Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 68. Berechnungsaufgaben.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

§ 68. Berechnungsaufgaben.

1. Flächeninhalt J einer Zone zwischen den geographischen Breiten φ_1 und φ_2

$$J = 2\,r\pi h = 2\,r\pi\,(r\sin\varphi_1 - r\sin\varphi_2)$$

$$= 4\,r^2\pi\cos\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\sin\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}$$

der Teil dieser Zone, der von den Meridianen zur Länge λ_1 und λ_2 begrenzt wird, ist

$$J = \frac{(\lambda_1-\lambda_2)^0}{360^0}\,4\,r^2\pi\cos\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\sin\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}.$$

(Berechnung des Inhalts von Kartenblättern.)

Kimm und Kimmtiefe. — Kimm = Kreis, welcher den scheinbaren Horizont begrenzt (Halbmesser a = Sehne = Bogen); Kimmtiefe (α'') = Winkel zwischen dem Sehstrahl nach der Kimm und der Horizontalen, Höhe des Beobachtungspunktes h

1. $a = \sqrt{2\,rh}$

2. $\alpha'' : \dfrac{180.60.60''}{\pi} = a : r$ oder $\alpha'' = \sqrt{\dfrac{2\,h}{r}}\,.\,206\,265''$,

hiebei ist von der Strahlenbrechung, welche a vergrössert und α verkleinert abgesehen.

3. Beziehungen zwischen den Koordinaten der Systeme A und B (s. § 61). In dem Dreieck Zenit-Pol-Stern sind die Seiten $ZP = 90^0 - \varphi$, $ZS = 90^0 - h$, $PS = 90^0 - \delta$; die ZS und PS gegenüberliegenden Winkel sind t (bezw. 360^0 — t) und 180^0 — a. Aus den Formeln I—III des § 62 folgt, wenn

1. a und h gegeben, t und δ gesucht (φ ist als bekannt vorausgesetzt):

$$\begin{cases} \sin\delta = \sin h\sin\varphi - \cos h\cos\varphi\cos a \\ \cos\delta\sin t = \cos h\sin a \\ (\cos\delta\cos t = \sin h\cos\varphi + \cos h\sin\varphi\cos a). \end{cases}$$

2. t und δ gegeben, gesucht a und h.

$$\left\{\begin{array}{l} \sin h = \sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos t \\ \cos h\sin a = \cos\delta\sin t \\ (\cos h\cos a = -\sin\delta\cos\varphi + \cos\delta\sin\varphi\cos t). \end{array}\right.$$

4. Parallaxe; Entfernung eines Gestirns.

a) Höhenparallaxe p = Winkel, unter welchem vom Gestirn aus der zum Beobachtungsort gehörige Erdhalbmesser r erscheint, = Unterschied der Höhenwinkel über dem wahren und über dem scheinbaren Horizont

$$p = h' - h;$$

die Entfernung R des Gestirns ist dann

$$R = \frac{r\cos h}{\sin p}.$$

b) Ist das Gestirn im Horizont, dann heisst p die Horizontparallaxe (π),

$$R = \frac{r}{\sin\pi}.$$

Ist der in Frage kommende Halbmesser ein Aequatorhalbmesser, so heisst p die Aequatorial-Horizontalparallaxe.

c) Bei Fixsternen ist die Parallaxe des Erdhalbmessers (tägl. Parallaxe) verschwindend; man benützt für sie die Parallaxe des Erdbahnhalbmessers, die jährliche Parallaxe; sie ist bei keinem Fixstern über 1″.

d) Die Parallaxe des Mondes kann aus direkter Beobachtung ermittelt werden; die Horizontalparallaxe beträgt für denselben $53\frac{1}{2}'$—$61\frac{1}{2}'$, im Mittel $57\frac{1}{2}'$.

e) Die Parallaxe der Sonne ist zur Bestimmung durch direkte Beobachtung zu klein; sie kann gefunden werden aus den Marsoppositionen und dem dritten Keplerschen Gesetz (aus der Parallaxe des Mars zunächst seine Entfernung $d = R_1 - R$ von der Erde, dann folgt aus

$R_1{}^3 : R^3 = t_1{}^2 : t^2$, $(R_1 - R) : R = \left(\sqrt[3]{t^2_1} - \sqrt[3]{t^2}\right) : \sqrt[3]{t^2}$, oder durch die Methode der Venusdurchgänge, oder aus der Messung der Parallaxe eines Planetoiden (z. B. Flora); ihr Wert ist etwa 8,85″.

f) Ausser vermittelst der Parallaxe kann die Entfernung der Sonne noch durch andere Mittel gefunden werden, insbesondere aus der Geschwindigkeit des Lichts und der Zeit, welche dasselbe braucht, um von der Sonne zur Erde zu gelangen (Verfinsterung der Jupiterstrabanten).

5. Auf- und Untergang der Gestirne, Tageslänge. Aus § $68_{3,2}$ folgt für $h = 0$

$$\cos t_0 = -\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varphi.$$

Die Tageslänge ist gleich dem doppelten Stundenwinkel t_0 (für $h = 0$) der Sonne. Ergiebt sich aus δ und φ z. B. $t_0 = 120^0 = 8^h$, so ist die Tageslänge 16^h.

Für Morgen- und Abendweite w (Bogen zwischen Ost- und Aufgangspunkt, bezw. zwischen West- und Untergangspunkt) ist

$$\sin w = \frac{\sin\delta}{\cos\varphi}.$$

Für das Azimut a_0 des Aufgangspunktes ist

$$\cos a_0 = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}.$$

6. Entfernung e zweier Punkte $(\lambda_1, \varphi_1; \lambda_2, \varphi_2)$ auf der Erdoberfläche

$$\cos e = \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2).$$

Liegen beide auf demselben Meridian, dann ist $e = \varphi_1 - \varphi_2$.

Liegen sie auf demselben Parallelkreis, dann ist $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ und daher

$$\sin\frac{e}{2} = \cos\varphi \sin\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}.$$