + x + 1}{x + 2} = \frac{2x^3 - 2x^2 + x}{2x^2 - 3}$; b) $3 = \frac{x-1}{1-x}$.

3. $(12x - 5)^2 + (5x + 1)(7x + 5) = 180x^2 - 88x - 6$.

4. a) $\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a+2x} = \frac{5}{6a}$; b) $a^2b^2x^2 + x(a-b) = \frac{1}{ab}$.

5. $\frac{a^2x^2 + 2abx - a^2 + b^2}{(a+2)x + b - c} = (a-2)x + b + c$.

6. a) $\frac{ax^2 + bx + 3a}{bx^2 - 4a} = \frac{ax + b}{bx + a}$; b) $\frac{ax^2 + 9bx + 3a}{bx^2 - 4a} = \frac{ax + 9b}{bx + a}$.

7. a) $\sqrt{7x - 5} + 11 = \sqrt{7x + 16} - 10$; b) $x = \sqrt{18(110 - 3x^2)}$.

8. a) $7\sqrt{3x} = 2x - 12$; b) $\sqrt{x+5} + \sqrt{10x+16} = 3$.

9. a) $\frac{x-a}{\sqrt{1+x^2}} = \sqrt{\frac{1+a^2}{2}}$; b) $\frac{3x+2}{\sqrt{4x+3}} = \frac{\sqrt{9x+5}}{2}$.

10. a) $\sqrt{2x+20} + \sqrt{x+8} = 2$; b) $\sqrt{3x+3} = 4 + \sqrt{x-1}$.

11—17. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

| | | | |
|-----|---|--|--|
| | a) | | b) |
| 11. | $11x + 417y = 560$ $9x + 100 = 217y$ | | $51x + 37y = 227$ $49x - 85y = -23$ |

| | | | |
|-----|--------------------------------------|--|--|
| 12. | $37x + 36y = 43$ $87x + 89y = 75$ | | $83x - 80y = 255$ $67x - 63y = 209$ |
|-----|--------------------------------------|--|--|

| | | | | | |
|-----|------------------------------|--|---------------------------------------|--|----------------------------------|
| | a) | | b) | | c) |
| 13. | $3x = 7y$ $x^2 + xy = 70$ | | $5y = 6x + 10$ $x^2 + 2x = xy - 5$ | | $5x - 4y = 81$ $(x+y)^2 = 81$ |

| | | | | | |
|-----|--|--|--|--|---------------------------------------|
| 14. | $15x^2 + 7xy = 4064$ $x^2 - 7xy = 32$ | | $5x^2 + 3y^2 = 17$ $8x^2 - y^2 = 4$ | | $x(3x - 2y) = 5$ $x(4x - 3y) = -5$ |
|-----|--|--|--|--|---------------------------------------|

| | | | | | |
|-----|--|--|--|--|--|
| 15. | $x \cdot y = 405 \text{ qcm}$ $x : y = 5 : 9$ | | $\frac{x+y}{x-y} = \frac{7}{4}$ $x^2 - y^2 = 112$ | | $x(3x + 7y) = 138$ $y(3x + 7y) = -54$ |
|-----|--|--|--|--|--|

*) Dieser § bildet die Fortsetzung der Abschnitte X, XI, XIII § 6, XVI und XVIII. Vermischte Textaufgaben folgen im Abschnitt XXII.

$$16. \quad a) \begin{cases} x^2 - xy = 304 \\ xy - y^2 = 48 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 2a \\ a^2x + y^2 = 21a^4 \end{cases}$$

$$17. \quad \begin{array}{ccc} a) & b) & c) \\ \left| \begin{array}{l} x^2(y+3x) = 207 \\ x^2(y-3x) = 45 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x^2(x+y) = 45 \\ x^2(2x-3y) = 0 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x^2(x-y) = 25 \\ x^2(2x+3y) = 550 \end{array} \right| \end{array}$$

18—22. Löse nachfolgende Gleichungen nach x, y und z auf:

$$18. \quad a) \begin{cases} y = 2x - z + 1 \\ 3x - 5y + 7z = 16 \\ 7x + 3y - z = 92 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 11x + y - z = 16 \\ 5x + y + z = 50 \\ 3x + 2y - z = 17 \end{cases}$$

$$19. \quad a) \begin{cases} 2y + z = 5x \\ y = 3 + 2x \\ y + 2z = 11 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 12x - 17y + 13z = 127 \\ 3x + 15y - 20z = -119 \\ 20x - 11y + 17z = 141 \end{cases}$$

$$20. \quad a) \begin{cases} y - x = z - y \\ 3x + y - 2z = a + 3b \\ 5x - 3y + z = 5a + 8b \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ \frac{6}{z} - \frac{7}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{7}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} = 3 \end{cases}$$

$$21. \quad a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 122 \\ y^2 - z^2 = 40 \\ z^2 - x^2 = 80 \end{cases} \quad b) \begin{cases} xy = 6 \\ yz = 12 \\ zx = 8 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 5 \\ y^2 + z^2 - x^2 = 45 \\ z^2 + x^2 - y^2 = 27 \end{cases}$$

$$22. \quad a) \begin{cases} xy + yz = -24 \\ yz + zx = 21 \\ zx + xy = 25 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x + 35z = 7(2y + 5z) \\ 4z + 6x = 5(3z - 2y) \\ x^2 - 9y^2 - z^2 = 1479 \end{cases}$$

§ 2.

23—25. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

$$23. \quad \begin{array}{ccc} a) & b) & c) \\ \left| \begin{array}{l} 3x = y^2 \\ x + y = 18 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x = 3y^2 \\ x + y^2 - 12y = 40 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} 144 + x^2 = y^2 \\ y : (x - 4) = 3 : 1 \end{array} \right| \end{array}$$

$$24. \quad \left| \begin{array}{l} 3x = y + 5 \\ \frac{6x}{y} = \frac{2y + 1}{2} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} y^2 - x^2 = 11025 \\ \frac{y - 11}{x - 11} = 4 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} y^2 - 7x = 9 \\ \frac{y - x}{y + x} = \frac{3}{5} \end{array} \right|$$

$$25. \quad a) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5(b^2 - a^2) \\ 2x - y = a + 4b \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - y = b - a \\ cx^2 + dy^2 = ca^2 + db^2 \end{cases}$$

26—28. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

| | | | |
|-----|--|--|--|
| | a) | b) | c) |
| 26. | $\begin{aligned} x &= \frac{7y-4}{2+y} \\ 3xy - 13y &= 14 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x &= \frac{15}{y-6} \\ 4x + \frac{11}{y} &= 13 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} 5x + \frac{2}{y} &= 31 \\ 3y + \frac{25}{x} &= 6 \end{aligned}$ |

| | | | |
|-----|--|--|---|
| | a) | b) | c) |
| 27. | $\begin{aligned} 3y - xy &= 5 \\ 4xy - 18 &= 11x \end{aligned}$ | $\begin{aligned} (x+y)ab &= (a-b)^2 \\ xy &= -(x+y) \end{aligned}$ | $\begin{aligned} y &= \frac{24}{x} \\ x^2 &= 4 + 2y^2 \end{aligned}$ |
| 28. | $\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 50 \\ 2xy &= x^2 - 75 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x^2 + xy &= 418 \\ xy - y^2 &= 48 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} 3x^2 + xy &= 308 \\ 3xy + 4y^2 &= -65 \end{aligned}$ |

29. Das Aufschlagen eines in einen Schacht fallenden Steines wird oben nach der Zeit t gehört. Wielange (x) brauchte der Stein zum Fallen und wielange (y) brauchte der Schall?

§ 3.

30—35. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

| | | |
|-----|---|--|
| | a) | b) |
| 30. | $\begin{aligned} 17x^2 - 5x + 11y &= 36 \\ x^2 + 3x + 11y &= -12 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} 5x^2 + 5xy - 3y &= 0,2 \\ 3x^2 + 3xy - 5y &= -1,8 \end{aligned}$ |
| 31. | $\begin{aligned} x^2 + 3xy + 2y^2 &= 168 \\ x^2 - 3xy - 2y^2 &= 32 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x^2 + 5x + xy - y^2 &= 74 \\ 3x^2 - 7x - xy + y^2 &= 388 \end{aligned}$ |

| | | | |
|-----|--|--|--|
| | a) | b) | c) |
| 32. | $\begin{aligned} \frac{5}{x} + \frac{3y}{2} &= 1 \\ \frac{5}{3x-2} - y &= \frac{2}{3} \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \frac{20}{x} - \frac{20}{y+3} &= 3 \\ \frac{7}{3x} + \frac{17}{y+5} &= 2 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \frac{x+5}{2} &= \frac{7}{y+9} \\ 14 + xy &= 0 \end{aligned}$ |
| 33. | $\begin{aligned} 7x - 36 &= xy \\ y - 25 &= 2xy \end{aligned}$ | $\begin{aligned} 19x &= 2xy + 11 \\ 8y &= xy - 27 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} 195 - 56x &= 169xy \\ 13y + 39 &= 15xy \end{aligned}$ |
| 34. | $\begin{aligned} 3x &= \frac{8y+19}{y+3} \\ 3y &= \frac{5x+19}{x-5} \end{aligned}$ | $\begin{aligned} 3x + \frac{15}{y} &= 9 \\ 4y - \frac{18}{x} &= 11 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \frac{20}{x} &= \frac{20}{y} + 1 \\ \frac{56}{x+3} &= \frac{56}{y+3} + 1 \end{aligned}$ |
| 35. | $\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 5 \\ (3+x)^2 + (6+y)^2 &= 80 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 3 \\ (x+y)^2 + y^2 &= 3 \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 6 \\ (x+y)^2 + y^2 &= 3 \end{aligned}$ |

36—41. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

| | | | | | |
|--------|--|----|--|----|--|
| 36. a) | $\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 73 \\ 2xy &= 48 \end{aligned}$ | b) | $\begin{aligned} x^2 &= 101 - y^2 \\ xy &= 10 \end{aligned}$ | c) | $\begin{aligned} x(x+4y) &= 517 - y^2 \\ xy &= 78 \end{aligned}$ |
|--------|--|----|--|----|--|

37. a) $\left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5(a^2 + b^2) \\ xy = 2a^2 + 3ab - 2b^2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} b) \quad xy = 35 \\ x - y = 2 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} c) \quad x + y = 13 \\ xy = 42 \end{array} \right|$

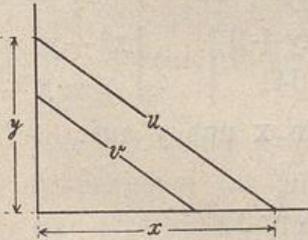
38. a) $\left| \begin{array}{l} xy = a^2b^2 + (a - b)^2(a + b - 1) \\ x - y = (a - b)(a + b - 2) \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} b) \quad x + y = 4 \\ x^2y + xy^2 = -84 \end{array} \right|$

39. $\left| \begin{array}{l} a) \quad 3x + 2y = 4 \\ xy = -450 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} b) \quad 5y - 6x = 7 \\ xy = 15 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} c) \quad xy = 18 \\ (x + 3)(y - 1) = xy \end{array} \right|$

40. $\left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 50 \\ x - y = 6 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 130 \\ x + y = 14 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2(a^2 + b^2) \\ x + y = 2a \end{array} \right|$

41. a) $\left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 970 \\ (x - 11)^2 + (y + 11)^2 = 596 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} b) \quad x^3 - y^3 = 936 \\ x - y = 6 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} c) \quad x^3 + y^3 = 65 \\ x + y = 5 \end{array} \right|$

42. In einen Kreis vom Durchmesser d soll ein Rechteck vom Inhalt F eingezeichnet werden. Wie groß müssen die Rechtecksseiten sein?

43.  Zwischen die Schenkel eines rechten Winkels sollen 2 parallele Strecken $u = 30 \text{ cm}$ und $v = 20 \text{ cm}$ so gelegt werden, daß das entstehende Parallelogramm den Inhalt $F = 120 \text{ qcm}$ hat. Wie groß müssen die größeren Abschnitte (x und y) auf den Schenkeln des rechten Winkels sein?

44. Eine rechteckige Blechtafel von 12 cm Breite und 26 cm Länge soll durch einen Schnitt in zwei einander ähnliche (nicht kongruente) Rechtecke geteilt werden. Wie kann dies geschehen?

45. In ein Rechteck von den Seiten $a = 27 \text{ dm}$ und $b = 15 \text{ dm}$ soll ein Rechteck eingezeichnet werden, dessen Ecken auf den Seiten des ersten Rechtecks liegen, so daß a in zwei Teile $a_1 = 1 \text{ dm}$ und $a_2 = 26 \text{ dm}$ geteilt wird. Wie groß (b_1 und b_2) sind die Teile von b ? Wie groß (F_1) ist der Inhalt des eingezeichneten Rechtecks?

46. In ein Quadrat von der Seite $a = 973 \text{ cm}$ soll ein Parallelogramm von den Seiten $b = 233 \text{ cm}$ und $c = 1157 \text{ cm}$ eingezeichnet werden, dessen Ecken auf den Quadratseiten liegen. Wie groß sind die Katheten des durch b abgeschnittenen rechtwinkligen Dreiecks?

47. Ein Hohlwürfel von der Dicke d soll das Volumen V haben. Wie groß (A und a) müssen die Würfelkanten sein?

§ 4.

48—53. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

$$48. \begin{array}{l|l} a) & b) \\ \left| \begin{array}{l} (x+y)^2 + 8(x+y) = 345 \\ (x-y)^2 - 6(x-y) = 55 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x^2 - 6x + y^2 = 6y - 2xy + 160 \\ x^2y^2 - 6xy = 3712 \end{array} \right| \end{array}$$

$$49. \begin{array}{l|l} \left| \begin{array}{l} 6xy + x^2y^2 = 7 \\ x - y = 8 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 8(x-y) + 138 \\ xy = 77 \end{array} \right| \end{array}$$

$$50. \begin{array}{l|l|l} a) & b) & c) \\ \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 68 \\ xy + x + y = -10 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x + y = xy \\ x^2 + y^2 = 5x^2y^2 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + y^2 = 52 \\ xy - y = 14 \end{array} \right| \end{array}$$

$$51. \begin{array}{l|l|l} \left| \begin{array}{l} \frac{2x}{y} + \frac{2y}{x} = 5 \\ x + y + xy = 27 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} \frac{x}{y+3} + \frac{y}{x-13} = 4 \\ 15(x+y) - 2xy = 195 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} 7\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{y}\right) = 5 \\ 6x^2 - 3xy + y^2 = 94 \end{array} \right| \end{array}$$

$$52. a) \left| \begin{array}{l} 3x^2 + 7xy - 4y^2 = 47 \\ 5x^2 + 9xy - 7y^2 = 41 \end{array} \right| \quad b) \left| \begin{array}{l} x^2 - 3xy + y^2 = 61 \\ 12y^2 + 5xy = 48 \end{array} \right|$$

$$53. a) \left| \begin{array}{l} xy(x+y) = 12 \\ x^3 + y^3 = 28 \end{array} \right| \quad b) \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 2xy + 9 \\ x^4 + y^4 = 641 \end{array} \right| \quad c) \left| \begin{array}{l} x^4 + y^4 = 97 \\ x + y = 5 \end{array} \right|$$

54—56. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

54. $x + y = x \cdot y = x^2 - y^2$.

55. $x + y + x^2 - y^2 = 1 + xy = \frac{1}{4}(x + y)^2$.

56. $x + y = x \cdot y = x^3 + y^3$.

57. Löse nach x , y und z auf:

$$a) \left| \begin{array}{l} x^2 - yz = 3a \\ y^2 - zx = -\frac{1}{a} \\ x - y = 1 \end{array} \right| \quad b) \left| \begin{array}{l} x^2 + 4xy + z^2 = 9 \\ 3x^2 + y^2 - z^2 = 72 \\ 2z^2 - 2yz - 3x^2 = 153 \end{array} \right|$$

§ 5.

58—60. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

$$58. \begin{array}{l|l|l} a) & b) & c) \\ \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+y} = 6 - x - y \\ x^2 + y^2 = 10 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ x + y = 26 \end{array} \right| & \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+y} - a = \frac{y}{2a} \\ \sqrt{x-y} + a = b \end{array} \right| \end{array}$$

$$59. \left| \begin{array}{l} x + y - \sqrt{xy} = 19 \\ x^2 + y^2 + xy = 133 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x + \sqrt{y} = 14 \\ 2x - y = 13 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x + y = 3\sqrt{xy} - 3 \\ x^2 + y^2 = 5769 \end{array} \right|$$

$$60. a) \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+7} - \sqrt{y+7} = 2 \\ x \cdot y = -12 \end{array} \right| \quad b) \left| \begin{array}{l} \sqrt{1+5x} + \sqrt{1+5y} = 10 \\ \sqrt{x-3} - \sqrt{y-3} = 2 \end{array} \right|$$