Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 14. Potenzen mit gebrochenen Exponenten.

3. $$\sqrt{\left(25x^6 - 30x^5 + 79x^4 - 57x^3 + 58x^2 - 21x + \frac{9}{4}\right)} = 5x^3 - 3x^2 + 7x - \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r|l}
 & \pm 25x^6 \\
10x^3 & -30x^5 + 79x^4 \\
 & \mp 30x^5 \pm 9x^4 \\
10x^3 - 6x^2 & +70x^4 \\
 & \pm 70x^4 \mp 42x^3 \pm 49x^2 \\
10x^3 - 6x^2 + 14x & -15x^3 + 9x^2 \\
 & \mp 15x^3 \pm 9x^2 \mp 21x \pm \frac{9}{4} \\
\hline
 & = \quad = \quad = \quad =
\end{array}$$

4. $$\sqrt[3]{(125x^9 - 225x^8 + 660x^7 - 657x^6 + 924x^5 - 441x^4 + 343x^3)} = 5x^3 - 3x^2 + 7x$$

$$\begin{array}{r|l}
 & \pm 125x^9 \\
75x^6 & -225x^8 \\
 & \mp 225x^8 \pm 135x^7 \mp 27x^6 \\
75x^6 - 90x^5 + 27x^4 & +525x^7 - 630x^6 \\
 & \pm 525x^7 \mp 630x^6 \pm 189x^5 \\
 & \qquad \pm 735x^5 \mp 441x^4 \pm 343x^3 \\
\hline
 & = \quad = \quad = \quad = \quad =
\end{array}$$

§ 14. Potenzen mit gebrochenen Exponenten.

Erklärung: $a^{\frac{r}{n}} = \sqrt[n]{a^r}$; $a^{-\frac{r}{n}} = a^{\frac{-r}{n}} = a^{\frac{r}{-n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{r}{n}}} = \sqrt[n]{a^{-r}}$

$$= \sqrt[-n]{a^r} = \frac{1}{\sqrt{a^r}}$$

1. $1^{\frac{r}{n}} = 1$; $0^{\frac{r}{n}} = 0$.
2. $a^{\frac{r}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{r}{n} + \frac{p}{q}}$.
3. $a^{\frac{r}{n}} : a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{r}{n} - \frac{p}{q}}$.

4. $(ab)^{\frac{r}{n}} = a^{\frac{r}{n}} b^{\frac{r}{n}}$.

5. $(a : b)^{\frac{r}{n}} = a^{\frac{r}{n}} : b^{\frac{r}{n}}$.

6. $\left(a^{\frac{r}{n}}\right)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{r}{n} \cdot \frac{p}{q}}$.

§ 15. Imaginäre und komplexe Zahlen.

Erklärung: $\sqrt{-1} = i$ (imaginäre Einheit),
$\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$ (imaginäre Zahl),
$a + bi$ (komplexe Zahl; Normalform).

1.
$$\begin{array}{ll} i = i & i^{4n} = +1 \\ i^2 = -1 & i^{4n+1} = i \\ i^3 = -i & i^{4n+2} = -1 \\ i^4 = +1 & i^{4n+3} = -i. \end{array}$$

2. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = i^2\sqrt{ab} = -\sqrt{ab}$; $(\sqrt{-a})^2 = -a$;
$\sqrt{-a} : \sqrt{-b} = \sqrt{a : b}$.

3. Konjugierte komplexe Zahlen: $a + bi$ und $a - bi$,
$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$.

4. Wenn $a + bi = 0$, dann ist $a = 0$ und $b = 0$,
„ $a + bi = x + iy$, dann ist $a = x$, $b = y$.

5. Setzt man: $a = r \cos \varphi$ (φ Anomalie),
$b = r \sin \varphi$ (r Modulus),
$r = \sqrt{a^2 + b^2}$, dann ist
$\underline{a \pm bi = r(\cos \varphi \pm i \sin \varphi)}$ (Kanonische Form)

allgemeiner:

$$\mathbf{a \pm bi = r\left((\cos \varphi + 2k\pi) \pm i \sin(\varphi + 2k\pi)\right).}$$

6. $(\cos \varphi \pm i \sin \varphi)(\cos \psi \pm i \sin \psi)$
$= \cos(\varphi + \psi) \pm i \sin(\varphi + \psi)$.