Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 82. Konstruktion der Kegelschnitte.

Kurve unveränderlich und zwar gleich der grossen Axe. (Faden-Konstruktion der Kurven.)

23. Auf jeder Sekante einer Hyperbel sind die beiden Abschnitte, welche zwischen der Kurve und ihren beiden Asymptoten liegen, einander gleich; der Abschnitt einer Tangente zwischen den Asymptoten wird durch den Berührungspunkt halbiert.

(Konstruktion der Hyperbel, wenn ein Punkt und die Asymptoten derselben gegeben sind.)

24. Der Inhalt eines Dreiecks, das zwischen zwei konjugierten Halbmessern einer Ellipse und der Verbindungslinie ihrer Endpunkte liegt, ist unveränderlich.

25. Der Inhalt eines Dreiecks, das von den Asymptoten und einer zwischen denselben liegenden Tangente einer Hyperbel eingeschlossen wird, ist unveränderlich.

---

26. Alle Parabeln sind einander ähnlich.

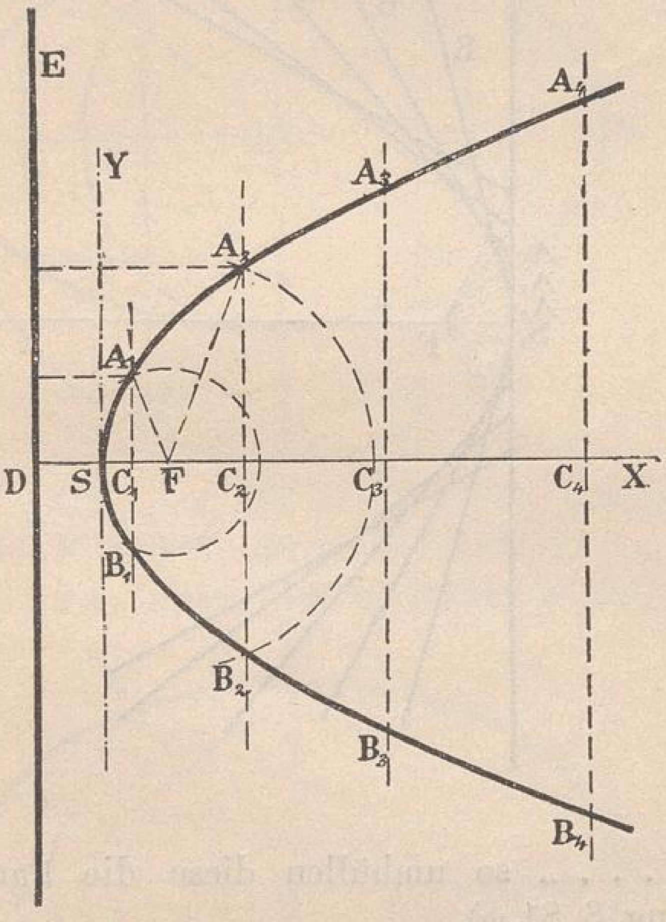
27. Zwei Ellipsen mit den Halbaxen (a, b), (a_1, b_1) sind einander ähnlich, wenn $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$; ebenso sind zwei Hyperbeln einander ähnlich, wenn $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$, d. h., wenn sie gleiche Asymptotenwinkel haben.

§ 82. Konstruktion der Kegelschnitte.

1. Parabel.

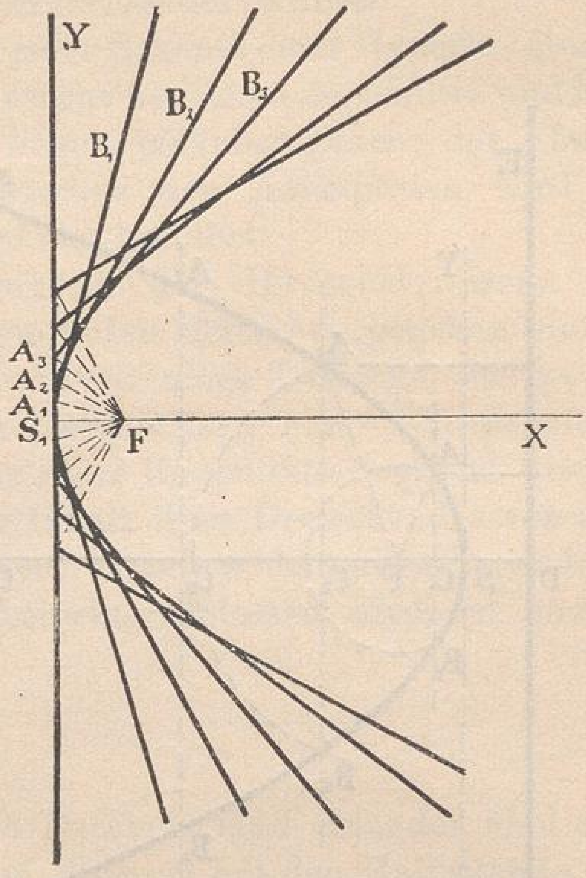
a) DX Achse, SY Scheiteltangente, DE Leitlinie, also $DS = SF = \frac{p}{2}$. — Ziehe in den beliebig, aber zweckmässig gewählten Punkten C_1, C_2, C_3 . . . Lote zur

Axe und beschreibe um F mit DC_1 einen Bogen, der das zu C_1 gehörige Lot in A_1 und B_1 schneidet; ver-



fahre ebenso mit DC_2 u. s. w. A_1, A_2, A_3 . . . ., B_1, B_2, B_3 . . . sind Parabelpunkte. (Begründung: Jeder Punkt der Parabel hat vom Brennpunkt und der Leitlinie gleiche Abstände.)

b) Durch Umhüllung. — SX Axe, SY Scheiteltangente, F Brennpunkt. Ziehe von F nach SY die Strahlen FA_1, FA_2, FA_3 . . . und errichte auf denselben in A_1, A_2, A_3 . . . die Lote $A_1\ B_1$, $A_2\ B_2$,

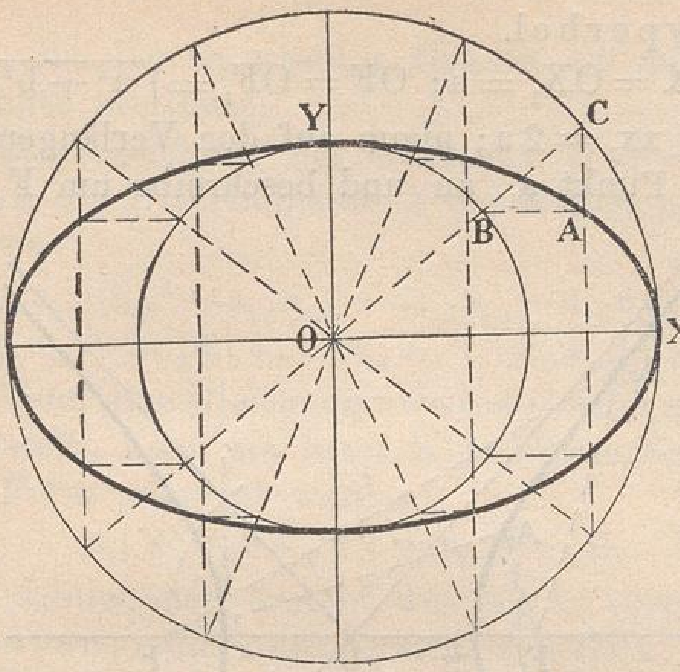


A_3 B_3 . . . ., so umhüllen diese die Parabel. (Begründung § 81,12).

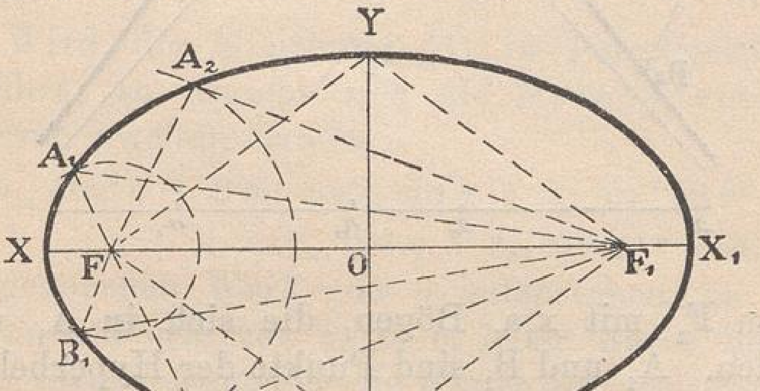
2. Ellipse.

a. OX = a, halbe grosse Axe, OY = b, halbe kleine Axe. Beschreibe um O mit a und b Kreise; ziehe durch O eine Gerade, welche die Kreise in B und C schneidet, ziehe CA $\perp$ OX, BA $\parallel$ OX, so ist A ein Punkt der Ellipse. Aehnlich weitere Punkte.

(Begründung: $y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$).



b. $OX = OX_1 = a$, $OY = OY_1 = b$. Bestimme die Brennpunkte F und F_1 durch $FY = F_1Y = a$. Ziehe $xx_1 = XX_1 = 2a$; nimm darauf Punkt a beliebig an,



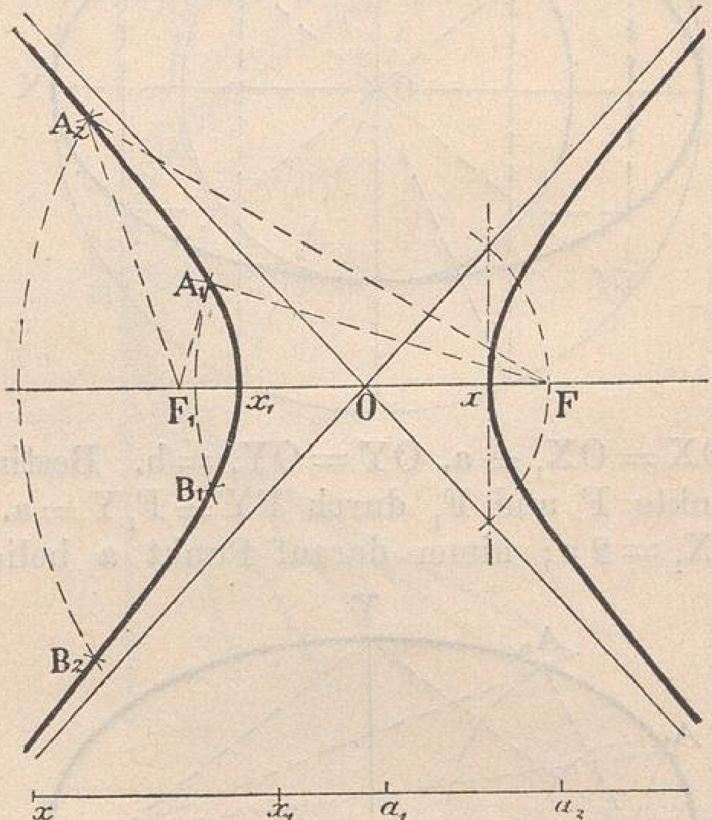
beschreibe um F mit xa_1 und um F_1 mit x_1a_1 Kreisbögen, die sich in in A_1 und B_1 schneiden u. s. f. A_1 und B_1 sind Punkte der Ellipse.

(Begründung: $r + r_1 = 2a$, s. § 81₂₂.)

3. Hyperbel.

$$OX = OX_1 = a; \; OF = OF_1 = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Ziehe $xx_1 = 2a$; nimm auf der Verlängerung von xx_1 einen Punkt a_1 an und beschreibe um F mit xa_1



und um F_1 mit $x_1 a_1$ Bögen, die sich in A_1 und B_1 schneiden. A_1 und B_1 sind Punkte der Hyperbel. Verfahre ebenso mit a_2 u. s. f.

(Begründung: $r - r_1 = 2a$, s. § 81_{22}.)

§ 83. Allgemeine Gleichung zweiten Grades.

(1) $a_{11} x^2 + 2 a_{12} xy + a_{22} y^2 + 2 a_{13} x + 2 a_{23} y + a_{33} = 0.$

1. Nach Division der Gleichung (1) mit a_{33} zeigt sich, dass die Gleichung fünf unabhängige Konstanten