



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 87. Allgemeine Sätze.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78595](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78595)

$$\begin{array}{ll}
\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1 & \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 = 1 \\
\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1 & \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1 \\
\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 & \alpha_3^2 + \beta_3^2 + \gamma_3^2 = 1 \\
\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3 = 0 & \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 + \gamma_1\gamma_2 = 0 \\
\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + \beta_3\gamma_3 = 0 & \alpha_2\alpha_3 + \beta_2\beta_3 + \gamma_2\gamma_3 = 0 \\
\gamma_1\alpha_1 + \gamma_2\alpha_2 + \gamma_3\alpha_3 = 0 & \alpha_3\alpha_1 + \beta_3\beta_1 + \gamma_3\gamma_1 = 0.
\end{array}$$

3. Polarkoordinaten. $OP = r$, φ Winkel zwischen OP und der XY -Ebene, gezählt von der letzteren gegen die $+Z$ -Axe hin (von -90° bis $+90^\circ$); ψ ist der Winkel, den die Ebene ZOP mit der Ebene ZOX bildet, gezählt von der $+X$ -Axe aus im positiven Drehungssinn von $0^\circ - 360^\circ$.

Uebergang von rechtwinkligen Koordinaten zu Polarkoordinaten und umgekehrt:

$$1. r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \sin \varphi = \frac{z}{r}, \quad \cos \psi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\sin \psi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$2. \begin{cases} x = r \cos \varphi \cos \psi \\ y = r \cos \varphi \sin \psi \\ z = r \sin \varphi. \end{cases}$$

§ 87. Allgemeine Sätze.

1. Eine Fläche ist durch eine Gleichung zwischen x , y und z bestimmt. Die Bedingung dafür, dass der Punkt (x_1, y_1, z_1) auf der Fläche liegt, deren Gleichung $F(x, y, z) = 0$ ist, ist $F(x_1, y_1, z_1) = 0$.

2. Eine Linie ist durch zwei Gleichungen in x , y und z bestimmt; die Linie ist die Schnittlinie der durch jene zwei Gleichungen dargestellten Flächen. Jeder Punkt, dessen Koordinaten die beiden Gleichungen $F(x, y, z) = 0$ und $f(x, y, z) = 0$ befriedigen, liegt auf der Schnittlinie der durch die beiden Gleichungen dargestellten Flächen.

3. Setzt man in der Gleichung $F(x, y, z) = 0$ eine der Koordinaten, z. B. z , gleich null, so erhält man die Gleichung der Schnittlinie der Fläche mit der Ebene der andern Koordinaten, z. B. der XY -Ebene.

4. Eliminiert man aus den Gleichungen zweier Flächen eine Koordinate, so erhält man die Gleichung der Projektion der Schnittlinie beider Flächen auf die Ebene der beiden andern Koordinaten. Bestimmt man aus den Gleichungen dreier Flächen die gemeinschaftlichen Werte von x, y, z , so stellen diese die Koordinaten der Schnittpunkte der drei Flächen dar.

5. $F(x, y, z) + \lambda f(x, y, z) = 0$ giebt die Gleichung einer Fläche an, welche durch die Schnittlinie oder die gemeinschaftlichen Punkte der beiden Flächen $F(x, y, z) = 0$ und $f(x, y, z) = 0$ geht.

§ 88. Die Ebene.

a, b, c Abschnitte der Ebene auf den Koordinatenachsen; α, β, γ die Winkel, welche das Lot vom Ursprung auf die Ebene mit den Axen bildet, p die Länge dieses Lotes.

1. Gleichungsformen für die Ebene:

1. allgemeine Form $Ax + By + Cz + D = 0$ (E)

2. " $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$

3. " $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$
(Normalform N)

Spur in der XY -Ebene $Ax + By + D = 0$

" " " YZ " $By + Cz + D = 0$

" " " ZX " $Ax + Cz + D = 0$

Axenabschnitte:

$$a = -\frac{D}{A}, \quad b = -\frac{D}{B}, \quad c = -\frac{D}{C}.$$