



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 42. Proportionalität von Strecken, Aehnlichkeit.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78595](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78595)

K liegt innerhalb K_1 , wenn $z < r - \varrho$
 K „ ausserhalb „ „ $z > r + \varrho$,
 z Zentrale, r der grössere, ϱ der kleinere
 Halbmesser.

12. Kreisteilung. Zu einem Zentriwinkel von $\frac{4}{n}R$
 — oder einem Peripheriewinkel von $\frac{2}{n}R$ — gehört der
 nte Teil der Kreislinie.

13. Regelmässiges Vieleck.

Eckenzahl:	3	4	5	6	...	n
Zentriwinkel:	$\frac{4}{3}R$	1 R	$\frac{4}{5}R$	$\frac{2}{3}R$...	$\frac{4}{n}R$
Polygonwinkel:	$\frac{2}{3}R$	1 R	$\frac{6}{5}R$	$\frac{4}{3}R$...	$\frac{2n-4}{n}R$.

§ 42. Proportionalität von Strecken, Aehnlichkeit.

1. Werden die Schenkel eines Winkels oder zweier Scheitelwinkel von zwei Parallelen geschnitten, so sind die Abschnitte auf dem einen Schenkel proportional den entsprechenden auf dem andern und die Parallelen verhalten sich wie die zugehörigen Scheitelabschnitte desselben Schenkels. — Umkehrung.

2. Die Halbierungslinie eines Winkels im Dreieck teilt die Gegenseite innerlich im Verhältnis der Anseiten; die Halbierungslinie des Aussenwinkels teilt sie äusserlich in demselben Verhältnis. — Umkehrung.

3. Werden die Schenkel eines Winkels oder zweier Scheitelwinkel von zwei Parallelen geschnitten, so sind die abgeschnittenen Dreiecke einander ähnlich.

4. Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn

a) zwei Seiten proportional und der eingeschlossene Winkel gleich,

- b) zwei Winkel gleich,
- c) die 3 Seiten proportional,
- d) zwei Seiten proportional der Gegenwinkel des einen Paares gleich und die Gegenwinkel des andern Paares gleichartig sind. — (Besonderer Fall: Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie zwei Seiten proportional und den Gegenwinkel der grösseren gleich haben.)

5. Zwei Höhen eines Dreiecks verhalten sich umgekehrt wie die zugehörigen Seiten, oder wie die reciproken Werte der Seiten und umgekehrt; also

$$h:h':h'' = \frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c} = bc:ac:ab$$

- 6 a) Zieht man von zwei ähnlich liegenden Punkten bei zwei ähnlichen Vielecken Strahlen nach allen entsprechenden Ecken, so entstehen paarweis ähnliche Dreiecke.

Besonderer Fall: Durch die Diagonalen aus zwei entsprechenden Ecken werden zwei ähnliche Vielecke in paarweis ähnliche Dreiecke zerlegt.

- b) Entstehen durch Strahlen, die man von zwei Punkten nach den Ecken zweier Vielecke zieht, paarweis ähnliche, in gleicher Reihenfolge liegende Dreiecke, so sind die Vielecke ähnlich und die beiden Punkten ähnlich liegend.

Besondere Fälle: 1. Werden zwei Vielecke durch die Diagonalen aus zwei Ecken in paarweis ähnliche in gleicher Reihenfolge liegende Dreiecke zerlegt, so sind die Vielecke ähnlich.

2. Zwei Parallelogramme sind ähnlich, wenn sie einen Winkel gleich und die einschliessenden Seiten proportional haben.

7. Regelmässige Vielecke von gleicher Seitenzahl sind ähnlich.

8. In ähnlichen Vielecken sind entsprechende Winkel einander gleich und entsprechende Längen proportional; die Umfänge ähnlicher Vielecke verhalten sich daher wie entsprechende Seiten.

9. a) Sind zwei Vielecke in perspektivischer Lage und $n-1$ Seitenpaare (worunter keines, das mit einem Strahl zusammenfällt) parallel, so ist auch das n te Paar parallel und die Vielecke sind ähnlich.

b) Sind zwei Vielecke ähnlich und zwei Seitenpaare parallel, so sind auch die übrigen parallel und die Vielecke sind in perspektivischer Lage.

10. a) Die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks ist mittlere Proportionale zwischen der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.

b) Die Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks ist mittlere Proportionale zu den Hypotenusenabschnitten.

11. Ist in einem gleichschenkligen Dreieck die Basis gleich dem grösseren Abschnitt des stetig geteilten Schenkels, so ist der Winkel an der Spitze $\frac{2}{5}R$ und umgekehrt. (Bestimmungsdreieck des regelmässigen Zehnecks).

12. a) Sekantensatz. Werden die Schenkel eines Winkels oder zweier Scheitelwinkel von einem Kreis geschnitten, so sind die Scheitelabschnitte des einen Schenkels innere, die des andern äussere Glieder einer Proportion, d. h. das Produkt der Scheitelabschnitte ist konstant. (Potenz eines Punktes in Beziehung auf einen Kreis = $PO^2 - r^2$.)

Besonderer Fall: Wird der eine

Schenkel eines Winkels von einem Kreis geschnitten, der andere berührt, so ist das Quadrat des Tangentenabschnitts gleich dem Produkt der Scheitelabschnitte der Sekante.

- b) Sind auf jedem Schenkel eines Winkels oder zweier Scheitelwinkel vom Scheitel aus je zwei Stücke abgetragen und ist das Produkt der Abschnitte des einen Schenkels gleich dem Produkt der Abschnitte des andern, so liegen die vier Endpunkte der Abschnitte auf einem Kreis.

Besonderer Fall: Sind auf dem einem Schenkel eines Winkels zwei Abschnitte auf dem andern ein Abschnitt vom Scheitel aus abgetragen und ist das Produkt der Abschnitte des ersten Schenkels gleich dem Quadrat des Abschnitts auf dem zweiten Schenkel, so berührt der durch die Endpunkte der drei Abschnitte gelegte Kreis den zweiten Schenkel.

§ 43. Flächenvergleichung, Inhaltsbeziehungen.

1. Parallelogramme — Dreiecke von gleicher Grundlinie und Höhe sind gleich.

2. Ein Dreieck ist halb so gross als ein Parallelogramm von gleicher Grundlinie und Höhe.

3. Ein Trapez ist inhaltsgleich mit einem Parallelogramm, wenn beide gleiche Höhe haben und wenn die Grundlinie des Parallelogrammes gleich der Mittellinie des Trapezes ist. Trapeze sind gleich, wenn sie gleiche Höhe und gleiche Mittellinie haben.

4. Datum für Parallelogramm und Dreieck: a, h, f^2 , für das Trapez: $b + d, h, f^2$.

5. Ein Kreis ist gleich einem Dreieck, dessen