Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 76. Linienkoordinaten ; Gleichung des Punktes ; Punktreihe ; projektivische Punktreihen und Strahlbüschel.

§ 76. Linienkoordinaten; Gleichung des Punktes; Punktreihe; projektivische Punktreihen und Strahlbüschel.

1. Ist die Gleichung irgend einer Geraden

$$ux + vy + 1 = 0,$$

so ist die Lage der Geraden durch die Konstanten u und v gegeben; sie heissen daher die Koordinaten jener geraden Linie oder Linienkoordinaten. u und v sind die negativen reziproken Abschnitte, welche die Gerade auf den Koordinatenaxen macht.

2. Alle Geraden, deren Koordinaten einer Gleichung

$$(1)\quad Au + Bv + C = 0$$

genügen, gehen durch einen Punkt, dessen Koordinaten $x = \frac{A}{C}$ und $y = \frac{B}{C}$ sind; die Gleichung (1) heisst allgemeine Gleichung des Punktes. Die Gleichung

$$(2)\quad au + bv + 1 = 0$$

heisst die Normalform der Gleichung des Punktes.

3. Eine Gleichung nten Grades in u und v stellt eine von Geraden eingehüllte Kurve dar; bestimmt man aus dieser Gleichung und der Gleichung eines Punktes die gemeinschaftlichen Werte von u und v, so ergeben sich aus denselben n Tangenten an die Kurve; diese heisst eine Linie nter Klasse. Die Ordnungszahl giebt die Zahl der Schnittpunkte der Kurve mit einer Geraden an, die Klassenzahl die Anzahl der Tangenten der Kurve, die durch einen bestimmten Punkt gehen.

4. Sind $\Sigma = 0$ und $\Sigma_1 = 0$ die Gleichungen zweier Umhüllungslinien, so stellt $\Sigma + \lambda \Sigma_1 = 0$ eine Umhüllungslinie dar, welche alle gemeinschaftlichen Tangenten von $\Sigma = 0$ und $\Sigma_1 = 0$ berührt (vgl. § 70_4).

5. Sind $U_1 = 0$, $U_2 = 0$ die Gleichungen zweier Punkte P_1 und P_2, so ist

$$U_1 - \lambda U_2 = 0$$

die Gleichung eines Punktes auf der Verbindungslinie von P_1 und P_2; ist λ veränderlich, so hat man die Gleichung einer Punktreihe.

6. Doppelverhältnis. Sind

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} U_1 - \lambda_1 U_2 = 0 \\ U_1 - \lambda_2 U_2 = 0 \end{cases}$$

vier Punkte auf einer Geraden, so ist das Doppelverhältnis derselben ausgedrückt durch $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$.

7. Harmonische Punkte. Wenn $\lambda_1 : \lambda_2 = -1$, so sind die vier Punkte (von Nr. 6) harmonische Punkte; sie sind also dargestellt durch

$$\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} U_1 - \lambda U_2 = 0 \\ U_1 + \lambda U_2 = 0 \end{cases}$$

8. Projektivische Punktreihen. Zwei Punktreihen $U_1 - \lambda U_2 = 0$ und $V_1 - \lambda V_2 = 0$ sind projektivisch.

Eine Punktreihe $U_1 - \lambda U_2 = 0$ und ein Strahlbüschel $L_1 - \lambda L_2 = 0$ sind projektivisch.

§ 77. Homogene Gleichung des Punktes, trimetrische Linienkoordinaten.

Sind $U_1 = 0$, $U_2 = 0$, $U_3 = 0$ die Gleichungen dreier nicht auf einer Geraden liegenden festen Punkte, so kann die Gleichung jedes anderen Punktes in die Form gebracht werden

$$\lambda_1 U_1 + \lambda_2 U_2 + \lambda_3 U_3 = 0.$$

Linien zweiter Ordnung (Kegelschnitte).

A. Der Kreis.

§ 78. Kurvengleichung; Sekante, Tangente, Polare etc.

Koordinaten des Mittelpunktes (a, b), Halbmesser r.

1. Allgemeine Gleichung des Kreises

$$(1)\quad \mathbf{x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0}.$$