Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 25. Arithmetische Reihen höherer Ordnung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

nten Jahres erreicht ist, durch eine am Ende jedes Jahres erfolgende Zahlung r.

4. Stellt denselben Wert dar wie 3, wofern die Zahlung r am Jahresanfang geleistet wird.

5. a ist das Ablösungskapital (Mise) einer n mal am Jahresende wiederkehrenden Rente.

5'. a Ablösungskapital einer immerwährenden Rente.

6. Amortisation. Die Gleichung giebt die Bedingung an, unter der ein Kapital b in n Jahren durch Verzinsung mit p_1 % getilgt werden kann, wenn der Zinsfaktor (bei dem üblichen Zinsfuss p) q ist.

§ 25. Arithmetische Reihen höherer Ordnung.

1. Reihe: $y_0 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \ldots y_n$

erste Differenzenreihe: $\Delta y_0 \quad \Delta y_1 \quad \Delta y_2 \quad \Delta y_3 \ldots$

zweite „ $\Delta^2 y_0 \quad \Delta^2 y_1 \quad \Delta^2 y_2 \ldots$

dritte „ $\Delta^3 y_0 \quad \Delta^3 y_1 \ldots$

$$\Delta^{r+1} y_m = \Delta^r y_{m+1} - \Delta^r y_m.$$

Ist die rte Differenzenreihe konstant, so ist die Reihe von der rten Ordnung.

2. $$y_n = y_0 + \binom{n}{1} \Delta y_0 + \binom{n}{2} \Delta^2 y_0 + \binom{n}{3} \Delta^3 y_0 + \ldots + \binom{n}{r} \Delta^r y_0.$$

Sätze: 1. Das Glied y_n einer Reihe rter Ordnung ist eine ganze Funktion rten Grades von n.

2. Ist $y_n = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 \ldots + a_r n^r$ also eine ganze Funktion rten Grades von n, so ist die Reihe, welche man erhält, indem man $n = 0, 1, 2 \ldots$ setzt, von rter Ordnung.

Wenn die Reihe mit y_1 anfängt, dann ist:

$$y_n = y_1 + \binom{n-1}{1}\Delta y_1 + \binom{n-1}{2}\Delta^2 y_1 + \binom{n-1}{3}\Delta^3 y_1 + \ldots + \binom{n-1}{r}\Delta^r y_1.$$

3. $$\mathbf{s_n = \binom{n+1}{1} y_0 + \binom{n+1}{2}\Delta y_0 + \binom{n+1}{3}\Delta^2 y_0 + \ldots + \binom{n+1}{r+1}\Delta^r y_0}$$

oder bei der zweiten Bezeichnung:

$$s_n = \binom{n}{1} y_1 + \binom{n}{2}\Delta y_1 + \binom{n}{3}\Delta^2 y_1 + \ldots + \binom{n}{r+1}\Delta^r y_1.$$

4. $$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{1}{6}(2n+1)(n+1).n;$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{1}{4}(n+1)^2.n^2.$$

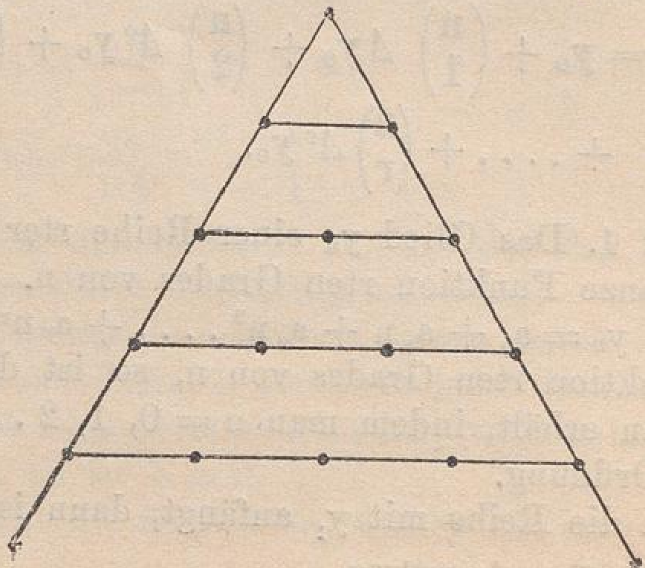
5. Figurierte Zahlen.

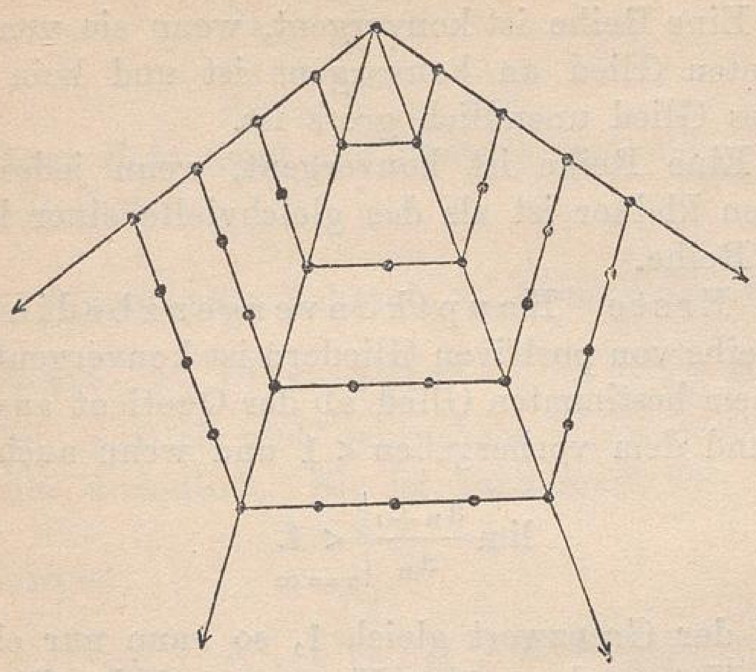
a. Polygonalzahlen:

Dreieckszahlen: 1 3 6 10 15 21 ...., $\binom{n+1}{2}$.

Viereckszahlen: 1 4 9 16 25 ...., n^2,

Fünfeckszahlen: 1 5 12 22 35 ...., $\frac{3n^2-n}{2}$.





b) Pyramidalzahlen.

dreieckige: 1 4 10 20 35 ...., $\binom{n+1}{2} + 1 \cdot \binom{n+1}{3}$

$= \binom{n+2}{3}$,

viereckige; 1 5 14 30 55 ...., $\binom{n+1}{2} + 2\binom{n+1}{3}$,

fünfeckige: 1 6 18 40 75 ...., $\binom{n+1}{2} + 3\binom{n+1}{3}$.

B. Unendliche Reihen.

§ 26. Konvergenzbedingungen.

1. Eine Reihe $s_n = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots. + a_n$ heisst **konvergent**, wenn die Grenze von s_n bei unbegrenzt wachsendem n eine endliche Zahl ist.

2. die abnehmende geometrische Reihe ist konvergent, also $1 + x + x^2 + x^3 + \ldots..$ ist konv., wenn der absolute Betrag von $x < 1$.