



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 48. Harmonische Teilung.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78595](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78595)

versalen) in einem Punkt und teilen sich gegenseitig im Verhältnis $2:1$ (Schwerpunkt S);

4. die Höhen in einem Punkt (Höhenschnittpunkt H).

In einem Dreieck liegen:

5. Der Höhenschnittpunkt, der Schwerpunkt und der Umkreismittelpunkt in gerader Linie, und es ist hierbei $HS:SO = 2:1$;

6. die drei Fusspunkte der Höhen, die drei Halbierungspunkte der Seiten und die drei Halbierungspunkte der oberen Höhenabschnitte auf einem Kreis (Feuerbachscher Kreis).

§ 48. Harmonische Teilung.

1. Wenn die Strecke AB durch die Punkte P und Q innerlich bzw. äusserlich nach demselben Verhältnis geteilt ist, dann heissen A, B, P, Q harmonische Punkte; A und B , ebenso P und Q heissen zugeordnet. — PQ wird ebenfalls durch A und B in gleichem Verhältnis geteilt.

2. Gehen die Strahlen eines Büschels durch vier harmonische Punkte, so heisst dasselbe ein harmonisches Büschel; je zwei Strahlen, welche durch zwei zugeordnete Punkte gehen, heissen selbst zugeordnet.

3. Zu einem Teilpunkt einer Strecke giebt es nur einen harmonisch zugeordneten Punkt; zu einem Teilstrahl eines Winkels giebt es nur einen harmonisch zugeordneten Strahl.

4. Der zum Halbierungspunkt einer Strecke (in Bezug auf die Endpunkte) harmonisch zugeordnete Punkt ist der unendlich ferne Punkt; der zur Halbierungslinie eines Winkels in Bezug auf die Schenkel harmonisch zugeordnete Strahl ist das Lot zur Halbierungslinie.

5. a) Wenn man zu einem Strahl eines harmonischen Büschels eine Parallele zieht, so wird das Stück derselben zwischen dem andern Paar zugeordneter Strahlen von dem zum ersten zugeordneten Strahl halbiert. (Bestimmung des 4. harmonischen Elementes zu 3 gegebenen.)

b) Umgekehrt: Werden durch drei Strahlen eines Büschels auf einer Geraden gleiche Strecken abgeschnitten und ist der 4. Strahl dieser Geraden parallel, so bilden die vier Strahlen ein harmonisches Büschel.

6. Jede Gerade schneidet ein harmonisches Büschel in harmonischen Punkten.

7. In einer Nebenecke eines vollständigen Vierecks wird der Winkel zweier Gegenseiten durch die Strahlen nach den andern Nebenecken harmonisch geteilt.

8. Auf einer Nebenseite eines vollständigen Vierseits wird der Abstand zweier Gegenecken durch die andern Nebenseiten harmonisch geteilt.

9. Harmonische Proportion, harmonisches Mittel s. § 11 10, 11.

10. Ist M Halbierungspunkt der durch P und Q harmonisch geteilten Strecke AB, so ist:

$$AM^2 = MP \cdot MQ.$$

§ 49. Kreispolaren.

1. Sind A, B, P, Q vier harmonische Punkte und beschreibt man über der Entfernung AB des einen zugeordneten Paares als Durchmesser einen Kreis und errichtet in P ein Lot auf AB, so heisst dieses Lot