



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Balkendecken

Barkhausen, Georg

Stuttgart, 1895

1) Gleiche Oeffnungsweiten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77494](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77494)

c) Abmessungen von Balkenlagen mit Unterzügen.

Es wurde bereits in Art. 10 bis 13 (S. 24 bis 26) erläutert, weshalb die Verwendung von kontinuierlichen Trägern für den Hochbau auf Bedenken stößt, zugleich aber, daß die Anordnung kontinuierlicher Gelenkträger¹⁴⁵⁾ wegen der durch sie bedingten Materialersparnis¹⁴⁶⁾ durchweg zu empfehlen ist. Es sollen daher im Nachstehenden noch die zur Anordnung dieser Art von Trägern über beliebig vielen Öffnungen nöthigen Angaben folgen.

102.
Continuirliche
Gelenkträger.

Für diese Träger ist zu unterscheiden, ob die Stützen alle gleich weit stehen, oder ob es gestattet ist, den Stützen verschiedene Abstände zu geben. Die Belastung sei g (in Kilogr.) für 1 cm Länge des Trägers als Eigenlast, p (in Kilogr.) für 1 cm als Nutzlast und q (in Kilogr.) für 1 cm als Lastensumme.

1) Gleiche Öffnungsweiten.

In diesem Falle ist es zweckmäßig, die Momente über den Stützen durch die Wahl der Lage der Gelenke (Fig. 213 bis 216) gleich den größten Momenten in den ununterbrochenen Öffnungen zu machen, damit die durchzuführenden Trägerstücke dieser Öffnungen möglichst gleichmäßig ausgenutzt werden. Es entsteht so die in Fig. 217 bis 219 angedeutete Gruppierung der Maximalmomente, von denen M_3, M_4, M_5 nach den Regeln des Trägers auf 2 Stützen zu ermitteln sind.

103.
Lage der
Gelenke.

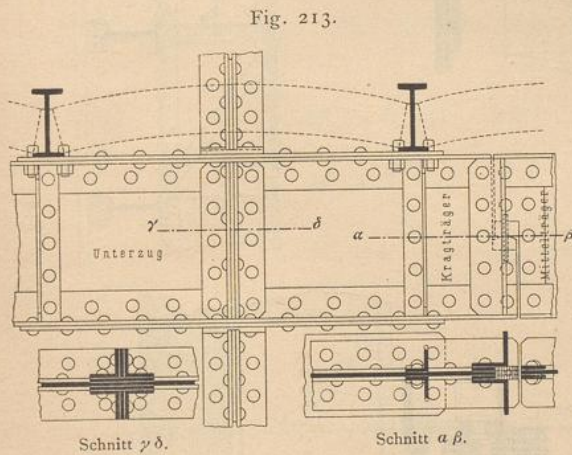


Fig. 213.

Die Lage der Gelenke, welche Vorbedingung dieser Momentengruppierung ist, so wie die Größe der Momente folgen aus den nachstehenden Gleichungen, welche durch Fig. 217 u. 219 erläutert sind.

$$k = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{g}{g+q}} \right) \dots \dots \dots 42.$$

$$k_1 = \frac{q}{4(g+q)} \dots \dots \dots 43.$$

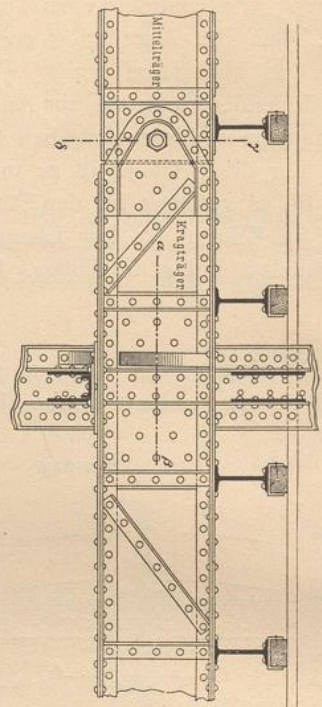
$$k_3 = \frac{1}{2} [1 - k_1 + m - \sqrt{(1 - k_1 + m)^2 - 4m}], \text{ worin } m = \left[\frac{q}{g} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{g}{q}} \right) \right]^2 \dots \dots \dots 44.$$

$$k_2 = \frac{k_1}{1 - k_3} \dots \dots \dots 45.$$

$$M_1 = \frac{q k_1 l^2}{2} = \frac{q k l^2}{2} (1 - k) = \frac{q^2 l^2}{8(g+q)} \dots \dots \dots 46.$$

$$M_2 = \frac{q k_3 l^2}{2} (1 - k_2) \dots \dots \dots 47.$$

¹⁴⁵⁾ Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 329; 2. Aufl.: S. 138) dieses »Handbuches«.
¹⁴⁶⁾ Siehe ebendaf., Art. 369, S. 333 (2. Aufl.: Art. 161, S. 142).



Schnitt e f

Fig. 214.

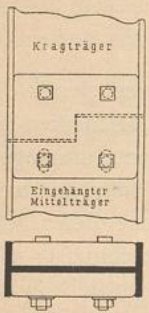
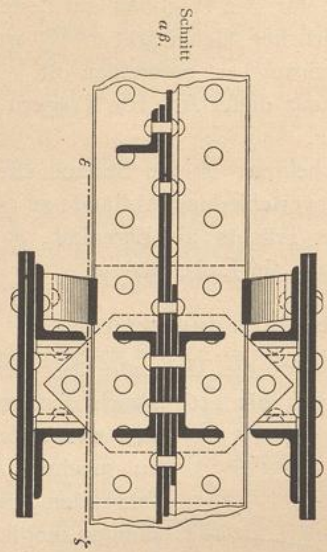
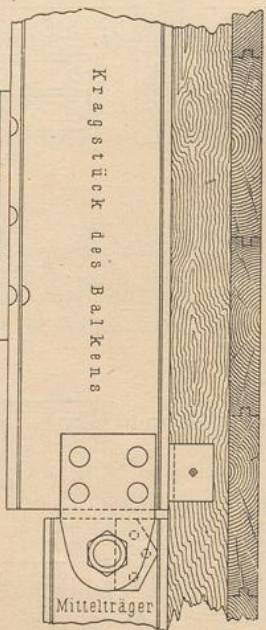


Fig. 215.



Schnitt p q

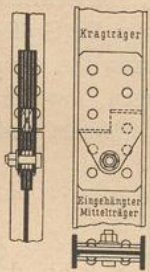
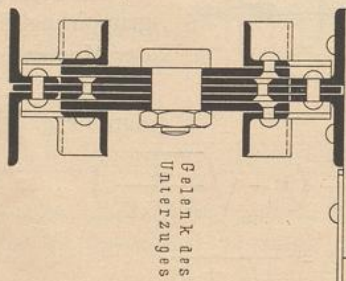


Fig. 216.

Fig. 217.

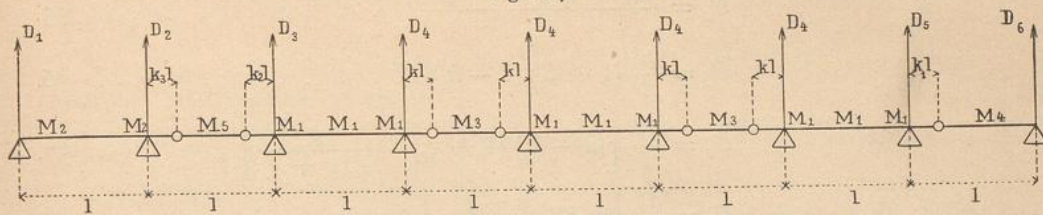


Fig. 218.

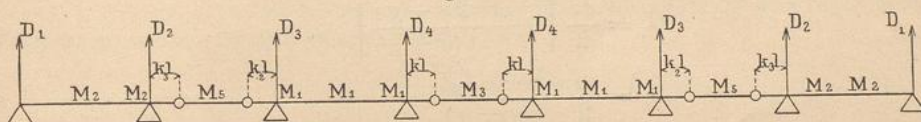
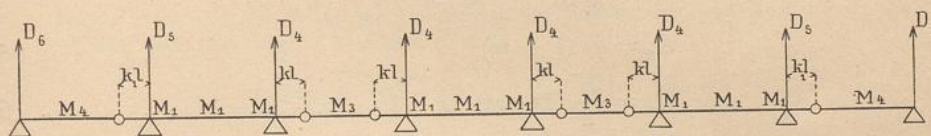


Fig. 219.



$$M_3 = \frac{q l^2}{8} (1 - 2k)^2 \dots \dots \dots 48.$$

$$M_4 = \frac{q l^2}{8} (1 - k_1)^2 \dots \dots \dots 49.$$

$$M_5 = q \frac{l^2}{8} (1 - k_2 - k_3)^2 \dots \dots \dots 50.$$

Fig. 220.

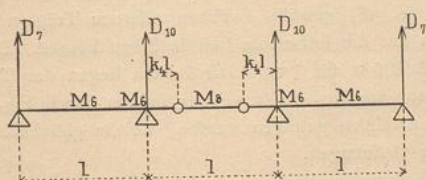
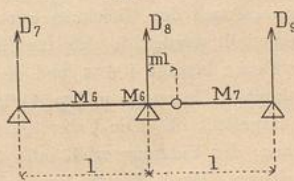


Fig. 221.



Diese Gleichungen decken alle Fälle für beliebig viele Stützen nach Maßgabe von Fig. 217 bis 219 bis auf die beiden in Fig. 220 u. 221 dargestellten Anordnungen für 3 und 4 Stützen. Für diese treten noch die folgenden Gleichungen hinzu:

$$k_4 = 0,5 - \sqrt{0,25 - m} \dots \dots \dots 51.$$

$$M_6 = \frac{m q l^2}{2} \dots \dots \dots 52.$$

$$M_7 = \frac{q l^2}{8} (1 - m)^2 \dots \dots \dots 53.$$

$$M_8 = \frac{q l^2}{8} (1 - 2k_4)^2 \dots \dots \dots 54.$$

Für die Berechnung der Belastung von Unterzügen durch die Balken und der Stützenbelastungen durch die Unterzüge ist die Kenntnifs der größten Werthe der Auflagerdrücke von Wichtigkeit, welche sich nach folgenden Ausdrücken mit Berücksichtigung der Bezeichnungen in Fig. 217 bis 221 berechnen lassen:

104.
Stützen-
belastungen.

$$D_1 = \frac{l[q - g k_3 (1 - k_2)]}{2} \dots \dots \dots 55.$$

$$D_2 = \frac{q l}{2} (1 + k_3) (2 - k_2) \dots \dots \dots 56.$$

$$D_3 = \frac{q l}{2} \left[(2 - k_3) (1 + k_2) - \frac{g}{4(g + q)} \right] \dots \dots \dots 57.$$

$$D_4 = \frac{q l}{2} \left[2 + \frac{q - g}{4(q + g)} \right] \dots \dots \dots 58.$$

$$D_5 = \frac{q l}{2} \left[2 + \frac{2q - g}{4(q + g)} \right] \dots \dots \dots 59.$$

$$D_6 = \frac{q l}{2} \frac{3q + 4g}{4(q + g)} \dots \dots \dots 60.$$

$$D_7 = \frac{l}{2} (q - mg) \dots \dots \dots 61.$$

$$D_8 = ql (1 + m) \dots \dots \dots 62.$$

$$D_9 = \frac{q l}{2} (1 - m) \dots \dots \dots 63.$$

$$D_{10} = \frac{q l}{2} (2 + m) \dots \dots \dots 64.$$

Nach den Gleichungen 55 bis 64 erhält man auch die geringsten Werthe der Stützen-, bezw. Auflagerdrücke, wenn man überall g mit q und q mit g vertauscht. Diese kleinsten Werthe sind von besonderer Wichtigkeit, wenn sie bei geringem Werthe von g negativ werden, da sie dann eine Verankerung der Träger nach unten bedingen; ihre Berechnung zu verabfäumen, kann daher verhängnisvoll werden.

Beispiel. In einem Gebäude von 30 m Länge und 15 m Tiefe soll eine Decke mit Kappen stets gleichen Schubes nach den Gleichungen 11 bis 16 (S. 98) gewölbt zwischen eisernen Trägern von 1,0 m Theilung hergestellt werden, so daß für die Balken nur die lothrechte Last in Frage kommt. Das Eigengewicht der Decke beträgt 400 kg und die Nutzlast 500 kg für 1 qm. Die Balken liegen der Tiefe nach und sollen durch 2 Unterzüge in 5 m Abstand gestützt werden, so daß jeder Balken durch Fig. 221 für $l = 500$ cm dargestellt ist. Die Unterzüge sollen von Säulen getragen werden, welche gleichfalls 5 m von einander stehen; der Unterzug erhält also 6 gleiche Oeffnungen.

a) Balken. Die Lasten für 1 cm bei 1,0 m Theilung betragen $g = 4,0$ kg, $p = 5,0$ kg und $q = 9,0$ kg; folglich ist nach Gleichung 44

$$m = \left[\frac{9}{4} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4}{9}} \right) \right]^2 = 0,2062$$

und nach Gleichung 51

$$k_4 = 0,5 - \sqrt{0,25 - 0,2062} = 0,2907, \quad k_4 l = 0,2907 \cdot 500 = 145,35 \text{ cm.}$$

Hier ist das Gelenk nach Fig. 213 bis 215 oder 216 anzuordnen. Nach Gleichung 52 ist

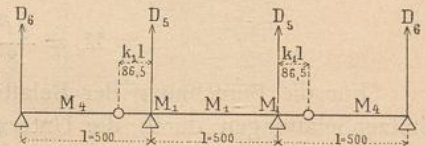
$$M_6 = \frac{0,2062 \cdot 9 \cdot 500^2}{2} = 232000 \text{ cmkg.}$$

Bei 1000 kg zulässiger Beanspruchung ist somit das Normalprofil Nr. 21 von I-Eisen¹⁴⁷⁾ für die Endstücke der Balken zu verwenden.

Für das Mittelstück ist $l = 500 - 2 \cdot 145,35 = 209,3$ cm; $b = 1,0$ m; $s : q = 1000 : 900 = 1,1$; also ist nach der Tafel bei S. 113 Normalprofil Nr. 12 zu verwenden.

Werden die Balken mit Gelenken in den Endöffnungen

Fig. 222.



¹⁴⁷⁾ Siehe die betr. Tabelle in Theil I, Band 1, erste Hälfte (S. 198) dieses »Handbuches«.

nach Fig. 222 angeordnet, in welche die Bezeichnungen aus Fig. 219 übernommen wurden, so wird nach Gleichung 43

$$k_1 = \frac{9}{4(9+4)} = 0,173, \text{ also } k_1 l = 0,173 \cdot 500 = 86,5 \text{ cm};$$

ferner nach den Gleichungen 46 und 49

$$M_1 = \frac{9^2 \cdot 500^2}{8(9+4)} = 194711 \text{ cmkg} \text{ und } M_4 = \frac{9 \cdot 500^2 (1 - 0,173)^2}{8} = 192355 \text{ cmkg}.$$

Bei 1000 kg Beanspruchung reicht fomit nunmehr das Profil Nr. 20 für alle Theile des Balkens aus; es geht aber bei dieser Anordnung die unmittelbare Verbindung der Säulen mit den Wänden verloren, weil zwischen Wand und Säule nun ein Gelenk liegt.

β) Unterzüge. Um die Belastung der Unterzüge zu erhalten, muß D_{10} nach Gleichung 64 für volle Belastung und für Eigenlast ermittelt werden. Es ist

$$\max D_{10} = \frac{9 \cdot 500}{2} (2 + 0,2062) = 4964 \text{ kg},$$

$$\min D_{10} = \frac{4 \cdot 500}{2} (2 + 0,2062) = 2200 \text{ kg}.$$

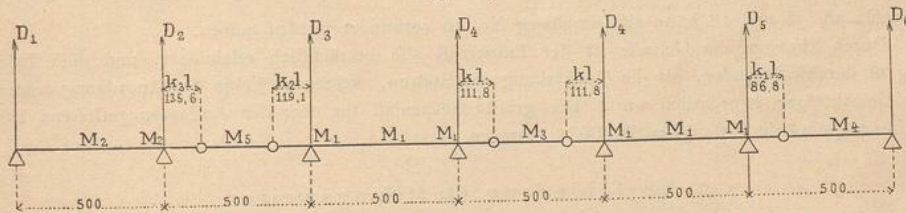
Bei der Anordnung der Balken mit Gelenken in den Endöffnungen wird die Belastung der Unterzüge (Fig. 222) nach Gleichung 59 berechnet. Sie ist

$$\max D_5 = \frac{9 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{2 \cdot 9 - 4}{4(9+4)} \right] = 5106 \text{ kg},$$

$$\min D_5 = \frac{4 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{2 \cdot 4 - 9}{4(4+9)} \right] = 1981 \text{ kg}.$$

Da fomit bei der Anordnung nach Fig. 222 neben der schlechteren Säulenverankerung mit den Wänden auch noch eine ungünstigere Belastung der Unterzüge eintritt, so wird man in der Regel diejenige in Fig. 221 vorziehen. Diese Lasten treten als Einzellasten in 1,0 m Abstand auf; die Berechnung liefert

Fig. 223.



aber genügend genaue Ergebnisse, wenn die Last wieder gleichförmig vertheilt gedacht wird. Es ist fomit für den Unterzug (Fig. 223), wenn die Balken nach Fig. 221 gebildet werden, für 1 cm Trägerlänge $g = 22 \text{ kg}$ und $q = 49,64 \text{ kg}$, daher nach Gleichung 42

$$k = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{22}{22+50}} \right) = 0,2236 \text{ und } kl = 0,2236 \cdot 500 = 111,8 \text{ cm},$$

nach Gleichung 43

$$k_1 = \frac{50}{4(22+50)} = 0,1736 \text{ und } k_1 l = 0,1736 \cdot 500 = 86,8 \text{ cm},$$

nach Gleichung 44

$$m = \left[\frac{50}{22} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{22}{50}} \right) \right]^2 = 0,2066,$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \left[1 - 0,1736 + 0,2066 - \sqrt{(1 - 0,1736 + 0,2066)^2 - 4 \cdot 0,2066} \right] = 0,2712,$$

$$k_3 l = 0,2712 \cdot 500 = 135,6 \text{ cm},$$

nach Gleichung 45

$$k_2 = \frac{0,1736}{1 - 0,2712} = 0,2382 \text{ und } k_2 l = 0,2382 \cdot 500 = 119,1 \text{ cm},$$

nach Gleichung 46

$$M_1 = \frac{50^2 \cdot 500^2}{8(22+50)} = 1085070 \text{ cmkg}.$$

Bei 1000 kg Beanspruchung müssen also die beiden beiderseits überkragenden Trägerstücke aus Normalprofil Nr. 36 gebildet sein.

Nach Gleichung 47 ist $M_2 = \frac{50 \cdot 0,2712 \cdot 500^2}{2} (1 - 0,2382) = 1291250 \text{ cmkg}$; für das überkragende Endstück links genügt also Profil Nr. 38 knapp.

Nach Gleichung 48 ist $M_3 = \frac{50 \cdot 500^2 (1 - 2 \cdot 0,2236)^2}{8} = 477481 \text{ cmkg}$; für den mittleren eingehängten Träger ist daher Profil Nr. 28 zu verwenden.

Nach Gleichung 49 ist $M_4 = \frac{50 \cdot 500^2 \cdot (1 - 0,1736)^2}{8} = 1068125 \text{ cmkg}$; das linke Endstück muß sonach aus Profil Nr. 36 bestehen.

Nach Gleichung 50 ist $M_5 = \frac{50 \cdot 500^2 (1 - 0,2382 - 0,2712)^2}{8} = 376075 \text{ cmkg}$; für den linken eingehängten Träger ist also Profil Nr. 26 zu verwenden.

Die Belastungen der Wände an den Enden der Unterzüge und die der stützenden Säulen ergeben sich aus den Gleichungen 55 bis 60 ohne Weiteres; z. B. ist nach Gleichung 58

$$D_4 = \frac{50 \cdot 500}{2} \left[2 + \frac{50 - 22}{4(50 + 22)} \right] = 26216 \text{ kg,}$$

oder nach Gleichung 57

$$D_3 = \frac{50 \cdot 500}{2} \left[(2 - 0,2712) (1 + 0,2382) - \frac{22}{4(22 + 50)} \right] = 25802 \text{ kg.}$$

Wären die Balken nicht überkragend angeordnet, sondern über den Unterzügen gestoßen, so hätte sich für dieselben das größte Biegemoment zu $\frac{9 \cdot 500^2}{8} = 281250 \text{ cm}$ ergeben, und statt der Querschnitte Nr. 21 und 12 hätte Nr. 22 durchweg verwendet werden müssen.

Wären zugleich die Unterzüge über den Säulen gestoßen, so hätte die Last $(500 + 400) \frac{5}{100} = 45 \text{ kg}$ für 1 cm, also das größte Biegemoment in allen Oeffnungen $\frac{45 \cdot 500^2}{8} = 1406250 \text{ cmkg}$ betragen; statt der Profile 38, 36 und 28 hätte also durchweg Nr. 40 verwendet werden müssen.

Durch Einfügen der Gelenke ist der Trägerrost also beträchtlich erleichtert, und diese Erleichterung ist durchschlagender, als die Verstärkung der Stützen, welche in Folge der Anordnung kontinuierlicher Gelenkträger erforderlich wird. Die größte Stützenlast für über den Auflagern gestoßene Balken und Unterzüge würde $500 \cdot 45 = 22500 \text{ kg}$ betragen.

2) Verschiedene Oeffnungsweiten.

105.
Grundgedanke.

Da, wo verschiedene Oeffnungsweiten, also ungleiche Stützenentfernungen zulässig sind, kann man diesen Umstand benutzen, um die Stütz- und Kraglängen den Werthen g und q so anzupassen, daß das größte Moment auch der eingehängten Trägerstücke gleich den beiden größten Momenten der Kragstücke und somit alle gefährlichen Momente eines Trägers einander gleich werden. Man erreicht so, neben der Möglichkeit, einen einheitlichen Querschnitt für den ganzen Träger durchführen zu können, zugleich thunlichst geringes Gewicht der Träger.

Da die Stützentheilung bei Erfüllung dieser Bedingung aber von g und q abhängig ist, andererseits bei mehrgeschossigen Gebäuden die Stützen verschiedener Geschosse lothrecht über einander stehen sollen, so ist die günstigste Stützentheilung in diesem Falle nicht gleichzeitig in allen Geschossen zu erreichen, wenn die verschiedenen Geschosse auf verschiedene Werthe von g und q einzurichten sind. In einem solchen Falle richte man die Stützentheilung für diejenigen Werthe von g und q ein, welche in den meisten Geschossen wiederkehren; in den übrigen Geschossen ist völlige Ausgleichung der Momente dann nicht zu erreichen, und man muß sich damit begnügen, wie bei gleicher Stützentheilung, die Momente nur an den gefährlichen Stellen der Kragtheile gleich zu machen.