Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 60. Das rechtwinklige sphärische Dreieck.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

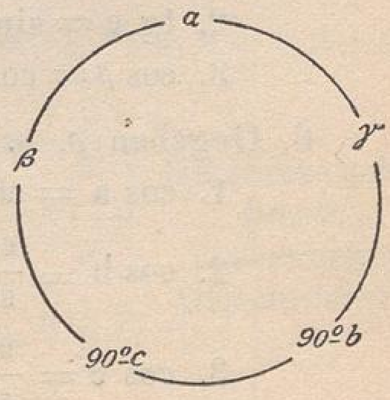
Sphärische Trigonometrie.

§ 60. Das rechtwinklige sphärische Dreieck.

I. Formeln (a Hypotenuse).

1. $\cos a = \cos b \cos c$ (a, b, c).
2. $\cos a = \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma$ (a, β, γ).
3. $\cos \beta = \sin \gamma \cos b$ (β, γ, b).
   $\cos \gamma = \sin \beta \cos c$.
4. $\sin \beta = \frac{\sin b}{\sin a}$ (β, b, a).
   $\sin \gamma = \frac{\sin c}{\sin a}$.
5. $\cos \beta = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a}$ (β, c, a).
   $\cos \gamma = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} a}$.
6. $\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin c}$ (β, b, c).
   $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{tg} c}{\sin b}$.

7. Nepers Regel. Der cos irgend eines der wie nebenstehend angeschriebenen Stücke ist gleich dem Produkt der sin der getrennten und gleich dem Produkt der ctg der anliegenden Stücke.



Hiedurch können die Formeln 1—6 mechanisch abgeleitet werden.

II. Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks.

1. Gegeben a, b.

1. $\cos c = \frac{\cos a}{\cos b}$.

2. $\operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin c}$; $\operatorname{tg}\gamma = \frac{\operatorname{tg} c}{\sin b}$.

2. Gegeben b, c.

$\cos a = \cos b \cos c$.

$\operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin c}$; $\operatorname{tg}\gamma = \frac{\operatorname{tg} c}{\sin b}$.

3. Gegeben a, β.

1. $\operatorname{ctg}\gamma = \cos a \operatorname{tg}\beta$.

2. $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos\beta$; $\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} a \cos\gamma$.

4. Gegeben b, β.

1. $\sin a = \frac{\sin b}{\sin\beta}$ (zwei Werte für a).

2. $\operatorname{ctg}\gamma = \cos a \operatorname{tg}\beta$.

3. $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos\beta$.

5. Gegeben b, γ.

1. $\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{tg} b}{\cos\gamma}$.

2. $\operatorname{tg} c = \sin b \operatorname{tg}\gamma$.

3. $\cos\beta = \cos b \sin\gamma$.

6. Gegeben β, γ.

1. $\cos a = \operatorname{ctg}\beta \operatorname{ctg}\gamma$.

2. $\cos b = \frac{\cos\beta}{\sin\gamma}$.

3. $\cos c = \frac{\cos\gamma}{\sin\beta}$.

Determ. Sind β und γ gleichartig, so muss $\beta + \gamma > 90^0$ und $< 270^0$ sein; sind β und γ ungleichartig, so muss $\beta - \gamma$ oder $\gamma - \beta < 90^0$ sein (s. 53,13$_{c,\ d}$).

§ 61. Das schiefwinklige Dreieck.

A. Formeln.

I. $$\begin{cases} \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha \\ \cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos \beta \\ \cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma \end{cases}$$ a, b, c, α

Cosinussatz.

II. $$\begin{cases} \sin a : \sin b : \sin c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma; \\ \sin a \sin \beta = \sin b \sin \alpha = h'' \\ \sin b \sin \gamma = \sin c \sin \beta = h \\ \sin c \sin \alpha = \sin a \sin \gamma = h' \end{cases}$$ a, b, α, β;

Sinussatz.

III. $$\begin{cases} \sin a \cos \beta = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos \alpha; \\ \sin a \cos \gamma = \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos \alpha; \\ \sin b \cos \gamma = \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos \beta; \\ \sin b \cos \alpha = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos \beta; \\ \sin c \cos \alpha = \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos \gamma; \\ \sin c \cos \beta = \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos \gamma. \end{cases}$$ a, b, c, α, β;

IV. $$\begin{cases} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{b+c}{2} = \sin \frac{a}{2} \cos \frac{\beta - \gamma}{2}; \\ \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{b+c}{2} = \cos \frac{a}{2} \cos \frac{\beta + \gamma}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{b-c}{2} = \sin \frac{a}{2} \sin \frac{\beta - \gamma}{2} \\ \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{b-c}{2} = \cos \frac{a}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2} \end{cases}$$ a, $b \pm c$, $\beta \pm \gamma$;

Delambre'sche bezw. Gauss'sche Gleichungen