Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 53. Kugel-, Cylinder-, Kegelfläche.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

und d) innere Gegenkeile
e) äussere „
f) gemischte Wechselkeile } betragen zusammen 2 rechte Keile.

Jeder der sechs Sätze ist umkehrbar.

§ 53. Kugel-, Cylinder-, Kegelfläche.

A. Lagebeziehungen.

1. Ein Punkt liegt innerhalb, auf, ausserhalb einer Kugel, eine Gerade und ebenso eine Ebene schneidet, berührt, liegt ganz ausserhalb der Kugel, je nachdem der Mittelpunktsabstand $\lesseqqgtr$ r ist: (r Halbm.)

2. Ein Punkt und ebenso eine zur Achse parallele Gerade liegt innerhalb, auf, ausserhalb einer Cylinderfläche, eine zur Achse nicht parallele Gerade und eine zur Achse parallele Ebene schneidet, berührt sie, trifft sie nicht, je nach dem der Abstand von der Achse $\lesseqqgtr$ r ist. (r Grundkreishalbm.)

3. Eine durch die Spitze eines Kegels gehende Gerade liegt innerhalb, auf, ausserhalb einer Kegelfläche, eine durch die Spitze gehende Ebene schneidet, berührt sie, trifft sie nicht, je nachdem der Winkel der Geraden oder der Ebene mit der Achse $\lesseqqgtr$ der erzeugende Winkel α ist.

4. Eine Ebene welche eine Kugel schneidet, schneidet sie in einer Kreislinie. — Eine zur Achse parallele Schnittebene einer Cylinderfläche schneidet diese in zwei zur Achse parallelen Mantellinien. — Eine durch die Spitze eines Kegels gehende Schnittebene schneidet die Kegelfläche in zwei Mantellinien.

5. Eine Berührungsebene an eine Kugel ist (u. a.) bestimmt durch zwei Tangenten, eine Berührungsebene

an eine Cylinder- und ebenso an eine Kegelfläche ist bestimmt durch Berührungsmantellinie und Grundkreistangente.

6. Das Lot vom Kugelmittelpunkt auf eine Kreisebene, Berührungsebene, Sehne der Kugel geht bezw. durch den Kreismittelpunkt, Berührungspunkt, Halbierungspunkt derselben.

Umkehrungen.

7. Zwei Kugeln berühren sich, wenn sie einen Punkt der Centrale gemeinschaftlich haben und umgekehrt.

Die Centrale zweier sich berührender Kugeln ist gleich der Summe oder gleich der Differenz der Halbmesser.

8. Ein Punkt der Kugelfläche ist Pol eines Kugelkreises, wenn er von drei Punkten desselben gleiche sphärische Entfernungen hat; er ist Pol eines Grosskreises, wenn er von zwei Punkten desselben sphärische Entfernungen von 90° hat.

B. Grössenbeziehungen.

9. Der Grosskreisbogen ist die kürzeste Linie zwischen zwei Punkten auf der Kugelfläche.

10. Ist ein sphärisches Dreick Polardreieck zu einem zweiten, so ist auch das zweite Polardreieck zum ersten.

11. Die Bogengrade der Seiten eines sphärischen Dreiecks ergänzen die Winkelgrade der entsprechenden Winkel des Polardreiecks und die Winkelgrade des sphärischen Dreiecks ergänzen die Bogengrade der entsprechenden Seiten des Polardreiecks zu 180°.

(Nr. 10 und 11 gelten ebenso für Dreikant und Polardreikant.)

12. Zwei sphärische Dreiecke gleicher Kugeln oder zwei Dreikante sind entsprechend gleich, wenn

a) zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel,
b) eine Seite und zwei anliegende Winkel,
c) die drei Seiten,
d) die drei Winkel,
e) zwei Seiten und der Gegenwinkel der einen gleich sind und der Gegenwinkel der andern in beiden zugleich $\lesseqgtr 90^0$ ist,
f) zwei Winkel und die Gegenseite des einen gleich sind und die Gegenseite des andern in beiden zugleich $\lesseqgtr 90^0$ ist.

13. In jedem sphärischen Dreieck und jedem Dreikant

a) liegen gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüber und umgekehrt,
b) liegt dem grösseren Winkel die grössere Seite gegenüber und umgekehrt,
c) sind zwei Seiten zusammen grösser als die dritte,
d) sind zwei Winkel zusammen kleiner als der um 2 R vermehrte dritte,
e) ist, wenn die Summe zweier Seiten $\gtrless 180^0$, auch die Summe der Gegenwinkel $\gtrless 180^0$ und umgekehrt.

14. Ein sphärisches Zweieck verhält sich zur Kugeloberfläche wie sein Winkel zu 4 R; oder

$$\text{sphär. Zweieck} = 2\,\mathrm{R}^2 \operatorname{arc} \alpha$$

15. Der Inhalt des sphärischen Dreiecks verhält sich zur Kugeloberfläche wie der sphärische Exzess zu 8 R; oder

$$\text{sphär. Dreieck} = \mathrm{R}^2 \operatorname{arc} (\alpha + \beta + \gamma - 2\,\mathrm{R})$$

16. In einem sphärischen Dreieck liegt
a) die Summe der Winkel zwischen 2 R und 6 R
b) „ „ „ Seiten „ 0 und 4 R.

§ 54. Geometrische Oerter.

1. Eine um Punkt A mit dem Halbmesser r beschriebene Kugel ist geometrischer Ort
a) für jeden Punkt, der von A den Abstand r hat,
b) „ jede Gerade, die „ „ „ „ „ „
c) „ „ Ebene, „ „ „ „ „ „ „
d) „ den Mittelpunkt jeder Kugel vom Halbmesser r, die durch A geht.
2. Eine um die Gerade L als Achse mit dem Grundkreishalbmesser r beschriebene Cylinderfläche ist geometrischer Ort
a) für jeden Punkt, der von L den Abstand r hat,
b) „ jede Gerade, die „ „ „ „ „ „
c) „ „ Ebene, „ „ „ „ „ „ „
d) „ den Mittelpunkt jeder Kugel vom Halbmesser r, die L berührt.
3. Eine Kegelfläche mit der Achse L, der Spitze A und dem erzeugenden Winkel α ist geometrischer Ort
a) für jede durch A gehende Gerade, welche mit L den Winkel α bildet,
b) für jede durch A gehende Ebene, welche mit L den Winkel α bildet,
c) für jede durch A gehende Ebene, welche mit einer zu L senkrechten Ebene den Winkel $R - \alpha$ bildet.
4. Eine zu einer Ebene E im Abstand r auf einer Seite derselben parallel gelegte Ebene ist geometrischer Ort