Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Stabrechnen mit Rechenstab und Uhr

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1905

V. Das Rechnen mit Kuben und Kubikwurzeln.

V. Das Rechnen mit Kuben und Kubikwurzeln.

§ 1.

Kommt in einer Aufgabe eine 3^{te} Potenz (Kubus) vor, so ist dieselbe stets in das Produkt von Basis und Quadrat aufzulösen. Die *Hauptrechnung* erfolgt, mit Rücksicht auf das Quadrat, selbstverständlich auf den oberen Skalen.

60. $x = \frac{(87)^3}{543} = \frac{(87)^2 \cdot 87}{543}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,7 (Bu)	(Z) 2 Stellen nach links	×2
schiebe 54,3 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	×1
stelle (L) auf 8,7 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	×2

Dann steht 12,13 (Bo) unter (L), also:

$$x = 12,13 \times 100 = 1213.$$

61. $x = (2,31 \cdot 47,4)^3 = (2,31)^2 \cdot 2,31 \cdot 47,4 \cdot (47,4)^2$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,31 (Bu)	………	Null
schiebe 1 (So) unter (L)	………	Null
stelle (L) auf 2,31 (So)	………	Null
schiebe 1 (So) unter (L)	………	Null
stelle (L) auf 4,74 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	×1
schiebe 100 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	×3
stelle (L) auf 4,74 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	×5

Dann steht 13,13 (Bo) unter (L), also:

$$x = 13,13 \times 100\,000 = 1\,313\,000.$$

62. $x = \frac{(2,41)^3}{96,1} = \frac{(2,41)^2 \cdot 2,41}{96,1}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,41 (Bu)	………	Null
schiebe 96,1 (So) unter (L)	………	Null
stelle (L) auf 24,1 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1

Dann steht 1,46 (Bo) unter (L), also:

$$x = 1,46 : 10 = 0,146.$$

63. $x = (5,9)^3 = (5,9)^2 \cdot 5,9 = 205,5.$

§ 2.

Das Rechnen mit Kubikwurzeln hat zur Voraussetzung, daß man mittelst des Rechenstabes das Ausziehen der Kubikwurzeln bewerkstelligen kann. Soll diese Operation praktisch brauchbar sein, so muß die Methode derselben erstens sich aus den bisherigen Betrachtungen ergeben und zweitens für alle Fälle in derselben Weise anwendbar sein.

Soll $x = \sqrt[3]{a}$ sein, so muß $a = x^3 = \frac{x^2}{1} \cdot x$ sein. Hieraus folgt:

IX. Steht der Läufer (L) auf einer Zahl a (Bo), so findet man $x = \sqrt[3]{a}$, indem man den Schieber (S) solange verschiebt, bis dieselbe Zahl x auf (Bu) unter 1 (Su) steht, welche auf (So) unter (L) steht; denn dann ist $\frac{x^2}{1} \cdot x = a$.

Man findet so:

64. $x = \sqrt[3]{8} = 2.$

65. $x = \sqrt[3]{5{,}9} = 1{,}807.$

66. $x = \sqrt[3]{59} = 3{,}89.$

Das Ausziehen der Kubikwurzel erfordert, ebenso wie die Ausführung einer Division, nur eine Verschiebung des Schiebers; eine Einstellung des Läufers auf das gefundene Resultat x (Bu) würde eine Multiplikation der Kubikwurzel mit 1 (Su) bedeuten und mithin, wie nach Ausführung einer Division, nur dann am Platze sein, wenn keine andere Multiplikation nach dem Ausziehen der Kubikwurzel vorgeschrieben ist; anderenfalls ist die der vorgeschriebenen Multiplikation entsprechende Einstellung des Läufers direkt an die zum Ausziehen der Kubikwurzel erforderliche Verschiebung des Schiebers anzuschließen.

Nach der obengenannten Regel IX. wird die Kubikwurzel stets aus derjenigen Zahl a (Bo) ausgezogen, auf welche (L) eingestellt ist. Mithin kann man die Berechnung einer Kubikwurzel nicht an jeder Stelle einer Aufgabe vornehmen, sondern nur am Anfang derselben. Die Hauptrechnung erfolgt darauf auf den unteren Skalen, so daß auch für Kuben und Kubikwurzeln die Gedächtnisregel gilt:

Hauptrechnung mit „Potenzen" — „obere" Skalen,
Hauptrechnung mit „Wurzeln" — „untere" Skalen.

67. $x = \sqrt[3]{74} \cdot 18.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 74 (Bo)		Null
ziehe die Kubikwurzel (4,2)		Null
stelle (L) auf 1,8 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 10$

Dann steht 7,56 (Bu) unter (L), also:

$$x = 7{,}56 \times 10 = 75{,}6.$$

68. $x = 42{,}9 \cdot \sqrt[3]{74} = \sqrt[3]{74} \cdot 42{,}9.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 74 (Bo)		Null
ziehe die Kubikwurzel (4,2)		Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 4,29 (Su)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 2$

Dann steht 1,8 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}8 \times 100 = 180.$$

69. $x = \frac{\sqrt[3]{9{,}85}}{7{,}35}.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 9,85 (Bo)		Null
ziehe die Kubikwurzel (2,144)		Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null
schiebe 7,35 (Su) unter (L)		Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	$:1$

Dann steht 2,92 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}92 : 10 = 0{,}292.$$

Ist der Radikand der Kubikwurzel ein Produkt oder ein Quotient, so muß (L) vor dem Ausziehen der Kubikwurzel auf den Wert dieses Produktes oder Quotienten auf (Bo) eingestellt sein; dem Ausziehen der Kubikwurzel muß also im Radikanden eine Multiplikation direkt vorausgehen. Eine Ablesung des gefundenen Radikanden ist nicht nötig.

70. $x = \sqrt[3]{\frac{5{,}8 \cdot 6{,}75}{2{,}1}} \cdot \frac{2{,}79}{\sqrt[2]{34}}$

Stelle (L) auf 5,8 (Bo); schiebe 2,1 (So) unter (L); stelle (L) auf 6,75 (So); ziehe die Kubikwurzel (2,65); stelle (L) auf 2,79 (Su), schiebe 34 (So) unter (L); stelle (L) auf 1 (Su). Dann steht 1,269 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}269.$$

§ 3.

Für die Verschiebung des Kommas im Radikanden einer Kubikwurzel gilt, da $\sqrt[3]{1000} = 10$ ist, die der Regel VIII. entsprechende Regel, daß je 3 Stellen des Radikanden als 1 Stelle für die Uhr zählen. Da jedoch die Berechnung des Radikanden und das Ausziehen der Kubikwurzel den übrigen Operationen der Aufgabe stets vorausgehen muß, empfiehlt es sich, die Komma-Verschiebungen im Radikanden während der Berechnung desselben zunächst an der Uhr **voll** zu notieren und die Regel hinzuzufügen:

X. Beim Ausziehen einer Kubikwurzel ist die Zeigerstellung der Uhr durch 3 zu dividieren.

Man rechnet also:

71. $x = \sqrt[3]{\dfrac{0{,}074}{29}}$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 74 (Bo)	(Z) 3 Stellen nach rechts	: 3
schiebe 29 (So) unter (L)		: 3
stelle (L) auf 1 (So)		: 3
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	: 1
stelle (L) auf 1 (Su)		: 1

Dann steht 1,365 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1{,}365 : 10 = 0{,}1365.$$

72. $x = \dfrac{\sqrt[3]{375 \cdot 34{,}5}}{2{,}7 \cdot 32{,}4}.$

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 37,5 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	× 1
schiebe 100 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	× 3
stelle (L) auf 34,5 (So)		× 3
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	× 1
stelle (L) auf 1 (Su)		× 1
schiebe 2,7 (Su) unter (L)		× 1
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null
schiebe 3,24 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	: 1
stelle (L) auf 1 (Su)		: 1

Dann steht 2,68 (Bu) unter (L), also:

$$x = 2{,}68 : 10 = 0{,}268.$$

73. $x = \sqrt[3]{\frac{1}{0{,}8 \cdot 0{,}03}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 8 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 3 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach rechts	×1
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null

Dann steht 3,465 (Bu) unter (L), also:

$$x = 3{,}465.$$

74. $x = \frac{\sqrt[2]{782 \cdot 537}}{\sqrt[3]{7{,}5 \cdot 3400}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 7,5 (So) unter (L)		:1
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:2
schiebe 34 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	:4
stelle (L) auf 100 (So)	(Z) 2 Stellen nach rechts	:6
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	:2
stelle (L) auf 7,82 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	:1
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 5,37 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	×2

Dann steht 5,1 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5{,}1 \times 100 = 510.$$

§ 4.

Bei den Aufgaben des vorigen Paragraphen war die Zeigerstellung vor dem Ausziehen der Kubikwurzel durch 3 teilbar; dies ist aber keineswegs immer erreichbar, vielmehr gibt die mit dem Ausziehen der Kubikwurzel verbundene Division der Zeigerstellung durch 3 häufig Brüche resp. gemischte Zahlen mit dem Nenner 3.

Um diese auf der Uhr einstellen zu können, ist die äußere Skala der Uhr in Drittelstellen geteilt.

E i n e Drittelstelle bedeutet natürlich $\sqrt[3]{10}$, z w e i Drittelstellen bedeuten $\sqrt[3]{100}$.

Um die Zeigerstellung der Uhr in solchen Fällen wieder ganzzahlig zu erhalten, muß man im Zähler oder Nenner den Faktor $\sqrt[3]{10} = 2{,}154$ resp. $\sqrt[3]{100} = 4{,}642$ einschieben; diese beiden Zahlenwerte sind deshalb auf (Su) durch **rote Striche** markiert.*)

75. $x = \sqrt[3]{125}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 12,5 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times {}^1/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	Null

Dann steht 5 (Bu) unter (L), also:

$$x = 5.$$

76. $x = \sqrt[3]{\dfrac{90000 \cdot 151}{53}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 9 (Bo)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$
schiebe 5,3 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$\times 3$
stelle (L) auf 15,1 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 4$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times 1^1/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	$\times 1$

Dann steht 6,35 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}35 \times 10 = 63{,}5.$$

77. $x = \dfrac{3{,}5 \cdot \sqrt[3]{8{,}7 \cdot 3{,}9 \cdot 25}}{69}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,7 (Bo)	....	Null
schiebe 1 (So) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 3,9 (So)	....	Null
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 25 (So)	....	$\times 1$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times {}^1/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	Null
schiebe 6,9 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	$:1$
stelle (L) auf 3,5 (Su)	....	$:1$

Dann steht 4,8 (Bu) unter (L), also:

$$x = 4{,}8 : 10 = 0{,}48.$$

*) Bei den Rechenstäben von Dennert & Pape, Altona.

78. $x = \frac{3{,}28 \cdot 3{,}05}{\sqrt[3]{1570 \cdot 2{,}66}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 10 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 15,7 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	:3
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:4
schiebe 2,66 (So) unter (L)		:4
stelle (L) auf 10 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:5
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	:$1^2/_3$
dann entweder:		
stelle (L) auf 3,28 (Su)	....	:$1^2/_3$
schiebe $\sqrt[3]{100}$ (Su) unter (L)	(N) $^2/_3$ Stellen nach rechts	:1
stelle (L) auf 3,05 (Su)	....	:1
oder:		
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	:2
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	:1
stelle (L) auf 3,28 (Su)	....	:1
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	:1
stelle (L) auf 3,05 (Su)	....	:1

Dann steht 6,21 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}21 : 10 = 0{,}621.$$

79. $x = \sqrt[3]{\frac{7{,}4 \cdot 342}{\pi^2}}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 7,4 (Bo)	....	Null
schiebe π (Su) unter (L)	....	Null
stelle (L) auf 34,2 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	$\times 1$
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	$\times ^1/_3$
stelle (L) auf $\sqrt[3]{10}$ (Su)	(Z) $^1/_3$ Stelle nach rechts	Null

Dann steht 6,355 (Bu) unter (L), also:

$$x = 6{,}355.$$

Bemerkenswert ist hierbei, daß die Multiplikation mit $\sqrt[3]{10}$ sich stets an das Ausziehen einer Kubikwurzel ohne Zwischenoperation anschließen läßt, da selbst $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[3]{10} = 10$, also noch auf (Bu) vorhanden ist.

Für kleine Zahlen, besonders für Zahlen zwischen 1 und 2,2 ist das Ausziehen der Kubikwurzel mit dem Rechenstabe sehr schwierig auszuführen, da der Läufer die Ablesung auf (Bu) hindert. Hier kann man abhelfen, indem man die Kubikwurzel aus der zehnfachen Zahl auszieht und hernach durch $\sqrt[3]{10}$ in der Stabrechnung dividiert.

Man rechnet also:

80. $x = \sqrt[3]{1,23}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 12,3 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach rechts	: 1
ziehe die Kubikwurzel	Division durch 3	: 1/3
stelle (L) auf 1 (Su)		: 1/3
schiebe $\sqrt[3]{10}$ (Su) unter (L)	(N) 1/3 Stelle nach rechts	Null
stelle (L) auf 1 (Su)		Null

Dann steht 1,071 (Bu) unter (L), also:

$$x = 1,071.$$

VI. Berechnung höherer Potenzen und Wurzeln.

Die Rechnung mit höheren Wurzeln, als der Kubikwurzel, läßt sich, abgesehen von der 4. Wurzel, nicht in fortlaufender Stabrechnung ausführen. Auch das Ausziehen höherer Wurzeln ist nur in wenigen Fällen, wie z. B. bei der 6., 9., 12., 18. Wurzel, durch wiederholtes Ausziehen der Quadratwurzel oder Kubikwurzel möglich. Aber in diesen Fällen wird die Operation langwierig und ungenau.

Es empfiehlt sich daher, bei allen höheren Wurzeln, als der Kubikwurzel, die Radizierung mit Hilfe der Logarithmenskala und (Bu) unter Benutzung der Gleichung:

$$\log \sqrt[n]{a} = \frac{\log a}{n}.$$

vorzunehmen.

Auch für höhere Potenzen ist dieser Weg unter Benutzung der Gleichung:

$$\log (a^n) = n \cdot \log a$$

meist der beste.