Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 56. Funktionen einfacher Winkel.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

Ebene Trigonometrie.

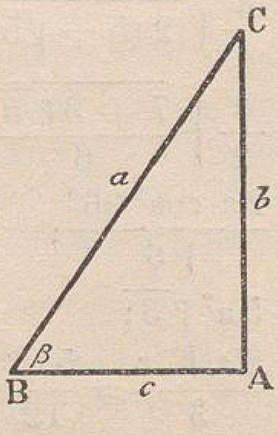
I. Goniometrie.

§ 56. Funktionen einfacher Winkel.

1. Erklärung der Funktionen.

a) Am rechtwinkligen Dreieck (a Hypotenuse, b und c Katheten.)

$$\begin{cases} \sin\beta = \dfrac{b}{a}; \quad \operatorname{tg}\beta = \dfrac{b}{c}; \quad \operatorname{cosec}\beta = \dfrac{a}{b}; \\[2ex] \cos\beta = \dfrac{c}{a}; \quad \operatorname{ctg}\beta = \dfrac{c}{b}; \quad \sec\beta = \dfrac{a}{c}. \end{cases}$$



b) Am Koordinatensystem (r Fahrstrahl, x und y Abscisse und Ordinate.)

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{y}{r}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{y}{x}; \\[2ex] \cos\alpha = \dfrac{x}{r}; \quad \operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{x}{y}. \end{cases}$$

Der sin hat das Vorzeichen der Ordinate, der cos das der Abscisse, tg und ctg haben gleiches Vorzeichen.

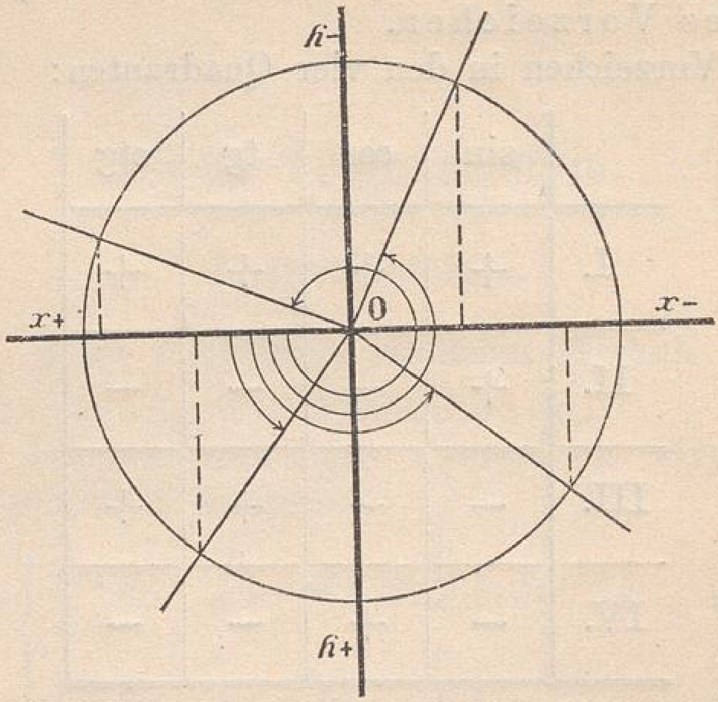
c) Vorzeichen in den vier Quadranten:

	sin	cos	tg	ctg
I.	+	+	+	+
II.	+	—	—	—
III.	—	—	+	+
IV.	—	+	—	—

2.

	$-\alpha$	$R-\alpha$	$R+\alpha$	$2R-\alpha$	$2R+\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$+\operatorname{tg}\alpha$
ctg	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$+\operatorname{ctg}\alpha$

	$3R-\alpha$	$3R+\alpha$	$4nR\pm\alpha$		
sin	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin(\pm\alpha)$		
cos	$-\sin\alpha$	$+\sin\alpha$	$\cos(\pm\alpha)$		
tg	$+\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}(\pm\alpha)$		
ctg	$+\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}(\pm\alpha)$		



3. Grenzwerte und besondere Werte:

	0^0 360^0	90^0	180^0	270^0	45^0	30^0	60^0
sin	0	1	0	-1	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
cos	1	0	-1	0	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
tg	0	∞	0	$-\infty$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
ctg	∞	0	$-\infty$	0	1	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$

4. Zusammenhang der Funktionen:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\left\{\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha &= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha} \\ \operatorname{ctg}\alpha &= \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \\ \operatorname{tg}\alpha \,.\, \operatorname{ctg}\alpha &= 1 \\ 1 + \operatorname{tg}^2\alpha &= \frac{1}{\cos^2\alpha} \\ 1 + \operatorname{ctg}^2\alpha &= \frac{1}{\sin^2\alpha}. \end{aligned}\right.$$

	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
$\sin\alpha =$		$\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}}$
$\cos\alpha =$	$\sqrt{1-\sin^2\alpha}$		$\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$	$\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}}$
$\operatorname{tg}\alpha =$	$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$	$\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$		$\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$
$\operatorname{ctg}\alpha =$	$\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$	$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$