Balkendecken

Barkhausen, Georg

Stuttgart, 1895

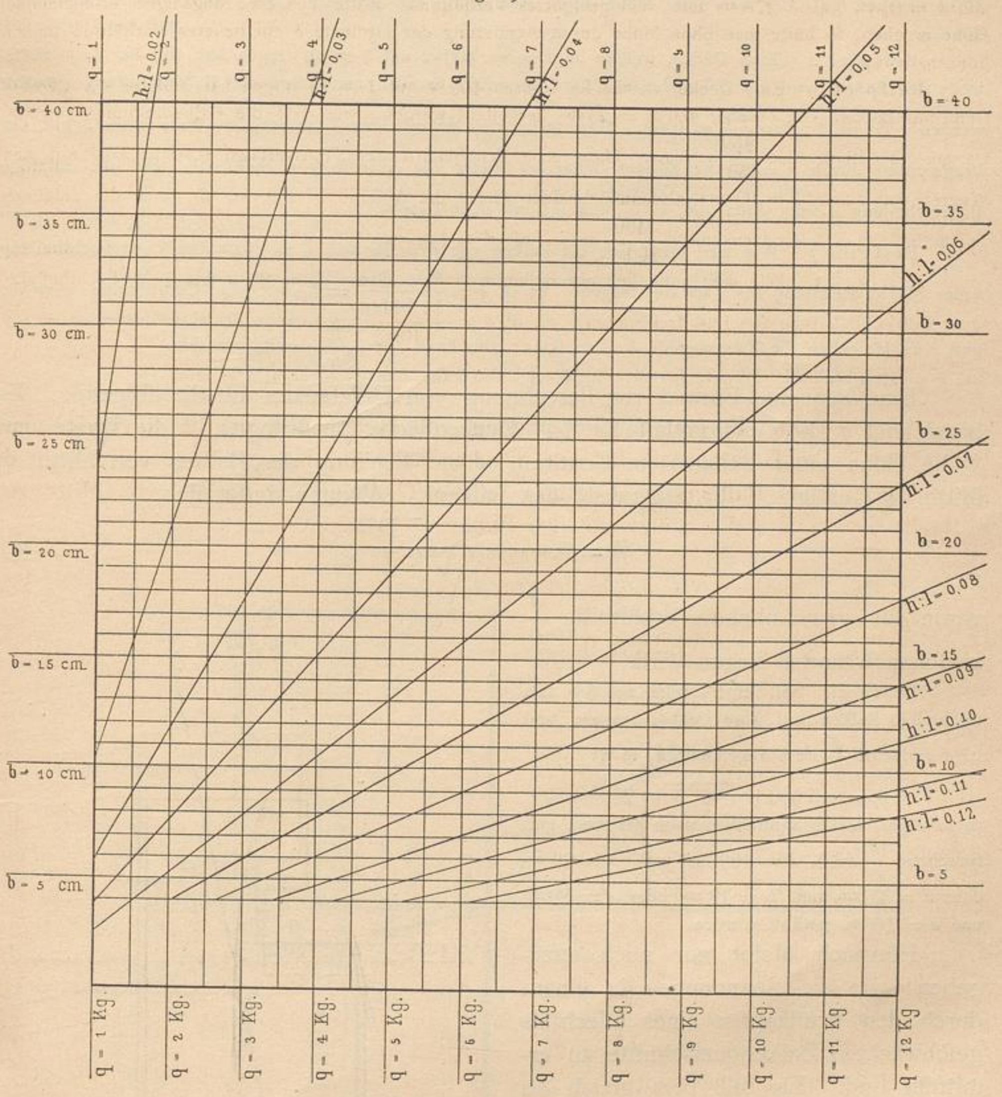
3) Querschnittsermittelung für Balken und Träger

3) Querschnittsermittelung für Balken und Träger.

Holzbalken haben ausschliesslich rechteckigen Querschnitt, und zwar — mit Rücksicht auf vortheilhafteste Gewinnung aus dem runden Stamme — des Seitenverhältnisses 5 : 7 [129]). 98. Hölzerne Balken.

Die Berechnung [130]) erfolgt etwas zu sicher für die grösste Stützweite jedes

Fig. 196.



q in Kilogr.; $1^{kg} = 1^{cm}$.

Balkens bei 80^{kg} zulässiger Beanspruchung als Träger auf zwei Stützen. Alle hierher gehörenden Berechnungen können durch Benutzung der Auftragung in Fig. 196 um-

---

[129]) Siehe Theil III, Band 1 (Art. 156, S. 110; 2. Aufl.: Art. 15, S. 114) dieses »Handbuches«.

[130]) Angaben über die Eigengewichte hölzerner Balken finden sich in einer Tabelle in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 318; 2. Aufl.: S. 17) dieses »Handbuches«.

gangen werden[131]). Es bezeichnet dort b die Breite, l die gröſste Stützweite, h die Höhe eines Balkens (in Centim.) und q die Geſammtbelaſtung für 1 lauf. Centim.

Beiſpiel 1. Ein Balken iſt für $5{,}5^{\,m}$ Stützweite bei $1{,}05^{\,m}$ Fachtheilung zu berechnen; die Eigenlaſt der Decke (halber Windelboden) beträgt $300^{\,kg}$ und die Nutzlaſt $250^{\,kg}$ für $1^{\,qm}$. Die Laſt für $1^{\,cm}$ iſt demnach $q = \dfrac{1{,}05\,(300 + 250)}{100} = 5{,}8^{\,kg}$. Wird die Breite verſuchsweiſe mit $22^{\,cm}$ angenommen, ſo führen die Coordinaten $q = 5{,}8$ und $b = 22$ zu der ſchrägen Transverſalen $h : l = 0{,}05$, und es muſs alſo $h = 0{,}05 \cdot 550 = 27{,}5^{\,cm}$ ſein, ein geeignetes Verhältniſs. Hätte ſich eine ungeeignet erſcheinende Höhe ergeben, ſo hätte man ohne Mühe durch Aenderung der Ordinate b ein beſſeres Verhältniſs finden können.

Beiſpiel 2. Eine Decke, welche im Ganzen $400^{\,kg}$ auf $1^{\,qm}$ zu tragen hat, ſoll bei $4{,}5^{\,m}$ Stützweite aus Balken von $b = 20$ und $h = 25^{\,cm}$ hergeſtellt werden; wie darf die Balkentheilung gewählt werden? Es iſt $h : l = \dfrac{25}{450} = 0{,}056$. Man ſuche den Schnitt der Transverſalen $0{,}056 = h : l$ mit der Wagrechten durch $b = 20^{\,cm}$; alsdann ſchneidet dieſer die Abſciſſe $q = 6{,}5^{\,kg}$ ab, und die zuläſſige Balkentheilung d folgt dann aus $\dfrac{d \cdot 400}{100} = 6{,}5$ mit $d = 1{,}625^{\,m}$.

Beiſpiel 3. Wie weit kann ſich ein Balken von $b = 15$ und $h = 25^{\,cm}$ bei $1{,}1^{\,m}$ Fachtheilung unter $500^{\,kg}$ Belaſtung für $1^{\,qm}$ frei tragen? Es iſt $q = \dfrac{1{,}1 \cdot 500}{100} = 5{,}5^{\,kg}$; die Coordinaten $q = 5{,}5$ und $b = 15$ geben die Transverſale $h : l = 0{,}058$; alſo kann $l = \dfrac{25}{0{,}058} = 430^{\,cm}$ ſein.

Eine bequeme Formel zur Berechnung von Holzbalken iſt die folgende. Es bezeichnet q die Geſammtlaſt für $1^{\,qm}$ Deckenfläche (in Kilogr.), b die Breite und h die Höhe eines Balkens (in Centim.), d die Theilung der Balken von Mitte zu Mitte (in Centim.), l die Stützweite des Balkens. Alsdann findet ſtatt

$$h = 0{,}000968\; l \sqrt{q\,\frac{d}{b}}\,, \qquad \qquad 39.$$

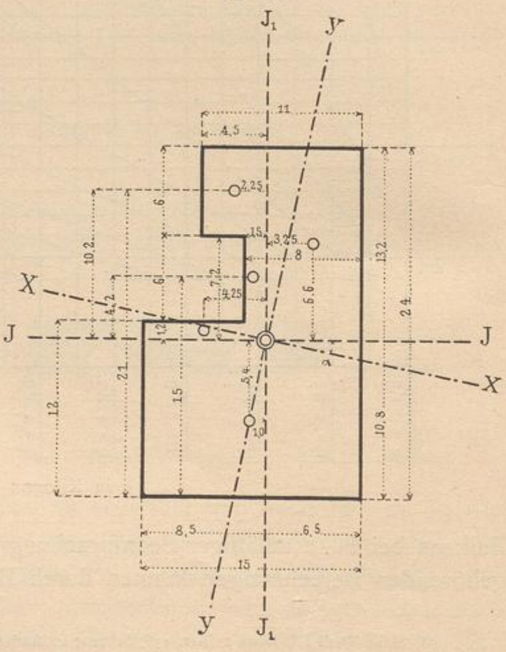
worin für gewöhnliche Verhältniſſe $\dfrac{d}{b}$ zwiſchen 5 und 6 liegen wird.

Beiſpiel. Soll eine Decke aus $5^{\,m}$ frei tragenden Balken auf $1^{\,qm}$ $500^{\,kg}$ tragen, und wird zunächſt $\dfrac{d}{b} = 5$ angenommen, ſo iſt

$$h = 0{,}000968 \cdot 500 \sqrt{500 \cdot 5} = 24{,}2^{\,cm}$$

zu machen. Dabei kann dann nach Belieben, entſprechend $\dfrac{d}{b} = 5$, $d = 100^{\,cm}$ und $b = 20^{\,cm}$ oder $d = 90^{\,cm}$ und $b = 18^{\,cm}$ oder $d = 80^{\,cm}$ und $b = 16^{\,cm}$ gewählt werden.

Fig. 197.



Hiernach bleibt nur noch anzugeben, wie die Spannungen in einem durch den Bruſtzapfen eines Wechſels geſchwächten Balkenquerſchnitte zu ermitteln ſind. Es ſoll dies gleich an einem Beiſpiele vorgeführt werden, welches die Auflagerung des mit 5 bezeichneten ausgewechſelten Balkens der Gruppe A in Fig. 37 (S. 30) auf den Wechſel an der Wand zum Gegenſtande hat.

[131]) Vergl. auch: GARTEN. Diagramm zur Beſtimmung der Querſchnitte hölzerner Balken. Deutſche Bauz. 1887, S. 342.

Die Decke hat 400 kg zu tragen und 0,75 m Balkentheilung; alfo ift $q = 3$ kg und bei $b = 15$ cm, $l = 5{,}45$ m ergiebt die Auftragung in Fig. 196 $h : l = 0{,}043$, alfo $h = 0{,}043 \cdot 545 = 23{,}5$ = rund 24 cm. Der Wechfel foll aus einem Abfchnitte deffelben Holzes hergeftellt werden. Die Laft, welche er vom Balken in feiner Mitte erhält, ift $545 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$ = rund 820 kg; feine Stützweite von Balkenmitte bis Balkenmitte beträgt $2 \cdot 75 = 150$ cm, folglich das Angriffsmoment $M = \frac{820}{2} \cdot \frac{150}{2} = 30750$ cmkg.

Der Bruftzapfen im Wechfel wird nach Fig. 197 ausgeführt. Vom bleibenden Querfchnitte ift zuerft der Schwerpunkt zu fuchen. Diefer fteht ab

von der Unterkante: $\dfrac{11 \cdot 6 \cdot 21 + 8 \cdot 6 \cdot 15 + 12 \cdot 15 \cdot 6}{11 \cdot 6 + 8 \cdot 6 + 12 \cdot 15} = 10{,}8$ cm;

von der rechten Kante: $\dfrac{11 \cdot 6 \cdot 5{,}5 + 8 \cdot 6 \cdot 4 + 12 \cdot 15 \cdot 7{,}5}{11 \cdot 6 + 8 \cdot 6 + 12 \cdot 15} = 6{,}5$ cm.

Demnach ift das Trägheitsmoment für die wagrechte Schwerpunktsaxe

$$\mathcal{J} = 11\,\frac{13{,}2^3 - 7{,}2^3}{3} + 8\,\frac{7{,}2^3 - 1{,}2^3}{3} + 15\,\frac{1{,}2^3 + 10{,}8^3}{3} = 14360;$$

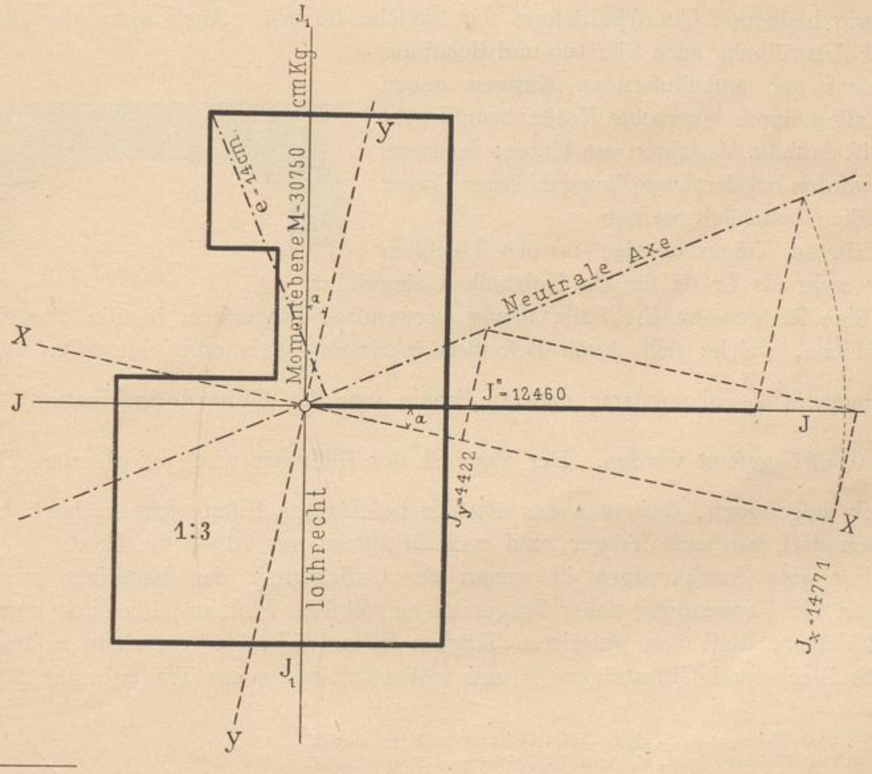
für die lothrechte Schwerpunktsaxe

$$\mathcal{J}_1 = 12\,\frac{6{,}5^3 + 8{,}5^3}{3} + 6\,\frac{1{,}5^3 + 6{,}5^3 + 4{,}5^3 + 6{,}5^3}{3} = 4842.$$

Das Centrifugalmoment H[132]) ift

$$H = 13{,}2 \cdot 6{,}5 \cdot 3{,}25 \cdot 6{,}6 - 6 \cdot 4{,}5 \cdot 2{,}25 \cdot 10{,}2 - 6 \cdot 1{,}5 \cdot 4{,}2\,\frac{1{,}5}{2} - 1{,}2 \cdot 8{,}5 \cdot 4{,}25\,\frac{1{,}2}{2}$$
$$+ 15 \cdot 10{,}8 \cdot 1{,}0 \cdot 5{,}4 = +\,2044.$$

Fig. 198.



132) Vergl. Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 269; 2. Aufl.: S. 39) diefes »Handbuches«.

Demnach folgt der Winkel α, welchen die erfte Trägheitshauptaxe X mit der Axe $\mathfrak{J}$ bildet [133]) aus

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot 2044}{4842 - 14360} = \frac{2H}{\mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}} .$$

Daraus ergiebt fich $\alpha = -11^\circ 37' 21''$, ferner

$$\sin 2\alpha = -0{,}3946 , \quad \sin^2 \alpha = 0{,}0406 , \quad \cos^2 \alpha = 0{,}9594 ,$$

und fchliefslich [134])

$$\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J} \cos^2 \alpha + \mathfrak{J}_1 \sin^2 \alpha - H \sin 2\alpha = 14360 \cdot 0{,}9594 + 4842 \cdot 0{,}0406 + 2044 \cdot 0{,}3946 = 14771 ,$$

$$\mathfrak{J}_y = \mathfrak{J} \sin^2 \alpha + \mathfrak{J}_1 \cos^2 \alpha + H \sin 2\alpha = 14360 \cdot 0{,}0406 + 4842 \cdot 0{,}9594 + 2044 \cdot 0{,}3946 = 4422.$$

In Fig. 198 ift auf Grund diefer Werthe die Berechnung der gröfsten Spannung der gefährdetften Ecke am Bruftzapfen durchgeführt.

Die neutrale Axe ergiebt fich, wenn man die Ebene $\mathfrak{J}$ (Fig. 198) (hier wagrecht) mit dem Winkel α gegen die X-Axe feft legt, um den die Momentebene (hier lothrecht) von der Y-Axe abfteht, dann vom Schwerpunkte aus $\mathfrak{J}_x = 14771$ und $\mathfrak{J}_y = 4422$ in irgend einem Mafsftabe auf der X-Axe abfetzt und in beiden Punkten die Winkelrechte zur X-Axe zieht. Trägt man dann den Abfchnitt auf der Winkelrechten in $\mathfrak{J}_x$ im Winkel α auf der Winkelrechten in $\mathfrak{J}_y$ auf und verbindet diefen Punkt mit dem Schwerpunkte, fo erhält man die neutrale Axe.

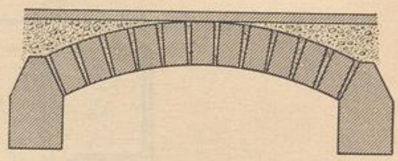
Man beftimme nun den Abftand e des am entfernteften von der neutralen Axe liegenden Punktes (Fig. 198), hier $e = 14$ cm, übertrage $\mathfrak{J}_x$ auf die neutrale Axe und ziehe von da die Winkelrechte zur X-Axe; diefe fchneidet auf der den Winkel α mit der X-Axe einfchliefsenden Geraden $\mathfrak{J}$ dann einen Werth $\mathfrak{J}''$ (hier $\mathfrak{J}'' = 12460$) ab, welcher mit e und M die ungünftigfte Spannung nach der Gleichung

$$\sigma = \frac{M e}{\mathfrak{J}} = \frac{30750 \cdot 14}{12460} = 34{,}5 \text{ kg} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 40.$$

ergiebt. Der Wechfel ift alfo trotz der Schwächung reichlich ftark. Hierbei ift das Verdrehungsmoment, welches fich aus der Lagerung des Balkenendes aufserhalb des Schwerpunktes ergiebt, vernachläffigt.

Nach diefem Verfahren laffen fich alle gefchwächten Balken behandeln, mag die übrig bleibende Querfchnittsform fein, welche fie will. Auch wenn der Balken bei der Auswölbung nach Fig. 199 und Belaftung nur einer der anfchliefsenden Kappen neben den Laften durch wagrechte Kräfte beanfprucht wird, ift daffelbe Verfahren am Platze; derartige Fälle werden bei der Auswölbung eiferner Träger ausführlich behandelt werden.

Fig. 199.



99. Eiferne Träger.

Eiferne Träger werden in den Hochbau immer mehr als Erfatz für die Holzbalken eingeführt.

Eine für gewöhnliche Fälle häufig verwendete Trägerform ift die alte Eifenbahnfchiene, welche fich durch befonders niedrigen Preis empfiehlt. Das Widerftandsmoment $\frac{\mathfrak{J}}{e}$ abgenutzter neuerer Profile von der Höhe h (in Centim.) kann $\frac{\mathfrak{J}}{e} = 0{,}06\, h^3$ gefetzt werden. Der Vortheil der Billigkeit wird jedoch zum Theile dadurch aufgehoben, dafs man das oft fehr befchädigte Eifen nicht fo hoch beanfpruchen darf, wie neue Träger, und zwar höchftens mit 700 kg für 1 qcm.

Für gute Ausführungen ift wegen der Unficherheit des Materials in alten Schienen die Verwendung neuer Träger zu empfehlen. Faft ausfchliefslich kommen hier **I**-Träger, fonft von gewalzten Trägern **Z**- und **[**-Profile [135]), dann zufammengefetzte Blech- und Gitterträger [136]) und fchliefslich befondere Trägerformen für be-

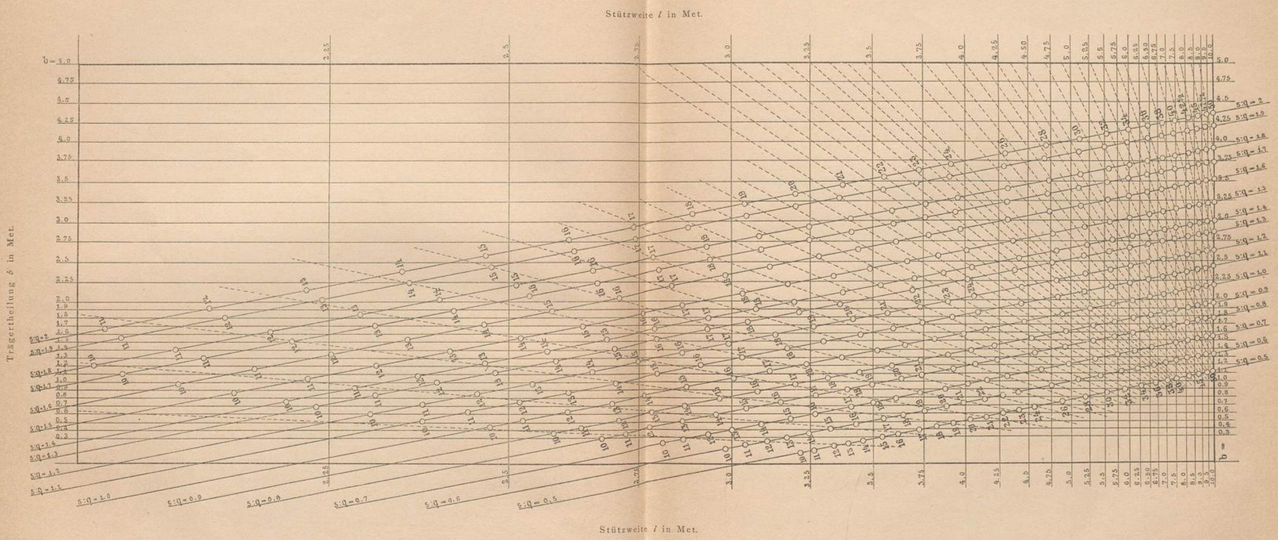
[133]) Nach Gleichung 46, S. 269 (2. Aufl.: Gleichung 24, S. 39) ebendaf.

[134]) Nach Gleichung 45, S. 269 (2. Aufl.: Gleichung 22, S. 39) ebendaf.

[135]) Siehe die betreffenden Tabellen in Theil I, Band 1, erfte Hälfte (S. 197 u. 198) diefes »Handbuches«.

[136]) Siehe Theil III, Band 1 (Abth. I, Abfchn. 3, Kap. 7) diefes »Handbuches«.

8



Zeichnerifche Darftellung der Normal-I-Eifen
für die Unterfuchung ihrer Tragfähigkeit unter lothrechter Belaftung.

Figur ist unrichtig!

Fig. 200.

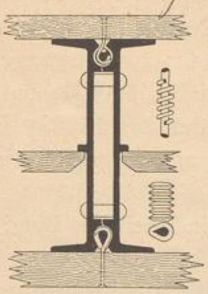


Fig. 201.

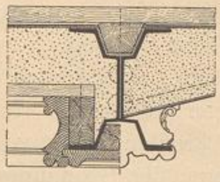
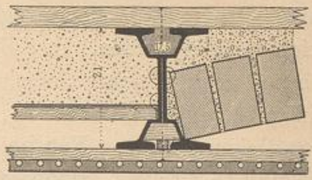


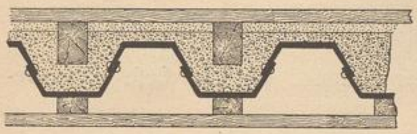
Fig. 202.



ſtimmte Zwecke, namentlich Erzielung gröſserer Seitenſteifigkeit, wie der von *Gocht* (Fig. 200), der von *Klette* (Fig. 201 u. 202) und der mit *Lindſay*-Eiſen (Fig. 203 u. 204) unten oder oben und unten verſtärkte **I**-Träger zur Verwendung.

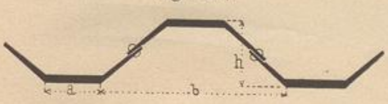
Sind die Träger nur lothrecht belaſtet, ſo ſind die gröſsten Biegungsmomente für die nach dem früher Geſagten meiſt verwendeten Träger auf zwei Stützen leicht zu ermitteln. 100. Berechnung lothrecht belaſteter Träger.

Fig. 203.



Die deutſchen Normal-Profile für **I**-Eiſen können mit Hilfe der neben ſtehenden Tafel berechnet werden. In derſelben bedeutet b die Theilung der Deckenträger (in Met.), l die Stützweite (in Met.), g die geſammte Deckenbelaſtung für 1 qm (in Kilogr.) und s die zuläſſige Beanſpruchung des Trägerquerſchnittes (in Kilogr. auf 1 qcm). Die Coordinaten l und b führen durch ihren Schnittpunkt zu oder in die Nähe einer der punktirten ſchrägen Leitlinien, die man bis zum Schnitte mit derjenigen ausgezogenen, von rechts nach links fallenden, ſchrägen Transverſalen verfolge, welche zu dem dem vorliegenden Falle entſprechenden Verhältniſſe $s:q$ gehört. Die Nummer der kleinen Null, welche auf der ausgezogenen Transverſalen $s:q$ zunächſt rechts von der geſtrichelten Leitlinie liegt, iſt diejenige des zu verwendenden **I**-Normal-Profiles [137]).

Fig. 204.



Beiſpiel 1. Es ſoll der dem Beiſpiele in Art. 96 (S. 108) für Wellblechbogen entſprechende Träger, vorläufig ohne Rückſicht auf die ſeitlichen Beanſpruchungen, ermittelt werden, und zwar für 5,3 m Stützweite. Es war $q = p + g = 1150$ kg; die Weite der Fache $b = 3{,}0$ m; die zuläſſige Beanſpruchung ſei $s = 1100$ kg für 1 qcm; alſo $s:q = 1100:1150 = 0{,}95$.

Verfolgt man in der neben ſtehenden Tafel die dem Coordinatenſchnitte $l = 5{,}3$ und $b = 3$ nächſt liegende geſtrichelte Leitlinie bis zu der $s:q = 0{,}95$ entſprechenden (zu interpolirenden) Transverſalen, ſo liegt auf letzterer zunächſt rechts von der Leitlinie der dem Querſchnitte Nr. 36 entſprechende kleine Kreis; der Querſchnitt dieſer Nummer iſt zu verwenden. Dieſer Träger bedarf jedoch noch der Prüfung auf Widerſtandsfähigkeit gegen ſeitliche Beanſpruchung, welche für einen ähnlichen Fall weiter unten durchgeführt wird.

Beiſpiel 2. Das Eigengewicht einer 6 m frei tragenden, mit Beton ausgewölbten Decke beträgt 400 kg und die Nutzlaſt 400 kg für 1 qm; demnach iſt $q = 800$ kg. Wie weit dürfen Träger des Profils Nr. 28 aus einander gelegt werden, wenn die Beanſpruchung für 1 qcm 1000 kg betragen ſoll?

Es iſt $s:q = 1000:800 = 1{,}25$. Die geſtrichelte Leitlinie, welche zunächſt links von **Nr. 28** auf der Transverſalen $s:q = 1{,}25$ feſt gelegt wird, ſchneidet die Abſciſſe $l = 6{,}0$ m bei der Ordinate $b = 1{,}54$ m; ſo weit dürfen die Träger alſo von einander entfernt liegen.

Beiſpiel 3. Wie weit können ſich 1,0 m von einander liegende Träger Nr. 26 bei 1050 kg Beanſpruchung unter 900 kg Nutzlaſt für 1 qm frei tragen?

Es iſt $s:q = 1050:900 = 1{,}18$. Die $s:q = 1{,}18$ und Nr. 26 entſprechende geſtrichelte Leitlinie ſchneidet auf der Ordinate $b = 1{,}0$ die Abſciſſe $l = 6{,}6$ m ab.

---

137) Siehe die betreffende Tabelle in Theil I, Band 1, erſte Hälfte (S. 198) dieſes »Handbuches«.

Bei diesen Berechnungen mittels der vorstehenden Tafel kann die Eisenbahnschiene von 13 cm Höhe bezüglich des Widerstandsmomentes dem Normal-Profil Nr. 17 gleich gesetzt werden. Ihre Beanspruchung soll jedoch nur 700 kg für 1 qcm betragen, während man diejenige neuer Träger unter stark bewegten Lasten bis 1000 kg, unter mäfsig bewegten bis 1200 kg, unter ganz ruhenden, stetigen Lasten bis 1500 kg für 1 qcm steigern kann. Nur bei grofsen Profilen, etwa von Nr. 40 an, empfiehlt sich eine um 15 Procent ermäfsigte Annahme der Spannungen.

Ueber die Berechnung der Blech- und der Gitterträger ist in Theil III, Band 1 (Abth. I, Abschn. 1, Kap. 7) das Erforderliche zu finden.

101.
Berechnung von Trägern mit Seitenschüben.

Wenn die Träger auch wagrechten Kräften ausgesetzt sind [138]), so entstehen vorwiegend aus den Schüben von Auswölbungen und Wellblechbogen, so wie aus den Zügen von Tonnenblechen, welche sich bei Belastung nur eines anschliefsenden Faches nicht vollkommen ausgleichen, sondern einen nach der Seite des unbelasteten Faches gerichteten Schub von der Gröfse $H' - H''$ (vergl. die Gleichungen 4 u. 5 [S. 96], 8 u. 9 [S. 97], 27 [S. 101], 29 [S. 102], 31 u. 36 [S. 107]), bezw. einen nach der Seite des belasteten Faches gerichteten Zug von der Gröfse $H' - H'' = \frac{(q-g)\,b^2}{8h}$ (vergl. Art. 93, S. 102) ergeben, schräge Belastungen der Träger, welche diese ganz besonders ungünstig beanspruchen.

Beispiel. Als Beispiel sollen hier die Träger einer Decke nach Fig. 205, bezw. 206 durchgerechnet werden. Für die Fachfüllung kommt Gleichung 6 (S. 97) zur Anwendung. Es sei die Länge der

Fig. 205.

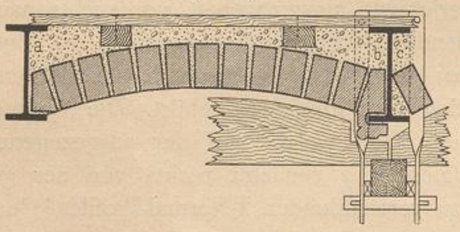
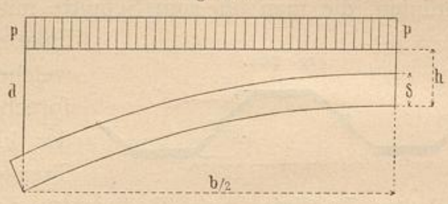


Fig. 206.



Träger ($l =$) 5,5 m, die Theilung ($b =$) 1,7 m, $\delta = 0{,}12$ m, $h = 0{,}20$ m, γ für Backsteine 1700 kg, $p = 750$ kg und mit Rücksicht auf Stöfse für Backstein $s = 50000$ kg für 1 qm. Demnach ist nach Gleichung 6 (S. 97)

$$d = \frac{8 \cdot 50000 \cdot 0{,}12\,(3 \cdot 0{,}2 - 0{,}12) + 1{,}7^2\,(6 \cdot 750 + 5 \cdot 1700 \cdot 0{,}2)}{24 \cdot 0{,}12 \cdot 50000 - 1700 \cdot 1{,}7^2} = 0{,}295 = \text{rund } 0{,}3 \text{ m}.$$

Das Gewicht für 1 m dieser Kappe ist nach Gleichung 20 (S. 99)

$G = 1/3 \cdot 1700 \cdot 1{,}7\,(0{,}3 + 2 \cdot 0{,}2)$ . . . $= 675{,}0$ kg,
3 cm Cement-Estrich $1 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}03 \cdot 2500$. $= 128{,}5$ »,
1 lauf. Meter Träger schätzungsweise . . $= 96{,}5$ »,
zusammen 900,0 kg.

Das Gewicht g für 1 qm ist somit $\frac{900}{1{,}7} =$ rund 530 kg.

Der Schub der voll belasteten Kappe ist nach Gleichung 8 (S. 97)

$$H' = 0{,}5 \cdot 50000 \cdot 0{,}12 = 3000 \text{ kg für 1 m Trägerlänge}$$

und der gröfste Gegenschub der unbelasteten Kappe nach Gleichung 9 (S. 97)

$$H'' = 0{,}125\left[\sqrt{9 \cdot 50000^2 (0{,}3 - 0{,}2 - 0{,}12)^2 + 1700 \cdot 50000 \cdot 1{,}7^2 (0{,}3 + 5 \cdot 0{,}2)} - 3 \cdot 50000\,(0{,}3 - 0{,}2 - 0{,}12)\right],$$
$$H'' = 2640 \text{ kg}.$$

Die wagrechte Belastung eines zwischen einer belasteten und einer unbelasteten Kappe liegenden Trägers ist somit

$$\frac{H' - H''}{100} = \frac{3000 - 2640}{100} = 3{,}6 \text{ kg für 1 cm}.$$

[138]) Vergl. hierüber auch: Centralbl. d. Bauverw. 1887, S. 393.

Die gröfste lothrechte Belaftung eines Trägers tritt für volle Laft beider anfchliefsenden Kappen ein; fie beträgt für 1 qm der Decke $750 + 530 = 1280$ kg.

Die lothrechte Belaftung eines Trägers zwifchen belafteter und unbelafteter Kappe ift

$$\frac{900 + \frac{1{,}7 \cdot 750}{2}}{100} = 15{,}4 \text{ kg für } 1 \text{ cm}.$$

Wird noch die zuläffige Beanfpruchung des Eifens zu 1100 kg für 1 qcm feft gefetzt, fo ift mit Bezug auf die Tafel bei S. 113 für den voll belafteten Träger $s : q = 1100 : 1280 = 0{,}86$. Zunächft unter der punktirten Leitlinie der Coordinaten $l = 5{,}5$ und $b = 1{,}7$ liegt auf $s : q = 0{,}86$ das Profil Nr. 32, welches alfo bei voller Belaftung genügt.

Für diefes Profil ift[139] $\mathcal{J}_x = 12622$ und $\mathcal{J}_y = 652$; für den einfeitig belafteten Träger ift das lothrechte Moment $\frac{15{,}4 \cdot 550^2}{8} = 582312$ cmkg und die entfprechende Spannung bei 32 cm Trägerhöhe

$$\frac{582312 \cdot 32}{2 \cdot 12622} = 739 \text{ kg}.$$

Das wagrechte Biegungsmoment unter dem einfeitigen Schube von 3,6 kg ift $\frac{3{,}6 \cdot 550^2}{8} = 136125$ cmkg, die zugehörige Spannung bei 13,1 cm Trägerbreite $\frac{136125 \cdot 13{,}1}{2 \cdot 652} = 1368$; es ergäbe fich fomit für die Kanten der Flanfche $1368 + 739 = 2107$ kg Spannung.

Will man die genügende Tragfähigkeit durch Verftärkung des Trägerprofiles erreichen, fo kommt man nach dem vorgeführten Unterfuchungsgange zum Profil Nr. 40. Die Verftärkung der Träger kann aber billiger durch Einlegen von Ankerreihen erreicht werden (fiehe Fig. 207, 208, 209 u. 210), welche die Träger gegen einander abfteifen, alfo Stützen in wagrechtem Sinne bilden. Solche Anker müffen in jedem Träger nach beiden Seiten unverfchieblich befeftigt fein, beftehen daher am beften aus Rundeifen, welche nur von Träger zu Träger reichen, und in den benachbarten Fachen etwas verfetzt werden, oder nach Fig. 207 u. 208 aus Bandeifen über und unter den Trägern, welche die Flanfche beiderfeits mit Klammern umgreifen.

Fig. 207.

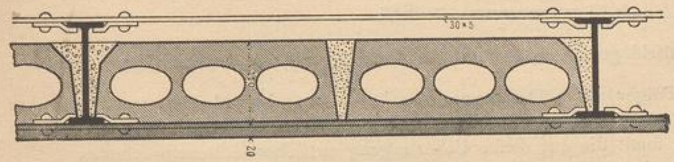
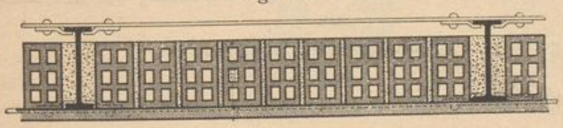


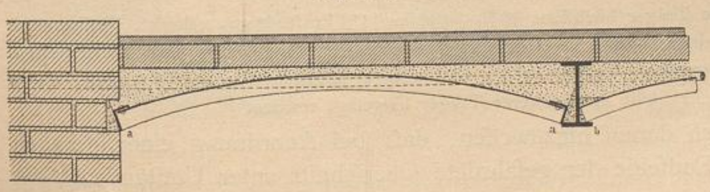
Fig. 208.



Legt man eine folche Ankerreihe in die Mitte der Weite, fo entfteht in wagrechtem Sinne ein continuirlicher Träger auf 3 Stützen von der Oeffnungsweite $\frac{550}{2} = 275$ cm; es ift das gröfste Moment in der Mitte (am Anker[140]) $0{,}125 \cdot 3{,}6 \cdot 275^2 = 30430$ cmkg. Die zugehörige Beanfpruchung ift

$$\frac{30430 \cdot 13{,}1}{2 \cdot 652} = 306 \text{ kg};$$

Fig. 209.



[139]) Siehe Theil I, Band 1, erfte Hälfte (S. 198) diefes »Handbuches«.

[140]) Nach: Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 337; 2. Aufl.: S. 146).

die gröſste Beanſpruchung wird $739 + 306 = 1044$ kg; alſo genügt nach Einlegen der einen Ankerreihe Profil Nr. 32 auch der wagrechten Beanſpruchung.

Der letzte Träger an der zu unmittelbarer Aufnahme von wagrechten Schüben zu ſchwachen Wand hat nach den früheren Erörterungen[141]) drei Aufgaben. Er hat bei voller Belaſtung der beiden Endfache zu tragen:

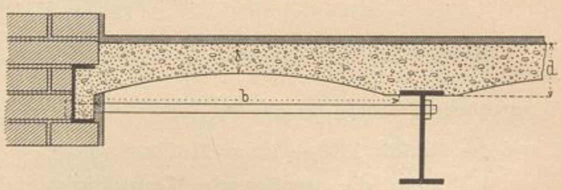
α) die halbe Laſt des Endfaches mit $\frac{900 + 1{,}7 \cdot 750}{2 \cdot 100} = 10{,}9$ kg für 1 cm;

β) den Schub des voll belaſteten Endfaches mit $\frac{3000}{100} = 30$ kg für 1 cm, welcher durch in das letzte Fach in gröſserer Zahl eingezogene Anker aufgehoben, durch den Endträger aber innerhalb der Ankertheilung auf die Anker übertragen werden muſs;

γ) die Spannung, welche er als äuſsere Gurtung des vom letzten Fache mit beiden Trägern und Füllung gebildeten wagrechten Trägers für den vollen Schub der belaſteten zweiten Kappe erhält.

Die Spannung im Träger aus α iſt $s_1 = \frac{10{,}9 \cdot 550^2 \cdot 32}{8 \cdot 2 \cdot 12622} = 523$ kg; ſie fällt weg, wenn der Endträger in der Wand durchlaufend aufgelagert iſt, wie in Fig. 210.

Fig. 210.



Die Spannung aus γ ergiebt ſich in folgender Weiſe. Das Angriffsmoment eines vollen Kappenſchubes iſt $\frac{30 \cdot 550^2}{8}$; das Widerſtandsmoment des wagrechten Trägers, deſſen Gurtungsquerſchnitt gleich dem des Profiles Nr. 32, alſo 78 qcm iſt, beträgt bei 1,7 m Trägerhöhe $170 \cdot 78\, s_3$; demnach iſt

$$s_3 = \frac{30 \cdot 550^2}{8 \cdot 170 \cdot 78} = 86 \text{ kg}.$$

Werden 3 Anker in das Endfeld gelegt, ſo entſteht für die Uebertragung des Schubes im Endfache auf die Anker ein continuirlicher Träger mit 4 Oeffnungen von je $\frac{550}{4}$ cm. Das Moment am Mittelanker iſt alsdann[142]) $0{,}0714 \cdot 30 \frac{550^2}{16}$, ſomit die aus dieſer Uebertragung entſtehende Beanſpruchung

$$s_2 = \frac{0{,}0714 \cdot 30 \cdot 550^2 \cdot 13{,}1}{16 \cdot 2 \cdot 652} = 407 \text{ kg}.$$

Die ganze Beanſpruchung der unteren äuſseren Flanſchkante im Endträger am Mittelanker iſt ſomit $s = s_1 + s_2 + s_3 = 523 + 86 + 407 = 1016$ kg, ſo daſs alſo bei dreifacher Verankerung des Endfeldes auch hier das Profil Nr. 32 genügt.

Die gröſste Spannkraft in den den Trägerenden zunächſt liegenden Ankern iſt[143])

$$1{,}1428 \cdot 30 \frac{550}{4} = 4714 \text{ kg}.$$

Der vorletzte Träger hat bei voller Belaſtung beider Endfache zunächſt die gröſste lothrechte Laſt eines Zwiſchenträgers mit $\frac{900 + 1{,}7 \cdot 750}{100} = 21{,}8$ kg für 1 cm, dann die Spannung zu erleiden, welche in ihm als der inneren Gurtung des wagrechten Abſchluſsträgers nach γ des Endträgers entſteht. Die genaue Spannung aus der lothrechten Laſt iſt $\frac{550^2 \cdot 21{,}8 \cdot 32}{8 \cdot 2 \cdot 12622} = 1045$ kg; die aus γ des letzten Trägers war 86 kg, ſo daſs der vorletzte Träger höchſtens $1045 + 86 = 1131$ kg für 1 qcm erleidet. Sollte dieſe Spannung ſchon zu hoch erſcheinen — und ſie wird häufig noch mehr das zuläſſige Maſs überſchreiten, wenn der gewählte Träger gegenüber der lothrechten Laſt weniger überſchüſſige Stärke beſitzt, als in dieſem Falle — ſo muſs an dieſer Stelle ein ſtärkerer Träger eingefügt werden.

Insbeſondere iſt noch darauf hinzuweiſen, daſs bei Anordnung einer geraden Anzahl von Ankern im Endfelde der gefährdete Querſchnitt unter Umſtänden nicht

141) Vergl. Art. 61, S. 66.

142) Nach Theil I, Band 1, zweite Hälfte, S. 337 (2. Aufl.: S. 146).

143) Nach ebendaſ.

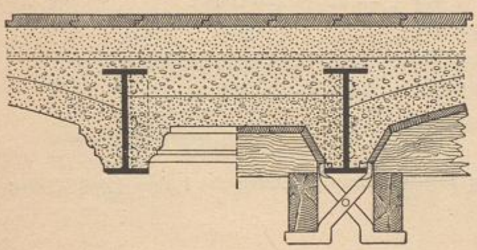
in der Trägermitte, fondern an dem der Mitte zunächft liegenden Anker zu fuchen ift, weil meift die aus den wagrechten Momenten entftehenden Spannungen überwiegen.

Da bei weit gefpannten Decken unter Umftänden mehr als 3 Anker nöthig werden, die Momenten-Tabelle in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 337 [144]) diefes »Handbuches« aber nur bis zu 4 Oeffnungen geht, fo möge diefe Tabelle hier noch, unter Beibehaltung der dort gewählten Bezeichnungen, um einige Stufen erweitert werden.

	Anzahl der Oeffnungen													
	5	6	7			5	6	7			5	6	7	
M_0	0	0	0		D_0	0,3947	0,3942	0,3944		$\mathfrak{M}_1$	0,0779	0,0777	0,0778	
M_1	0,1053	0,1058	0,1056		D_1	1,1316	1,1346	1,1338		$\mathfrak{M}_2$	0,0330	0,0341	0,0339	
M_2	0,0790	0,0770	0,0774		D_2	0,9737	0,9616	0,9648		$\mathfrak{M}_3$	0,0460	0,0433	0,0440	
M_3	0,0790	0,0866	0,0844		D_3	0,9737	1,0192	1,0070		$\mathfrak{M}_4$	0,0330	0,0433	0,0406	pl^2
M_4	0,1053	0,0770	0,0844	pl^2	D_4	1,1316	0,9616	1,0070	pl	$\mathfrak{M}_5$	0,0779	0,0341	0,0440	
M_5	0	0,1058	0,0774		D_5	0,3947	1,1346	0,9648		$\mathfrak{M}_6$	—	0,0777	0,0339	
M_6	—	0	0,1056		D_6	—	0,3942	1,1338		$\mathfrak{M}_7$	—	—	0,0778	
M_7	—	—	0		D_7	—	—	0,3944						

Alle diefe Werthe gelten für ganz volle Belaftung aller Oeffnungen. Es würden fich noch höhere Werthe ergeben können, wenn auf die ungünftigfte Laftvertheilung über die von den Ankern gebildeten Theile deffelben Balkenfaches Rückficht genommen würde. Die einer folchen Vertheilung entfprechende Laftannahme geht jedoch zu weit, und die durch ihr höchft feltenes Eintreten etwa entftehenden Mehrfpannungen find eben wegen des feltenen Vorkommens ungefährlich.

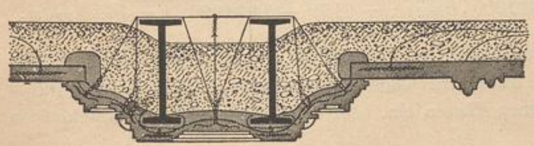
Fig. 211.



Will man die Lochung der Trägerftege für Rundeifenanker vermeiden, fo bilde man die Anker nach Fig. 207 u. 208 (S. 115) aus Flacheifen.

Ein Mittel, die Anker in den Mittelfachen, abgefehen von den Endfachen, zu vermeiden, bietet noch die wechfelweife eng und weit angeordnete Trägertheilung nach Fig. 211 u. 212, wenn man jedesmal die enge Theilung mit einer ebenen Betonplatte füllt und diefe nebft den fie einfaffenden Trägern als einen wagrechten Träger anfieht, welcher die Schübe der benachbarten, mit Kappen gefchloffenen, weiten Trägerfache aufnimmt.

Fig. 212.



Bezeichnet bei einer derartigen Anordnung Q die gefammte Laft, welche die Längeneinheit einer gewölbten Kappe auf den Träger bringt, b die weite Trägertheilung der gewölbten Fache, b_1 die enge Trägertheilung der geraden Fache, l die Stützlänge der Träger, g die Eigenlaft des geraden Faches für die Flächeneinheit,

[144]) 2. Aufl.: S. 146.

p die Nutzlaſt für die Flächeneinheit, W das Widerſtandsmoment des Trägerquerſchnittes für die wagrechte Schwerpunktsaxe, F den Trägerquerſchnitt, s_e die zuläſſige Beanſpruchung für die Flächeneinheit des Trägerquerſchnittes, H' den Schub der belaſteten Kappe (nach den Gleichungen 4, 8, 27 oder 31) und H'' den gröſsten Gegenſchub der unbelaſteten Kappe (nach den Gleichungen 5, 9, 29 u. 36); ſo folgt die erforderliche Breite der geraden Fachfüllungen aus der Beziehung

$$b_1 = \frac{1}{p+g}\left[\frac{8 s_e W}{l^2} - Q + \sqrt{\left(\frac{8 s_e W}{l^2} - Q\right)^2 - \frac{2(H'-H'')(p+g)W}{F}}\right] \qquad 41.$$

Dieſe Gleichung iſt in der Weiſe zu benutzen, daſs zunächſt derjenige Trägerquerſchnitt aufgeſucht wird, für welchen der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen zuerſt gröſser als Null wird. Die Werthe dieſes Querſchnittes führe man ein und berechne das zugehörige b_1.

Beiſpiel. Es ſoll für die im Beiſpiele in Art. 90 (S. 96) behandelte Betonkappe mit $b = 1{,}6^{\text{m}}$, $p = 750^{\text{kg}}$, $\delta = 0{,}1^{\text{m}}$, $d = 0{,}29^{\text{m}}$, $H' = 1500^{\text{kg}}$ und $H'' = 1110^{\text{kg}}$ ein Widerlagsträger durch eine ebene Betonplatte der Dicke von 12^{cm} mit $29 - 12 = 17^{\text{cm}}$ Ueberfüllung mit der Breite b_1 geſchaffen werden; der Fuſsboden beſteht aus Eichenholz. Zunächſt iſt nach Gleichung 20 (S. 99), da das Gewicht der Kappe $\gamma_1 = 2200^{\text{kg}}$ gleich dem der Ueberfüllung γ und die Ueberfüllungshöhe im Scheitel gleich Null, alſo h in Gleichung 20 (S. 99) gleich δ zu ſetzen iſt,

$$\frac{G}{2} = \frac{1{,}6}{2}\left[\frac{2200}{3}(0{,}3 + 2 \cdot 0{,}1)\right] = 293^{\text{kg}}$$

$$\text{Fuſsboden } \frac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 1 \cdot 0{,}035 \cdot 800 = 22 \text{ »}$$

$$\text{Nutzlaſt } \frac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 1 \cdot 750 \;\ldots = 600 \text{ »}$$

alſo $Q = 915^{\text{kg}}$ (für 1^{qm}).

Weiter iſt das Gewicht von 1^{qm}	der geraden Platte	$0{,}12 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2200 = 264^{\text{kg}}$
» » » »	» Sandüberfüllung	$0{,}17 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1600 = 272$ »
» » » »	des Fuſsbodens	$0{,}035 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 800 = 28$ »
		alſo $g = 564^{\text{kg}}$.

Ferner iſt $H' = 1500^{\text{kg}}$ und $H'' = 1110^{\text{kg}}$.

Die Stützweite l der Träger betrage 5^{m} und die zuläſſige Beanſpruchung des Eiſens $12\,000\,000^{\text{kg}}$ für 1^{qm}.

Die Gleichung 41 lautet dann:

$$b_1 = \frac{1}{750+564}\left[\frac{8 \cdot 12\,000\,000\, W}{5^2} - 915 + \sqrt{\left(\frac{8 \cdot 12\,000\,000\, W}{5^2} - 915\right)^2 - \frac{2(1500-1110)(564+750)W}{F}}\right].$$

Das **I**-Profil Nr. 22 liefert unter dem Wurzelzeichen noch einen Werth kleiner als Null, dasjenige Nr. 23 zuerſt einen ſolchen gröſser als Null; für dieſen iſt $W = 0{,}000317$ und $F = 0{,}00429^{\text{qm}}$, alſo $\frac{W}{F} = 0{,}074$ und ſomit

$$b_1 = \frac{1}{1314}\left[3840000 \cdot 0{,}000317 - 915 + \sqrt{(3840000 \cdot 0{,}000317 - 915)^2 - 1024920 \cdot 0{,}074}\right] = 0{,}325^{\text{m}}.$$

Es ſind ſomit als Gurtungen des wagrechten Trägers zwei **I**-Eiſen Nr. 23 zu wählen und in $32{,}5^{\text{cm}}$ Abſtand von einander zu verlegen. In der ganzen Decke tritt dann ein regelmäſsiger Wechſel von 160^{cm} weiten gewölbten Kappen und $32{,}5^{\text{cm}}$ breiten ebenen Platten ein. An den Enden muſs der Abſchluſs in der oben erläuterten Weiſe erfolgen.

Um zwei Träger mit der eingeſchloſſenen Kappe oder Platte als einen wagrechten Träger anſehen zu können, empfiehlt es ſich, an die Trägerwände einige Winkeleiſen zu nieten (ſiehe Fig. 211, S. 117), damit durch deren Eingriff in die Kappe oder Platte Längsverſchiebungen der Träger gegen die Kappe oder Platte verhindert werden.