Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 21. Binomialkoeffizienten.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

3. Die Wahrscheinlichkeit, dass mehrere Ereignisse E_1, E_2, E_3 ... gleichzeitig (oder nacheinander) eintreffen, ist:

$$\text{III.}\quad W = w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot \ldots$$

4. Die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei Ereignissen E_1 und E_2 das erste eintrifft, ist

$$\text{IV.}\quad W = \frac{w_1}{w_1 + w_2}.$$

5. Soll von zwei Ereignissen E_1 und E_2 eintreten:

1. E_1 und E_2, so ist $W = w_1 \cdot w_2$;
2. E_1, aber nicht E_2, so ist $W = w_1 (1 - w_2)$;
3. E_1 nicht, aber E_2, so ist $W = (1 - w_1) \cdot w_2$;
4. Eines, aber nicht beide, so ist $W = w_1 (1 - w_2) + (1 - w_1) \cdot w_2$;
5. Höchstens eines von beiden, so ist $W = 1 - w_1 w_2$;
6. Wenigstens eines von beiden, so ist $W = w_1 + w_2 - w_1 w_2$;
7. Beide oder keines, so ist $W = 1 - w_1 (1 - w_2) - (1 - w_1) w_2$;
8. E_1 n mal, E_2 m mal in bestimmter Reihenfolge, dann ist $W = w_1^n \cdot w_2^m$; ist die Reihenfolge beliebig, dann ist
$$W = \frac{(n+m)!}{n!\,m!} w_1^n \cdot w_2^m.$$

§ 21. Binomialkoeffizienten.

1. Der Bruch $\dfrac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{r!} = \dbinom{n}{r}$, gelesen „n über r", heisst **Binomialkoeffizient**.

2. Ist n positiv und ganz, so wird $\dbinom{n}{r} = 0$, wenn

Arithmetik, Algebra und niedere Analysis.

I. Abschnitt.

Grundoperationen und Kombinatorik.

§ 1. Benennungen.

Summe: $a + b$; a und b Summanden.

Differenz: $a - b$; a Minuend, b Subtrahend.

Produkt: $a \cdot b$; a und b Faktoren (a Multiplikator, b Multiplikand).

Quotient: $a : b$; a Dividend, b Divisor.

§ 2. Addition.

1. $a + b = b + a$.
2. $a + (b + c) = a + b + c$
$= a + c + b = b + a + c = b + c + a$
$= c + a + b = c + b + a$

2.′ $a + (b + c + d + \ldots) = a + b + c + d + \ldots$
$= b + a + c + d + \ldots = \ldots$

3. $a + 0 = 0$; $0 + a = a$; $0 + 0 = 0$.

§ 3. Subtraktion.

1. Erklärung: $(a - b) + b = a$.
2. $a + b - b = a$.
3. $a - a = 0$; $a - 0 = a$; $0 - 0 = 0$.

$r > n$; ist aber n gebrochen oder negativ, so wird $\binom{n}{r}$ für keinen Wert von r Null.

$$\binom{n}{1} = n; \quad \binom{n}{n} = 1; \quad \binom{n}{0} = 1.$$

3. $$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}.$$

4. $$\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r-1}.$$

5. $$\binom{n+1}{r+1} = \binom{n}{r} + \binom{n-1}{r} + \binom{n-2}{r} + \ldots + \binom{r}{r}.$$

6. $$\binom{m+n}{r} = \binom{m}{r}\binom{n}{o} + \binom{m}{r-1}\binom{n}{1} + \binom{m}{r-2}\binom{n}{2} + \ldots + \binom{m}{1}\binom{n}{r-1} + \binom{m}{o}\binom{n}{r}.$$

II. Abschnitt.

Reihen.

A. Endliche Reihen.

§ 22. Arithmetische Reihen erster Ordnung.

Reihe: $a,\ a+d,\ a+2d,\ \ldots a+(n-1)d.$

1. $z = a + (n-1)d.$

2. $$s = \frac{(a+z)\,.\,n}{2} = \frac{(2a + (n-1)d)\,.\,n}{2}.$$

§ 23. Geometrische Reihen.

Reihe: $a,\ aq,\ aq^2,\ aq^3 \ldots aq^{n-1}.$

1. $z = a q^{n-1}.$

2. $$s = \frac{a(q^n - 1)}{q-1} = \frac{qz - a}{q-1}.$$