



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 52. Gerade Linien und Ebenen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78595](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78595)

Stereometrie.

§ 52. Gerade Linien und Ebenen.

1. a) Eine Gerade ist einer Ebene parallel, wenn sie einer in der Ebene liegenden Geraden parallel ist.
b) Ist eine Gerade einer Ebene parallel, so schneidet jede durch die Gerade gelegte Ebene die erste Ebene in einer parallelen Geraden.
c) Ist eine Gerade einer Ebene parallel und zieht man durch einen Punkt der Ebene eine Parallele zu der Geraden, so fällt die Gerade ganz in die Ebene hinein.
2. a) Legt man durch jede von zwei Parallelen eine Ebene, welche die andere schneidet, so ist die Schnittlinie der beiden Ebenen den beiden Geraden parallel.
b) Sind zwei Geraden einer dritten parallel, so sind sie einander selbst parallel.
3. Werden zwei parallele Ebenen von einer dritten geschnitten, so sind die Schnittlinien parallel.
4. Sind die Schenkel zweier Winkel parallel, so sind auch ihre Ebenen parallel.
5. Sind die Schenkel zweier Winkel parallel und beide Paare gleichläufig oder beide gegenläufig, so sind die Winkel gleich; ist das eine Schenkelpaar gleich, das andere gegenläufig, so sind die Winkel supplementär.
6. Sind zwei Ebenen einer dritten parallel, so sind sie einander selbst parallel.

7. a) Steht eine Gerade zu zwei Geraden einer Ebene senkrecht, so steht sie auf allen in der Ebene liegenden Geraden senkrecht, d. h. sie ist senkrecht zur Ebene.
- b) Alle Geraden, welche in demselben Punkt zu einer Geraden senkrecht sind, liegen in einer Ebene, die senkrecht ist zu der Geraden.
8. Zu einer Ebene lässt sich durch einen Punkt auf oder ausserhalb derselben nur ein Lot ziehen.
9. Zu einer Geraden lässt sich durch einen auf oder ausserhalb derselben gelegenen Punkt nur eine senkrechte Ebene legen.
10. a) Jede Ebene durch ein Lot zu einer Ebene ist zu dieser Ebene senkrecht.
- b) Eine Gerade, welche innerhalb einer von zwei zu einander senkrechten Ebenen senkrecht zu deren Schnittlinie ist, ist auch senkrecht zur andern Ebene.
- c) Eine Gerade, welche senkrecht zu einer von zwei senkrechten Ebenen ist, fällt ganz in die andere oder ist ihr parallel.
- d) Sind zwei sich schneidende Ebenen senkrecht zu einer dritten, so ist auch ihre Schnittlinie senkrecht zur dritten.
11. Ist ein Winkel, dessen einer Schenkel in der Projektionsebene liegt ein R, so ist auch der Winkel selbst ein R; umgekehrt ist die Projektion ein R, so ist der Winkel selbst ein R.
12. a) Stehen zwei Geraden auf derselben Ebene senkrecht, so sind sie parallel.
- b) Ist die eine von zwei parallelen Geraden senkrecht zu einer Ebene, so ist es auch die andere.

13. a) Stehen zwei Ebenen auf derselben Geraden senkrecht, so sind sie parallel.

b) Ist die eine von zwei parallelen Ebenen zu einer Geraden senkrecht, so ist es auch die andere.

14. Das Lot von einem Punkt auf eine Ebene ist die kürzeste Strecke zwischen Punkt und Ebene und umgekehrt.

15. Diejenigen Strecken zwischen einer Ebene und einem Punkt ausserhalb derselben sind einander gleich, deren Endpunkte von der Projektion des ersten Punktes gleichweit entfernt sind und umgekehrt.

Die gleichen Strecken machen mit der Ebene gleiche Winkel und umgekehrt.

16. Von zwei von einem Punkt nach einer Ebene gezogenen Strecken ist diejenige die kleinere, deren Endpunkt näher bei der Projektion jenes Punktes liegt und umgekehrt.

Die kleinere der Strecken macht mit der Ebene den grösseren Winkel und umgekehrt.

17. Der Neigungswinkel einer Geraden gegen eine Ebene ist kleiner als der Winkel der Geraden mit irgend einer Geraden in der Ebene.

18. Alle parallelen Strecken zwischen zwei parallelen Ebenen sind gleich und machen mit derselben Ebene gleiche Winkel.

19. Die kürzeste Strecke zwischen zwei windschiefen Geraden ist diejenige, die auf beiden Geraden senkrecht steht.

20. Werden zwei parallele Ebenen von einer dritten geschnitten, so sind:

- | | |
|------------------------|--------------------|
| a) entsprechende Keile | } einander gleich, |
| b) innere Wechselkeile | |
| c) äussere „ | |

und d) innere Gegenkeile
 e) äussere " " } betragen zusammen
 f) gemischte Wechselkeile } 2 rechte Keile.

Jeder der sechs Sätze ist umkehrbar.

§ 53. Kugel-, Cylinder-, Kegelfläche.

A. Lagebeziehungen.

1. Ein Punkt liegt innerhalb, auf, ausserhalb einer Kugel, eine Gerade und ebenso eine Ebene schneidet, berührt, liegt ganz ausserhalb der Kugel, je nachdem der Mittelpunktsabstand $\begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix}$ r ist: (r Halbm.)

2. Ein Punkt und ebenso eine zur Achse parallele Gerade liegt innerhalb, auf, ausserhalb einer Cylinderfläche, eine zur Achse nicht parallele Gerade und eine zur Achse parallele Ebene schneidet, berührt sie, trifft sie nicht, je nach dem der Abstand von der Achse $\begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix}$ r ist. (r Grundkreishalbm.)

3. Eine durch die Spitze eines Kegels gehende Gerade liegt innerhalb, auf, ausserhalb einer Kegelfläche, eine durch die Spitze gehende Ebene schneidet, berührt sie, trifft sie nicht, je nachdem der Winkel der Geraden oder der Ebene mit der Achse $\begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix}$ der erzeugende Winkel α ist.

4. Eine Ebene welche eine Kugel schneidet, schneidet sie in einer Kreislinie. — Eine zur Achse parallele Schnittebene einer Cylinderfläche schneidet diese in zwei zur Achse parallelen Mantellinien. — Eine durch die Spitze eines Kegels gehende Schnittebene schneidet die Kegelfläche in zwei Mantellinien.

5. Eine Berührungsebene an eine Kugel ist (u. a.) bestimmt durch zwei Tangenten, eine Berührungsebene