Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Stabrechnen mit Rechenstab und Uhr

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1905

§.5. Trigonometrische Rechnungen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78520

130. Welches Endkapital geben $a = 32\,500$ ℳ. in $n = 9$ Jahren zu $p = 5^1/_2\,\%$ auf Zinseszins?

Benutze $b = a \cdot q^n$, wo $q = 1{,}055$ ist.

Nach I. § 1. findet man $\log q = \log 1{,}055 = 0{,}0233$;

$0{,}0233 \cdot 9 = 0{,}2097$.

Nach I. § 1. findet man Numerus $\log 0{,}2097 = 1{,}62$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
(Stelle (L) auf 1,62 (Bu)	....	Null
schiebe 1 (Su) unter (L)	....	Null)
stelle (L) auf 3,25 (Su)	(Z) 4 Stellen nach links	$\times 4$

Dann steht 5,26 (Bu) unter (L), also:

$$b = 5{,}26 \text{ ℳ.} \times 10000 = 52600 \text{ ℳ.}$$

131. Zu wieviel % muß ein Kapital auf Zinseszins stehen, um sich in 28 Jahren zu verdreifachen?

Benutze $a\,q^{28} = 3\,a$, wo $q = 1 + \frac{p}{100}$ ist.

Es folgt $q = \sqrt[28]{3}$ und $\log q = \frac{\log 3}{28}$.

Nach I. § 1. findet man $\log 3 = 0{,}477$;

$0{,}477 : 28 = 0{,}017$.

Nach I. § 1. findet man Numerus $\log 0{,}017 = 1{,}04$.

Aus $q = 1{,}04$ folgt:

$$p = 4\,\%.$$

§ 5. Trigonometrische Rechnungen.

132. Von einem Dreieck sind 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben: $a = 3720\ cm$; $b = 3052\ cm$; $\sphericalangle\,\gamma = 66^\circ\,32'$. Wie groß ist $\sphericalangle\,\alpha$ und $\sphericalangle\,\beta$?

Da $\sphericalangle\,\gamma < 90^\circ$ ist, benutze: $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{a-b}{\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}\cdot(a+b)}$.

Also $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{668}{\operatorname{tg} 33^\circ\,16' \cdot 6772}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe $\sphericalangle\,33^\circ\,16'$ (Tg) unter den Tangensstrich	(N) 1 Stelle nach rechts	$\times 1$
stelle (L) auf 6,68 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	$\times 3$
schiebe 6,772 (Su) unter (L)	(N) 3 Stellen nach links	Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1

Dann steht 1,505 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=1{,}505:10=0{,}1505.$$

$$10\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=1{,}505.$$

Schiebe 1,505 (Su) über 1 (Bu). Dann steht $\sphericalangle\ 8^0\ 33'$ (Tg) unter dem Tangensstrich, also:

$$\sphericalangle\frac{\alpha-\beta}{2}=8^0\,33'.$$

Hieraus folgt:

$$\sphericalangle\,\alpha=65^0\,17' \text{ und } \sphericalangle\,\beta=48^0\,11'.$$

133. Von einem Dreieck sind 2 Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben: $a=7140\,cm$; $b=6612\,cm$; $\sphericalangle\,\gamma=100^0 52'$. Wie groß ist $\sphericalangle\,\alpha$ und $\sphericalangle\,\beta$?

Da $\sphericalangle\,\gamma>90^0$ ist, benutze: $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\operatorname{tg}\left(90^0-\frac{\gamma}{2}\right)(a-b)}{a+b}$.

Also $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\operatorname{tg}39^0\,34'\cdot 528}{13752}$.

Schiebe $\sphericalangle\ 39^0\ 34'$ (Tg) unter den Tangensstrich. Dann steht 8,26 (Su) über 1 (Bu), also $10\operatorname{tg}39^0\,34'=8{,}26$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 8,26 (Bu)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1,3752 (Su) unter (L)	(N) 4 Stellen nach links	:5
stelle (L) auf 1 (Su)		:5
schiebe 10 (Su) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	:4
stelle (L) auf 5,28 (Su)	(Z) 2 Stellen nach links	:2

Dann steht 3,17 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=3{,}17:100.$$

Da $\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}<{}^1/_{10}$ ist, setze man $n=\frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot 10800}{\pi}$, also:

schiebe π (Su) unter (L)		:2
stelle (L) auf 1,08 (Su)	(Z) 4 Stellen nach links	×2

Dann stehe 1,09 (Bu) unter (L), also:

$$n=1{,}09\times 100=109$$

$$\sphericalangle\frac{\alpha-\beta}{2}=109'=1^0\,49'.$$

Hieraus folgt:

$$\sphericalangle\,\alpha=41^0\,23' \text{ und } \sphericalangle\,\beta=37^0\,45'.$$

134. Von einem Dreieck sind die 3 Seiten gegeben: $a = 350$ *cm*; $b = 316$ *cm*; $c = 422$ *cm*. Wie groß ist $\sphericalangle \alpha$, $\sphericalangle \beta$ und $\sphericalangle \gamma$?

Benutze für die der größten Seite anliegenden Winkel:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \text{ und } \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}.$$

Hier ist: $s = 544$ *cm*; $s - a = 194$ *cm*; $s - b = 228$ *cm*; $s - c = 122$ *cm*.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 2,28 (Bo)	(Z) 1 Stelle nach links	×1
schiebe 5,44 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	Null
stelle (L) auf 10 (Su)	(Z) 1 Stelle nach rechts	:1
schiebe 1,94 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach links	:2
stelle (L) auf 1,22 (So)	(Z) 1 Stelle nach links	:1

Dann steht 5,13 (Bu) unter (L), also:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 5{,}13 : 10 = 0{,}513$$

$$10 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 5{,}13.$$

Schiebe 5,13 (Su) über 1 (Bu). Dann steht $\sphericalangle 27^0\, 10'$ (Tg) unter dem Tangensstrich, also:

$$\sphericalangle \frac{\alpha}{2} = 27^0\, 10' \text{ und}$$

$$\sphericalangle \alpha = 54^0\, 20'.$$

Ebenso folgt: $\sphericalangle \beta = 47^0\, 10'$ und hieraus: $\sphericalangle \gamma = 78^0\, 30'$.

135. Von einem Dreieck sind eine Seite und 2 Winkel gegeben: $a = 38{,}5$ *cm*; $\sphericalangle \beta = 43^0\, 15'$; $\sphericalangle \gamma = 72^0\, 30'$. Wie groß ist b und c?

Benutze $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$ und $c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$.

Es ist $\sphericalangle \alpha = 64^0\, 15'$.

Schiebe $\sphericalangle 43^0\, 15'$ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 68,6 (So) unter 100 (Bo), also $100 \sin 43^0\, 15' = 68{,}6$ und $\sin 43^0\, 15' = 0{,}686$.

Also: $x = \frac{38{,}5 \cdot 0{,}686}{\sin 64^0\, 15'}$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Schiebe $\sphericalangle 64^0\, 15'$ (Sin) unter den Sinusstrich	....	Null
stelle (L) auf 38,5 (So)	....	Null
schiebe 10 (So) unter (L)	(N) 1 Stelle nach rechts	×1
stelle (L) auf 6,86 (So)	(Z) 1 Stelle nach rechts	Null

Dann steht 29,25 (Bo) unter (L), also:

$$b = 29{,}25 \text{ cm}.$$

Ebenso folgt: $c = 40{,}7$ *cm*.

136. Von einem Dreieck sind 2 Seiten und der der größeren Seite gegenüberliegende Winkel gegeben: $a = 795\ m$; $b = 378\ m$; $\sphericalangle\ \alpha = 54^0\ 10'$. Wie groß ist $\sphericalangle\ \beta$?

Benutze: $\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}$.

Schiebe $\sphericalangle\ 54^0\ 10'$ (Sin) unter den Sinusstrich. Dann steht 81,1 (So) unter 100 (Bo), also $100 \sin 54^0\ 10' = 81{,}1$.

Stabrechnung:	Zeigerverschiebung:	(Z) zeigt:
Stelle (L) auf 81,1 (Bo)	(Z) 2 Stellen nach rechts	: 2
schiebe 7,95 (So) unter (L)	(N) 2 Stellen nach links	: 4
stelle (L) auf 3,78 (So)	(Z) 2 Stellen nach links	: 2

Dann steht 38,55 (Bo) unter (L), also:

$$\sin \beta = 38{,}55 : 100 = 0{,}3855$$
$$100 \sin \beta = 38{,}55.$$

Schiebe 38,55 (So) unter 100 (Bo). Dann steht $\sphericalangle\ 22^0\ 40'$ (Sin) unter dem Sinusstrich, also:

$$\sphericalangle\ \beta = 22^0\ 40'.$$

Anm. Die letzte Aufgabe kann man auch entsprechend der Aufg. *114.* lösen.

Aug. Weisbrod, Frankfurt a. M.