# Balkendecken

**Barkhausen, Georg**

**Stuttgart, 1895**

c) Abmessungen von Balkenlagen mit Unterzügen

## c) Abmeſſungen von Balkenlagen mit Unterzügen.

102. Continuirliche Gelenkträger.

Es wurde bereits in Art. 10 bis 13 (S. 24 bis 26) erläutert, weſshalb die Verwendung von continuirlichen Trägern für den Hochbau auf Bedenken ſtöſst, zugleich aber, daſs die Anordnung continuirlicher Gelenkträger [145]) wegen der durch ſie bedingten Materialerſparniſs [146]) durchweg zu empfehlen iſt. Es ſollen daher im Nachſtehenden noch die zur Anordnung dieſer Art von Trägern über beliebig vielen Oeffnungen nöthigen Angaben folgen.

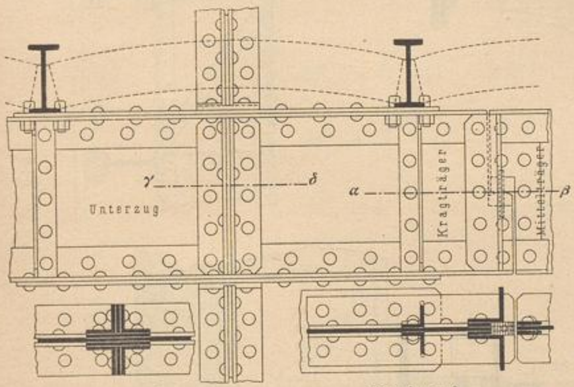
Für dieſe Träger iſt zu unterſcheiden, ob die Stützen alle gleich weit ſtehen, oder ob es geſtattet iſt, den Stützen verſchiedene Abſtände zu geben. Die Belaſtung ſei $g$ (in Kilogr.) für 1 cm Länge des Trägers als Eigenlaſt, $p$ (in Kilogr.) für 1 cm als Nutzlaſt und $q$ (in Kilogr.) für 1 cm als Laſtenſumme.

### 1) Gleiche Oeffnungsweiten.

103. Lage der Gelenke.

In dieſem Falle iſt es zweckmäſsig, die Momente über den Stützen durch die Wahl der Lage der Gelenke (Fig. 213 bis 216) gleich den gröſsten Momenten in den ununterbrochenen Oeffnungen zu machen, damit die durchzuführenden Trägerſtücke dieſer Oeffnungen möglichſt gleichmäſsig ausgenutzt werden. Es entſteht ſo die in Fig. 217 bis 219 angedeutete Gruppirung der Maximalmomente, von denen $M_3$, $M_4$, $M_5$ nach den Regeln des Trägers auf 2 Stützen zu ermitteln ſind.

Fig. 213.




Schnitt $\gamma\delta$.  Schnitt $\alpha\beta$.

Die Lage der Gelenke, welche Vorbedingung dieſer Momentengruppirung iſt, ſo wie die Gröſse der Momente folgen aus den nachſtehenden Gleichungen, welche durch Fig. 217 u. 219 erläutert ſind.

$$k = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{g}{g+q}}\right) \quad \ldots \quad 42.$$

$$k_1 = \frac{q}{4(g+q)} \quad \ldots \quad 43.$$

$$k_3 = \frac{1}{2}\left[1 - k_1 + m - \sqrt{(1-k_1+m)^2 - 4m}\right], \text{ worin } m = \left[\frac{q}{g}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{g}{q}}\right)\right]^2 \quad 44.$$

$$k_2 = \frac{k_1}{1-k_3} \quad \ldots \quad 45.$$

$$M_1 = \frac{q\,k_1\,l^2}{2} = \frac{q\,k\,l^2}{2}(1-k) = \frac{q^2\,l^2}{8(g+q)} \quad \ldots \quad 46.$$

$$M_2 = \frac{q\,k_3\,l^2}{2}(1-k_2) \quad \ldots \quad 47.$$

145) Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 329; 2. Aufl.: S. 138) dieſes »Handbuches«.
146) Siehe ebendaſ., Art. 369, S. 333 (2. Aufl.: Art. 161, S. 142).

Fig. 214.

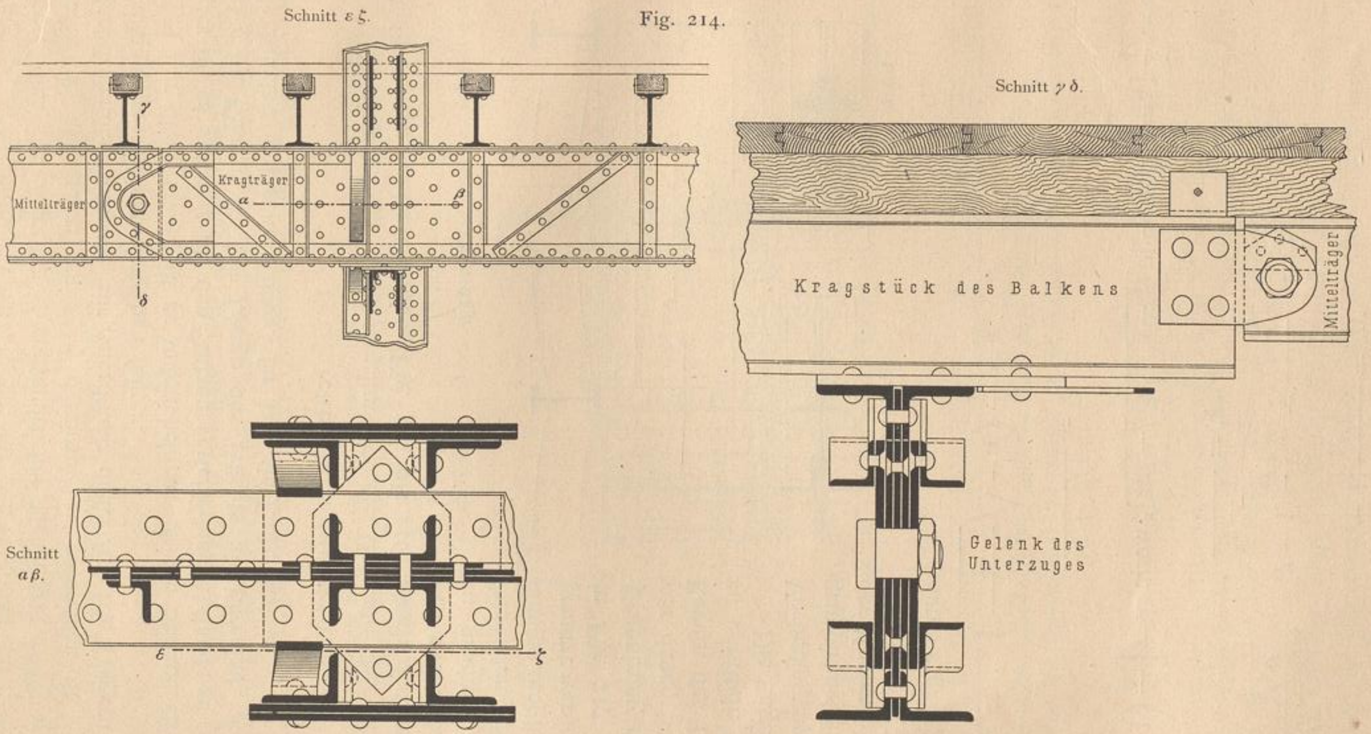



Fig. 215.

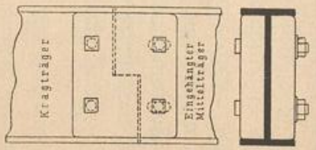



Fig. 216.

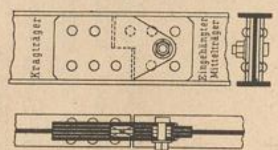


Fig. 217.

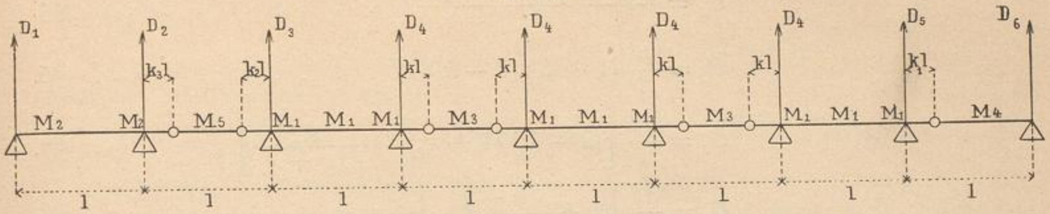



Fig. 218.

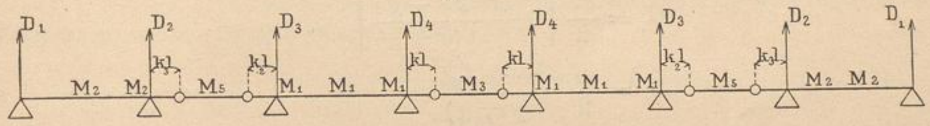
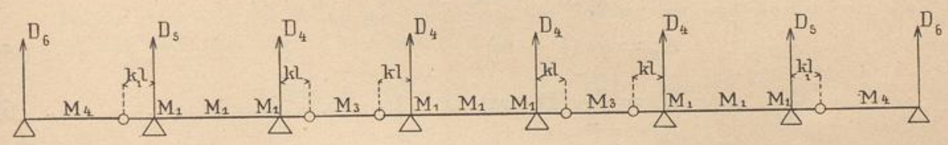



Fig. 219.




$$M_3 = \frac{q\,l^2}{8}\,(1 - 2\,k)^2 \quad \ldots \ldots \quad 48.$$

$$M_4 = \frac{q\,l^2}{8}\,(1 - k_1)^2 \quad \ldots \ldots \quad 49.$$

$$M_5 = q\,\frac{l^2}{8}\,(1 - k_2 - k_3)^2 \quad \ldots \ldots \quad 50.$$

Fig. 220.

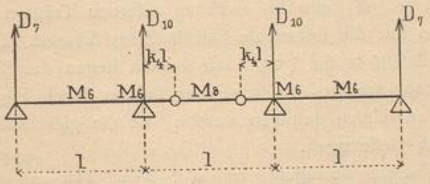
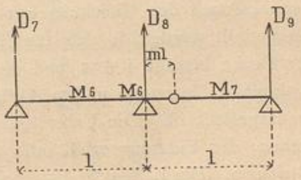



Fig. 221.




Diefe Gleichungen decken alle Fälle für beliebig viele Stützen nach Mafsgabe von Fig. 217 bis 219 bis auf die beiden in Fig. 220 u. 221 dargeftellten Anordnungen für 3 und 4 Stützen. Für diefe treten noch die folgenden Gleichungen hinzu:

$$k_4 = 0{,}5 - \sqrt{0{,}25 - m} \quad \ldots \ldots \quad 51.$$

$$M_6 = \frac{m\,q\,l^2}{2} \quad \ldots \ldots \quad 52.$$

$$M_7 = \frac{q\,l^2}{8}\,(1 - m)^2 \quad \ldots \ldots \quad 53.$$

$$M_8 = \frac{q\,l^2}{8}\,(1 - 2\,k_4)^2 \quad \ldots \ldots \quad 54.$$

Für die Berechnung der Belaftung von Unterzügen durch die Balken und der Stützenbelaftungen durch die Unterzüge ift die Kenntnifs der gröfsten Werthe der Auflagerdrücke von Wichtigkeit, welche fich nach folgenden Ausdrücken mit Berückfichtigung der Bezeichnungen in Fig. 217 bis 221 berechnen laffen: 104. Stützenbelaftungen.

$$D_1 = \frac{l[q - g\,k_3\,(1 - k_2)]}{2} \quad \ldots\ldots \quad 55.$$

$$D_2 = \frac{q\,l}{2}\,(1 + k_3)\,(2 - k_2) \quad \ldots\ldots \quad 56.$$

$$D_3 = \frac{q\,l}{2}\left[(2 - k_3)\,(1 + k_2) - \frac{g}{4\,(g + q)}\right] \quad \ldots\ldots \quad 57.$$

$$D_4 = \frac{q\,l}{2}\left[2 + \frac{q - g}{4\,(q + g)}\right] \quad \ldots\ldots \quad 58.$$

$$D_5 = \frac{q\,l}{2}\left[2 + \frac{2q - g}{4\,(q + g)}\right] \quad \ldots\ldots \quad 59.$$

$$D_6 = \frac{q\,l}{2}\,\frac{3q + 4g}{4(q + g)} \quad \ldots\ldots \quad 60.$$

$$D_7 = \frac{l}{2}\,(q - m\,g) \quad \ldots\ldots \quad 61.$$

$$D_8 = q\,l\,(1 + m) \quad \ldots\ldots \quad 62.$$

$$D_9 = \frac{q\,l}{2}\,(1 - m) \quad \ldots\ldots \quad 63.$$

$$D_{10} = \frac{q\,l}{2}\,(2 + m) \quad \ldots\ldots \quad 64.$$

Nach den Gleichungen 55 bis 64 erhält man auch die geringſten Werthe der Stützen-, bezw. Auflagerdrücke, wenn man überall $g$ mit $q$ und $q$ mit $g$ vertauſcht. Dieſe kleinſten Werthe ſind von beſonderer Wichtigkeit, wenn ſie bei geringem Werthe von $g$ negativ werden, da ſie dann eine Verankerung der Träger nach unten bedingen; ihre Berechnung zu verabſäumen, kann daher verhängniſsvoll werden.

Beiſpiel. In einem Gebäude von $30^{\text{m}}$ Länge und $15^{\text{m}}$ Tiefe ſoll eine Decke mit Kappen ſtets gleichen Schubes nach den Gleichungen 11 bis 16 (S. 98) gewölbt zwiſchen eiſernen Trägern von $1{,}0^{\text{m}}$ Theilung hergeſtellt werden, ſo daſs für die Balken nur die lothrechte Laſt in Frage kommt. Das Eigengewicht der Decke beträgt $400^{\text{kg}}$ und die Nutzlaſt $500^{\text{kg}}$ für $1^{\text{qm}}$. Die Balken liegen der Tiefe nach und ſollen durch 2 Unterzüge in $5^{\text{m}}$ Abſtand geſtützt werden, ſo daſs jeder Balken durch Fig. 221 für $l = 500^{\text{cm}}$ dargeſtellt iſt. Die Unterzüge ſollen von Säulen getragen werden, welche gleichfalls $5^{\text{m}}$ von einander ſtehen; der Unterzug erhält alſo 6 gleiche Oeffnungen.

α) Balken. Die Laſten für $1^{\text{cm}}$ bei $1{,}0^{\text{m}}$ Theilung betragen $g = 4{,}0^{\text{kg}}$, $p = 5{,}0^{\text{kg}}$ und $q = 9{,}0^{\text{kg}}$; folglich iſt nach Gleichung 44

$$m = \left[\frac{9}{4}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{4}{9}}\right)\right]^2 = 0{,}2062$$

und nach Gleichung 51

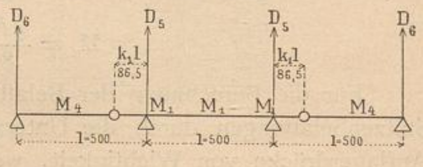
$$k_4 = 0{,}5 - \sqrt{0{,}25 - 0{,}2062} = 0{,}2907\,, \quad k_4\,l = 0{,}2907 \cdot 500 = 145{,}35^{\text{cm}}.$$

Hier iſt das Gelenk nach Fig. 213 bis 215 oder 216 anzuordnen. Nach Gleichung 52 iſt

$$M_6 = \frac{0{,}2062 \cdot 9 \cdot 500^2}{2} = 232000^{\text{cmkg}}.$$

Bei $1000^{\text{kg}}$ zuläſſiger Beanſpruchung iſt ſomit das Normalprofil Nr. 21 von I-Eiſen [147]) für die Endſtücke der Balken zu verwenden.

Fig. 222.




Für das Mittelſtück iſt $l = 500 - 2 \cdot 145{,}35 = 209{,}3^{\text{cm}}$; $b = 1{,}0^{\text{m}}$; $s : q = 1000 : 900 = 1{,}1$; alſo iſt nach der Tafel bei S. 113 Normalprofil Nr. 12 zu verwenden.

Werden die Balken mit Gelenken in den Endöffnungen

[147]) Siehe die betr. Tabelle in Theil I, Band 1, erſte Hälfte (S. 198) dieſes »Handbuches«.

nach Fig. 222 angeordnet, in welche die Bezeichnungen aus Fig. 219 übernommen wurden, fo wird nach Gleichung 43

$$k_1 = \frac{9}{4\,(9+4)} = 0{,}173\,, \quad \text{alfo} \quad k_1\,l = 0{,}173 \,.\, 500 = 86{,}5\,^{\mathrm{cm}}\,;$$

ferner nach den Gleichungen 46 und 49

$$M_1 = \frac{9^2 \,.\, 500^2}{8\,(9+4)} = 194\,711\,^{\mathrm{cmkg}} \quad \text{und} \quad M_4 = \frac{9 \,.\, 500^2\,(1 - 0{,}173)^2}{8} = 192\,355\,^{\mathrm{cmkg}}.$$

Bei 1000 kg Beanfpruchung reicht fomit nunmehr das Profil Nr. 20 für alle Theile des Balkens aus; es geht aber bei diefer Anordnung die unmittelbare Verbindung der Säulen mit den Wänden verloren, weil zwifchen Wand und Säule nun ein Gelenk liegt.

β) Unterzüge. Um die Belaftung der Unterzüge zu erhalten, mufs $D_{10}$ nach Gleichung 64 für volle Belaftung und für Eigenlaft ermittelt werden. Es ift

$$max\ D_{10} = \frac{9 \,.\, 500}{2}\,(2 + 0{,}2062) = 4964\,^{\mathrm{kg}},$$

$$min\ D_{10} = \frac{4 \,.\, 500}{2}\,(2 + 0{,}2062) = 2200\,^{\mathrm{kg}}.$$

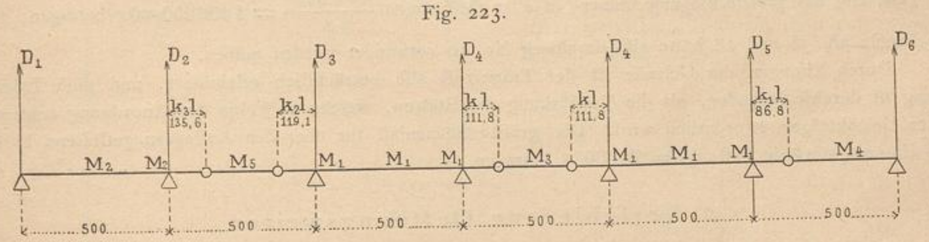
Bei der Anordnung der Balken mit Gelenken in den Endöffnungen wird die Belaftung der Unterzüge (Fig. 222) nach Gleichung 59 berechnet. Sie ift

$$max\ D_5 = \frac{9 \,.\, 500}{2}\left[2 + \frac{2 \,.\, 9 - 4}{4\,(9+4)}\right] = 5106\,^{\mathrm{kg}},$$

$$min\ D_5 = \frac{4 \,.\, 500}{2}\left[2 + \frac{2 \,.\, 4 - 9}{4\,(4+9)}\right] = 1981\,^{\mathrm{kg}}.$$

Da fomit bei der Anordnung nach Fig. 222 neben der fchlechteren Säulenverankerung mit den Wänden auch noch eine ungünftigere Belaftung der Unterzüge eintritt, fo wird man in der Regel diejenige in Fig. 221 vorziehen. Diefe Laften treten als Einzellaften in 1,0 m Abftand auf; die Berechnung liefert

Fig. 223.




aber genügend genaue Ergebniffe, wenn die Laft wieder gleichförmig vertheilt gedacht wird. Es ift fomit für den Unterzug (Fig. 223), wenn die Balken nach Fig. 221 gebildet werden, für 1 cm Trägerlänge $g = 22\,^{\mathrm{kg}}$ und $q = 49{,}64\,^{\mathrm{kg}}$, daher nach Gleichung 42

$$k = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{22}{22+50}}\right) = 0{,}2236 \quad \text{und} \quad k\,l = 0{,}2236 \,.\, 500 = 111{,}8\,^{\mathrm{cm}},$$

nach Gleichung 43

$$k_1 = \frac{50}{4\,(22+50)} = 0{,}1736 \quad \text{und} \quad k_1\,l = 0{,}1736 \,.\, 500 = 86{,}8\,^{\mathrm{cm}},$$

nach Gleichung 44

$$m = \left[\frac{50}{22}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{22}{50}}\right)\right]^2 = 0{,}2066\,,$$

$$k_3 = \frac{1}{2}\left[1 - 0{,}1736 + 0{,}2066 - \sqrt{(1 - 0{,}1736 + 0{,}2066)^2 - 4 \,.\, 0{,}2066}\,\right] = 0{,}2712\,,$$

$$k_3\,l = 0{,}2712 \,.\, 500 = 135{,}6\,^{\mathrm{cm}},$$

nach Gleichung 45

$$k_2 = \frac{0{,}1736}{1 - 0{,}2712} = 0{,}2382 \quad \text{und} \quad k_2\,l = 0{,}2382 \,.\, 500 = 119{,}1\,^{\mathrm{cm}},$$

nach Gleichung 46

$$M_1 = \frac{50^2 \,.\, 500^2}{8\,(22+50)} = 1\,085\,070\,^{\mathrm{cmkg}}.$$

Bei $1000^{kg}$ Beanfpruchung müffen alfo die beiden beiderfeits überkragenden Trägerftücke aus Normalprofil Nr. 36 gebildet fein.

Nach Gleichung 47 ift $M_2 = \frac{50 \cdot 0{,}2712 \cdot 500^2}{2} (1 - 0{,}2382) = 1291250^{cmkg}$; für das überkragende Endftück links genügt alfo Profil Nr. 38 knapp.

Nach Gleichung 48 ift $M_3 = \frac{50 \cdot 500^2 (1 - 2 \cdot 0{,}2236)^2}{8} = 477481^{cmkg}$; für den mittleren eingehängten Träger ift daher Profil Nr. 28 zu verwenden.

Nach Gleichung 49 ift $M_4 = \frac{50 \cdot 500^2 \cdot (1 - 0{,}1736)^2}{8} = 1068125^{cmkg}$; das linke Endftück mufs fonach aus Profil Nr. 36 beftehen.

Nach Gleichung 50 ift $M_5 = \frac{50 \cdot 500^2 (1 - 0{,}2382 - 0{,}2712)^2}{8} = 376075^{cmkg}$; für den linken eingehängten Träger ift alfo Profil Nr. 26 zu verwenden.

Die Belaftungen der Wände an den Enden der Unterzüge und die der ftützenden Säulen ergeben fich aus den Gleichungen 55 bis 60 ohne Weiteres; z. B. ift nach Gleichung 58

$$D_4 = \frac{50 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{50 - 22}{4\,(50 + 22)}\right] = 26216^{kg},$$

oder nach Gleichung 57

$$D_3 = \frac{50 \cdot 500}{2} \left[(2 - 0{,}2712)\,(1 + 0{,}2382) - \frac{22}{4\,(22 + 50)}\right] = 25802^{kg}.$$

Wären die Balken nicht überkragend angeordnet, fondern über den Unterzügen geftofsen, fo hätte fich für diefelben das gröfste Biegungsmoment zu $\frac{9 \cdot 500^2}{8} = 281250^{cm}$ ergeben, und ftatt der Querfchnitte Nr. 21 und 12 hätte Nr. 22 durchweg verwendet werden müffen.

Wären zugleich die Unterzüge über den Säulen geftofsen, fo hätte die Laft $(500 + 400)\,\frac{5}{100} = 45^{kg}$ für $1^{cm}$, alfo das gröfste Biegungsmoment in allen Oeffnungen $\frac{45 \cdot 500^2}{8} = 1406250^{cmkg}$ betragen; ftatt der Profile 38, 36 und 28 hätte alfo durchweg Nr. 40 verwendet werden müffen.

Durch Einfügen der Gelenke ift der Trägerroft alfo beträchtlich erleichtert, und diefe Erleichterung ift durchfchlagender, als die Verftärkung der Stützen, welche in Folge der Anordnung continuirlicher Gelenkträger erforderlich wird. Die gröfste Stützenlaft für über den Auflagern geftofsene Balken und Unterzüge würde $500 \cdot 45 = 22500^{kg}$ betragen.

## 2) Verfchiedene Oeffnungsweiten.

105. Grundgedanke.

Da, wo verfchiedene Oeffnungsweiten, alfo ungleiche Stützenentfernungen zuläffig find, kann man diefen Umftand benutzen, um die Stütz- und Kraglängen den Werthen $g$ und $q$ fo anzupaffen, dafs das gröfste Moment auch der eingehängten Trägerftücke gleich den beiden gröfsten Momenten der Kragftücke und fomit alle gefährlichen Momente eines Trägers einander gleich werden. Man erreicht fo, neben der Möglichkeit, einen einheitlichen Querfchnitt für den ganzen Träger durchführen zu können, zugleich thunlichft geringes Gewicht der Träger.

Da die Stützentheilung bei Erfüllung diefer Bedingung aber von $g$ und $q$ abhängig ift, andererfeits bei mehrgefchoffigen Gebäuden die Stützen verfchiedener Gefchoffe lothrecht über einander ftehen follen, fo ift die günftigfte Stützentheilung in diefem Falle nicht gleichzeitig in allen Gefchoffen zu erreichen, wenn die verfchiedenen Gefchoffe auf verfchiedene Werthe von $g$ und $q$ einzurichten find. In einem folchen Falle richte man die Stützentheilung für diejenigen Werthe von $g$ und $q$ ein, welche in den meiften Gefchoffen wiederkehren; in den übrigen Gefchoffen ift völlige Ausgleichung der Momente dann nicht zu erreichen, und man mufs fich damit begnügen, wie bei gleicher Stützentheilung, die Momente nur an den gefährlichen Stellen der Kragtheile gleich zu machen.

Es ift hier alfo zuerft der Fall zu behandeln, dafs die Stützentheilungen für völlige Ausgleichung aller gröfsten Momente eingerichtet werden follen. 106. Erfter Fall.

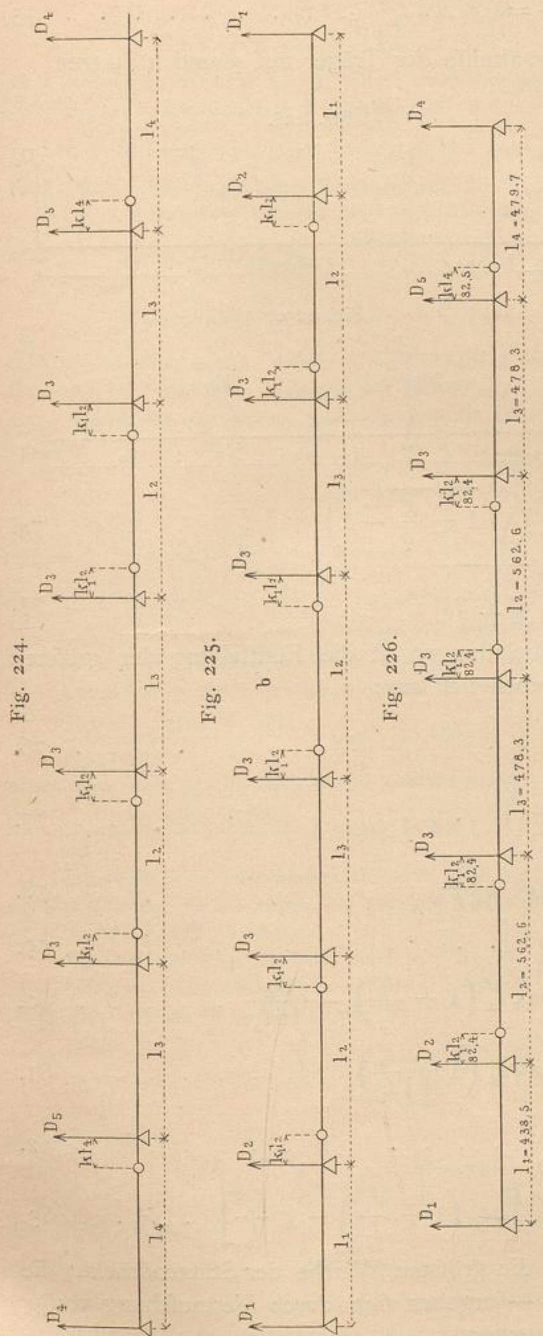


Fig. 224. Fig. 225. Fig. 226.

Die Anordnung diefer Bedingung genügender Träger ift allgemein in Fig. 224 u. 225 für eine ungerade, in Fig. 226 für eine gerade Anzahl von Oeffnungen dargeftellt; die Anzahl der Oeffnungen für Fig. 224 u. 225 fei $2n + 1$; jene für Fig. 226 betrage $2n$.

Zunächft ergeben fich die die Gelenke feft legenden Zahlenwerthe $k$ und $k_1$ aus

$$k = 3 - 2\sqrt{2} = 0{,}1716\,, \qquad 65.$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} = 0{,}14644 \qquad 66.$$

Neben den Bezeichnungen, deren Bedeutung aus Fig. 224 bis 226 hervorgeht, führen wir noch die ftets bekannte Gefammtlänge des Trägers $L$ ein. Wird wieder die Eigenlaft für die Längeneinheit $g$, die Gefammtlaft $q$ und die Nutzlaft $p$ genannt, fo kann die Abmeffung der einzelnen Theile nach den folgenden Ausdrücken erfolgen:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{0{,}3536\, g}{q\left(\sqrt{1 + \frac{g}{q}} - 1\right)} \qquad 67.$$

$$\frac{l_3}{l_2} = 0{,}7072 \sqrt{\frac{g + q}{q}} \quad . \quad 68.$$

$$\frac{l_4}{l_2} = \frac{1}{\sqrt{8k}} = 0{,}8525 \quad . \quad 69.$$

Damit find alle Weiten auf $l_2$ bezogen, und die Berechnung von $l_2$ aus $L$ gefchieht nun für die verfchiedenen Fälle nach den folgenden Gleichungen.

Zahl der Oeffnungen (ungerade) $= 2n + 1$ (Fig. 224: Endöffnung mit Gelenk):

$$L = 2 l_4 + n\, l_3 + (n - 1)\, l_2 \,. \quad 70.$$

Zahl der Oeffnungen (ungerade) $= 2n + 1$ (Fig. 225: Endöffnung ohne Gelenk):

$$L = 2 l_1 + n l_2 + (n - 1)\, l_3 \,. \quad \dots\dots\dots \quad 71.$$

Zahl der Oeffnungen (gerade) $= 2n$ (Fig. 226):

$$L = l_1 + l_4 + (n - 1)\, l_2 + (n - 1)\, l_3 \,. \quad \dots\dots \quad 72.$$

Die bei dieſer Anordnung in allen gefährlichen Querſchnitten gleichen Momente ſind zu berechnen nach

$$M = \frac{q l_2^{\,2}}{16} = 0{,}0858 \, q \, l_4^{\,2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 73.$$

In Fig. 227 bis 229 ſind die Verhältniſſe der Träger auf 3 und 4 Stützen

Fig. 227.

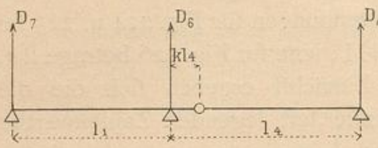



Fig. 228.

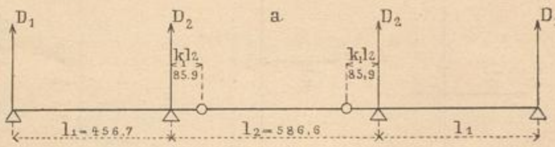
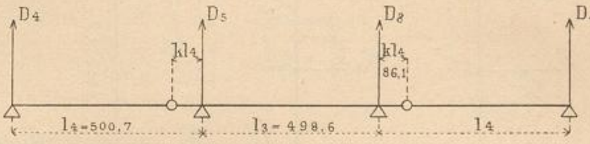



Fig. 229.




dargeſtellt, ſo weit für dieſelben die aus den Gleichungen 67 bis 69 zu entnehmenden Verhältniſſe nicht verwendbar ſind. Danach iſt

$$\frac{l_4}{l_1} = 2{,}411 \, \frac{q}{g} \left( \sqrt{1 + \frac{g}{q}} - 1 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 74.$$

$$\frac{l_4}{l_3} = 1{,}207 \sqrt{\frac{q}{g + q}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 75.$$

Für die Ermittelung der Stützenbelaſtungen iſt die Feſtſtellung der gröſsten Auflagerdrücke erforderlich. Dieſe ergeben ſich aus:

$$D_1 = \frac{q l_1}{2} - \frac{g l_2^{\,2}}{16 l_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 76.$$

$$D_2 = \frac{q}{2} \left( l_1 + l_2 + \frac{l_2^{\,2}}{8 l_1} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 77.$$

$$D_3 = q \, \frac{l_2 + l_3}{2} + (q - g) \, \frac{l_2^{\,2}}{16 l_3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 78.$$

$$D_4 = 0{,}4142 \, q \, l_4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 79.$$

$$D_5 = q \, \frac{l_3 + l_4}{2} + 0{,}0858 \, q \, l_4 \left( 1 + \frac{l_4}{l_3} \right) - \frac{g l_2^{\,2}}{16 l_3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 80.$$

$$D_6 = q \, \frac{l_1 + l_4}{2} + 0{,}0858 \, q \, l_4 \left( 1 + \frac{l_4}{l_1} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 81.$$

$$D_7 = \frac{q l_1}{2} - 0{,}0858 \, g \, \frac{l_4^{\,2}}{l_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 82.$$

$$D_8 = q \, \frac{l_3 + l_4}{2} + 0{,}0858 \left[ q \, l_4 \left( 1 + \frac{l_4}{l_3} \right) - g \, \frac{l_4^{\,2}}{l_3} \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 83.$$

Die Gleichungen 76 bis 83 geben die gröſsten Werthe der Stützendrücke; die kleinſten — möglicher Weiſe negativen — ergeben ſich durch Vertauſchung von $g$ mit $q$ und $q$ mit $g$ aus denſelben Gleichungen.

Beiſpiel. Des Vergleiches wegen mag hier die in Art. 104 (S. 122) ſchon für gleiche Stützentheilungen zu Grunde gelegte Decke nach den nunmehr vorliegenden Geſichtspunkten nochmals durchgerechnet werden. Es iſt alſo für die Balken $L = 15$ m und für die Unterzüge $L = 30$ m; die Eigenlaſt beträgt 400 und die Nutzlaſt 500 kg für 1 qm.

Für die Balken ift $p = 4$, $q = 9^{\text{kg}}$ für $1^{\text{cm}}$ und bei Anordnung nach Fig. 228 mit Gelenken in der Mittelöffnung nach Gleichung 67

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{0{,}3536 \cdot 4}{9\left(\sqrt{1+\frac{4}{9}}-1\right)} = 0{,}7784\,;$$

nach Gleichung 71 wird für $n = 1$ und $L = 15$ hiernach $15 = 2 \cdot 0{,}7784\, l_2 + 1 \cdot l_2$; fomit $l_2 = 5{,}866$ und $l_1 = 4{,}567^{\text{ m}}$, und weiter nach Gleichung 66: $k_1 l_2 = 0{,}14644 \cdot 5{,}866 = 0{,}859^{\text{ m}}$.

Nach Gleichung 73 ift das überall gleiche gröfste Moment $M = \frac{9 \cdot 586{,}6^2}{16} = 193556^{\text{cmkg}}$; es genügt alfo bei $1000^{\text{kg}}$ zuläffiger Beanfpruchung das Profil Nr. 20.

Die Belaftung der Unterzüge folgt nach Gleichung 77

$$\text{mit dem gröfsten Werthe } D_2 = \frac{9}{2}\left(456{,}7 + 586{,}6 + \frac{586{,}6^2}{8 \cdot 456{,}7}\right) = 5118^{\text{kg}},$$

$$\text{mit dem kleinften Werthe } D_2 = \frac{4}{2}\left(456{,}7 + 586{,}6 + \frac{586{,}6^2}{8 \cdot 456{,}7}\right) = 2274^{\text{kg}}.$$

Werden diefe Laften, welche in $1{,}0^{\text{ m}}$ Theilung wiederkehren, gleichförmig vertheilt gedacht, fo werden für die Unterzüge $q = 51{,}2^{\text{kg}}$ und $g = 22{,}8^{\text{kg}}$.

Werden für die Balken nach Fig. 229 die Gelenke in die Endöffnungen gelegt, fo ift nach Gleichung 75

$$\frac{l_4}{l_3} = 1{,}207\sqrt{\frac{9}{4+9}} = 1{,}0043\,,$$

fomit nach Gleichung 70 für $n = 1$ nunmehr $15 = 2\, l_4 + \frac{1}{1{,}0043}\, l_4$, alfo $l_4 = 5{,}007^{\text{ m}}$ und $l_3 = 4{,}986^{\text{ m}}$. Nach Gleichung 63 ift $k\, l_4 = 0{,}1716 \cdot 5{,}007 = 0{,}861^{\text{ m}}$. Nach Gleichung 73 wird

$$M = 0{,}0858 \cdot 9 \cdot 500{,}7^2 = 194041^{\text{ cmkg}},$$

alfo eben fo grofs, wie nach der Anordnung mit Gelenken in der Mittelöffnung.

Die Belaftung der Unterzüge wird nach Gleichung 83 am gröfsten, demnach

$$D_8 = 9\,\frac{498{,}6 + 500{,}7}{2} + 0{,}0858\,[9 \cdot 500{,}7\,(1 + 1{,}0043) - 4 \cdot 1{,}0043 \cdot 500{,}7] = 5100^{\text{kg}};$$

am kleinften, wenn in Gleichung 83 die Gröfsen $g$ und $q$ vertaufcht werden, fomit

$$D_8 = 4\,\frac{498{,}6 + 500{,}7}{2} + 0{,}0858\,[4 \cdot 500{,}7\,(1 + 1{,}0043) - 9 \cdot 1{,}0043 \cdot 500{,}7] = 1955^{\text{kg}}.$$

Hier find beide Anordnungen alfo etwa gleichwerthig; wegen der befferen Verbindung der Säulen mit den Wänden, fo wie wegen der geringeren Schwankung in der Belaftung der Unterzüge wird die erftere nach Fig. 228 beibehalten.

Für den Unterzug ift fomit rund $q = 51{,}2^{\text{kg}}$ und $g = 22{,}8^{\text{kg}}$ für $1^{\text{cm}}$. Um bei $L = 30^{\text{m}}$ annähernd $5^{\text{ m}}$ Säulenentfernung zu erhalten, werden 6 Oeffnungen angeordnet, fo dafs Fig. 226 mafsgebend ift. Alsdann ift nach Gleichung 67

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{0{,}3536 \cdot 22{,}8}{51{,}2\left(\sqrt{1+\frac{22{,}8}{51{,}2}}-1\right)} = 0{,}7793\,;$$

nach Gleichung 68

$$\frac{l_3}{l_2} = 0{,}7072\sqrt{\frac{22{,}8 + 51{,}2}{51{,}2}} = 0{,}8502\,;$$

nach Gleichung 69

$$\frac{l_4}{l_2} = 0{,}8525.$$

Wird weiter in Gleichung 72 für $n$ der Werth 3 eingefetzt, fo folgt

$$30 = l_2\,(0{,}7793 + 0{,}8525 + 2 + 2 \cdot 0{,}8502) \quad \text{oder} \quad l_2 = 5{,}626^{\text{ m}};$$

Danach ift

$$l_1 = 0{,}7793 \cdot 5{,}626 = 4{,}385^{\text{ m}},$$
$$l_3 = 0{,}8502 \cdot 5{,}626 = 4{,}783^{\text{ m}},$$
$$l_4 = 0{,}8525 \cdot 5{,}626 = 4{,}797^{\text{ m}}.$$

Das an allen gefährlichen Stellen gleiche gröfste Moment ift nach Gleichung 73

$$M = \frac{51,_2 \cdot 562,_6{}^2}{16} = 1012860 \, {}^{\text{cmkg}}.$$

Bei $1000^{\text{kg}}$ Beanfpruchung ift fonach durchweg das I-Profil Nr. 36 zu verwenden, und es ift fomit trotz der etwas gröfseren Laft die Trägeranordnung hier vortheilhafter, als bei gleichen Stützentheilungen.

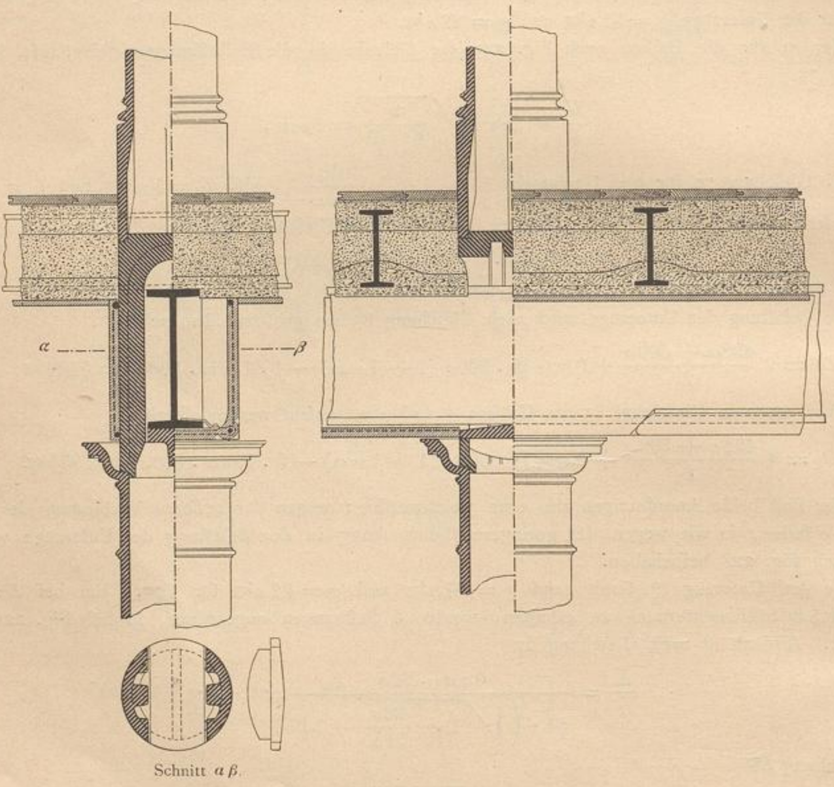
Die Länge $k_1 l_2$ wird nach Gleichung 66: $0,_{14644} \cdot 562,_6 = 82,_4 {}^{\text{cm}}$ und $k l_4$ nach Gleichung 65: $0,_{172} \cdot 479,_7 = 82,_5 {}^{\text{cm}}$.

Die Stützendrücke, welche aus den Gleichungen 76 bis 83 folgen, werden hier um ein Geringes gröfser, als bei gleicher Theilung der Stützen. So wird z. B. nach Gleichung 78

$$D_3 = 51,_2 \frac{562,_6 + 478,_3}{2} + (51,_2 - 22,_8) \frac{562,_6{}^2}{16 \cdot 478,_3} = 27820 \, {}^{\text{kg}}.$$

Der Druck $D_3$ für gleiche Stützentheilung betrug nur $25802^{\text{kg}}$; doch hat diefer Unterfchied keinen erheblichen Einflufs auf die Koften der Säulen; viel wichtiger ift die durch die überall gleiche Trägerhöhe erzielte gröfsere Gleichmäfsigkeit in der Ausbildung der Stützen, wie der ganzen Decke.

Fig. 230.

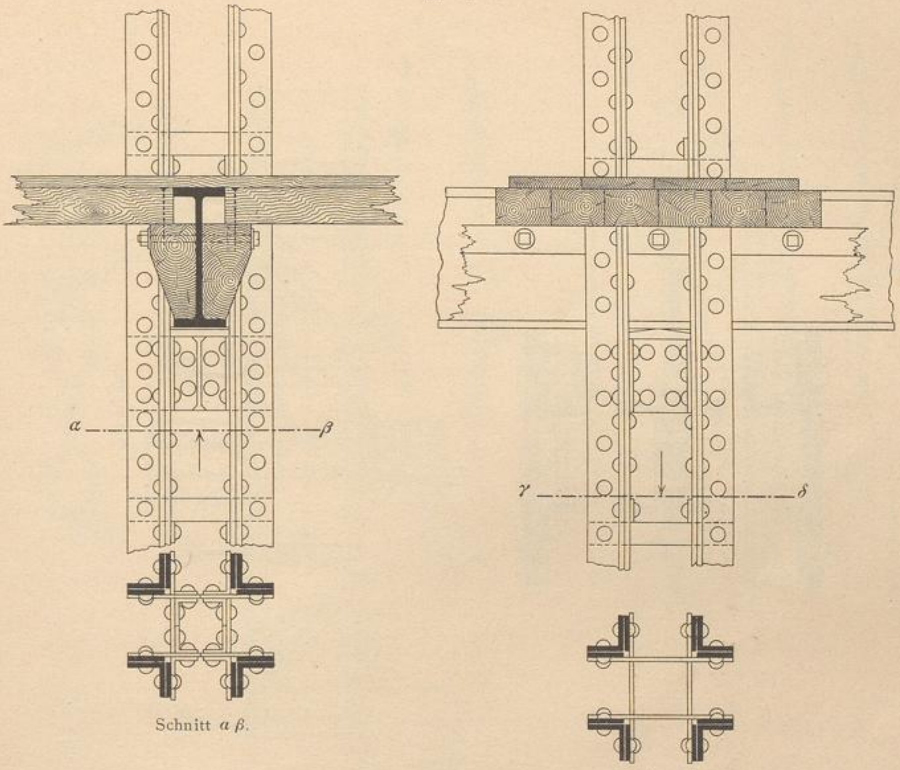


Schnitt $\alpha\beta$.

Es mag noch befonders hervorgehoben werden, dafs in den Rechnungsbeifpielen das Eigengewicht der Träger vernachläffigt wurde; bei Berechnungen für die Ausführung genügt es, für die Balken ein Gewicht von $0,_5 {}^{\text{kg}}$ für $1 {}^{\text{cm}}$, für die Unterzüge ein folches von $0,_9 {}^{\text{kg}}$ für $1 {}^{\text{cm}}$ von vornherein einzuführen. In der Regel werden die Träger diefe Gewichte nicht ganz erreichen.

Bei einfacher Anordnung der Unterzüge könnten die Stützen nach den Beifpielen in Fig. 230 bis 234 ausgebildet werden; die Anordnung in Fig. 235 ift für fo fchwere Traganordnungen, wegen der Schwächung der Säule, weniger zu empfehlen. Bei gufseifernen Stützen find nur die Anordnungen in Fig. 236 u. 230 ganz

Fig. 231.



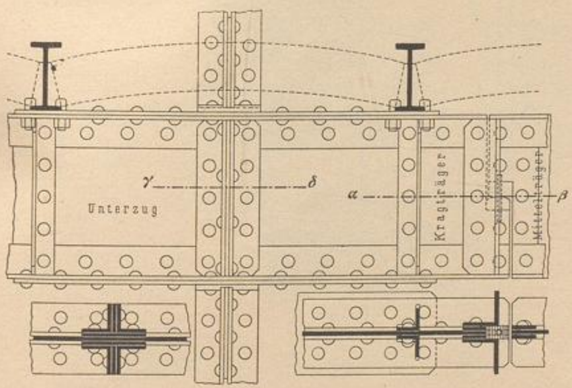
Schnitt $\alpha\beta$.

Schnitt $\gamma\delta$.

vollkommen, fo wie für nicht zu grofse Belaftung auch die Anordnung nach Fig. 17 (S. 14); Fig. 236 bedingt aber eine Balkenlagerung nach Fig. 237 oder 238. Man erkennt hieraus, dafs fich continuirliche Gelenkunterzüge bei fchmiedeeifernen Stützen wefentlich bequemer anordnen laffen, als bei den gefchloffenen gufseifernen, wenn nicht die Decke fo leicht ift, dafs man die Anordnung nach Fig. 17 (S. 14), Fig. 230 oder 235 unbedenklich wählen kann.

Bei den ungleichen Stützentheilungen ift das Nachrechnen der kleinften Stützendrücke nach den Gleichungen 76 bis 83, unter Vertaufchen von $g$ und $q$, noch wichtiger, als bei gleichen Oeffnungen, da hier noch leichter als dort die Verankerung der Auflagerftellen nach unten für negative Stützendrücke erforderlich wird. Zur Aufhebung diefer ftets geringen negativen Auflagerdrücke wird in der Regel fchon das Gewicht der Stützen genügen. Die Endauflager, bei denen am leichteften negative Auflagerkräfte vorkommen, können meift Verankerungen in den Wänden erhalten;

Fig. 232.




Schnitt $\gamma\delta$. Schnitt $\alpha\beta$.

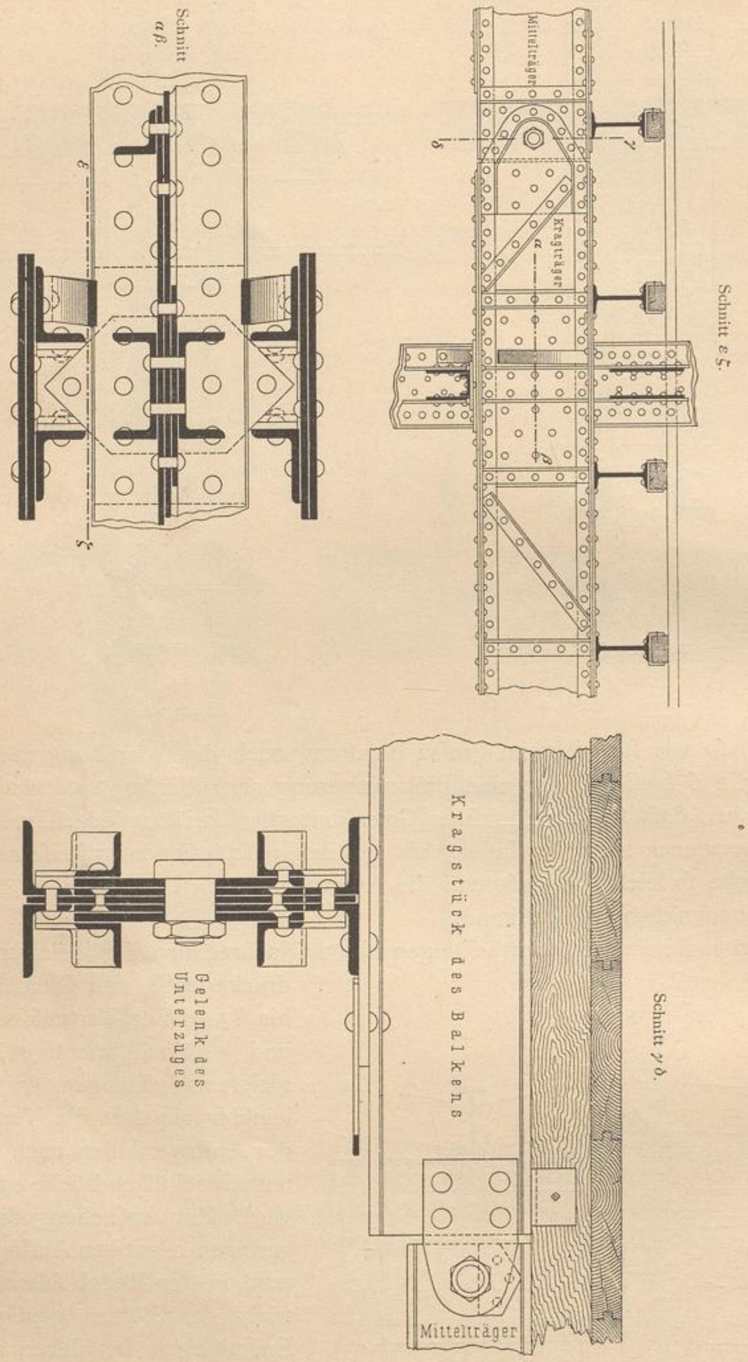

Schnitt αβ.
Schnitt εζ.
Mittelträger
Kragträger
Schnitt γδ.
Kragstück des Balkens
Gelenk des Unterzuges
Mittelträger

Fig. 233.

Fig. 234.

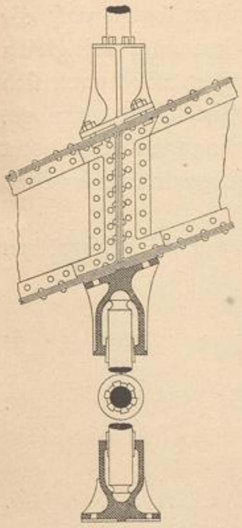


Fig. 235.

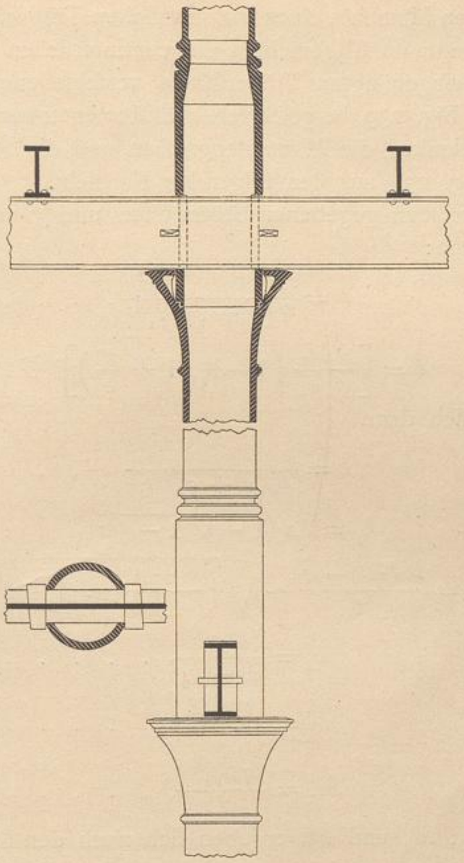


Fig. 236.

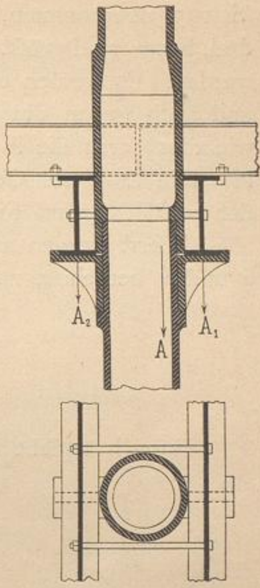



Fig. 237.

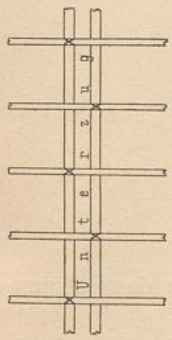
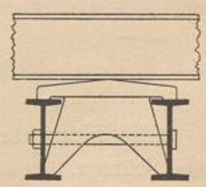



Fig. 238.

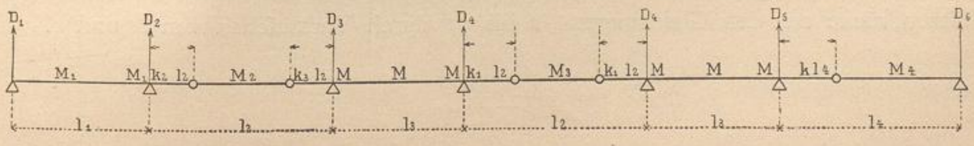


doch ist dann bei Bemessung der Wandstärken die Wirkung dieser meist ausserhalb des Schwerpunktes nach oben wirkenden Kräfte genau zu berücksichtigen.

Der zweite Fall ist der, dass die Stützweiten zwar verschieden, aber unabhängig vom Verhältnisse $g : q$ fest vorgeschrieben sind, so dass die Ausgleichung aller grössten Momente nicht mehr möglich ist. 107. Zweiter Fall.

Abgesehen von ganz unregelmässigen Anordnungen, in denen bloss Sonderrechnungen von Fall zu Fall zum Ziele führen können, ist hier nur der oben angedeutete Fall allgemein zu behandeln, dass die Stützenstellung in Fig. 224 bis 228 für ein Geschoss auf vollständige Ausgleichung der Momente eingerichtet wurde, und nun in einem anderen Geschosse durchgeführt werden muss, wo sie dem dort auftretenden Verhältnisse $g : q$ nicht mehr entspricht.

Fig. 239.



In Fig. 239 ſind daher die Bezeichnungen der Stützweiten aus Fig. 224 bis 226 (S. 125) übernommen, und es kommt nun darauf an, die Gelenke ſo zu legen, daſs die drei, bezw. zwei gröſsten Momente eines continuirlichen Trägerſtückes unter ſich gleich werden. Es werden dann im Allgemeinen die continuirlichen Trägerſtücke unter ſich und auch gegen die eingehängten Trägerſtücke verſchiedenen Querſchnitt erhalten, wie dies durch die in Fig. 239 beigeſchriebenen Momentenbezeichnungen angedeutet iſt. Die Lage der Gelenke, die Momentengröſsen und die Auflagerdrücke ergeben ſich mit Bezug auf Fig. 239 aus den folgenden Formeln.

Zuerſt werden aus den gegebenen Stützweiten und $g$ und $q$ zwei Hilfsgröſsen $a$ und $b$ berechnet nach:

$$a = \frac{q}{4\,(g+q)}\,\frac{l_3^{\,2}}{l_4^{\,2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 84.$$

$$b = \left[\frac{q}{g}\,\frac{l_1}{l_2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{g}{q}}\right)\right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 85.$$

Danach ergiebt ſich dann

$$k = \frac{q}{4\,(g+q)}\,\frac{l_3^{\,2}}{l_4^{\,2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 86.$$

$$k_1 = 0{,}5\,(1 - \sqrt{1 - 4a}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 87.$$

$$k_2 = \frac{b+1-a}{2} - \sqrt{\left(\frac{b+1-a}{2}\right)^2 - b} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 88.$$

$$k_3 = \frac{a}{1-k_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 89.$$

$$M = \frac{q\,a\,l_2^{\,2}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 90.$$

$$M_1 = \frac{q\,b\,l_2^{\,2}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 91.$$

Die Momente $M_3$, $M_4$ und $M_5$ ergeben ſich nach den Regeln des Balkens auf zwei Stützen.

Die gröſsten Werthe der Stützendrücke ſind:

$$D_1 = \frac{q\,l_1}{2} - \frac{g\,b\,l_2^{\,2}}{2\,l_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 92.$$

$$D_2 = \frac{q}{2}\left[l_1 + l_2\left(k_2 + 1 + k_2\,\frac{l_2}{l_1}\right)(1 - k_3)\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 93.$$

$$D_3 = \frac{q}{2}\left[l_2\,(1 - k_2) + l_3\right]\left(1 + k_3\,\frac{l_2}{l_3}\right) - \frac{g\,a\,l_2^{\,2}}{2\,l_3} \quad \ldots \quad 94.$$

$$D_4 = \frac{q}{2}\left(l_2 + l_3 + a\,\frac{l_2^{\,2}}{l_3}\right) - \frac{g\,a\,l_2^{\,2}}{2\,l_3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 95.$$

$$D_5 = \frac{q}{2}\left[l_3 + l_4 + k\,l_4\left(1 + \frac{l_4}{l_3}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 96.$$

$$D_6 = \frac{q}{2}\,l_4\,(1 - k) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 97.$$

Auch hier ergeben ſich die geringſten, möglicher Weiſe negativen Werthe der Stützendrücke aus den Gleichungen 92 bis 97 durch Vertauſchen von $g$ und $q$.