



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 29. Exponentialreihe, logarithmische, trigonometrische und cyclometrische Reihen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78595](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78595)

$$\begin{aligned} A_0 &= B_0 \\ A_1 &= B_1 \\ A_2 &= B_2 \text{ u. s. f.} \end{aligned}$$

Dieser Satz dient zur Entwicklung von Funktionen in Reihen.

§ 28. Binomischer Lehrsatz — Newtonsche Reihe.

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{r}x^r + \dots$$

Für negative und gebrochene Werte von n wird die Reihe unendlich. Sie ist konvergent für

$$1 > x > -1.$$

Beispiel:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}} = a \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{a^2} + \left(\frac{1}{2} \right) \frac{b^4}{a^4} + \dots \right)$$

Ist b gegen a sehr klein, dann ist

$$\sqrt{a^2 \pm b} = a \pm \frac{b}{2a} \quad (\text{Näherungsformel.})$$

$$\sqrt[3]{a^3 \pm b} = a \pm \frac{b}{3a^2} \quad "$$

§ 29. Exponentialreihe, logarithmische, trigonometrische und cyklometrische Reihen.

$$1. e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = \lim \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = \infty = 2,7182818284 \dots$$

$$2. a^x = e^{x \ln a} = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \frac{(x \ln a)^3}{3!} + \dots$$

$$3. \ln(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad 1 \geq x > -1$$

$$4. \quad l(1-x) = -\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \dots \quad 1 > x > -1$$

$$5. \quad \left\{ \begin{array}{l} l \frac{1+x}{1-x} = 2 \left\{ x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \right\} \quad 1 > x > -1 \text{ oder} \\ lz = 2 \left\{ \frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^5 + \dots \right\} \end{array} \right.$$

$$6. \quad \left\{ \begin{array}{l} l(a+h) - la = 2 \left\{ \frac{h}{2a+h} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{h}{2a+h} \right)^3 + \dots \right\} \\ \log(a+h) = \log a + 2M \left\{ \frac{h}{2a+h} + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{2a+h} \right)^3 + \dots \right\} \end{array} \right.$$

7. Uebergang vom natürlichen zum Briggschen System:

$$10^{\log z} = z$$

$$\log z \cdot l 10 = lz$$

$$\log z = \frac{l z}{l 10} = M_{10} \cdot lz$$

$$M_{10} = \text{Modulus des Briggschen Systems} = \frac{1}{l 10} \\ = 0,4342945 \dots \text{ (s. auch § 168).}$$

$$8. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - + \dots \quad x = \text{arc } x^0 \\ \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \end{array} \right.$$

$$9. \quad \cos x + i \sin x = e^{ix}$$

$$\cos x - i \sin x = e^{-ix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \\ \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \\ \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \end{array} \right.$$

