Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 84. Gleichungen weiterer Kurven.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{a_{22}\,a_{13} - a_{12}\,a_{23}}{a_{12}{}^2 - a_{11}\,a_{22}} \\[2ex] y_0 = \dfrac{a_{11}\,a_{23} - a_{12}\,a_{13}}{a_{12}{}^2 - a_{11}\,a_{22}}. \end{cases}$$

Für die Parabel ist $a_{12}{}^2 - a_{11}\,a_{22} = 0$, sie hat daher keinen Mittelpunkt.

§ 84. Gleichungen weiterer Kurven.

A. Algebraische Kurven.

1. Neilsche Parabel $y = a\,x^{\frac{3}{2}}$.
2. Lemniskate $(x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) = 0$ oder
   $r^2\,(r^2 - a^2 \cos 2\varphi) = 0$
3. Conchoide $x^2 y^2 = (b + y)^2 (a^2 - y^2)$ oder
   $(x^2 + y^2)(y - b)^2 = a^2 y^2$ oder $r = a + \dfrac{b}{\cos\varphi}$.
4. Cissoide $y^2(a - x) = x^3$.
5. Deskartes'sches Blatt $x^3 + y^3 = 3\,a\,x\,y$.
6. Cassinische Kurve $(x^2 + y^2)^2 - 2\,a^2(x^2 - y^2) = b^4 - a^4$.
7. Cardioide $(y^2 + x^2 - a\,x)^2 = a^2(x^2 + y^2)$ oder
   $r = a\,(1 + \cos\varphi)$.

B. Transcendente Kurven.

1. Logarithmische Linie $y = m\,e^{\frac{x}{a}}$.
2. Kettenlinie $y = \dfrac{m}{2}\,(e^{\frac{x}{a}} + e^{\frac{x}{a}})$.

3. Cykloide, beschrieben von einem bestimmten Punkt P auf dem Halbmesser eines Kreises, der auf einer Geraden rollt, (a Halbmesser des rollenden Kreises, a_1 Mittelpunktsabstand von P, $\varphi = \text{arc} \sphericalangle \text{POX}$, X Berührungspunkt)

$$\begin{cases} x = a\varphi - a_1 \sin\varphi \\ y = a - a_1 \cos\varphi \end{cases}$$

4. Epycykloide, beschrieben von dem Punkt P (s. Nr. 3), wenn der Kreis auf der Aussenseite eines Kreises (Halbmesser b), rollt

$$\begin{cases} x = (a+b)\sin\frac{a\varphi}{b} - a_1 \sin\frac{a+b}{b}\varphi \\ y = (a+b)\cos\frac{a\varphi}{b} - a_1 \cos\frac{a+b}{b}\varphi. \end{cases}$$

5. Hypocykloide, beschrieben von dem Punkt P (s. Nr. 3), wenn der Kreis auf der Innenseite eines Kreises (Halbmesser b) rollt

$$\begin{cases} x = (b-a)\sin\frac{a\varphi}{b} - a_1 \sin\frac{b-a}{b}\varphi \\ y = (b-a)\cos\frac{a\varphi}{b} + a_1 \cos\frac{b-a}{b}\varphi. \end{cases}$$

Die Cykloide, ebenso die Epi- und Hypocykloide ist die gestreckte, gemeine oder verschlungene, je nachdem $a_1 \lesseqgtr a$.

6. Spirale des Archimedes (lineare Spirale) $r = a\varphi$.

7. Parabolische Spirale $r^2 = 2p\varphi$.

8. Hyperbolische Spirale $r = \frac{a}{\varphi}$.

9. Logarithmische Spirale $r = m e^{\frac{\varphi}{a}}$.

10. Kreisevolvente (Tangente = dem Bogen zwischen einem festen Punkt des Kreises und dem Berührungspunkt): $r = a\sqrt{1+\varphi^2}$, $\psi = \varphi - \text{avc tg}\,\varphi$.