



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik

Bürklen, O. Th.

Leipzig, 1896

§ 97. Grösste und kleinste Werte von Funktionen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78595](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78595)

Form $\infty - \infty$ annimmt, so suche man den Ausdruck in ein Produkt oder in einen Bruch zu verwandeln, was z. B. folgendermassen geschehen kann:

$$f(x) - \varphi(x) = \frac{\frac{1}{\varphi(x)} - \frac{1}{f(x)}}{\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{1}{\varphi(x)}}$$

Der Wert hiefür wird nach dem Vorausgegangenen ermittelt.

§ 97. Grösste und kleinste Werte von Funktionen.

1. Die Funktion $y = f(x)$ erreicht für $x = a$ ein Maximum, wenn $f(a \pm h) - f(a) < 0$,
 „ Minimum, „ $f(a \pm h) - f(a) > 0$,
 wobei h sich der Null unbegrenzt nähert.

2. Bei zunehmendem x ist
 $f(x)$ wachsend, wenn $f'(x) > 0$,
 $f(x)$ abnehmend, „ $f'(x) < 0$.

3. $y = f(x)$ erreicht für $x = a$ ein Maximum, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) < 0$,
 „ Minimum, „ $f'(a) = 0$ und $f''(a) > 0$;
 allgemein: die Funktion $y = f(x)$ erreicht für $x = a$ ein Maximum, wenn die niederste für $x = a$ nicht verschwindende Ableitung von $f(x)$ von gerader Ordnung und negativ, ein Minimum, wenn dieselbe positiv ist.

Ist die niederste für $x = a$ nicht verschwindende Ableitung von ungerader Ordnung (z. B. von erster), so ist $f(a)$ weder ein Maximum noch ein Minimum.

Um die Stelle und den Wert des Maximums oder Minimums zu finden, wird y' gebildet, gleich null gesetzt und nach x aufgelöst. Nun wird y'' gebildet, es werden die gefundenen Werte von x eingesetzt und aus dem negativen oder positiven Ergebnis bestimmt, ob

ein Maximum oder Minimum vorliegt. Durch Einsetzen der gefundenen Werte von x in $y = f(x)$ ergibt sich der Wert des Maximums oder Minimums selbst.

4. Funktion zweier unabhängigen Veränderlichen, $z = f(x, y)$.

Man bestimme x und y aus

$$1. \frac{\delta f}{\delta x} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\delta f}{\delta y} = 0.$$

Die erhaltenen Werte müssen der Gleichung genügen:

$$2. \left(\frac{\delta f}{\delta x \delta y} \right)^2 - \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \cdot \frac{\delta^2 f}{\delta y^2} < 0.$$

Es findet dann Maximum oder Minimum statt, je nachdem

$$3. \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \quad \text{und} \quad \frac{\delta^2 f}{\delta y^2}$$

für jene Werte von x und y beide gleichzeitig < 0 oder > 0 sind.

B. Integralrechnung.

§ 98. Bezeichnung und Erklärung.

$F(x)$ heisst das Integral von $f(x) dx$, geschrieben $\int f(x) dx$, wenn

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x);$$

es ist also dann $\int f(x) dx = F(x) + C$, wobei C eine unbestimmte Konstante bedeutet; ferner ist

$$\frac{d \int f(x) dx}{dx} = f(x).$$