Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 94. Spezielle Formeln.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78595

$$\frac{dy}{dx} = 1 : \frac{dx}{dy}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{d^2x}{dy^2} : \left(\frac{dx}{dy}\right)^3$$

§ 94. Spezielle Formeln.

1. Das Differential und der Differentialquotient einer Konstanten ist null.

2. $\frac{dx^n}{dx} = n x^{n-1}$

3. $\frac{d^r(x^n)}{dx^r} = n(n-1)(n-2)\ldots.(n-r+1)x^{n-r}$, $r \leqq n$

---

4. $\frac{da^x}{dx} = a^x la$; $\frac{da^{mx}}{dx} = a^{mx}\, m\, l a$; $\frac{de^x}{dx} = e^x$

5. $\frac{d^r(a^x)}{dx^r} = a^x (la)^r$

---

6. $\frac{d \overset{a}{\log} x}{dx} = \frac{1}{x} \overset{a}{\log} e = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{la} = \frac{M}{x}$ (s. § 29_7.)

$\frac{d l x}{dx} = \frac{1}{x}$

7. $\frac{d^r(\log x)}{dx^r} = (-1)^{r-1}(r-1)!\,\frac{\log e}{x^r}$

---

8. $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

9. $\frac{d^r \sin x}{dx^r} = \sin\left(x + \frac{r\pi}{2}\right)$

10. $\frac{d \cos x}{dx} = -\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

11. $\frac{d^r \cos x}{dx^r} = \cos\left(x + \frac{r\pi}{2}\right)$

12. $\frac{d\,tg\,x}{d\,x} = \frac{1}{\cos^2 x}\ (= \sec^2 x)$

(Für höhere Ableitungen kein einfaches Bildungsgesetz.)

13. $\frac{d\,ctg\,x}{d\,x} = -\frac{1}{\sin^2 x}\ (= -\operatorname{cosec}^2 x).$

---

14. $\frac{d\,arc\,\sin x}{d\,x} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

15. $\frac{d\,arc\,\cos x}{d\,x} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

16. $\frac{d\,arc\,tg\,x}{d\,x} = \frac{1}{1+x^2}$

17. $\frac{d\,arc\,ctg\,x}{d\,x} = -\frac{1}{1+x^2}$

18. $\frac{d\,arc\,\sec x}{d\,x} = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

19. $\frac{d\,arc\,\operatorname{cosec} x}{d\,x} = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

§ 95. Die Taylor'sche und die Mac Laurin'sche Reihe.

1. Taylor'sche Reihe:

$$f(x+h) = f(x) + h\,f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \ldots\ldots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x)$$
$$+ \frac{h^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(x+\mu h),$$

wofern μ positiv und < 1, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)\ldots.$ endliche und bestimmte Werte haben und wofern $f^{(n+1)}(x)$ endich und stetig für alle Werte zwischen x und $x+h$.

Andere Formen des Restgliedes:

$$\frac{h^{n+1}(1-\Theta)^n}{n!} f^{(n+1)}(x+\Theta h),\ \Theta \text{ echter Bruch;}$$

$$\frac{h^n}{n!}\left[f^{(n)}(x+\Theta h) - f^{(n)}(x)\right]$$