Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 16. Logarithmen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

7. Moivre's Formel:

$$(\cos\varphi \pm i\sin\varphi)^{\frac{m}{n}} = \cos\frac{m}{n}(2k\pi+\varphi) \pm i\sin\frac{m}{n}(2k\pi+\varphi);$$

im einzelnen: $(\cos\varphi \pm \sin\varphi)^n = \cos n\varphi \pm i\sin n\varphi$

$$(\cos\varphi \pm i\sin\varphi)^{\frac{1}{n}} = \cos\frac{2k\pi+\varphi}{n} \pm i\sin\frac{2k\pi+\varphi}{n}.$$

§ 16. Logarithmen.

Erklärung: Wenn $c^x = a$, dann ist $x = \overset{c}{\log}\, a$, daher

$$c^{\overset{c}{\log} a} = a;\quad \overset{c}{\log}\,(c^n) = n;\quad \overset{c}{\log}\,(c^{-n}) = -n$$

c heisst die Basis, a der Logarithmand, n der Logarithmus.

1. $\log ab = \log a + \log b$
2. $\log\frac{a}{b} = \log a - \log b$
3. $\log a^n = n \log a$
4. $\log\sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}\log a$
5. $\overset{c}{\log}\, c = 1;\quad \overset{c}{\log} 1 = 0;\quad \overset{c}{\log} 0 = -\infty;\quad \overset{c}{\log}\infty = \infty$
6. die Basis der künstlichen, oder gemeinen, oder Briggschen Logarithmen ist 10; die Basis der natürlichen Logarithmen, welche mit log nat, oder log n oder l bezeichnet werden, ist $e = 2{,}71828\ldots$ (s. § 29)
7. $\overset{b}{\log}\, a = \dfrac{\overset{c}{\log}\, a}{\overset{c}{\log}\, b};\quad \overset{c}{\log}\, a = \overset{b}{\log}\, a \,.\, \overset{c}{\log}\, b$
8. Umrechnung der gemeinen in natürliche Logarithmen:

a) $l\,10 = \overset{e}{\log}\,10 = \dfrac{\overset{10}{\log}\,10}{\overset{10}{\log}\, e} = \dfrac{1}{0{,}43429\ldots} = 2{,}30259\ldots$

$$\text{b)}\ l\,a = \overset{e}{\log}\,a = \frac{\overset{10}{\log}\,a}{\overset{10}{\log}\,e} = \overset{10}{\log}\,a\,.\,2{,}30259\ldots$$

Weiteres über Logarithmen s. § 29.

§ 17. Kettenbrüche.

1. Verwandlung eines gewöhnlichen Bruches in einen Kettenbruch:

$$\text{a)}\ \frac{14}{47} = \frac{1}{\frac{47}{14}} = \frac{1}{3+\frac{5}{14}} = \frac{1}{3+\frac{1}{\frac{14}{5}}} = \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{4}{5}}}$$

$$= \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{5}{4}}}} = \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{4}}}}$$

$$\text{b)}\ \begin{array}{r|r|r|r|l} 14 & 47 & \underline{3} & & \\ & \underline{42} & & & \\ & 5 & 14 & \underline{2} & \\ & & \underline{10} & & \\ & & 4 & 5 & \underline{1} \\ & & & \underline{4} & \\ & & & 1 & 4\ |\ \underline{4} \end{array}$$

die Nenner sind 3, 2, 1, 4.

2. Statt eines Kettenbruches k kann man stets folgenden schreiben:

$$\frac{1}{0+\frac{1}{0+k}},$$ dessen erster Näherungswert $\frac{1}{0}$, dessen zweiter $\frac{0}{1}$ ist.

3. Verwandlung eines Kettenbruches in einen gewöhnlichen Bruch.