Balkendecken

Barkhausen, Georg

Stuttgart, 1895

9. Kap. Tonnen- oder Kufengewölbe

urn:nbn:de:hbz:466:1-77494

Bosc, E. *Étude pratique ſur la conſtruction des voûtes. Gaz. des arch. et du bât.* 1877, S. 46, 71, 99, 111, 122.

Gottgetreu, R. Beitrag zur geſchichtlichen Entwickelung der Gewölbe. Zeitſchr. f. Bauw. 1879, S. 91.

Ueber Bruchſteingewölbe in magerem Cementmörtel. Baugwks.-Ztg. 1883, S. 246.

Menzel, C. A. Der Gewölbebau dargeſtellt in Bezug auf Entſtehung und Anwendung, Bau und Konſtruktion, Tragfähigkeit etc. mit Berückſichtigung der Wölbungen der Thür- und Fenſterſturze, der Rauchmäntel und der gewölbten Treppen. Herausg., verm. u. verb. von C. Schwatlo. Halle 1866. — 2. Aufl. von A. C. Menzel & G. Franke. 1875.

Eagles, T. H. *On vaulting. Builder,* Bd. 32, S. 496. *Building news,* Bd. 26, S. 625, 633, 635.

Vaulting. Builder, Bd. 32, S. 1035.

Conſtruction der Gewölbe. Haarmann's Zeitſchr. f. Bauhdw. 1876, S. 7, 21.

9. Kapitel.

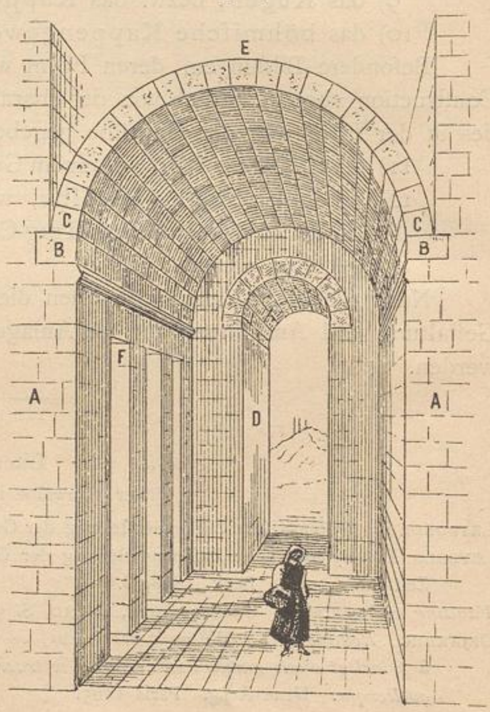
Tonnen- oder Kufengewölbe.

a) Geſtaltung der Tonnengewölbe.

124. Gerades Tonnengewölbe; Halbkreisgewölbe.

Das einfache Tonnen- oder Kufengewölbe beſitzt als Laibungsfläche die halbe Oberfläche eines geraden Kreiscylinders. Die Gewölbaxe ſteht alſo rechtwinkelig zur Ebene des erzeugenden Halbkreiſes, weſshalb ein ſolches Gewölbe auch ein »gerades Tonnengewölbe« genannt wird. Jeder Schnitt, parallel zu dieſer Ebene geführt, liefert wiederum denſelben Halbkreis und dieſem entſprechende Stoſsfugenkanten. Jede Ebene, welche durch die Gewölbaxe geführt wird, ſchneidet die Laibungsfläche in geraden, der Gewölbaxe parallelen Linien oder geraden Lagerfugenkanten. Die Pfeilhöhe dieſes Gewölbes iſt gleich der halben Spannweite desſelben, mithin wird das Pfeilverhältniſs $\frac{1}{2}$.

Fig. 250.



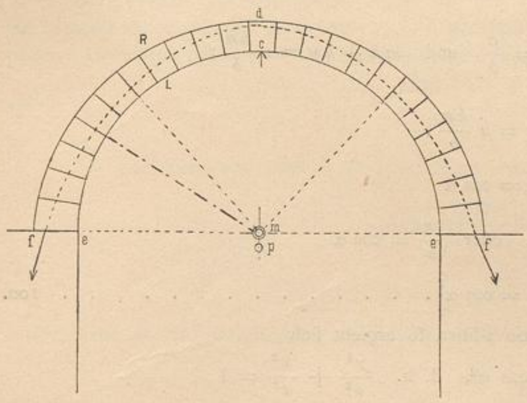
In Fig. 250 iſt ein gerades, einfaches Tonnengewölbe dargeſtellt.

Die Rückenlinie deſſelben iſt ein zur inneren Wölblinie concentriſch geführter Halbkreis, ſo daſs für das Gewölbe überall die gleiche Gewölbſtärke vorhanden iſt. Die Widerlagskörper *A* ſtützen das Gewölbe. Die eine Widerlagsmauer iſt mit Oeffnungen verſehen, welche unterhalb der Kämpferſchicht *B* mit ſtarken Steinquadern *F*, »geraden Sturzen«, überdeckt ſind. Die Schildmauer *D* iſt durchbrochen und in ihrer Oeffnung oben mit einem halbkreisförmigen »Mauerbogen« abgeſchloſſen.

Die Stirn *BEB* des Gewölbes iſt durch die radial gerichteten Gewölbfugen ſo getheilt, daſs eine ungerade Anzahl gleich groſser Theilungen der Wölbſchichten *B, C, E* entſtanden, alſo eine Schluſsfuge vermieden und die Anordnung einer Schluſsſteinſchicht *E* ermöglicht iſt, welche zu beiden Seiten von ſymmetriſch liegenden Gewölbeſchenkeln begleitet wird.

Die Lagerfugenkanten treten als gerade Linien auf, welche vom Vorhaupt bis zum Hinterhaupt durchlaufen, während die Stofsfugenkanten, welche Theile des erzeugenden Halbkreifes find, bei den einzelnen Wölbfchichten in Verband gefetzt, gegen die Lagerfugenkanten geführt find. Die einzelnen Wölbfteine haben eine keilförmige Geftalt. Die Gewölbefohle ift eine wagrechte Ebene; die Lagerfugenflächen ftehen fenkrecht zur Laibungsfläche und rechtwinkelig zur Stirn des Gewölbes, während die Stofsfugenflächen rechtwinkelig zu den Lagerfugenflächen und in Ebenen auftreten, welche parallel mit der Gewölbeftirn find.

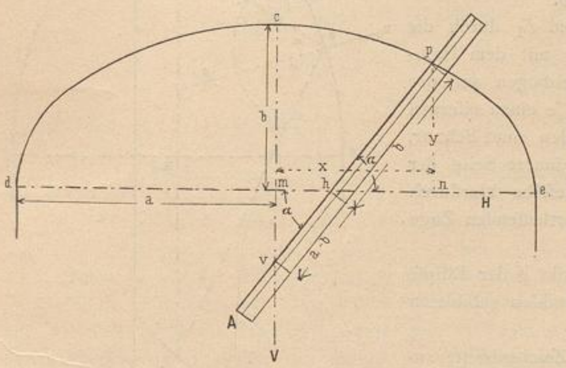
Fig. 251.



Aus ftatifchen Gründen ift häufig die Rückenlinie *R* (Fig. 251) auch bei den einfachen geraden halbkreisförmigen Tonnengewölben kein zur inneren Wölblinie concentrifcher Kreis, fondern ein Kreisbogen *fdf* mit dem Mittelpunkte *p*, welcher tiefer liegt, als der Mittelpunkt *m* der inneren Wölblinie *L*. Hierdurch tritt eine vom Scheitel *cd* aus bis zum Gewölbfufs *ef* ftetig wachfende Gewölbftärke auf; der Fugenfchnitt für das Gewölbe felbft erleidet aber hierdurch im Allgemeinen keine Aenderung.

Ift die Laibungsfläche eines geraden Tonnengewölbes die halbe Oberfläche eines elliptifchen Cylinders, fo entfteht das elliptifche Tonnengewölbe. Ift in Fig. 252 die Pfeilhöhe *mc* die halbe kleine Axe der Ellipfe, während die grofse Axe *de* die Spannweite giebt, fo heifst ein folches elliptifches Gewölbe ein gedrücktes Tonnengewölbe, und andererfeits wird ein elliptifches Gewölbe ein überhöhtes Tonnengewölbe (Fig. 253) genannt, wenn die halbe grofse Axe *mc* der Ellipfe zur Pfeilhöhe und die kleine Axe *de* derfelben zur Spannweite genommen wird. Auch bei diefen elliptifchen Gewölben find die Lagerfugenflächen winkelrecht zur Laibungsfläche und fenkrecht zur Stirnebene des Gewölbes anzuordnen. 125. Elliptifches Tonnengewölbe.

Fig. 252.



In Fig. 252 u. 253 find die Conftructionen für Ellipfen gegeben, welche zweckmäfsig für das Zureifsen derfelben auf dem Reifsboden (Gypseftrich, Bretterboden) in der Praxis Anwendung finden.

In Fig. 252 fei die Länge der halben grofsen Axe der Ellipfe $md = a$, diejenige der halben kleinen Axe $mc = b$. *A* fei eine Holzleifte mit gerader Kante vp. Auf derfelben ift $vp = a$ und $ph = b$ genau abgetragen und bezeichnet, fo dafs auch $vh = a - b$ ift.

Bewegt man diefe Leifte in der Weife, dafs der Punkt v fich dabei auf der lothrechten Linie V der kleinen Axe b und der Punkt h fich auf der wagrechten Linie H der grofsen Axe fortbewegt, fo wird durch den Punkt p ftets ein Ellipfenpunkt beftimmt. Sind folche Punkte p in gröfserer Zahl feft gelegt, fo kann das Zeichnen der Ellipfe leicht vorgenommen werden. Auf dem Zeichentifche benutzt man ftatt der Holzleifte einen Papierftreifen mit gerader Seitenkante.

Daſs p mit den Coordinaten x, y ein Punkt der Ellipſe iſt, folgt unter Bezugnahme auf die Bezeichnungen in Fig. 252 durch nachſtehende Ueberlegung. Es iſt $\frac{y}{b} = \sin \alpha$, alſo

$$\frac{y^2}{b^2} = \sin \alpha^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 98.$$

Ferner iſt

$$x = mh + hn \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 99.$$

Aus der Aehnlichkeit der beiden rechtwinkeligen Dreiecke mhv und hnp ergiebt ſich

$$\frac{mh}{hn} = \frac{a-b}{b};$$

folglich iſt auch

$$\frac{mh + hn}{hn} = \frac{a - b + b}{b} = \frac{a}{b} \quad \text{und} \quad mh + hn = a \frac{hn}{b};$$

d. i. unter Benutzung von Gleichung 99

$$x = a \frac{hn}{b},$$

und, da

$$\frac{hn}{b} = \cos \alpha$$

iſt, auch

$$x = a \, . \cos \alpha \quad \text{oder} \quad \frac{x}{a} = \cos \alpha$$

und

$$\frac{x^2}{a^2} = \cos \alpha^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 100.$$

Werden die beiden Gleichungen 98 und 100 addirt, ſo ergiebt ſich

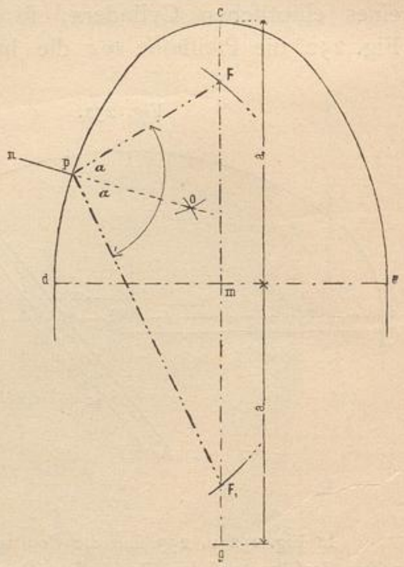
$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = \sin \alpha^2 + \cos \alpha^2, \quad \text{d. h.} \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1,$$

woraus

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 101.$$

als bekannte Mittelpunktsgleichung der Ellipſe folgt.

Fig. 253.



In Fig. 253 iſt die Ellipſen-Conſtruction mit Hilfe der Brennpunkte F, F_1 unter Benutzung der Eigenſchaft der Ellipſe, daſs die Summe der von irgend einem Ellipſenpunkte p nach den Brennpunkten gezogenen Leitſtrahlen $pF + pF_1$ gleich der Länge $2a$ der groſsen Axe iſt, angegeben.

Man beſtimme die Brennpunkte F und F_1 durch die Schnittpunkte der aus dem Punkte d oder e mit dem Halbmeſſer $dF = dF_1 = a$ beſchriebenen Kreisbogen auf der groſsen Axe cg. Befeſtigt man in F und F_1 je einen eiſernen Nagel (Drahtſtift), knüpft man hieran die Enden einer Schnur, deren Länge $cg = 2a$ iſt, legt man an die innere Seite der Schnur einen Bleiſtift und ſpannt man dieſelbe hierdurch leicht an, ſo kann die Ellipſe in einem fortlaufenden Zuge »aufgeriſſen« werden.

Die Normale pn für irgend einen Punkt p der Ellipſe iſt der Halbirungsſtrahl no des von den Leitſtrahlen gebildeten Winkels FpF_1.

Ein ferneres, jedoch mehr auf dem Zeichenbrette angewendetes Verfahren zum Zeichnen einer Ellipſe, welches wohl die Methode der »Vergatterung« genannt wird, iſt in Fig. 254 gegeben.

Man theilt die halbe kleine Axe $mc = me = b$ proportional mit der Theilung der halben groſsen Axe $dm = a$ und giebt den Ordinaten, welche den einzelnen Theilpunkten entſprechen, die ihnen zukommenden Längen der Ordinaten eines um m mit dem Halbmeſſer b geſchlagenen Viertelkreiſes.

Die proportionale Theilung von b und a erfolgt ſehr einfach durch Benutzung der Strahlen dc und ce. Zieht man durch den beliebigen Punkt g die Linie gi parallel zu mc, ſo ſchneidet dieſelbe den Strahl ce im Punkte h. Die Parallele zu de durch h geführt, ſchneidet den Strahl dc in h_1, und die durch h_1 zu mc gezogene Parallele $i_1 h_1 g_1$ theilt in ihrem Fuſspunkte g_1 die Länge $dm = a$ in demſelben Verhältniſſe, wie der Punkt g die Länge $me = b$ getheilt hat.

Denn mit Bezugnahme auf Fig. 254 ift $\frac{x}{u} = \frac{a}{b}$, alfo

$$x = \frac{u}{b} a \ldots \qquad 102.$$

Ift nun allgemein $u = \frac{1}{n} b$, fo wird auch

$$x = \frac{\frac{1}{n} b a}{b} = \frac{1}{n} a .$$

Die Ordinate des Kreisbogens ce ift für den Punkt $g = gi = y$. Zieht man durch i wiederum die Parallele zu de, fo wird die Gerade $g_1 h_1 i_1$ im Punkte i_1 gefchnitten, und diefer Punkt ift ein Ellipfenpunkt. Denn man erhält aus dem rechtwinkeligen Dreiecke mgi

$$y^2 = b^2 - (b - u)^2 ,$$

auch

$$y^2 = 2bu - u^2 \ldots \qquad 103.$$

Aus Gleichung 102 folgt $u = \frac{b}{a} x$. Setzt man diefen Werth in Gleichung 103, fo wird

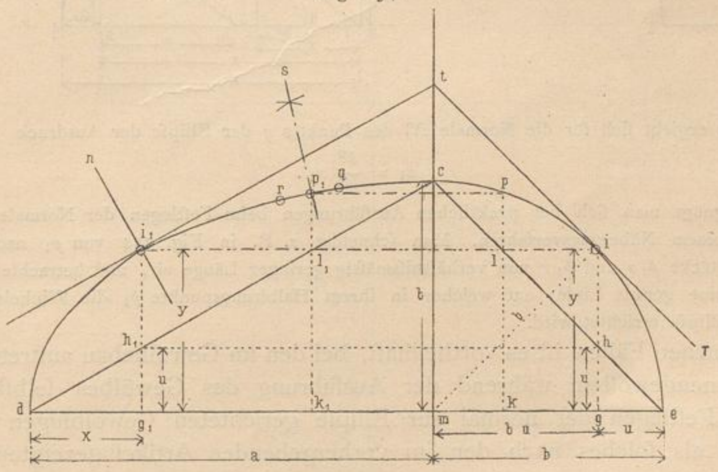
$$y^2 = \frac{2b^2 x}{a} - \frac{b^2}{a^2} x^2 ,$$

d. i.

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2) , \ldots \qquad 104.$$

entfprechend der Scheitelgleichung der Ellipfe mit den Halbaxen a und b.

Fig. 254.



Eben fo ift der Ellipfenpunkt p_1 zu ermitteln. Um die Normale in dem beliebigen Ellipfenpunkte i_1 zu beftimmen, legt man in dem entfprechenden Punkte i des Kreisbogens ce die Kreistangente T feft. Diefelbe trifft die erweiterte Gerade mc im Punkt t, und, wie bekannt, ift die von t nach i_1 geführte Gerade die Tangente der Ellipfe in i_1. Das Loth $i_1 n$ im Punkte i_1 auf ti_1 errichtet, giebt die Normale für diefen Punkt.

Das Feftlegen der normalen Fugenrichtung bei einer Ellipfe [158]) kann nach Fig. 255 auch in der folgenden Weife gefchehen. Aus den Halbaxen a und b der Ellipfe dce ift das Rechteck $mcke$ gezeichnet und in demfelben find die Diagonalen mk und ec gezogen. Für den beliebigen Punkt p der Ellipfe, deffen Abfciffe x ift, foll die Normale beftimmt werden.

Man fälle von p das Loth pg auf me, welches verlängert die Diagonale mk in f trifft. Von f fällt man das neue Loth fl auf die Diagonale ce, welches entfprechend erweitert die Seite me des Rechteckes in h fchneidet. Die Verbindungslinie von h und p liefert die gefuchte Normale N. Auf Grund der Conftruction ift mit Anwendung der Bezeichnungen in Fig. 255 aus der Aehnlichkeit der Dreiecke

[158]) Siehe: *Annales des ponts et chauffées* 1886, II. Sem., S. 404.

hgf und cme zunächſt $\frac{z}{v} = \frac{b}{a}$, demnach

$$z = v \frac{b}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 105.$$

Da auch $\triangle fgm \sim \triangle kem$ iſt, ſo erhält man $\frac{v}{x} = \frac{b}{a}$, woraus

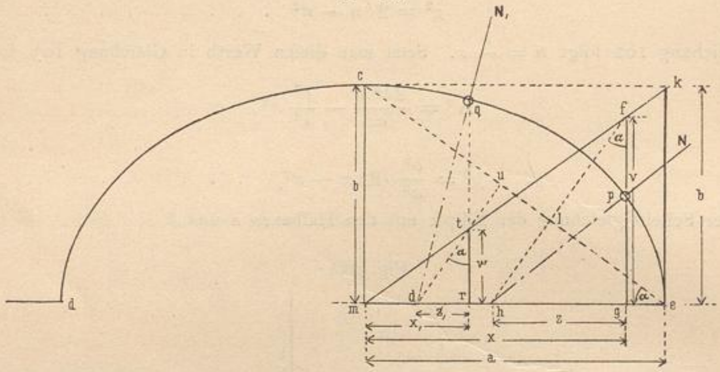
$$v = \frac{b}{a} x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 106.$$

Setzt man dieſen Werth für v in Gleichung 105, ſo wird

$$z = \frac{b^2}{a^2} x, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 107.$$

entſprechend dem Ausdruck für die Subnormale des Ellipſenpunktes p.

Fig. 255.



Eben ſo ergiebt ſich für die Normale N_1 des Punktes q der Ellipſe der Ausdruck

$$z_1 = \frac{b^2}{a^2} x_1 .$$

Oft begnügt man ſich bei praktiſchen Ausführungen beim Feſtlegen der Normalen in Ellipſenpunkten mit einem Näherungsverfahren. Man ſchneidet z. B. in Fig. 254 von p_1 nach rechts und links gleiche Stücke $p_1 q$ und $p_1 r$ von verhältniſsmäſsig geringer Länge ab, und betrachtet das Ellipſenſtück qr als eine gerade Linie, auf welcher in ihrem Halbirungspunkte p_1 die Winkelrechte $p_1 s$ als Normale der Ellipſe errichtet wird.

126. Korbbogen-gewölbe.

In manchen Fällen iſt es vortheilhaft, bei den im Gewölbebau auftretenden elliptiſchen Tonnengewölben während der Ausführung des Gewölbes ſelbſt ein noch einfacheres Feſtlegen der normal zur Ellipſe gerichteten Gewölbfugen veranlaſſen zu können, als ſolches nach den im vorhergehenden Artikel gezeigten Verfahren möglich iſt. Zu dieſem Zwecke erſetzt man die Ellipſe durch einzelne Kreisbogenſtücke, welche mit Krümmungshalbmeſſern derart beſchrieben und zuſammengeſetzt werden, daſs eine Curve entſteht, welche der beabſichtigten Ellipſe thunlichſt nahe kommt. In Fig. 256 iſt eine derartige Conſtruction der Bogenlinie dce ausgeführt.

Um den Mittelpunkt m der Ellipſe ſind 3 concentriſche Kreiſe beſchrieben, deren Halbmeſſer mg gleich der halben kleinen Axe, me gleich der halben groſsen Axe und mh gleich der halben groſsen Axe plus der halben kleinen Axe zu nehmen ſind.

Zur Beſtimmung eines Ellipſenpunktes und der dazu gehörigen Normalen iſt der beliebige Strahl mkl gezogen, welcher den Kreis g in i, den Kreis e in k und den Kreis h in l ſchneidet. Zieht man ip parallel zu mh und kp parallel zu mc, ſo ſchneiden ſich dieſe beiden Linien im Punkte p, welcher bekanntlich ein Punkt der Ellipſe mit den Halbaxen me und mc iſt. Verbindet man l mit p, ſo iſt lp die Normale für die Ellipſe im Punkte p.

Auf der linken Seite von Fig. 256 ſind für vier Haupttheile und in der Nähe der groſsen Axe für einen Zwiſchentheil der halben Ellipſe die Normalen co, qr, st .... gezeichnet. Die Schnittpunkte $5, 4, 3$ .... der Normalen co mit qr, ſodann qr mit st .... liefern die Krümmungsmittelpunkte der zugehörigen Kreisbogen, und zwar *5* für den Kreisbogen *cq*, *4* für den Kreisbogen *qs* .... Der für die Ellipfe mit den Halbaxen *a* und *b* mafsgebende Krümmungshalbmeffer ρ ift in den Endpunkten der grofsen Axe als

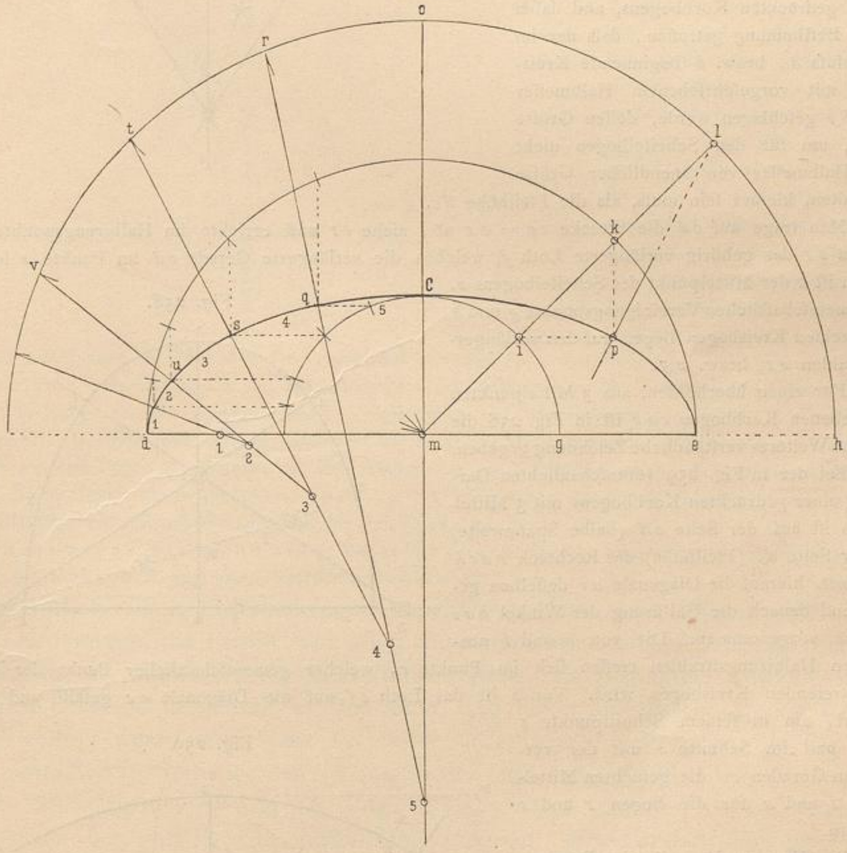
$$\rho = \frac{b^2}{a}$$

und in den Endpunkten der kleinen Axe als

$$\rho = \frac{a^2}{b}$$

bekanntlich beftimmt, fo dafs nach Berechnung diefer Werthe die gröfsten und kleinften Krümmungshalbmeffer von vornherein feft gefetzt werden können.

Fig. 256.

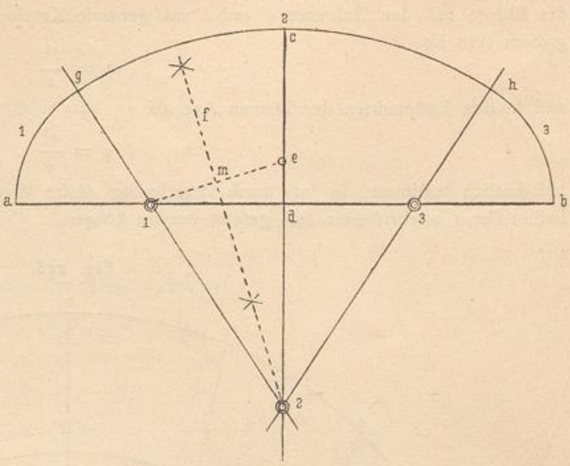


Die aus den verfchiedenen Kreisbogenftücken zufammengefügte Bogenlinie *dce*, wobei in den Vereinigungspunkten *c*, *q*, *s* .... für je 2 Kreisbogen eine gemeinfchaftliche Tangente vorhanden ift, wird Korbbogenlinie oder kurz Korbbogen genannt. Sie wird befchrieben aus einer beftimmten, bei Korbbogen mit wagrechter Axe und wagrechter Scheiteltangente ungeraden Anzahl von Mittelpunkten, beifpielsweife deren 9 in Fig. 256.

Wenngleich die Anzahl diefer Mittelpunkte nach dem foeben erklärten Verfahren beliebig grofs genommen werden könnte, fo ift doch für die praktifche Ausführung folcher Korbbogen meiftens nur eine geringe Zahl von Mittelpunkten erforderlich. In vielen Fällen, namentlich wenn bei gedrückten Bogen das Pfeilverhältnifs nicht unter $^1/_3$ finkt, werden nur 3 Krümmungsmittelpunkte benutzt.

Von den zahlreichen Angaben für die Conſtruction von Korbbogen ſollen hier nur einige, welche in der Praxis noch hier und dort Anwendung finden, berückſichtigt werden.

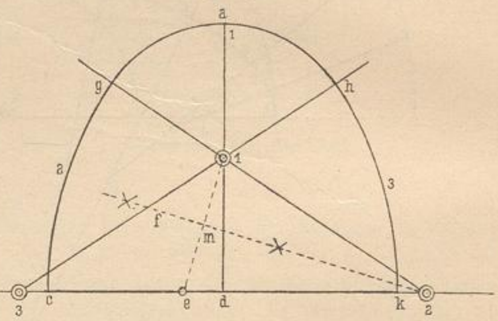
Fig. 257.



1) Korbbogen aus 3 Mittelpunkten. Es ſei in Fig. 257 ab die gegebene Spannweite, cd die gewählte oder gegebene Pfeilhöhe eines zu zeichnenden gedrückten Korbbogens, und dabei ſei die Beſtimmung getroffen, daſs der im Gewölbfuſs a, bezw. b beginnende Kreisbogen mit vorgeſchriebenem Halbmeſſer $a1 = b3$ geſchlagen werde, deſſen Gröſse jedoch, um für den Scheitelbogen nicht einen Halbmeſſer von unendlicher Gröſse zu erhalten, kleiner ſein muſs, als die Pfeilhöhe dc.

Man trage auf cd die Strecke $ce = a1$ ab, ziehe $e1$ und errichte im Halbirungspunkte m der Geraden $e1$ das gehörig verlängerte Loth f, welches die verlängerte Gerade cd im Punkte 2 ſchneidet. Alsdann iſt 2 der Mittelpunkt des Scheitelbogens 2. Die gemeinſchaftlichen Vereinigungspunkte g und h der einzelnen Kreisbogen liegen auf den verlängerten Strahlen 21, bezw. 23.

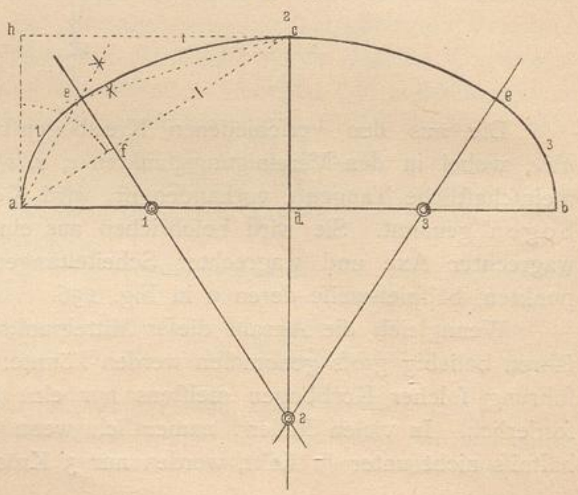
Fig. 258.



Für einen überhöhten, aus 3 Mittelpunkten beſchriebenen Korbbogen cak iſt in Fig. 258 die nun ohne Weiteres verſtändliche Zeichnung gegeben.

Bei der in Fig. 259 veranſchaulichten Darſtellung eines gedrückten Korbbogens mit 3 Mittelpunkten iſt aus der Seite ad (halbe Spannweite) und der Seite dc (Pfeilhöhe) das Rechteck $adch$ gezeichnet, hierauf die Diagonale ac deſſelben gezogen und danach die Halbirung der Winkel hac und hca vorgenommen. Die von a und c ausgehenden Halbirungsſtrahlen treffen ſich im Punkte e, welcher gemeinſchaftlicher Punkt der hier zuſammentretenden Kreisbogen wird. Von e iſt das Loth ef auf die Diagonale ac gefällt und gehörig erweitert, um in ſeinem Schnittpunkte 1 mit ad und im Schnitte 2 mit der verlängerten Geraden cd die geſuchten Mittelpunkte 1 und 2 für die Bogen 1 und 2 zu liefern.

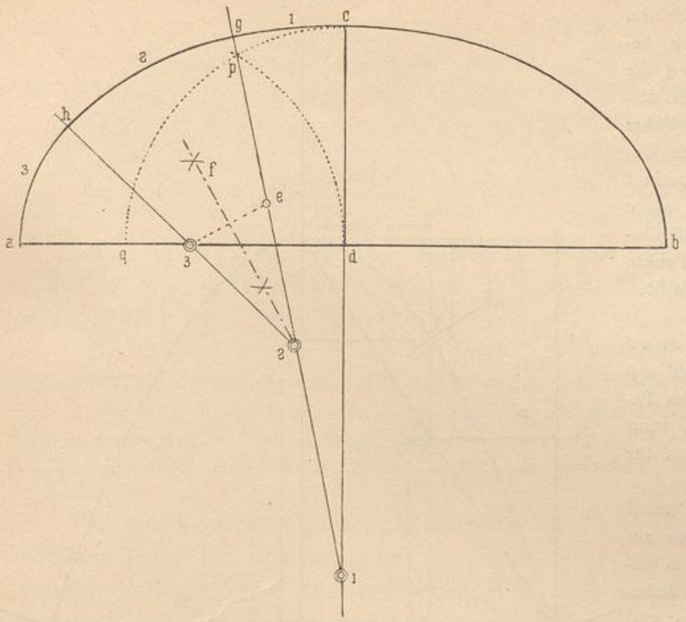
Fig. 259.



Der Mittelpunkt 3 für den Bogen 3 liegt ſymmetriſch mit Punkt 1. Dieſelbe Conſtruction gilt auch für den überhöhten Korbbogen.

2) Korbbogen aus 5 Mittelpunkten. Beim gedrückten Korbbogen in Fig. 260 iſt ab die Spannweite und dc die Pfeilhöhe. Obgleich die Halbmeſſer für den Scheitelbogen und für den Anſatzbogen am Kämpfer von im Allgemeinen beliebiger, nur innerhalb gewiſſer Grenzen liegender Länge genommen werden können, ſo empfiehlt es ſich doch aus ſtatiſchen Gründen, wie aus Rückſichtnahme

Fig. 260.



auf die praktiſche Ausführung der Korbbogengewölbe den Halbmeſſer des Scheitelbogens nicht zu groſs, den Halbmeſſer des Kämpferbogens dagegen nicht zu klein zu nehmen. In Fig. 260 iſt der erſtere (= $c1$) etwas kleiner als die Spannweite und der letztere (= $a3$) etwas gröſser als $^1/_4$ der Spannweite ab gewählt.

Um die Länge des Scheitelbogens, welche gleichfalls ziemlich willkürlich angenommen werden könnte, nicht zu übertreiben, iſt es empfehlenswerth, den mit dem Halbmeſſer dc um d beſchriebenen Viertelkreis qc in 3 Theile zu zerlegen und durch den höchſten Theilpunkt p den Strahl $1p$ als Begrenzungshalbmeſſer für den Scheitelbogen anzunehmen. Dieſer um 1 mit $1c$ beſchriebene Bogen erhält dann im Punkte g der erweiterten Geraden $1p$ ſeinen Endpunkt.

Nachdem $a3$ als Halbmeſſer des Kämpferbogens feſt gelegt iſt, wird, ähnlich der Conſtruction in Fig. 257, die Länge $a3$ von g nach e auf $g1$ abgetragen und im Halbirungspunkte der Linie $3e$ das Loth f errichtet, welches entſprechend verlängert die Linie $g1$ in 2 ſchneidet. Der Punkt 2 iſt alsdann Mittelpunkt für den Bogen 2, welcher mit dem Halbmeſſer $2g$ beſchrieben wird. Der Begrenzungshalbmeſſer für dieſen Bogen iſt der erweiterte Strahl 23, auf welchem h der Vereinigungspunkt für den um 3 mit $3a$ beſchriebenen Kämpferbogen und für den Bogen gh wird.

3) Korbbogen aus mehr als 5 Mittelpunkten werden immerhin am zweckmäſsigſten auf Grund des in Fig. 256 gegebenen Verfahrens beſchrieben.

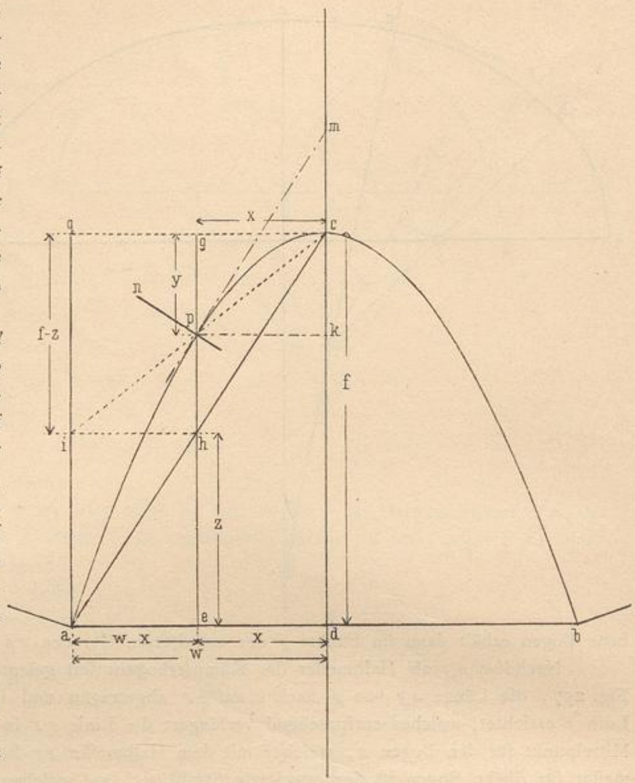
Durch theoretiſche Unterſuchungen ergiebt ſich, daſs, unter ſonſt gleichen Verhältniſſen genommen, die Parabel von allen einfachen Curven diejenige iſt, für welche, wenn dieſelbe als Mittellinie der Gewölbſtirn, bezw. als Bogenlinie gewählt wird, das ſtabilſte Gewölbe hergeſtellt werden kann, und ſchon aus dieſem Grunde ſollten Tonnengewölbe, wenn nicht ganz beſondere äſthetiſche Forderungen für die Geſtaltung derſelben geſtellt werden, als Gewölbe mit einer Parabel als Bogenlinie, bezw. als Stirn-Mittellinie, alſo als Parabelgewölbe häufiger als bis jetzt im Hochbauweſen der Fall iſt, zur Ausführung kommen. Für Parabel-Tonnengewölbe würde die Pfeilhöhe mindeſtens gleich der halben Spannweite auftreten, da bei geringer Pfeilhöhe eine flachbogige Parabel als Erzeugende für ein Flachbogengewölbe entſteht. Eine die halbe Spannweite überſchreitende Bogenhöhe liefert eine Bogenöffnung, welche für die Benutzung des dazu gehörigen Raumes oft erwünſcht und vortheilhaft iſt, ohne daſs dadurch beſondere Schwierigkeiten für die Gewölbeausführung erwachſen, daſs vielmehr dadurch noch Nutzen für die Widerlagskörper entſteht. 127. Parabelgewölbe.

Von den zahlreichen Conſtructionen der Parabel iſt ein für unſere Zwecke ſehr brauchbares Verfahren zum Zeichnen einer mit beliebiger Weite und Höhe verſehenen Parabel in Fig. 261 gegeben.

Es ſei $w = ad = db$ gleich der halben Spannweite und $p = cd$ gleich der Pfeilhöhe der zu zeichnenden Parabel; die Abmeſſungen ſind für beide Stücke beliebig gewählt.

Man ziehe cq parallel zu ad, aq parallel zu cp und die Gerade ac. Zieht man nunmehr durch den beliebigen Punkt e der Geraden ad die Parallele eg zu dc, fo fchneidet diefelbe die Linie ac im Punkte h. Führt man durch h parallel zu ad die Gerade hi, welche die Gerade aq in i fchneidet und verbindet man i mit c durch eine gerade Linie, fo trifft diefelbe die Gerade eg in einem Punkte p, welcher ein Punkt der gefuchten Parabel ift.

Fig. 261.



Nimmt man pk parallel zu ad und $kc = cm$, fo ift der Strahl mp nach bekannten Eigenfchaften der Parabel Tangente in p, und das in p auf pm errichtete Loth ift die Normale für diefen Punkt.

Dafs p ein Punkt der Parabel ift, ergiebt fich unter Bezugnahme auf die Bezeichnungen in Fig. 261 in folgender Weife. Auf Grund der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke gpc und qic ift $\frac{y}{x} = \frac{(f - z)}{w}$, demnach

$$y = (f - z)\,\frac{x}{w} \quad . \quad . \quad 108.$$

Da ferner $\triangle\, eha \backsim \triangle\, dca$ ift, fo folgt $\frac{z}{w - x} = \frac{f}{w}$, mithin

$$z = \frac{f}{w}\,(w - x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 109.$$

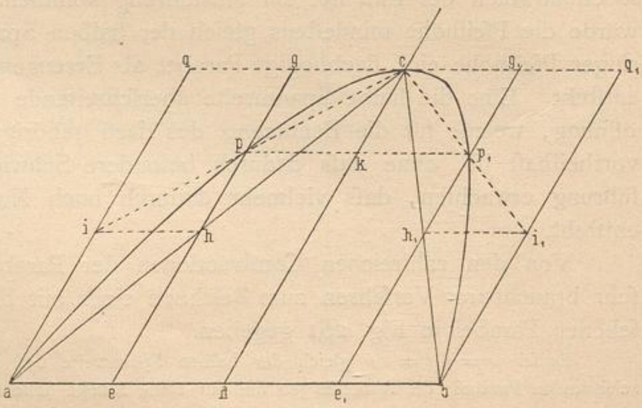
Führt man diefen Werth von z in Gleichung 108 ein, fo erhält man den Ausdruck

$$y = \frac{f}{w^2}\,x^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 110.$$

welcher der Gleichung der Parabel entfpricht, deren Axe mit der Coordinatenaxe cd zufammenfällt.

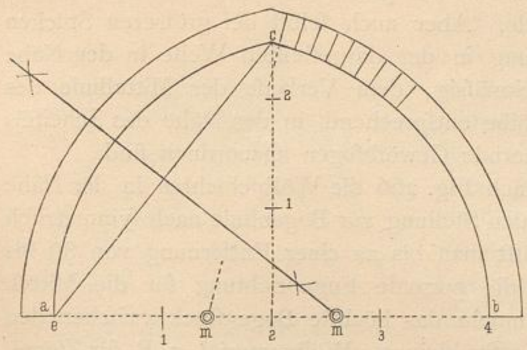
Steht wie in Fig. 262 dc fchiefwinkelig auf ab im Halbirungspunkte d, fo find ab und cd conjugirte Durchmeffer der Parabel und aus der hier als bekannt vorausgefetzten Uebereinftimmung der Form der Gleichung der Parabel, bezogen auf ein Syftem conjugirter Axen mit der Scheitelgleichung 110 derfelben, folgt, dafs alle Eigenfchaften der Parabel, welche vom Coordinatenwinkel unabhängig find, auch bei dem neuen Syftem mit conjugirten Axen Giltigkeit behalten.

Fig. 262.



Von Bogenlinien in der Form von Fig. 261 u. 262

Fig. 263.



werden wir ſpäter noch Gebrauch machen.

128. Spitzbogiges Gewölbe.

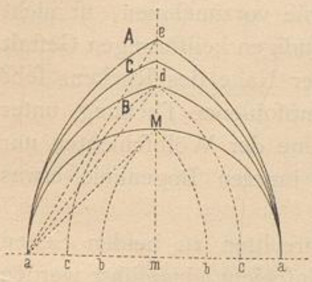
Iſt die Bogenlinie nicht ſtetig gekrümmt, ſondern wie in Fig. 263 aus zwei in einem Punkte *c*, dem Scheitelpunkte, ſich ſchneidenden Bogenſchenkeln, *ac* und *bc*, die an dem Schnittpunkte einen mehr oder weniger groſsen Bogenwinkel bilden, zuſammengeſetzt, ſo entſteht der Spitzbogen als erzeugende Linie für das ſpitzbogige Gewölbe. Je nach der Gröſse des Bogenwinkels entſtehen die mehr oder weniger ſchlanken Spitzbogen.

In Fig. 263 iſt der Bogenwinkel *acb*, bei dem ein Pfeilverhältniſs $2^1/_2 : 4$ oder $5 : 8$, welches ſchon in früher Zeit bei den Spitzbogen Anwendung gefunden hat, zu Grunde gelegt iſt, einem weniger ſchlanken Spitzbogen entſprechend, bietet aber für ein ſpitzbogiges Tonnengewölbe eine zweckmäſsige Bogenlinie.

Bei der Verwendung des Spitzbogens zu Tonnengewölben ſind die Schenkel deſſelben jeder für ſich meiſtens aus einem Mittelpunkte zu ſchlagen; nur in beſonderen Fällen können die Bogenſchenkel für ſich aus mehreren Mittelpunkten nach Art der Korbbogen beſchrieben werden. Die Form der Spitzbogen iſt eine äuſserſt mannigfache und, wenn auch ſpäter bei Betrachtung der gothiſchen Kreuzgewölbe noch näher auf die Bildung von Spitzbogen eingegangen werden ſoll, ſo ſind hier, ſo weit das ſpitzbogige Tonnengewölbe in Betracht kommt, vorweg folgende Bemerkungen zu machen.

In Fig. 264 ſind einige Spitzbogen für die Spannweite *aa* in Zuſammenſtellung mit einem um *m* beſchriebenen Halbkreiſe gezeichnet, wobei die Mittelpunkte *b* und *c* der Bogenſchenkel *B* und *C*, wie ohne Weiteres erſichtlich, mit Hilfe der Sehnenlängen *aM* und *ad* beſtimmt wurden. Der höchſte Spitzbogen *A* hat für ſeinen Schenkel einen Halbmeſſer gleich der Spannweite, ſo daſs der Scheitelpunkt *e* dieſes Bogens die Spitze eines über der Spannweite errichteten gleichſeitigen Dreiecks *aea* bildet. So lange der Mittelpunkt für die Spitzbogenſchenkel innerhalb der Strecke *ma* bleibt, erſcheint der danach gebildete Bogen weniger ſchlank, aber vielfach in äſthetiſcher und in gewiſſen Fällen in ſtatiſcher und conſtructiver Beziehung günſtiger. Eine Grenzlage bildet gleichſam der um *a* beſchriebene Spitzbogen *A*. Rückt der Mittelpunkt noch über die Kämpferpunkte *a* hinaus, ſo entſteht leicht eine übertrieben ſpitze, lanzettartige Form für die Bogenlinie. Wegen der Vielſeitigkeit, welche der Spitzbogen bietet, iſt in jedem beſonderen Falle die Wahl ſeiner Form reiflichen Erwägungen zu unterwerfen. Der Umſtand, daſs der Spitzbogen an ſeinem Scheitelpunkte einen Bogenwinkel bildet, beeinfluſst die Stellung der Gewölbfugen, welche für jeden Bogenſchenkel nach dem ihm zugehörigen Mittelpunkte gerichtet ſein ſollen, in beachtenswerther Weiſe. Bei kleinerem Wölbmaterial wird namentlich, wie Fig. 265 zeigt, über dem Scheitelpunkte des Bogens ein häſsliches und der Stabilität deſſelben ungünſtiges Syſtem von kleinen, ſtark keilförmigen

Fig. 264.



Stücken angehäuft, welches in keiner Weiſe einer guten Conſtruction entſpricht und deſshalb als fehlerhaft bezeichnet wurde. Aber auch ſelbſt bei gröſseren Stücken von Wölbmaterial iſt die Fugenanordnung in der dargeſtellten Weiſe in der Nähe des Scheitels zu vermeiden, da zweckmäſsig, dem Verlaufe der Mittellinie des Druckes (Drucklinie) im Spitzbogengewölbe entſprechend, in der Nähe des Scheitels ſich mehr der lothrechten Richtung nähernde Gewölbfugen anzuordnen ſind.

Aus dieſem Grunde richtet man nach Fig. 266 die Wölbſchichten in der Nähe des Scheitels unter Aufgeben der normalen Stellung zur Bogenlinie nach ſymmetriſch liegenden verſetzten Mittelpunkten. Läſst man bis zu einer Entfernung von 30 bis 40 cm auf beiden Seiten des Scheitels die normale Fugenrichtung für die Mittelpunkte *o*, bezw. *11* eintreten, ſo iſt nunmehr das höchſte Bogenſtück zwiſchen den normalen Grenzfugen *o*...*o* und *11*...*11* für kleineres Wölbmaterial, z. B. für Ziegel, in der Weiſe in Schichten zu theilen, daſs, der Dicke der Ziegel und der Stärke der Fugen zwiſchen dem Ziegelmauerwerk entſprechend, die Theilung auf der Rückenlinie des Gewölbbogens mit Vermeidung der ſog. Schluſsfuge vor-

Fig. 265.

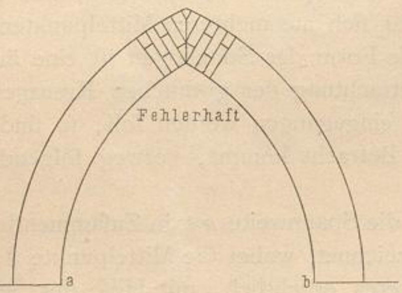
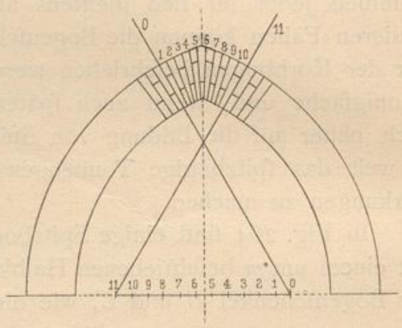


Fig. 266.

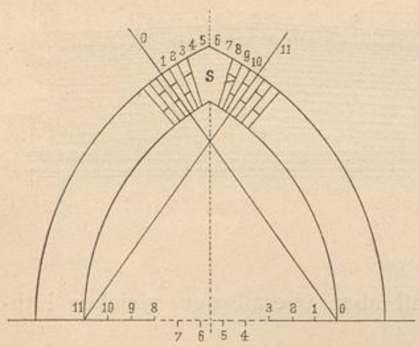


genommen wird. Die Theilung auf der inneren Bogenlinie vorzunehmen, iſt nicht räthlich, weil alsdann in Folge der immerhin noch nothwendigen keilförmigen Geſtalt der Wölbſteine bei der ſonſt üblichen Gewölbſtärke in der Nähe des Rückens ſehr ſtarke Mörtelfugen erforderlich werden, während bei der empfohlenen Theilung, unter Beobachtung regelrechter Fugenſtärken, die einzelnen Steine der Wölbſchichten nur ein mäſsiges Verhauen erleiden oder in der Nähe der inneren Bogenlinie etwas ſchwächere Fugen als oben am Rücken erhalten.

Da die Theilung von der gedachten Scheitel-Lothrechten zu beiden Seiten ſymmetriſch liegt, alſo für den Schluſsſtein eine volle Steinſchicht eingeführt werden muſs, ſo hat man immer für die zu theilende Strecke zwiſchen den Grenzfugen eine ungerade Zahl von Wölbſchichten anzuordnen. Dieſe Zahl iſt nun maſsgebend für das Feſtlegen der Richtungslinien der einzelnen Fugen, indem die Verbindungslinie der Hauptmittelpunkte *o*...*11* in dieſelbe Anzahl gleicher Theile zerlegt wird. In der Zeichnung ſind 11 Theilpunkte angewandt, und nunmehr richtet ſich Fuge *1* nach der Geraden *1*...*1*, *2* nach der Linie *2*...*2* u. ſ. f.

Eine gleiche Anordnung des Fugenſchnittes im Scheitel iſt auch für Spitzbogen, welche aus Bruchſtein- oder Quadermaterial hergerichtet werden ſollen, zu empfehlen.

Fig. 267.

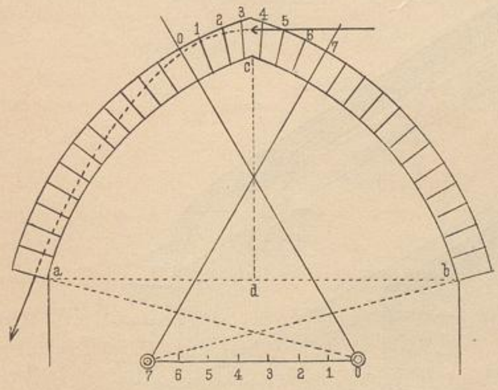


Zuweilen fügt man auch ſelbſt dann, wenn Ziegelmaterial verwendet wird, unter theilweiſer Beibehaltung der eben beſchriebenen Fugenanordnung, nach Fig. 267 eine beſonders aus gröſseren Thonſteinen gebrannte oder aus Werkſtücken (Quadern) bearbeitete Schluſsſteinſchicht *S* ein, was namentlich bei ſteileren Spitzbogen räthlich iſt, da alsdann ein Verhauen der einzelnen, wenn auch wenigen Schichten in der unmittelbaren Nähe des Scheitels vermieden wird.

Bei ſteilen Spitzbogen kann die Grenzlage, bis zu welcher die normale Fugenrichtung beibehalten wird, ſchon mit einem Neigungswinkel von etwa 45 Grad zur Wagrechten *0 ... 11* angenommen werden, während bei weniger ſteilen, ſog. ſtumpfen Spitzbogen die ſchon oben angegebene höhere Grenzlage ohne Nachtheil für die Ausführung eingeführt werden kann.

Werden die Mittelpunkte *o* und *7* (Fig. 268) unter die wagrechte Verbindungslinie *ab* der Kämpferpunkte gelegt, ſo entſteht der gedrückte Spitzbogen. Wird dabei die Pfeilhöhe *cd* kleiner, als die halbe Spannweite *ad*, ſo erhält man den flachen Spitzbogen.

Fig. 268.



Die Anwendung des gedrückten Spitzbogens, deſſen Fugenſchnitt aus der Zeichnung erſichtlich iſt, eignet ſich aus ſtatiſchen Gründen, weil im Allgemeinen ein günſtiger Verlauf der Mittellinie des Druckes ſich nachweiſen läſſt, meiſtens vortheilhaft zur Ausführung ſpitzbogiger Tonnengewölbe.

Eben ſo wie aus zwei Kreisbogenſchenkeln ein Spitzbogen gebildet werden kann, würde man auch aus zwei ſymmetriſchen elliptiſchen Bogen oder aus zwei ſymmetriſchen Korbbogen einen Spitzbogen conſtruiren und danach ein entſprechendes Tonnengewölbe herſtellen können. In der Anwendung ſind alsdann alle diejenigen Punkte wieder zu berückſichtigen, welche bereits bei den elliptiſchen und Korbbogen-Gewölben Erwähnung gefunden haben. Auf die elliptiſchen Spitzbogen-Gewölbe wird noch bei den »Tonnengewölben mit ſog. Stichkappen« und bei den »Netzgewölben« hinzuweiſen ſein.

Werden gerade Tonnengewölbe in gröſserer Länge zur Ueberdeckung eines Raumes in Anwendung gebracht, ſo erſcheint die wagrechte Scheitellinie des Gewölbes dem Auge des Beſchauers nicht mehr als eine wirkliche Wagrechte, ſondern als eine nach unten ſchwach durchgebogene Linie. Dieſe optiſche Täuſchung zieht natürlich das Anſehen des Gewölbes in unangenehme Mitleidenſchaft. Um dieſen Eindruck zu verwiſchen, läſſt man bei derartigen längeren Tonnengewölben (Fig. 269) die Axen von den Stirnmauern bis zur Mitte des Raumes ſchwach geneigt an- 129. Tonnengewölbe mit Stich.

ſteigen, oder wie geſagt wird, man läſſt das Gewölbe »mit Stich« verſehen. Die Scheitellinie und die Kämpferlinien erhalten dann als Parallele zur Gewölbaxe denſelben Stich.

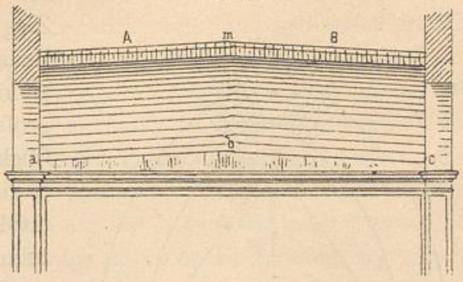


Fig. 269.

In ſolchem Falle bilden die beiden cylindriſchen Cewölbkörper A und B, da ihre Axen nicht mehr rechtwinkelig zu ihren Stirnebenen ſtehen, ſchiefe cylindriſche Körper, welche in einer ſog. »Naht» oder in einem »Grat« $m\,b$ zuſammentreffen, ſonſt aber überall den gleichen lothrechten Querſchnitt beſitzen.

Das ſchräge Anſteigen ab, bezw. cb der Kämpferlinien kann beim Vorhandenſein wagrecht geführter Kämpfergeſimſe jedoch von nachtheiliger Wirkung werden; um dieſes zu vermeiden, ordnet man das Gewölbe nach Fig. 270 bei wag-

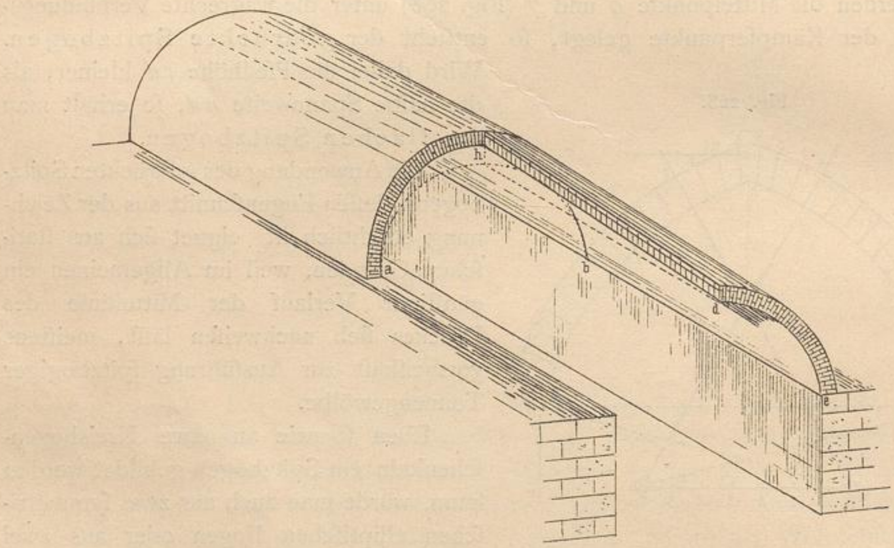


Fig. 270.

rechten Kämpferlinien ſo an, daſs die Scheitellinie bis zur mittleren Bogenlinie, welche eine andere Form ahb als die Bogenlinie der Stirn erhält, in entſprechender Weiſe anſteigt. Die Folge hiervon iſt, daſs die ſämmtlichen lothrechten Schnitte, parallel zur Stirnebene gelegt, verſchiedene Bogenlinien aufweiſen müſſen. In der praktiſchen Ausführung ſolcher Gewölbe wird aber auf dem den Körper des Gewölbes tragenden Gerüſte, wovon ſpäter erſt die Rede ſein kann, ohne von vornherein die Wölblinien zu ändern, vermöge des nur geringen Stiches, an den nothwendigen Gerüſtſtellen eine ſchwache Auffütterung von Holzſtücken vorgenommen, welche in ihrer Höhe der Stichhöhe in den zugehörigen Punkten entſprechen.

Um die Höhen der Auffütterungen an verſchiedenen Stellen zu beſtimmen, kann man nach Anleitung von Fig. 271 verfahren.

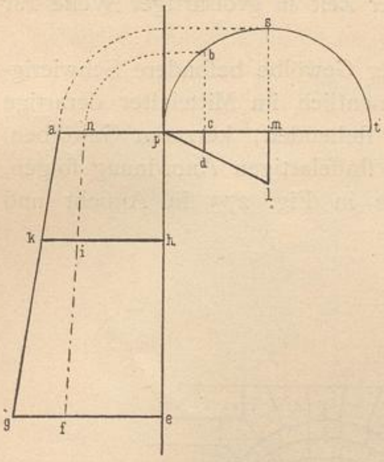


Fig. 271.

Es sei pe die wagrechte Länge der Gewölbhälfte, der um m mit dem Halbmesser mp beschriebene Halbkreis pst der Stirnbogen und ml die Höhe des Stiches der Scheitellinie vom Stirnbogen bis zum Grat des Gewölbes. Lothrechte Ebenen bc, welche rechtwinkelig zur Stirnebene geführt werden, sollen die Laibungsfläche des Gewölbes in geraden ansteigenden Linien schneiden, deren Stichhöhe cd am Grat sich zur Stichhöhe ml der Scheitellinie verhält, wie sich der Abstand pc der gewählten lothrechten Ebene zum Halbmesser pm des Stirnbogens verhält.

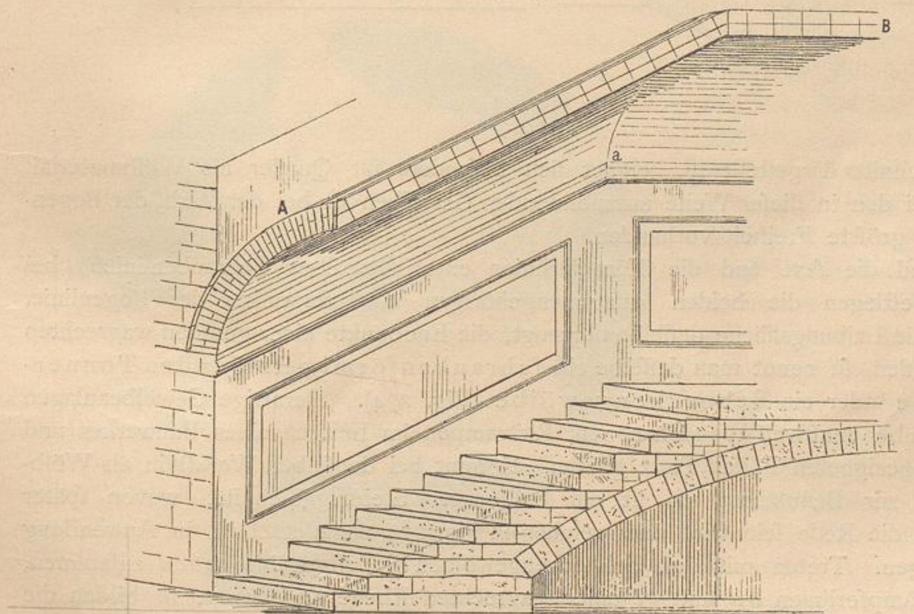
Nimmt man daher $pn = cb$ und $ef = db$, so ist nf die gesuchte ansteigende Linie für den lothrechten Schnitt bc und $ef - bc = cd$ die Auffütterung für den Punkt f. Für den beliebig in h parallel zur Stirnebene genommenen lothrechten Schnitt hk ist im Punkte i die Auffütterung gleich dem Unterschiede zwischen hi und cb, während für den Punkt k die Höhe dieser Auffütterung offenbar gleich dem Unterschiede zwischen hk und ms ist, weil ag der ansteigenden Scheitellinie vom Stirnbogen bis zum Grat entspricht, für welche $eg = ls$ und $pa = ms$ mafsgebend war.

Was hier für den Halbkreis als Stirnbogen gesagt ist, gilt auch für irgend eine andere Form des zu Grunde gelegten Stirnbogens.

130. Steigendes Tonnengewölbe.

Liegen die gerade Gewölbaxe und die ihr parallelen Kämpferlinien eines Tonnengewölbes in einer schiefen Ebene, wobei jedoch zwei einander zugehörige Kämpferpunkte einer wagrechten Geraden angehören, so wird dasselbe ein gerades steigendes Tonnengewölbe genannt. Fig. 272 veranschaulicht dasselbe an dem

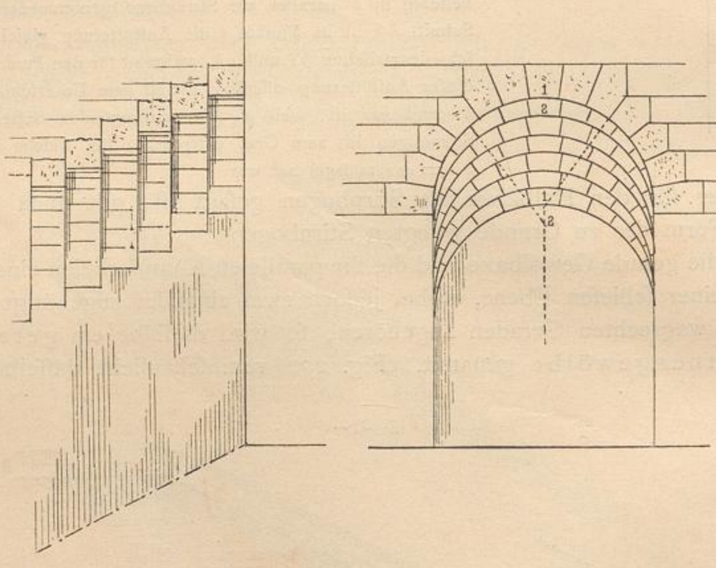
Fig. 272.



im Durchschnitte genommenen Gewölbkörper A. Tritt dasselbe mit einem wagrechten geraden Tonnengewölbe B zusammen, so entsteht in der Schnittlinie wiederum ein Grat *a*. Derartige Tonnengewölbe finden in der Regel nur bei Treppenanlagen Verwendung und ſind auch hierfür ſchon in früher Zeit in groſsartiger Weiſe zur Ausführung gelangt.

Wenngleich der praktiſchen Herrichtung dieſer Gewölbe beſondere Schwierigkeiten nicht entgegenſtehen, ſo wurden doch namentlich im Mittelalter derartige ſteigende Gewölbe aus einzelnen, neben einander ſtehenden, kürzeren Gewölben, ſog. »Gurten« oder »Zonen«, deren Kämpfer einer ſtaffelartigen Anordnung folgen, zuſammengefügt. Dieſe Conſtructionsweiſe, welche in Fig. 273 in Anſicht und

Fig. 273.



Längenſchnitt dargeſtellt iſt, eignet ſich beſonders für Quader als Wölbmaterial. Auch bei den in dieſer Weiſe auszubildenden Gewölben iſt bei der Wahl der Bogenlinie die gröſste Freiheit vorhanden.

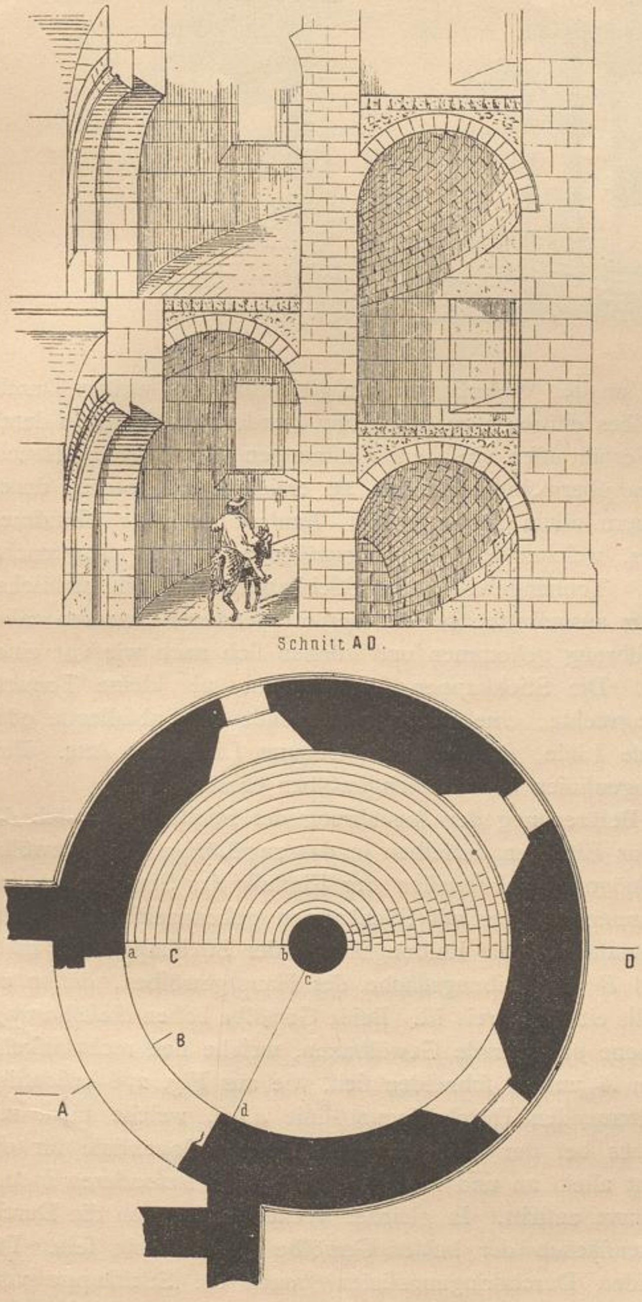
131. Schraubenförmig ſteigendes Tonnengewölbe; Schneckengewölbe.

Sind die Axe und die Kämpferlinien eines Gewölbes Schraubenlinien, bei deren Feſtlegen die beiden zuſammengehörigen Kämpferpunkte der Bogenlinie, welche die Laibungsfläche deſſelben erzeugt, die Endpunkte einer geraden wagrechten Linie bilden, ſo nennt man daſſelbe ein ſchraubenförmig ſteigendes Tonnengewölbe oder ein Schneckengewölbe (Fig. 274). Derartige Gewölbeanlagen können über maſſiven Wendeltreppen, Reitrampen im Inneren eines Bauwerkes und in ſonſt geeigneten Fällen Platz greifen. Kommt bei denſelben Werkſtein als Wölbmaterial zur Benutzung, ſo iſt ein beſonderer Steinfugenſchnitt, wovon ſpäter (unter c) die Rede ſein wird und welcher in Fig. 274 angedeutet iſt, in Anwendung zu bringen. Treten mit den Schneckengewölben Podeſtgewölbe *abcd* zuſammen, deren Kämpferlinien *ad* und *bc* einer wagrechten Ebene angehören, ſo bilden die Schnittlinien über *ab*, bezw. *cd* Grate, welche jedoch genau der erzeugenden Bogenlinie entſprechen.

132. Ringgewölbe.

Iſt die Axe eines Gewölbes eine in einer wagrechten Ebene liegende, geſetzmäſsig gebildete Curve und ſind die in derſelben Ebene liegenden Kämpferlinien der Axe derartig entſprechend genommene Curven, daſs in der winkelrecht zur Axe geſtellten lothrechten Ebene der erzeugenden Bogenlinie zwei zuſammengehörige Kämpferpunkte in jeder Stellung dieſer Ebene immer denſelben urſprünglichen Abſtand von der Axe behalten, ſo entſteht die Laibung eines **Ringgewölbes** oder des **ringförmigen Tonnengewölbes** (Fig. 275). Am häufigſten wird die Gewölbaxe kreisförmig oder elliptiſch (nur als Halbkreis, bezw. als halbe Ellipſe oder vollſtändig geſchloſſen) zur Anwendung gebracht. Bei Bruchſtein- und Backſteinmaterial entſtehen bei der Herſtellung ſolcher Ringgewölbe verhältniſsmäſsig keine gröſseren Schwierigkeiten; bei Anwendung von Hauſteinmaterial ſind die einzelnen Wölbſteine nach einem leicht zu ermittelnden Fugenſchnitte zu bearbeiten. Tritt an die Stelle der krummlinigen Gewölbaxe eine gebrochene gerade Linie, d. h. ein Polygonalzug, ſo entſteht eine Nebenart des Ringgewölbes, welche mit dem Namen **polygonales Tonnengewölbe** bezeichnet wird. Hierbei treten die Tonnengewölbe der einzelnen Seiten des Polygons über den Ecken der Axe in einem gemeinſchaftlichen Grat zuſammen.

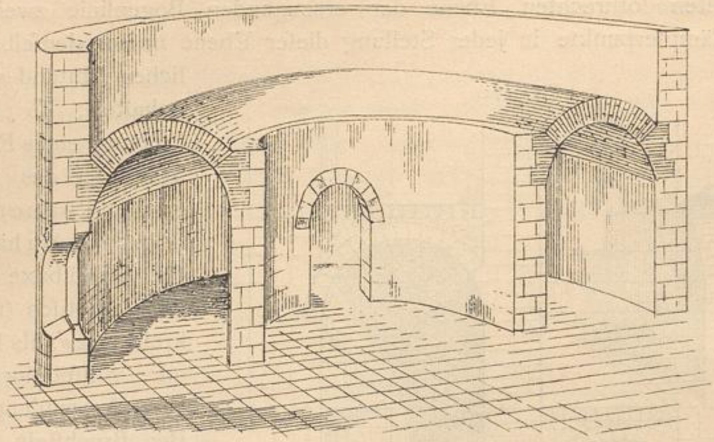
Fig. 274.



133. Tonnengewölbe mit Stichkappen.

Schneiden die Gewölbflächen kleinerer Tonnengewölbe das eigentliche Hauptgewölbe, ſo nennt man die erſteren **Stichkappen** oder **Lunetten** und das ganze Syſtem ein **Tonnengewölbe mit Stichkappen**. Der Umſtand, daſs bei niedrig gehaltenen Widerlagern der Tonnengewölbe die Höhe des nutzbaren Raumes unter den Kämpferlinien die Anlage von nur mäſsig hohen Licht- oder Durchgangsöffnungen

Fig. 275.



geftattet, hat darauf geführt, an den Widerlagsmauern gleichfam noch weitere Durchbrechungen des Tonnengewölbes eintreten zu laffen, um hierdurch nicht allein durch fchlankere und mit guten Verhältniffen verfehene Oeffnungen eine beffere Beleuchtung und Zugänglichkeit des überwölbten Raumes zu erzielen, als folches durch Oeffnungen in den Stirnmauern allein möglich wird, fondern auch den Eindruck der Schwere und des Ernftes, welchen ein Tonnengewölbe an und für fich macht, mehr und mehr zu mildern. Tonnengewölbe mit Stichkappen find, in wirklicher Pracht und grofsem Reichthum ausgeftattet, bei den hervorragenden Bauwerken italienifcher Renaiffance zur Ausführung gekommen und können fich nach wie vor einer grofsen Beliebtheit erfreuen. Die Stichkappen felbft haben, als kleine Tonnengewölbe genommen, eine wagrechte, eine fchräg auffteigende oder abfallende oder auch eine gebrochene gerade Linie, feltener eine krumme Linie zur Axe. Ihre Bogenlinie entfpricht den Bogenlinien des Tonnengewölbes überhaupt.

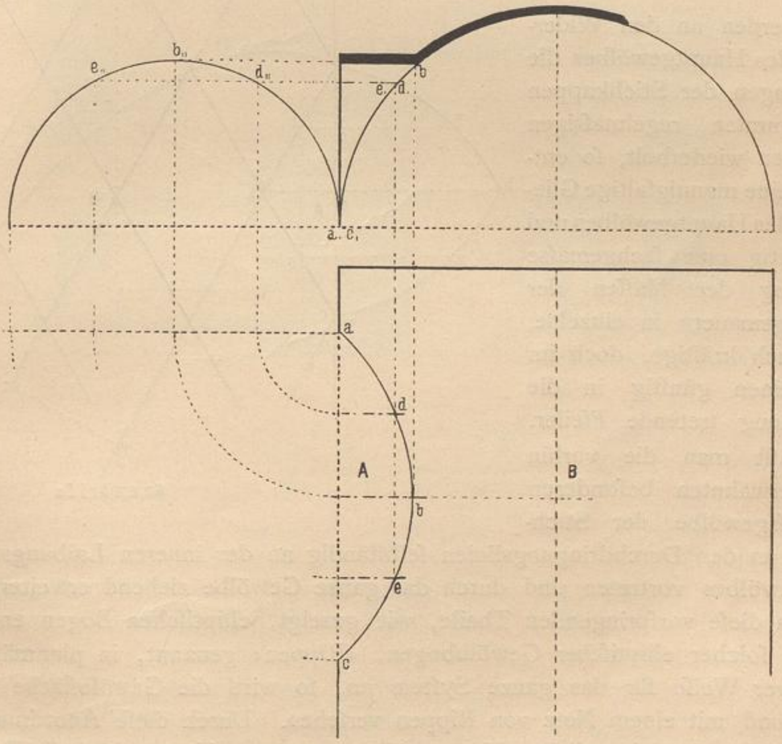
Unter c wird bei der Befprechung der Ausführung der Stichkappen noch die genaue Ausmittelung und das Einfügen derfelben in das zugehörige Hauptgewölbe befchrieben werden. Hier möge nur einftweilen der Einflufs der Stichkappen auf die Gefammtbildung des Tonnengewölbes mit Stichkappen gekennzeichnet werden.

In Fig. 276 ift im Grundrifs *A* die Laibungsfläche der Stichkappe mit halbkreisförmiger Bogenlinie und *B* die Laibungsfläche des Hauptgewölbes, deffen erzeugende Bogenlinie gleichfalls ein Halbkreis ift. Beide Gewölbe haben diefelbe wagrechte Ebene als Kämpferebene und gerade Gewölbaxen, welche fich rechtwinkelig treffen. Die Laibungsflächen *A* und *B* fchneiden fich, wie aus Fig. 276 erfichtlich ift, in einer leicht zu beftimmenden Durchdringungslinie *a b c*, welche hier, wie auch im Allgemeinen meiftens bei der Wahl einer beftimmten Bogenlinie für die Stichkappe der Fall ift, nicht allein an und für fich, fondern im Befonderen in der wagrechten Projection als Curve auftritt. In gleicher Weife würde auch die Durchdringungslinie für die Rückenflächen der beiden Gewölbe zu ermitteln fein. Die Fläche zwifchen diefen beiden Durchdringungslinien trennt die Stichkappe vom Hauptgewölbe, und diefelbe kann als Laibungsfläche eines befonderen, mit beftimmter Stärke behafteten Gewölbes auftreten, welches fich, mit regelrechtem Fugenfchnitte verfehen, an das Hauptgewölbe fchmiegend und in daffelbe legend, als Stütze für die antretenden Wölbſteine deſſelben dienen, gleichzeitig aber für das in das Hauptgewölbe geſteckte kleinere Stichkappen-Gewölbe den Anſchluſs und die weitere Stütze gewähren muſs.

Hierin iſt der Grundſatz für die Conſtruction der Stichkappen ausgeſprochen.

So gut nun die wagrechte Projection der Durchdringungslinien, ſei die innere oder äuſsere Wölbfläche dabei in Betracht genommen, neben der Bogenlinie des Hauptgewölbes von der Bogenlinie der Stichkappe abhängig gemacht wird, eben ſo gut kann auch umgekehrt dieſe Bogenlinie bei gegebenem Hauptgewölbe von einer beſtimmten, vorweg vorgeſchriebenen wagrechten Projection der Durchdringungslinie abhängig gemacht und unter Berückſichtigung der ſonſt als unveränderlich feſt

Fig. 276.



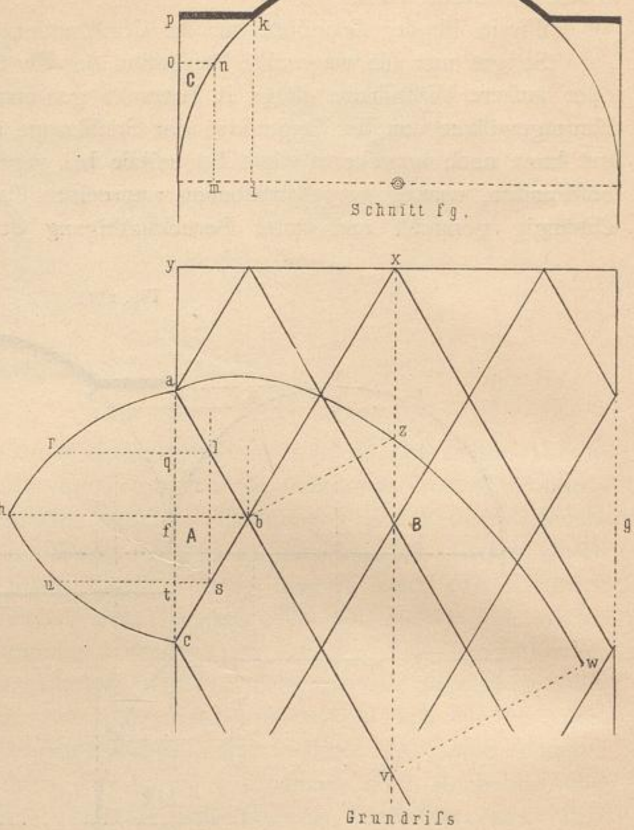
liegenden Beſtimmungsſtücke des übrigen Gewölbkörpers ermittelt werden. Und gerade unter Benutzung dieſer Freiheit iſt eine fernere Grundlage für die weitere Entwickelung des Tonnengewölbes erworben, welche ſich bei der Anordnung der ſog. Netzgewölbe, die ſpäter einer beſonderen Betrachtung unterzogen werden müſſen, in gewiſſem Grade Geltung verſchafft.

In Fig. 277 iſt *A* die wagrechte Projection der Laibungsfläche der Stichkappe und *B* diejenige der halbkreisförmigen Laibungsfläche des Hauptgewölbes. Beide Gewölbe beſitzen dieſelbe wagrechte Kämpferebene. Die Weite der Stichkappe ſei *a c*.

Die wagrechte Projection der Durchdringungslinie ſoll die gebrochene gerade Linie *a b c* ſein, deren Stücke Seiten eines gleichſchenkeligen Dreieckes mit der Grundlinie *a c* bilden. Die hiernach zu findende Bogenlinie *a h c* der Stichkappe iſt aus Bogenſchenkeln zuſammengeſetzt, welche im vorliegenden Falle Ellipſen angehören und, wie aus Fig. 277 hervorgeht, in leicht erſichtlicher Weiſe gefunden werden können. So iſt z. B. $fh = ik$ und $qr = ut = mn$. Man erhält alſo für das in das Hauptgewölbe geſteckte Gewölbe einen »elliptiſchen Spitzbogen« als erzeugende Bogenlinie.

In der lothrechten Ebene ab erſcheint die Durchdringungslinie als Theil az einer Ellipſe, welche im Viertel als azw dargeſtellt und deren halbe groſse Axe av, deren halbe kleine Axe vw gleich dem Halbmeſſer xy der Bogenlinie des Hauptgewölbes iſt. Im Schnitt fg iſt C die lothrechte Projection der Stichkappenfläche.

Fig. 277.



Werden an den Widerlagern des Hauptgewölbes die Einfügungen der Stichkappen in beſtimmten, regelmäſsigen Abſtänden wiederholt, ſo entſpringt eine mannigfaltige Gliederung des Hauptgewölbes und gleichzeitig eine ſachgemäſse Auflöſung der Maſſen der Widerlagsmauern in einzelne, wenn auch kräftige, doch im Allgemeinen günſtig in die Erſcheinung tretende Pfeiler.

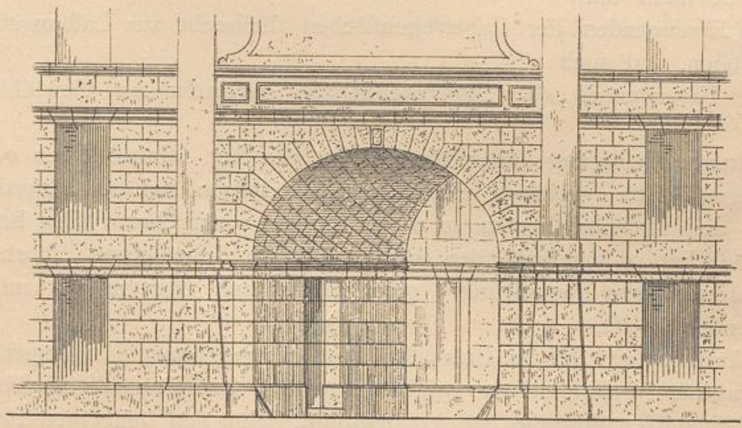
Läſst man die vorhin ſchon erwähnten beſonderen Anſchluſsgewölbe der Stichkappen an den Durchdringungslinien ſelbſtändig an der inneren Laibungsfläche des Hauptgewölbes vortreten und durch das ganze Gewölbe ziehend erweitern; ordnet man, da dieſe vorſpringenden Theile, wie gezeigt, elliptiſchen Bogen entſprechen, mehrere ſolcher elliptiſcher Gewölbbogen, »Rippen« genannt, in planmäſsiger und decorativer Weiſe für das ganze Syſtem an, ſo wird die Gewölbfläche in Muſter zerlegt und mit einem Netz von Rippen verſehen. Durch dieſe Anordnung iſt der Vorläufer für das eigentliche »Netzgewölbe« erzeugt. Treten hier die Rippen nur als ein Schmuck der Tonnengewölbe auf, ſo werden dieſelben bei den Netzgewölben des Mittelalters als eigentliche Träger der Füllgewölbe der einzelnen Felder oder Maſchen des Netzes in Anſpruch genommen und bieten damit ein Mittel für eine reiche und reizvolle Durchbildung gewölbter Decken nicht allein bei regelmäſsig, ſondern auch, da die Netzbildung weit gehende Freiheiten geſtattet, bei unregelmäſsig im Grundriſs auftretenden Räumen.

134. Schiefes Tonnengewölbe

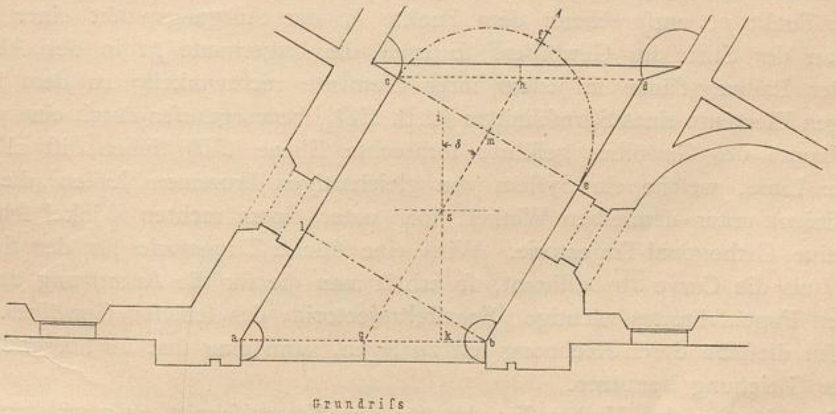
Iſt die Gewölbaxe gh eines Tonnengewölbes (Fig. 278) nicht rechtwinkelig zur Stirnebene ab, bezw. cd eines Gewölbes gerichtet, ſo entſteht ein ſchiefes Gewölbe. Als Maſs der Schiefe gilt die Gröſse des Winkels δ, um welchen die Richtung der Gewölbaxe von dem Lothe ik zur Stirnebene abweicht. Wenngleich die ſchiefen Gewölbe im Hochbauweſen thunlichſt vermieden werden, ſo können doch Fälle eintreten, wie z. B. bei Durchfahrten u. ſ. w., welche die Ausführung ſchiefer Gewölbe unter Umſtänden erforderlich machen.

Von gröſster Bedeutung für die Durchbildung der ſchiefen Gewölbe iſt die zweckmäſsige Anordnung der Lager- und Stoſsfugenflächen derſelben. Würden die Lagerfugenflächen als Ebenen behandelt, deren Kanten gerade Linien, parallel zu den Widerlagslinien *ac*, bezw. *bd* geführt, ſein ſollten, ſo würden, wenn dieſe Ebenen — möchten dieſelben auch ſenkrecht auf der cylindriſchen Laibungsfläche ſtehen, deren Erzeugende der Normalſchnitt *cfe* des ſchiefen Gewölbes iſt — bis an die Stirnen des Gewölbes durchtreten, die aus den einzelnen Wölbſteinen gebildeten

Fig. 278.



Ansicht



Grundriſs

Gewölbſtücke über den dreieckigen Grundflächen *abl* und *dec* bei *b* und *c*, wo dieſelben in einer Linie endigen, kein Widerlager beſitzen, alſo, wenn nicht beſondere gekünſtelte Anordnungen und Verankerungen dieſer Gewölbſtücke eingeführt würden, nicht ſtandfähig ſein. Würden bei einer derartigen Wahl der Lagerfugenflächen die Stoſsfugenflächen in Ebenen liegend genommen, welche rechtwinkelig zu den Lagerflächen ſtehen, ſo würden auch an den Stirnen die Wölbſteine eine mangelhafte Stützfläche erhalten, während, wenn die Stoſsflächen in Ebenen genommen werden, welche parallel zur Stirnebene ſtehen, der letzte Uebelſtand wohl gehoben, aber der Mangel des Widerlagers in den Punkten *b* und *c* nicht beſeitigt würde.

Zur Vermeidung diefer Mifsftände ift von der gewöhnlichen Anordnung des beim geraden Tonnengewölbe auszuübenden Fugenfchnittes, wonach fowohl die Lagerflächen als auch die Stofsflächen in Ebenen liegen, welche je für fich rechtwinkelig zur Laibungsfläche des Gewölbes ftehen, bei den fchiefen Tonnengewölben abzuweichen, und hierfür der fog. fchiefe Fugenfchnitt in Anwendung zu bringen. Als Regel für diefen fchiefen Fugenfchnitt gilt meift die Beftimmung, dafs:

1) die Lagerfugenkanten auf der Laibungsfläche des Gewölbes fowohl rechtwinkelig zur Stirn, als auch rechtwinkelig zu jedem ferneren parallel zur Stirnebene genommenen Stirnfchnitte ftehen;

2) die Stofsfugenkanten rechtwinkelig zu den Lagerkanten gerichtet, alfo parallel zur Stirnlinie find;

3) die Erzeugenden der Lagerfugenflächen fenkrecht zur Laibungsfläche des Gewölbes ftehen, und auch

4) die Erzeugenden der Stofsfugenflächen fenkrecht zur Gewölbfläche gerichtet find.

Die ftrenge Befolgung diefer Regel liefert den fog. »franzöfifchen oder orthogonalen Fugenfchnitt«, während ein Näherungsverfahren bei der Anordnung der Lagerfugen- und Stofsfugenkanten zu dem in vielen praktifchen Fällen brauchbaren und weit einfacher zu handhabenden fog. »englifchen Fugenfchnitt« führt.

Der »franzöfifche Fugenfchnitt« geftaltet fich mit Bezugnahme auf Fig. 279 in der folgenden Weife.

Der Normalfchnitt der im Grundrifs als *abcd* gegebenen Laibungsfläche eines fchiefen Gewölbes ift als Halbkreis *afe* angenommen und hiernach die Abwickelung der cylindrifchen Gewölbfläche $a b_1 d_1 c$ beftimmt. Für den beliebigen Punkt p der abgewickelten Stirnlinie ab_1 ift $as = x$ gleich der Bogenlänge ag und $sp = y = ih$. Ift der Punkt p, entfprechend dem Punkte h, der Ausgangspunkt einer Lagerkante an der Stirn des Gewölbes, fo mufs die Lagerkante pt in der Abwickelung der Laibungsfläche in jedem ihrer Elemente rechtwinkelig zu dem ihr zugehörigen Elemente eines Stirnfchnittes (z. B. CD_1, hervorgerufen durch eine parallel zum Haupte des Gewölbes geführte lothrechte Ebene CD) ftehen, ift alfo eine krumme Linie, welche ein Syftem von gleichartigen krummen Linien (die Stirnfchnittlinien) unter demfelben Winkel, hier unter einem rechten Winkel fchneidet, d. h. eine Orthogonal-Trajectorie. Wird eine folche Trajectorie für den Scheitelpunkt l als die Curve lv beftimmt, fo erhält man die für die Anordnung des franzöfifchen Fugenfchnittes wichtige »Scheiteltrajectorie« des fchiefen Gewölbes.

Um diefelbe durch Rechnung feft zu legen, kann man ihre im Folgenden entwickelte Gleichung benutzen.

Bezeichnet r den Halbmeffer des für den Normalfchnitt ae gewählten Kreisbogens (hier ein Halbkreis), β das Bogenmafs für den Halbmeffer 1 und α den Winkel der Schiefe, fo ift, bei Annahme des rechtwinkeligen Coordinaten-Syftemes XY mit dem Anfangspunkte a, für einen beliebigen Punkt p (x, y) der »abgewickelten Stirnlinie« ab_1, die Abfciffe as gleich der Bogenlänge ag, d. h.

$$x = r \beta , \qquad \qquad 111.$$

oder, wenn der zugehörige Centriwinkel amg des Bogens ag eine Gröfse von β Graden befitzt, fofort

$$x = r \frac{\pi}{180^0} \beta^0 \qquad \qquad 112.$$

Die Ordinate $y = sp$ des betrachteten Punktes p wird, da $sp = ih$ und

$$ih = ia \, . \, \mathrm{tg}\, \alpha = (r - mi)\, \mathrm{tg}\, \alpha = (r - r \cos \beta)\, \mathrm{tg}\, \alpha$$

ist, durch

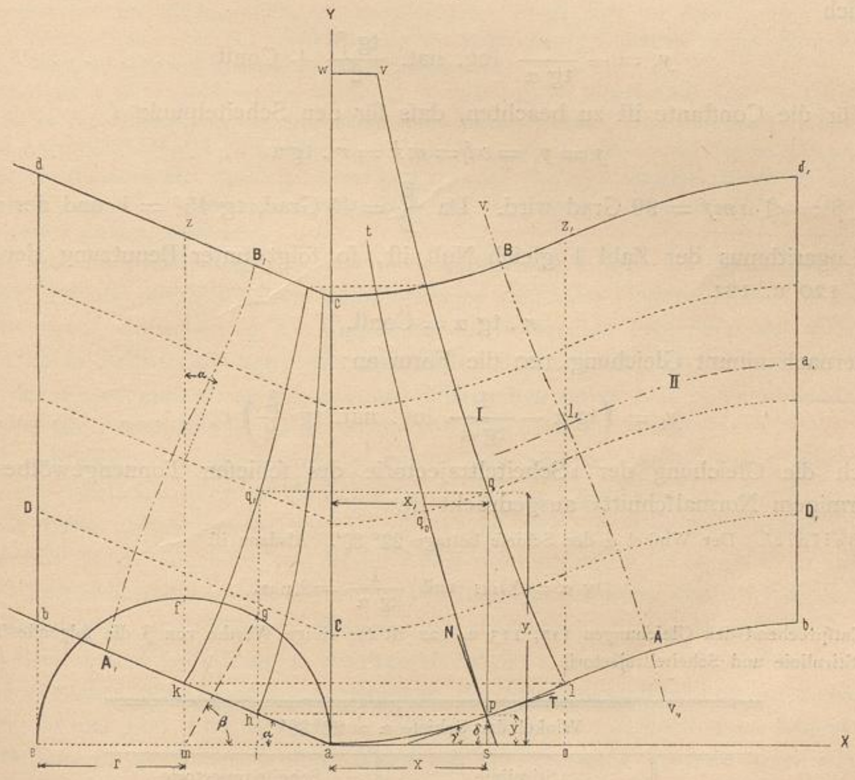
$$y = \mathrm{tg}\, \alpha\, (1 - \cos \beta)\, r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 113.$$

bestimmt.

Für die im Punkte p beginnende Trajectorie pt ist, wenn für diesen Curvenpunkt nur zur Unterscheidung von der abgewickelten Stirnlinie die Coordinaten x_1, y_1 statt x, y eingeführt werden, in Bezug auf die Tangente pN im Elemente p der Trajectorie

$$\mathrm{tg}\, \delta = \frac{dy_1}{-dx_1} = -\frac{dy_1}{dx_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 114.$$

Fig. 279.



Nun ist aber, da pN rechtwinkelig auf der im Elemente p der Stirnlinie ab_1 vorhandenen Tangente pT stehen soll, $\mathrm{tg}\, \gamma = \mathrm{tg}\, (90 - \delta) = \mathrm{cotg}\, \delta = \dfrac{1}{\mathrm{tg}\, \delta}$ oder

$$\mathrm{tg}\, \delta = \frac{1}{\mathrm{tg}\, \gamma}\, ; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 115.$$

mithin unter Benutzung von Gleichung 114

$$dy_1 = -\frac{dx_1}{\mathrm{tg}\, \gamma}\, ,$$

oder, da für den Punkt p auch $x_1 = x$, also $dx_1 = dx$ ist, auch

$$dy_1 = -\frac{dx}{\mathrm{tg}\, \gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 116.$$

Nun ist auch $\operatorname{tg}\gamma = \frac{dy}{dx}$ und aus Gleichung 111 folgt

$$dx = r \,.\, d\beta; \qquad 117.$$

ferner erhält man aus Gleichung 113: $dy = r \operatorname{tg}\alpha \,.\, \sin\beta \,.\, d\beta$; mithin wird

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{r \operatorname{tg}\alpha \,.\, \sin\beta \, d\beta}{r \,.\, d\beta} = \operatorname{tg}\alpha \,.\, \sin\beta \qquad 118.$$

Unter Einführung der Werthe aus den Gleichungen 117 u. 118 in Gleichung 116 erhält man

$$dy_1 = -\frac{r \,.\, d\beta}{\operatorname{tg}\alpha \,.\, \sin\beta} \qquad 119.$$

als Differentialgleichung der Trajectorie. Durch Integration dieser Gleichung ergiebt sich

$$y_1 = -\frac{r}{\operatorname{tg}\alpha} \log.\ \mathrm{nat.}\ \frac{\operatorname{tg}\beta}{2} + \mathrm{Const.} \qquad 120.$$

Für die Constante ist zu beachten, dass für den Scheitelpunkt l

$$y = y_1 = ol = mk = r \,.\, \operatorname{tg}\alpha \qquad 121.$$

und $\sphericalangle \beta = \sphericalangle amf = 90$ Grad wird. Da $\frac{\beta}{2} = 45$ Grad, $\operatorname{tg} 45^0 = 1$ und der natürliche Logarithmus der Zahl 1 gleich Null ist, so folgt unter Benutzung der Ausdrücke 120 u. 121

$$r \,.\, \operatorname{tg}\alpha = \mathrm{Const.},$$

und hiernach nimmt Gleichung 120 die Form an:

$$y_1 = \left(\operatorname{tg}\alpha - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} \log.\ \mathrm{nat.}\ \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\right) r, \qquad 122.$$

wodurch die Gleichung der »Scheiteltrajectorie des schiefen Tonnengewölbes mit kreisförmigem Normalschnitt« ausgedrückt ist.

Beispiel. Der Winkel α der Schiefe betrage $22^0\,30'$. Alsdann ist

$$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}4142 \quad \text{und} \quad \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = 2{,}4143.$$

Entsprechend den Gleichungen 112, 113 u. 122 ist für einige Werthe von β die folgende Tabelle für die Stirnlinie und Scheiteltrajectorie

Winkel der Schiefe $\alpha = 22^0\,30'$				
β	Stirnlinie		Scheiteltrajectorie	
	x	y	$x_1 = x$	y_1
0	0	0	0	∞
30	0,5236	0,0555	0,5236	3,5938
60	1,0472	0,2071	1,0472	1,7402
75	1,3090	0,3070	1,3090	1,0544
90	1,5708	0,4142	1,5708	0,4142
Grad	r	r	r	r

berechnet. In Fig. 279 ist $\alpha = 22^0\,30'$ und $r = 3^{\mathrm{m}}$ genommen. Für $\beta = 60^0$ ergiebt sich für den Punkt q der Scheiteltrajectorie lv demnach die Abscisse $x_1 = as =$ Bogen $ag = 1{,}0472 \,.\, 3 = 3{,}1416^{\mathrm{m}}$; die Ordinate $y_1 = sq = 1{,}7402 \,.\, 3 = 5{,}2206^{\mathrm{m}}$.

Ift in einem gegebenen einzelnen Falle die Scheiteltrajectorie lv in Verbindung mit der halben abgewickelten Stirnlinie al und der Widerlagslinie aY durch Zeichnung feft gelegt, fo kann das Flächenftück $alvw$ ohne Weiteres als Lehre (Schablone) zur Beftimmung der fämmtlichen Lager- und Stofsfugenkanten auf der abgewickelten Laibungsfläche ab_1d_1c benutzt werden. Hierbei ift nur das Folgende zu berückfichtigen.

Die Scheitellinie lz_1 fcheidet die abgewickelte Fläche ab_1c_1d in die beiden Theile I und II. Für die Lager- und Stofskanten des Theiles I gleitet die Lehre mit ihrer Seite aw ftets an der Widerlagslinie ac fort, während für jene Kanten des Theiles II die Lehre an der mit ac parallelen Linie b_1d_1 fortzubewegen ift.

Ift z. B. p ein Theilpunkt der Gewölbftirn (Fugenpunkt) des Theiles I, fo führt man die Lehre mit ihrer Seite aw fo lange an ac entlang, bis die Curve lv mit einem Elemente durch den Punkt p läuft, und zeichnet alsdann das auf die Fläche I von lv fallende Curvenftück pt als Lagerkante vor. Die Stofsfugenkanten find am Stirnbogenftücke al vorzuzeichnen. Würde etwa der Punkt q der Ausgangspunkt einer folchen Kante fein, fo verfchiebt man die Lehre an ac fo lange, bis ein Element der Stirnlinie al durch q läuft, und zeichnet qq_0 als Stofskante ein.

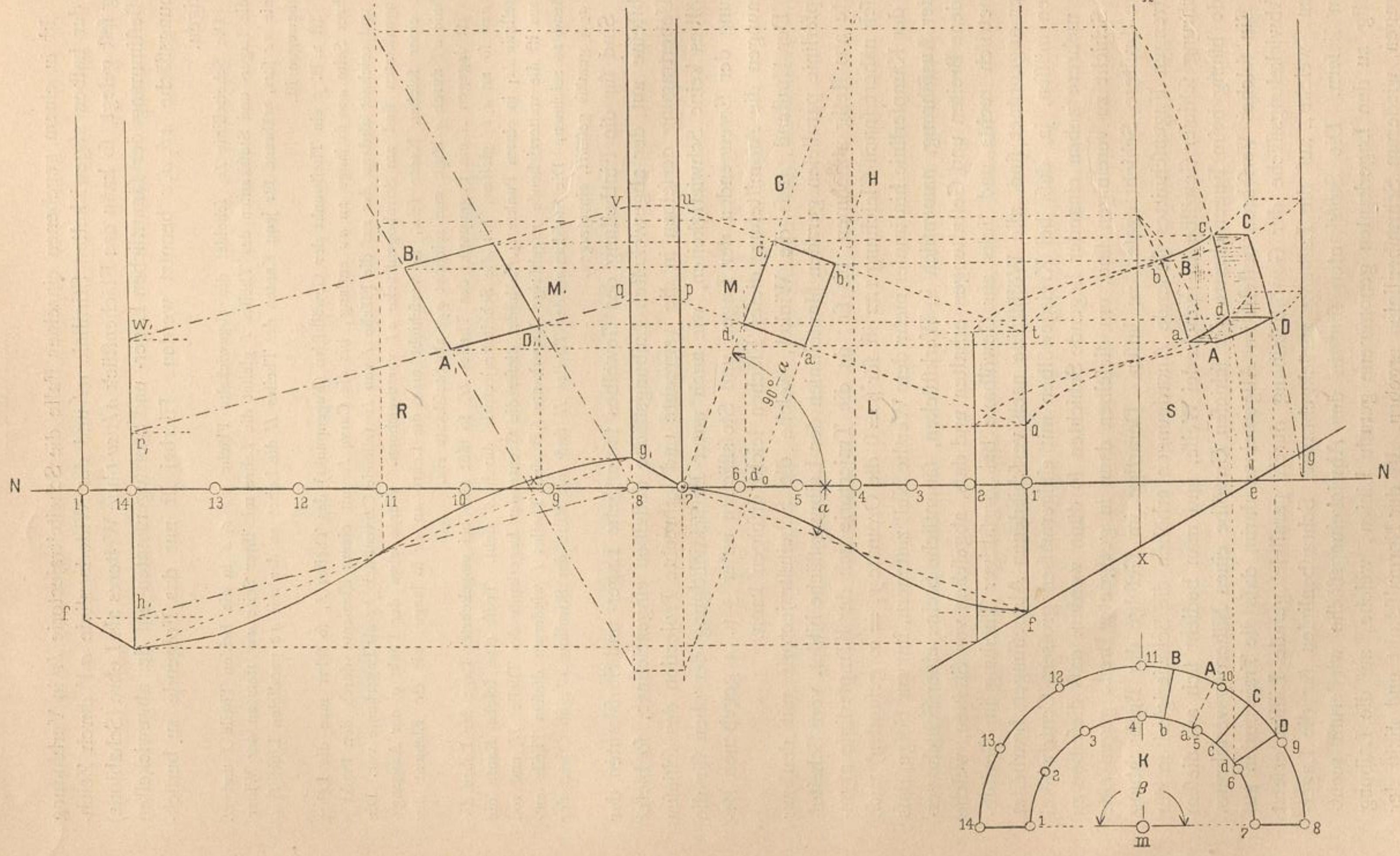
Ift dagegen A ein Fugenpunkt des Theiles II, fo läfft man bei umgekehrter Lage der Lehre die Seite aw fo an d_1b_1 gleiten, bis die Scheiteltrajectorie durch A zieht. Trifft eine folche Kante die Scheitellinie lz_1 in einem Punkte l_1, fo bildet diefer die Grenze der Lagerkante des Theiles II, und von hier aus ift die weiterziehende zugehörige Lagerkante l_1B des Theiles I wiederum diefem Theile entfprechend zu zeichnen. Die Stofskanten des Theiles II find mit Hilfe der Stirnlinie al, aber jetzt der Lage a_1l_1 gemäfs geführt, einzutragen.

Sind für die Eintheilung des Gewölbes fämmtliche Lager- und Stofskanten der Wölbfteine auf der abgewickelten Laibungsfläche deffelben eingezeichnet, fo bietet die Uebertragung derfelben in die wagrechte und lothrechte Projection des fchiefen Gewölbes keine Schwierigkeiten, wie auch unter Berückfichtigung der oben für die Stellung der Erzeugenden der Lager- und Stofsflächen unter 3 u. 4 gegebenen Beftimmungen die Ausmittelung diefer Flächen leicht erfolgen kann.

Der Umftand, dafs die Winkel, welche die Scheiteltrajectorie mit den zur Kämpferlinie parallelen geraden Mantellinien der Laibungsfläche bildet, vom Scheitelpunkte aus ftetig abnehmen, bis fie, da die Trajectorie fich der Kämpferlinie afymptotifch nähert (nach Gleichung 122 ift für $\beta = 0$ die Ordinate $y_1 = \infty$ gefunden) auch nach der Kämpferlinie hin immer mehr dem Werthe Null zufteuern, hat zur Folge, dafs bei der Ausführung, namentlich in Werkftücken, fämmtliche Steine einer Schicht verfchiedene Breiten und Geftaltungen erhalten und dafs, abgefehen von Steinen, welche fymmetrifch rechts und links zur Gewölbaxe bei forgfältiger Theilung im Gewölbkörper angeordnet find, alle Wölbfteine nach verfchiedenen Abmeffungen bearbeitet werden müffen, ja, dafs bei Kreisgewölben mit einigermafsen grofsem Centriwinkel felbft mehrere neben einander liegende Schichten fo dünn werden, dafs diefelben zu einer Schicht zu vereinigen find, um diefelben dann in geeigneter Breite gegen eine andere breitere Schicht treten zu laffen. Derartige im Gefolge der Beobachtung des ftrengen Fugenfchnittes ftehende Anordnungen erhöhen die Schwierigkeiten der Ausführung fchiefer Gewölbe in mancherlei Weife, und man bedient fich aus diefem Grunde häufig beim Fugenfchnitte der fchiefen Gewölbe eines Näherungsverfahrens.

Ein folches Verfahren befteht im Allgemeinen darin, dafs die Trajectorien auf der Abwickelungsfläche der Gewölbelaibung durch parallele gerade Linien erfetzt werden, welche, auf die Laibung zurückgebracht, Schraubenlinien für die Lagerkanten liefern. Die Stofskanten find in der Abwickelungsfläche wiederum rechtwinkelig zu den Lagerkanten genommene gerade Linien, welche, auf die Laibung übertragen, wiederum Schraubenlinien ergeben. Ift der Normalfchnitt und nicht der

Fig. 280.



Stirnbogen des fchiefen Gewölbes bei diefer Fugenanordnung ein Halbkreis oder ein Kreisfegment, fo ift man bei forgfältiger Theilung der Wölbfchichten im Stande, den fämmtlichen Wölbfteinen, mit Ausnahme der Stirn- und Kämpferfteine, congruente Laibungsflächen zu geben.

Die Lager- und Stofsflächen befitzen gerade Linien als Erzeugende, welche fenkrecht zur Laibung ftehen. Da die Lagerkanten in der Abwickelung parallele gerade Linien find, fo fchneidet jede derfelben die zur Kämpferlinie des Gewölbes parallelen Mantellinien ftets unter demfelben Winkel, dem »conftanten Fugenwinkel«.

Auf diefen Grundfätzen beruht der fog. »englifche Fugenfchnitt«, welcher in der Ausführung weit weniger Umftände verurfacht, als der vorhin befprochene franzöfifche Fugenfchnitt.

Zur näheren Erklärung des »englifchen Fugenfchnittes« möge Fig. 280 dienen.

In derfelben ift S ein Theil des Grundriffes des fchiefen Gewölbes mit der Axe XX, L die Abwickelung der inneren, R die der oberen Gewölbfläche und K der in der Ebene NN ftehende Normalfchnitt des Gewölbes, welcher als Halbkreis gewählt ift.

In der abgewickelten Gewölbfläche L ift die maisgebende Lagerkante durch den an der Stirn befindlichen Kämpferpunkt 7, welcher dem Punkte e in S auf NN entfpricht, als gerade Linie $7G$ rechtwinkelig zur geraden Verbindungslinie $f7$ der Endpunkte der abgewickelten Stirnlinie gelegt, fo dafs $7G$ die Richtung aller Lagerkanten, G, H u. f. w., $f7$ die Richtung aller Stofskanten op, tu u. f. w., wobei letztere fonft für die einzelnen Wölbfchichten im Verbande ftehen, bezeichnet. Die Lagerkanten fchneiden die zu der Kämpferlinie ft parallelen Mantellinien unter dem conftanten Fugenwinkel α; die Stofskanten treffen diefe Mantellinien unter einem Winkel $90° - \alpha$.

Durch diefe Anordnung ergiebt fich die abgewickelte Laibungsfläche eines Wölbfteines z. B. als das Rechteck $a_1 b_1 c_1 d_1$.

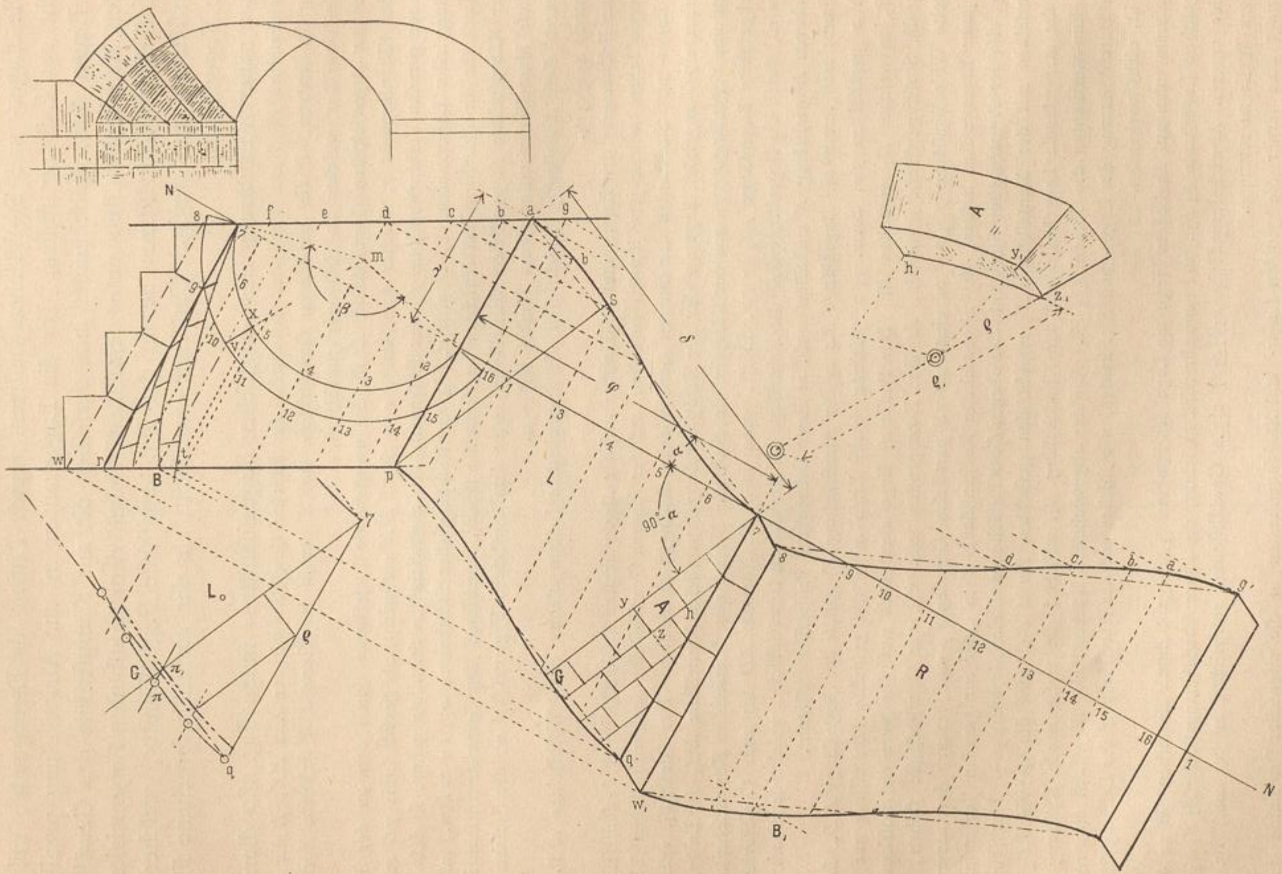
Zur Beftimmung der Lager- und Stofskanten auf der abgewickelten Rückenfläche R find diefelben, da die Fugenflächen, welche jene Kanten enthalten, auf der inneren Gewölbfläche fenkrecht ftehen follen, von den Lager- und Stofskanten der inneren Gewölbfläche abhängig zu machen. Der Punkt d_1, welcher der Lagerkante $7G$ angehört, liegt auf der zur Kämpferlinie $7u$ parallelen Mantellinie Md_0 der Laibungsfläche, um eine Bogenlänge $7d_0$ von der Kämpferlinie entfernt. Nimmt man demnach im Normalfchnitte K die zurückgeführte Bogenlänge $7d_0 = 7d$, fo ift, wenn in d die Normale dD bis zum Gewölbrücken gezogen wird, durch die Bogenlänge $8D$ die Mantellinie auf der oberen Gewölbfläche, welche den Punkt D_1 auf der oberen Abwickelung R enthalten mufs, in ihrer lothrechten Projection beftimmt.

Nimmt man ferner die Bogenlänge $8x$ in der Abwickelung R gleich der Bogenlänge $8D$, fo ift die durch x parallel zu $7u$, bezw. $g_1 v$ geführte gerade Linie xM_1 die gefuchte Mantellinie auf der Fläche R, in welcher D_1 enthalten ift. Der Punkt d_1 liegt aber auch auf der geraden Stofskantenlinie op; die Stofsfugenfläche fchneidet, da ihre Erzeugenden fenkrecht zur Gewölbfläche ftehen, die abgewickelte Widerlagsfläche $7g_1vu$ in einer zu 78 parallelen Geraden pq und ferner, der normalen Stellung jener Erzeugenden halber, die abgewickelte Rückenfläche R in einer zur geraden Verbindungslinie $8h_1$, alfo der abgewickelten Stofskante der oberen Gewölbfläche parallelen Geraden qr_1. Der Schnittpunkt derfelben mit der Mantellinie xM_1 ergiebt den gefuchten Punkt D_1, und die Gerade $8D_1$ bezeichnet die mafsgebende Lagerkante auf der Abwickelung R_1, während die mafsgebende Richtung der abgewickelten Stofskanten die Gerade $8h_1$ ift. Auf der abgewickelten Rückenfläche ift jedoch eine rechtwinkelige Durchkreuzung der Lager- und Stofskanten, wie folches auf der Abwickelung der Laibungsfläche der Fall ift, nicht vorhanden.

Beftimmt man auf ähnlichem Wege die Lage des Punktes A_1, fo geht durch denfelben die zu $8D_1$ parallel geführte Lagerkante $A_1 B_1$, und nunmehr wird es leicht, die obere Abwickelungsfläche $A_1 B_1 C_1 D_1$, welche der unteren Abwickelungsfläche $a_1 b_1 c_1 d_1$ eines Gewölbfteines entfpricht, in der aus Fig. 280 erfichtlichen Weife zu zeichnen.

Bringt man ferner die geraden Lager- und Stofsfugenkanten in die wagrechte Projection durch bekannte Operationen zurück, fo erhält man die Schraubenlinien, welche in ab und dc die Lagerkanten, in ad und bc die Stofskanten des gewählten Wölbfteines auf der inneren Laibungsfläche, dagegen in AB und DC die Lagerkanten und in AD und BC die Stofskanten deffelben auf der Rückenfläche des fchiefen Gewölbes enthalten, während die geraden Linien aA, bB, cC und dD die Grenzerzeugenden der als Schraubenflächen auftretenden Lager- und Stofsfugenflächen find.

Fig. 281.



Unter Beobachtung der für den englifchen Fugenfchnitt geltenden Grundfätze ift in Fig. 281 ein fchiefes Gewölbe, deffen Normalfchnitt ein Kreisbogen mit dem Centriwinkel β ift, in Rückficht auf die weitere Fugentheilung dargeftellt. Die mafsgebende Lagerkante $7G$ foll im Endpunkte 7 der Kämpferlinie $7q$ beginnen und auf der für die Stofskanten mafsgebenden Richtung $7a$ rechtwinkelig ftehen; gleichzeitig foll auch im günftigften Falle der auf der Stirnlinie pq liegende Endpunkt G diefer Lagerkante ein Theilpunkt für die Gewölbftirn werden. Die Anzahl der Wölbfteine an der Stirnfläche mufs aber, damit, wie bekannt, zu beiden Seiten des Schlufsfteines eine gleiche Zahl von Wölbfteinen vorhanden ift, eine ungerade fein. Theilt man nun die abgewickelte Stirnlinie unter Beobachtung fonft günftiger Breitenabmeffungen der Wölbfteine in eine folche ungerade Anzahl gleich grofser Strecken ein, fo wird im Allgemeinen ein folcher Gewölbtheilpunkt nicht fofort oder auch felbft nicht nach mehreren Theilverfuchen mit dem Punkte G zufammenfallen. Tritt diefer Umftand ein, fo verfährt man am beften, wenn man die Länge $7q$ der Kämpferlinie des Gewölbes, wie bei L_0 in Fig. 281 zu erfehen ift, um ein an und für fich meiftens geringes Stück $\pi\pi_1$ fo abändert, dafs die abgewickelte Stirnlinie durch den Punkt π_1 geht, welcher alsdann auch Endpunkt der mafsgebenden Lagerkante wird. Auf diefe verlegte Stirnlinie werden die Theilpunkte des Gewölbehauptes ohne Weiteres übertragen und durch diefelben die zu $7\pi_1$ parallelen Lagerkanten gezogen. Die auf Verband zu ordnenden Stofskanten richten fich zunächft nach den Punkten ρ, in welchen die Lagerkanten die Kämpferlinien treffen, und nunmehr ift die Theilung der einzelnen Wölbfchichten durch Stofskanten fo vorzunehmen, dafs, abgefehen von den Stirnfteinen, in allen Schichten lauter gleich lange Wölbfteine vorkommen.

Die Kämpferfteine bilden in ihrer Gefammtheit einen fägeförmigen Anfatz für die Wölbfchichten und erhalten unter der eigentlichen nur angearbeiteten Kämpferlinie ihrer Haltbarkeit halber ftets eine entfprechende Verftärkung (Ueberhöhung).

Die Stirnfteine bieten bei der Bearbeitung wohl einige Schwierigkeiten. Nur die rechts und links an den Häuptern fymmetrifch liegenden Steine werden gleich grofs und fymmetrifch geformt. Die Stirnfugen felbft find Schnittlinien der Schraubenflächen der Lagerflächen mit der Ebene der Stirn, alfo im Allgemeinen krumme Linien. Immerhin find alle diefe Umftände weit zurückftehend gegen die, welche fich bei der Herftellung der fchiefen Gewölbe nach dem franzöfifchen Fugenfchnitte geltend machen.

Für die keilförmige Verjüngung der eigentlichen Wölbfteine erhält man als Mafs Kreisbogen mit Radien ρ und ρ_1, welche in Fig. 281 für einen Wölbftein A eingefchrieben find. Durch die Anwendung diefer Kreisbogen kann die Formgeftaltung der Steine erleichtert werden.

Zur Beftimmung des Krümmungshalbmeffers ρ der Schraubenlinie für die **Stofsfugenkante** $z_1 y_1$ am Steine A ift die von der Geraden $7a$ abhängige Schraubenlinie mafsgebend. Mit Bezugnahme auf Fig. 281 ift, wenn r den Radius $m7$ des Normalfchnittes des Cylinders, auf welchem die Schraubenlinie liegt und α den Steigungswinkel $17a$ derfelben auf der Abwickelung L bezeichnet, allgemein

$$\rho = \frac{r}{\cos \alpha^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 123.$$

Es ift aber $\cos \alpha = \frac{\varphi}{\delta}$, alfo

$$\cos \alpha^2 = \frac{\varphi^2}{\delta^2} = \frac{\varphi^2}{\varphi^2 + \gamma^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 124.$$

Aus den Gleichungen 123 u. 124 folgt

$$\rho = \frac{r}{\frac{\varphi^2}{\varphi^2 + \gamma^2}} = \frac{r}{\varphi^2}(\varphi^2 + \gamma^2)$$

oder

$$\rho = r\left[1 + \left(\frac{\gamma}{\varphi}\right)^2\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad 125.$$

Für den Centriwinkel β des als Kreisbogen genommenen Normalfchnittes des fchiefen Gewölbes wird

$$\varphi = \frac{\pi r}{180^0} \beta^0 , \quad \ldots \ldots \ldots \quad 126.$$

wodurch Gleichung 125 übergeht in

$$\rho = r + \left(\frac{180^0 \cdot \gamma}{\pi \beta^0} \right)^2 \frac{1}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 127.$$

Der Krümmungshalbmeffer ρ_1 der Schraubenlinie für die Lagerkante $z_1 h_1$ des Steines A ergiebt fich mit Hilfe der für diefe Schraubenlinie in der Abwickelung mafsgebenden Geraden $7 G$, für welche der Steigungswinkel $1 7 G = 90 - \alpha$ in Betracht kommt, durch den Ausdruck

$$\rho_1 = \frac{r}{\cos (90 - \alpha)^2} = \frac{r}{\sin \alpha^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 128.$$

Nun ift $\sin \alpha = \frac{\gamma}{\delta}$, alfo

$$\sin \alpha^2 = \frac{\gamma^2}{\delta^2} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \varphi^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 129.$$

Aus der Verbindung von Gleichung 128 mit 129 folgt

$$\rho_1 = \frac{r}{\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \varphi^2}} = r \left[1 + \left(\frac{\varphi}{\gamma} \right)^2 \right],$$

oder, wenn für φ der Werth aus Gleichung 126 eingefetzt wird,

$$\rho_1 = r + \left(\frac{\pi r \beta}{180^0 \gamma} \right)^2 r \quad \ldots \ldots \ldots \quad 130.$$

Ift der Normalfchnitt des fchiefen Gewölbes ein Halbkreis, wofür β = 180 Grad wird, fo erhält man für diefen befonderen Fall, entfprechend Gleichung 127,

$$\rho = r + \left(\frac{\gamma}{\pi} \right)^2 \frac{1}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 131.$$

und gemäfs Gleichung 130

$$\rho_1 = r + \left(\frac{\pi r}{\gamma} \right)^2 r \quad \ldots \ldots \ldots \quad 132.$$

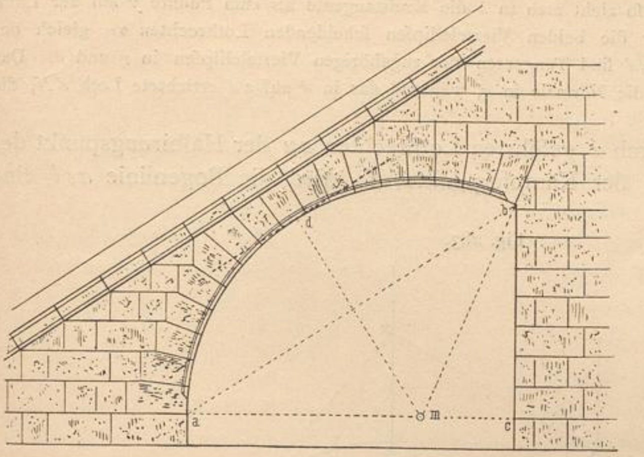
Noch möge hier die Bemerkung Platz finden, dafs die Anwendung des conftanten Fugenwinkels bei fchiefen Gewölben eine gewiffe Grenze hat, welche nicht überfchritten werden darf, wenn kein Ausbauchen der Gewölbftirnen eintreten foll. Diefer Punkt kann jedoch erft bei Befprechung der Ausführung der Tonnengewölbe (unter c) näher berührt werden, wobei dann ferner unter Berückfichtigung des zur Verwendung gelangenden Wölbmaterials auch noch die Verfahren gekennzeichnet werden follen, wonach in vereinfachter Weife die Herftellung von fchiefen Gewölben für etwa vorzunehmende Deckenbildungen erfolgen kann.

135. Einhüftiges Tonnengewölbe.

Liegen die wagrechten Kämpferlinien eines Tonnengewölbes (Fig. 282) in zwei verfchiedenen wagrechten Ebenen, fo heifst daffelbe kurz ein **einhüftiges Gewölbe**.

Der Abftand bc jener wagrechten Ebenen entfpricht der »Hüfthöhe«, während die wagrechte Entfernung ac der durch a und b gehenden lothrechten Ebenen die Spannweite des Gewölbes ergiebt.

Fig. 282.



Als Erzeugende der einhüftigen Gewölbe kann irgend eine gefetzmäfsig gebildete ebene Curve benutzt werden. Bei gegebenen Kämpferpunkten a und b kann in vielen Fällen ein Kreisbogen Verwendung finden, welcher im tiefftgelegenen Kämpferpunkte a eine lothrechte Tangente befitzt und fonft die gerade Verbindungslinie ab als Sehne erhält. Ein derartiger um m zu befchreibender, leicht zu beftimmender Kreisbogen hat in feinem Halbirungspunkte d eine parallel zu ab gerichtete Tangente, welche als allgemeine Richtungslinie für den vom Gewölbe getragenen Ueberbau gelten kann.

Nicht immer kann jedoch der Punkt d Halbirungspunkt der beabfichtigten erzeugenden Bogenlinie oder die allgemeine Richtungslinie nicht parallel der Verbindungslinie ab bleiben, fo dafs ein Kreisbogen nicht mehr ohne Weiteres als günftig für die Erzeugende des Gewölbes erfcheint. Da aufserdem in mancher Beziehung der Anfatz der Erzeugenden in den Kämpferpunkten mit lothrechter Tangente erwünfcht ift, fo fetzt man an die Stelle des Kreisbogens als Erzeugende fehr oft elliptifche Bogen oder Korbbogen.

In Fig. 283 ift die Erzeugende acb aus zwei Viertelellipfen ac und bc zufammengefetzt, welche in a und b lothrechte Tangenten, in dem fonft zwifchen a und b beliebig gewählten Punkte c eine gemeinfchaftliche Tangente cx, welche parallel zu ab zieht, befitzen. Die Punkte der einzelnen elliptifchen Bogen find durch die fog. Vergatterung ermittelt, wobei der um b befchriebene Viertelkreis wx, deffen Halbmeffer gleich der Strecke $c\gamma$ auf der durch den gegebenen Punkt c geführten Lothrechten zu ift, für die lothrechten Ordinaten der Ellipfenftücke mafsgebend wird.

Theilt man die Strecken γa, γb und den Halbmeffer bw des Viertelkreifes wx proportional, fo gehören den entfprechenden proportionalen Theilpunkten die aus dem Viertelkreife zu entnehmenden lothrechten Ordinaten den gefuchten Ellipfenpunkten an.

Die proportionale Theilung erfolgt einfach mit Hilfe des Dreieckes aub, deffen Spitze u beliebig auf der durch c geführten Lothrechten zu angenommen ift, und mittels des Dreieckes bwv, deffen Seite bv auf der Lothrechten yb gleich der Strecke γu gemacht wurde.

Zieht man durch den beliebig genommenen Punkt β_1 der Strecke γb die Lothrechte gf, wobei f auf ub liegt, alsdann durch f die Gerade he parallel zu ab, durch e die Lothrechte ed, fo ift $\beta_{,,}$ ein dem Theilpunkte $\beta_,$ der Strecke γb entfprechender proportionaler Theilpunkt der Strecke γa.

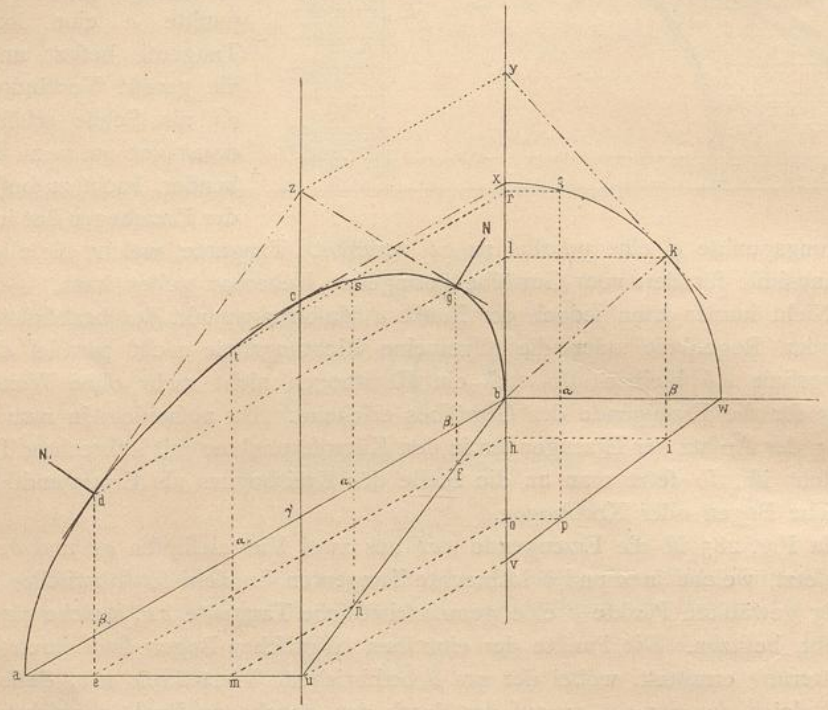
Führt man durch h den Strahl hi parallel bw und durch i die Lothrechte ik, fo ift β wiederum ein Punkt, welcher bw in demfelben Verhältniffe theilt, wie der Punkt β_1 die Strecke γb und der Punkt $\beta_{,,}$ die Strecke γa zerlegt. Die Ordinate βk des Viertelkreifes wx liefert die Länge der lothrechten Ordinaten $\beta_, g$ und $\beta_{,,} d$ für die gefuchten Punkte d und g der zugehörigen Viertelellipfen. Auf gleiche Weife find noch die Punkte s und t beftimmt.

Um die Normalen in einzelnen Ellipfenpunkten feft zu legen, verfährt man am einfachften wie folgt.

Soll dies z. B. für die einander zugeordneten Punkte g und d gefchehen, welche dem Punkte k des Viertelkreifes wx entfprechen, fo zieht man in k die Kreistangente bis zum Punkte y auf der Lothrechten by und nimmt γz auf der die beiden Viertelellipfen fcheidenden Lothrechten zu gleich der Strecke by. Die Strahlen zg und zd find Tangenten der zugehörigen Viertelellipfen in g und d. Das in g zu zg errichtete Loth gN ift die Normale in g, während das in d auf zd errichtete Loth dN_1 die Normale im Ellipfenpunkte d wird.

Ift der Punkt γ der durch c geführten Lothrechten zu der Halbirungspunkt der geraden Verbindungslinie ab der Kämpferpunkte, fo wird die Bogenlinie acb eine

Fig. 283.



halbe Ellipfe mit den halben conjugirten Durchmeffern $\gamma a = \gamma b$ und γc und mit γ als Mittelpunkt.

In folchem Falle ift die Ermittelung der Ellipfenpunkte eben fo zu bewirken, wie in Fig. 283 gezeigt wurde. Häufig ift es jedoch rathfam, die Ellipfe mit Benutzung ihrer reellen Axen zu zeichnen, deren Beftimmung in folgender Weife gefchehen kann[159].

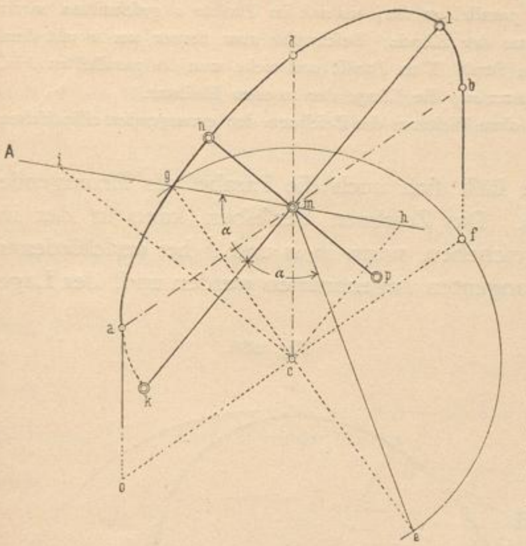
Es mögen in Fig. 284 ab als Verbindungslinie der Kämpferpunkte, $ma = mb$ und $mc = md$ als halbe conjugirte Durchmeffer der Ellipfe gegeben fein; gefucht werden die reellen Axen kl und np derfelben.

Man ziehe durch c die Gerade of parallel zu ab und nehme $cf = co$ gleich dem halben conjugirten Durchmeffer ma; alsdann befchreibe man um c mit dem Halbmeffer cf einen Kreis, welcher das in c auf of errichtete Loth in g und e trifft; verbinde den bekannten Mittelpunkt m der Ellipfe mit dem Punkte g durch den Strahl A und mit e durch die Gerade me und halbire den Winkel gme; alsdann giebt die Halbirungslinie mk diefes Winkels die Lage der einen reellen Axe und das in m auf mk errichtete Loth nmp die Lage der zweiten reellen Axe der Ellipfe.

---

[159]) Siehe: Jacob Steiner's Vorlefungen über fynthetifche Geometrie. Die Theorie der Kegelfchnitte, geftützt auf projectivifche Eigenfchaften. Bearbeitet von H. SCHRÖDER. Leipzig 1867.

Fig. 284.

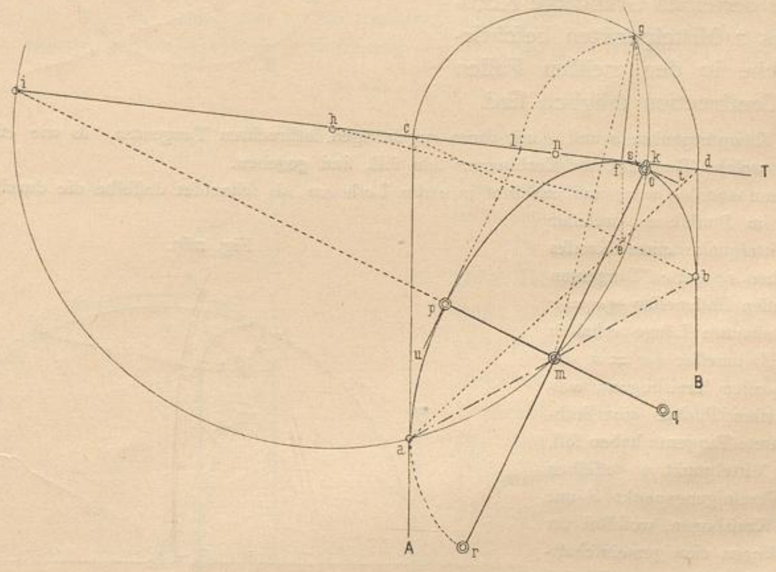


Um die Gröfse derfelben zu finden, ziehe man *ch* parallel zu *mk* und *ci* parallel zu *pn*; alsdann wird *mh* = *mp* = *nm* gleich der halben Axe *np* und *mi* = *mk* = *ml* gleich der halben Axe *kl*. Mit Hilfe diefer beiden reellen Axen ift die Ellipfe nach bekanntem Verfahren zu conftruiren.

Recht oft find die beiden lothrechten Tangenten der feften Kämpferpunkte *a* und *b* (Fig. 285), fo wie eine in beftimmter Richtung vorgefchriebene dritte Tangente für die elliptifche Erzeugende des einhüftigen Gewölbes gegeben, und hiernach ift die zugehörige Curve zu ermitteln. Mit Anwendung der Sätze der fynthetifchen Geometrie kann man fich in folchem Falle der in Fig. 285 gegebenen Löfung bedienen.

Die beiden durch die gegebenen Kämpferpunkte *a* und *b* gehenden Lothrechten *A* und *B* follen zwei parallele Tangenten der gefuchten Ellipfe fein; die dritte veränderliche, hier gegebene, Tangente fei *T*. Zur Beftimmung des Berührungspunktes *f* diefer Tangente mit der Ellipfe verbinde man die Schnittpunkte *c* und *d* des Strahles *T* mit den Tangenten *A* und *B* durch die geraden Linien *ad* und *bc* und ziehe durch den Schnittpunkt *e* derfelben den Strahl *ef* parallel zu *A*, bezw. *B*; alsdann ift *f* der

Fig. 285.



gefuchte Berührungspunkt. Errichtet man in *f* das Loth auf *T* und befchreibt man über *cd* einen Halbkreis um *n*, fo wird auf jenem Lothe ein Stück *fg* abgefchnitten, welches für die weitere Unterfuchung von Wichtigkeit ift (Potenz der Involution).

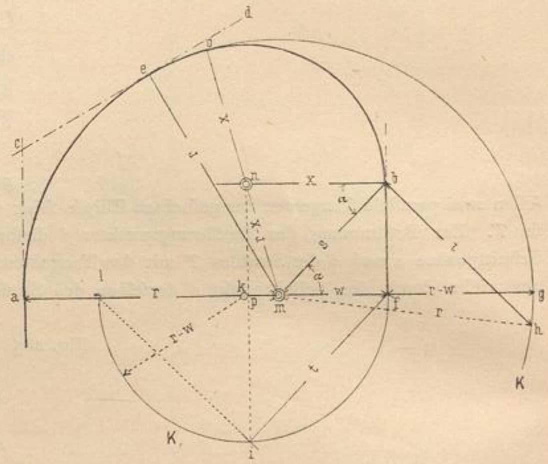
Legt man durch den Punkt *m*, welcher Mittelpunkt der Ellipfe ift, und durch den Punkt *g* einen Kreis, deffen Mittelpunkt *h* auf dem Strahle *T* liegt und welcher diefen Strahl in den Punkten *i* und *k* fchneidet, fo beftimmen die von *i* durch *m* und von *k* ebenfalls durch *m* geführten geraden Linien *iq* und *kr* die Lage der reellen Axen der gefuchten Ellipfe.

Um die Gröfse der Axen zu erhalten, befchreibe man um *i* mit dem Halbmeffer *ig* den Kreisbogen *gs* bis zum Punkte *s* auf *T* und ziehe *st* parallel zu *im*, bis *mk* im Punkte *o* gefchnitten wird; alsdann ift $mo = mr$ die Länge einer halben Axe der Ellipfe. Befchreibt man ferner um *k* mit dem Halbmeffer *kg* einen Kreisbogen, bis derfelbe den Strahl *T* in *l* trifft und zieht man *lu* parallel zu *km*, bis die Gerade *im* in *p* getroffen wird, fo ift $mp = mq$ die Länge der zweiten Halbaxe.

Nach Feftlegen diefer reellen Axen erfolgt ohne Weiteres das Zeichnen der erzeugenden elliptifchen Bogenlinie *apfob* des einhüftigen Gewölbes.

Statt einer elliptifchen Bogenlinie läfft fich auch die Parabel als Erzeugende eines einhüftigen Gewölbes verwenden. Das Zeichnen derfelben kann in der in Fig. 262 (S. 154) angedeuteten Weife gefchehen, wenn in *a* und *b* bei verfchiedener Höhenlage derfelben auch lothrechte Tangenten angenommen werden und, der Lage der Punkte *a*, *b* und *c* entfprechend, die für die Ermittelung der Parabel mafsgebenden Dreiecke *adc* und *bdc* benutzt werden.

Fig. 286.



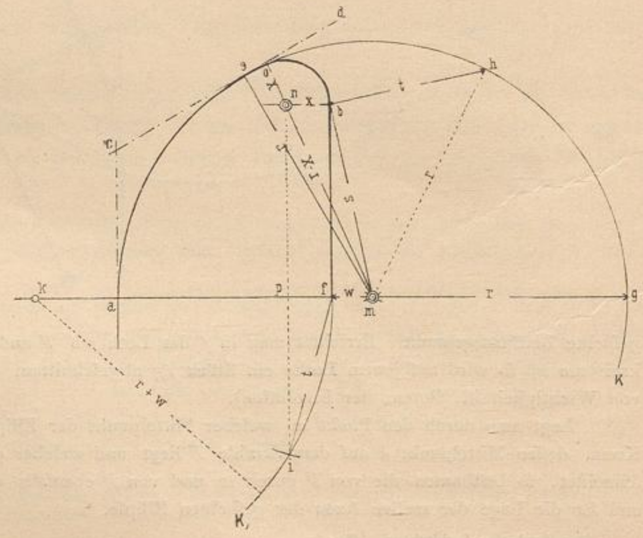
Statt der erwähnten Kegelfchnittlinien wählt man, wie früher fchon erwähnt, um in leichter Weife eine normale Fugenftellung zu erhalten, auch für einhüftige Gewölbe eine Korbbogenlinie als Erzeugende, die dann aus zwei oder mehreren Kreisbogen zufammengefetzt ift.

In Fig. 286 u. 287 find nach einer und derfelben Grundlage Korbbogen aus 2 Mittelpunkten befchrieben, welche in den meiften Fällen in ihrer Conftruction möglich find.

Die Kämpferpunkte *a* und *b* mit ihren zugehörigen lothrechten Tangenten, fo wie eine beliebige Gerade *cd*, welche Tangente des Korbbogens fein foll, find gegeben.

Nimmt man $ac = ce$ und errichtet in *e* das Loth *em*, fo fchneidet daffelbe die durch *a* geführte Wagrechte im Punkte *m*, welcher offenbar Mittelpunkt eines Kreifes ift, für welchen *ac* und *cd* Tangenten find und deffen Halbmeffer $ma = r$ eine nun bekannte Länge erhalten hat. Der Halbmeffer $bn = x$ des in *b* beginnenden Kreisbogens, welcher in diefem Punkte eine lothrecht gerichtete Tangente haben foll, fo wie der Mittelpunkt *n* deffelben und fein Vereinigungspunkt *o* mit dem erften Kreisbogen, wofelbft für beide Kreisbogen eine gemeinfchaftliche Tangente auftreten mufs, find unbekannt. Um zunächft die Gröfse des Halbmeffers *x* zu finden, befchreibe man um *m* mit dem Halbmeffer *ma* einen Kreisbogen *K*, welcher die verlängerte Gerade *am* im Punkte *g* fchneidet, ziehe die Linie *mb* und hierzu in *b* das

Fig. 287.



Loth bh, deffen Endpunkt h dem Kreife K angehört. Nimmt man alsdann $fk = fg$ als Halbmeffer eines um k befchriebenen Kreifes K_1, trägt $fi = bh$ von f als Sehne deffelben ein und fällt man von i das Loth ip auf af, fo ift fp gleich dem gefuchten Halbmeffer x.

Wird nunmehr in b rechtwinkelig zur lothrechten Tangente bf die Strecke $bn = x$ angetragen, fo ift n der Mittelpunkt des vom Kämpferpunkte b ausgehenden Kreisbogens. Zieht man endlich den gehörig verlängerten Strahl mn, fo trifft derfelbe den erften vom Kämpferpunkte a ausgehenden Kreis K im Punkte o, welcher Vereinigungspunkt für die beiden aus m und n befchriebenen, den gefuchten Korbbogen bildenden Kreisbogen ao und ob wird.

Die gegebene Conftruction ift durch folgende, den Bezeichnungen in Fig. 286 u. 287 entfprechende Beziehungen begründet. In Fig. 286 liegt der Mittelpunkt m innerhalb der Spannweite af des Gewölbes. Im fchiefwinkeligen Dreiecke mbn ift

$$(r - x)^2 = s^2 + x^2 - 2sx \cdot \cos\alpha,$$

oder, da $\cos\alpha = \frac{w}{s}$, auch

$$(r - x)^2 = s^2 + x^2 - 2wx,$$

d. h.

$$2(r - w)x = r^2 - s^2.$$

Da ferner $r^2 - s^2 = t^2$, fo ergiebt fich

$$2(r - w)x = t^2$$

oder

$$\frac{x}{t} = \frac{t}{2(r - w)}, \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \qquad 133.$$

wonach t als mittlere Proportionale zwifchen x und $2(r - w)$ auftritt.

Die beiden rechtwinkeligen Dreiecke fpi und fil find einander ähnlich, und es ift

$$\frac{fp}{fi} = \frac{fi}{fl},$$

d. h. entfprechend der Gleichung 133

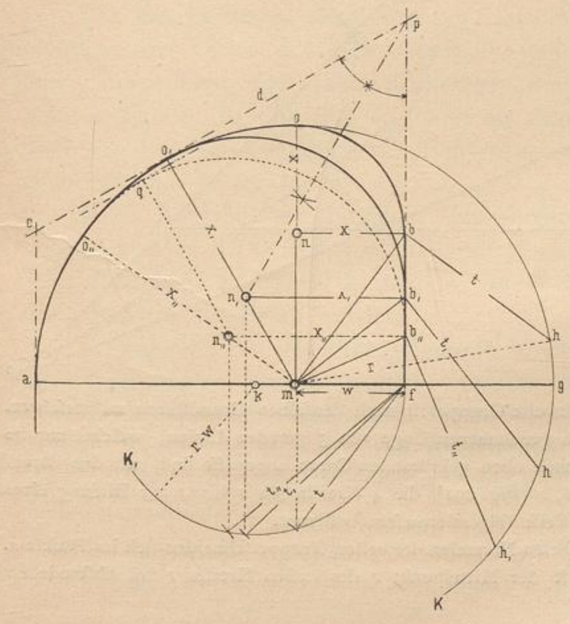
$$\frac{x}{t} = \frac{t}{2(r - w)}.$$

In Fig. 287 liegt der Mittelpunkt m des Kreifes K aufserhalb der Spannweite af; mithin wird die Strecke w negativ, und man erhält unter Einführung von $-w$ ftatt w in Gleichung 133 für diefen Fall

$$\frac{x}{t} = \frac{t}{2(r + w)}, \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \qquad 134.$$

wonach der um k zu befchreibende Kreis K_1 einen Halbmeffer $fk = r + w$ zu erhalten hat, während die übrigen Anordnungen fich nicht ändern.

Fig. 288.



In Fig. 288 find für verfchiedene Hüfthöhen fb, fb_1 u. f. f. nach dem angegebenen Verfahren die zugehörigen Korbbogen aus 2 Mittelpunkten gezeichnet. Hierbei mag bemerkt werden, dafs eine Grenzlage für den Kämpferpunkt b in einer Hüfthöhe fb_1 entfteht, fobald der Mittelpunkt n_1 des von b_1 ausgehenden Kreisbogens der Schnittpunkt der Halbirungslinie des Winkels cpf, welchen die beiden Tangenten cd und fb bilden, mit der Senkrechten mo_1 auf cd wird. Ift die Hüfthöhe kleiner als fb_1, z. B. gleich $fb_{,,}$, fo tritt eine parallele Verfchiebung der urfprünglichen Tangente cd nach q

ein, und der Vereinigungspunkt $o_{,,}$ der beiden Korbbogenkreiſe liegt unterhalb von q.

Bei Korbbogen für einhüftige Gewölbe, mit mehr als 2 Mittelpunkten, z. B. aus 4 derſelben, beſchrieben, läſſt ſich recht oft die in Fig. 289, 290 u. 291 angegebene Conſtruction verwerthen.

Fig. 289.

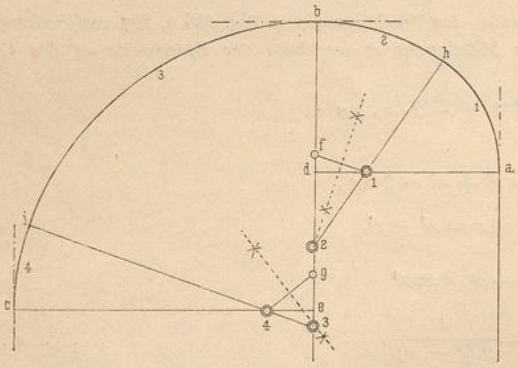
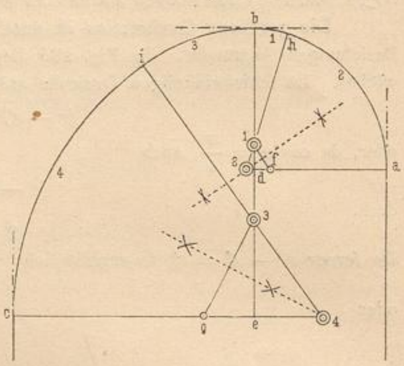


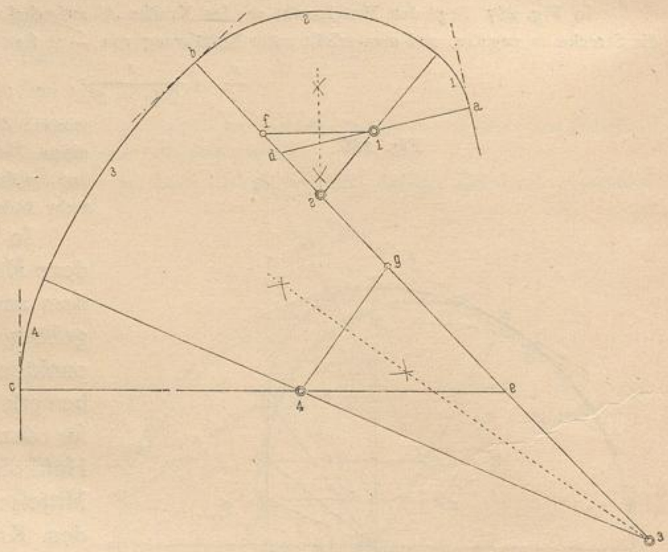
Fig. 290.



Gegeben ſind 3 als Tangenten geltende gerade Linien mit den Berührungspunkten *a*, *b* und *c*. Man ziehe in dieſen Punkten ſenkrechte Strahlen zu den Tangenten, bis dieſelben, gehörig erweitert und der Reihe nach zu Paaren genommen, in *d* und *e* ſich ſchneiden.

Hierdurch entſtehen zwei Gruppen von Strecken, nämlich Gruppe *a a* und *b d*, ſo wie Gruppe *b e* und *c e*. Bei der erſten Gruppe wähle man auf der gröſseren Strecke derſelben einen feſten Mittelpunkt *1* für den erſten Kreisbogen, deſſen Anfangspunkt der dieſer Strecke zugehörige Berührungspunkt iſt.

Fig. 291.



Die Wahl dieſes Mittelpunktes iſt nur in der Weiſe beſchränkt, daſs der Halbmeſſer des erſten Kreiſes ſtets kleiner genommen werden ſoll, als die kürzere Strecke der in Betracht gezogenen Gruppe. Die Länge des ſo feſt geſtellten erſten Halbmeſſers wird vom Berührungspunkte auf der kürzeren Strecke bis *f* abgetragen, auf der Mitte der Verbindungslinie *1 f* das Loth errichtet, welches die erweiterte kürzere Strecke im Punkte *2* ſchneidet, welcher als Mittelpunkt des zweiten Kreisbogens auftritt. Eine durch die Mittelpunkte *1* und *2* gelegte gerade Linie bildet den Scheideſtrahl der zu vereinigenden beiden Kreisbogen der erſten Gruppe. Für die zweite Gruppe iſt nach denſelben Grundſätzen zu verfahren.

So ſind auch bei der ſehr willkürlich genommenen Lage von 3 geraden Linien, welche nur im Allgemeinen als Tangenten dem Laufe einer nach oben gekrümmten Curve angepaſſt ſind, mit den darauf beliebig feſt gelegten Berührungspunkten *a*, *b*, *c* (Fig. 291) die 4 Kreisbogen *1* bis *4* zur Bildung eines einhüftigen Korbbogens in der angegebenen Weiſe folgendermaſsen beſtimmt.

Die zu den Tangenten in *a* und *b* geführten Normalen der erſten Gruppe ſchneiden ſich im Punkte *a*. Die Strecke *a d* iſt gröſser als *b d*; mithin iſt der Mittelpunkt *1* des erſten Kreiſes *1* im Abſtande *a 1* kleiner als *b d* gewählt, auf *a d* angenommen.

Hierauf ift $bf = a1$ abgetragen, in der Mitte der Geraden $f1$ das Loth errichtet, welches erweitert den verlängerten Strahl bd in 2 fchneidet. 2 ift Mittelpunkt des Kreifes 2. Die durch 2 und 1 geführte Gerade fcheidet beide Kreife.

Die in b und c geführten Normalen der zweiten Gruppe treffen fich im Punkte e. Da ce gröfser ift als be, fo ift der Mittelpunkt 4 auf der gröfseren Strecke ce angenommen und dabei $c4$ kleiner als be gewählt. Nunmehr ift $bg = c4$ auf be abgetragen, wiederum in der Mitte der Verbindungslinie $g4$ das Loth errichtet, welches verlängert die entfprechend fortgeführte Normale be im Punkte 3, d. i. im Mittelpunkte des Kreifes 3 trifft. Der Scheideftrahl der Kreife 3 und 4 ift die durch die Punkte 3 und 4 geführte Gerade.

b) Stärke der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager.

Beim Anfertigen des Entwurfes eines Tonnengewölbes, welches als Decke für einen gegebenen Raum ausgeführt werden foll, tritt die Frage in den Vordergrund, welche Stärke dem Gewölbe und feinen Widerlagern gegeben werden mufs, damit diefe Baukörper eine fichere und dauernde Standfähigkeit befitzen. Bei der Beftimmung diefer Stärken ift nicht aufser Acht zu laffen, dafs der Materialaufwand für die Gewölb- und Widerlagsmaffen ohne Schädigung der Stabilität der ganzen Wölbanlage ein möglichft kleiner wird. Aus diefem Grunde wird zunächft die geringfte Weite des zu überdeckenden Raumes als Spannweite für das Gewölbe angenommen, während die längeren Begrenzungen deffelben den Widerlagern zugewiefen werden. Sodann ift die gröfste Belaftung feft zu fetzen, welche aufser dem Eigengewicht der Conftruction im ungünftigften Falle auf das Gewölbe kommen foll, und endlich ift die Befchaffenheit des Materials in Hinficht auf fein Gewicht und namentlich auf feine Feftigkeit gegen Zerdrücken forgfältig in Betracht zu ziehen. 136. Stärke unbelafteter halb-kreisförmiger Tonnengewölbe.

Wenngleich eine grofse Zahl von empirifchen Regeln für die Beftimmung der Stärken der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager aufgeftellt worden ift, fo haben alle diefe Regeln doch nur innerhalb gewiffer Grenzen eine Berechtigung für ihre Anwendung; aufserhalb diefer Grenzen können fie fogar zu einem Irrthum Veranlaffung geben.

Für das Feftlegen der Form der Gewölblinie, für die Beftimmung des Fugenfchnittes, der Dicke des Gewölbkörpers und der Stärke des Widerlagers find in jedem befonderen Falle die Wirkungen der im Gewölb- und Widerlagskörper thätigen Kräfte, fo weit und fo fcharf als folches möglich, zu ergründen, um hierdurch die Ueberzeugung von der Feftigkeit und Sicherheit des Baukörpers in allen feinen Theilen zu gewinnen.

Diefe Aufgabe der ftatifchen Unterfuchung der Gewölbe fällt der »Gewölbetheorie« anheim. Die Bekanntfchaft mit derfelben mufs hier vorausgefetzt und in diefer Beziehung auf Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Abth. II, Abfchn. 4[160]) diefes »Handbuches« verwiefen werden.

Wenngleich in den Abhandlungen über »Gewölbtheorie« wefentlich die im Ingenieurbauwefen vorkommenden Gewölbe in Betracht gezogen werden, fo ift dennoch zu beachten, dafs diefe Theorie auch für die Gewölbe im Hochbau von grofsem Werthe ift und in ihren Ergebniffen immer mehr und mehr Verwendung finden follte. Auf einige wichtige diefer Ergebniffe möge im Folgenden hingewiefen werden[161]).

[160]) 2. Aufl.: Abth. II, Abfchn. 5.

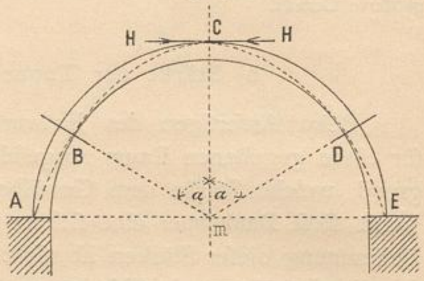
[161]) Siehe auch: SCHEFFLER, H. Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eifernen Brücken. Braunfchweig 1857. RITTER, A. Lehrbuch der Ingenieurmechanik. Hannover 1876.

Ein unbelaftetes halbkreisförmiges Tonnengewölbe mit concentrifcher Rückenlinie ift, wenn von der Adhäfion des Mörtels in den Wölbfteinfugen abgefehen wird, eben noch im Zuftande des Gleichgewichtes, fobald die Gewölbftärke $d = \frac{1}{17{,}544}$ der Spannweite s beträgt, oder, da s gleich dem Zweifachen des Halbmeffers r der Erzeugenden diefes Gewölbes ift, wenn

$$d = \frac{2r}{17{,}544} \quad \text{oder rund} \quad d = \frac{r}{9}$$

wird.

Fig. 292.

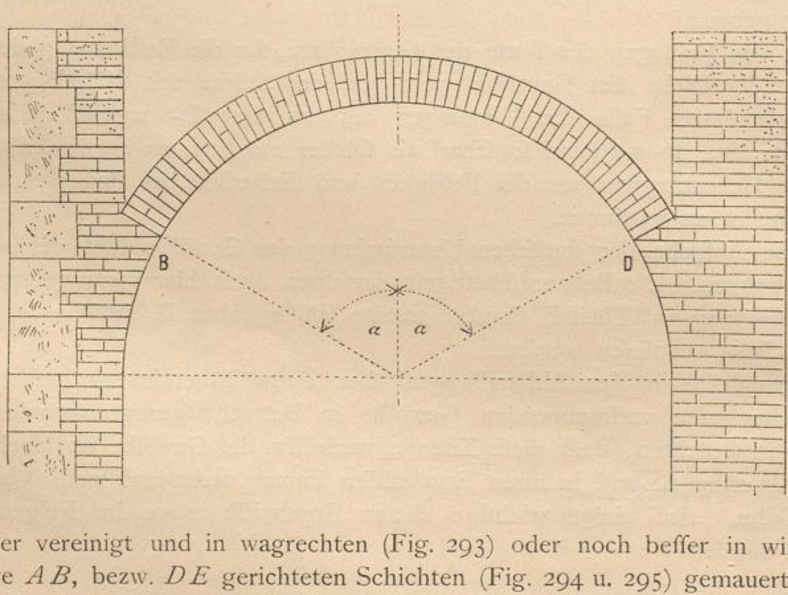


Bei diefer Abmeffung verläuft die dem möglichft kleinften Horizontalfchube H entfprechende Mittellinie des Druckes (Stützlinie) nach Fig. 292 als Curve $ABCDE$, welche in den Punkten B und D die innere Wölblinie berührt und an diefen Stellen die fog. Bruchfuge kennzeichnet. Der Bruchwinkel α beträgt 54 Grad 10 Minuten oder nahezu 60 Grad mit dem Scheitellothe Cm; die Curve felbft nähert fich ftark einer Parabel.

Auch bei einem belafteten halbkreisförmigen Tonnengewölbe, bei welchem die Gewölbzwickel ausgemauert oder bei welchem noch aufserdem eine Uebermauerung, bezw. eine gleichförmig vertheilte Ueberlaft angebracht ift, ergiebt fich die Lage der erwähnten Bruchfuge durch einen Bruchwinkel von nahezu 60 Grad.

Hieraus folgt für die praktifche Ausführung der Halbkreis-Tonnengewölbe fchon die beachtenswerthe Anordnung, dafs zweckmäfsig die unteren Wölbftücke BA und DE gar nicht als Gewölbe in Mitleidenfchaft gezogen, vielmehr mit dem Wider-

Fig. 293.



lagskörper vereinigt und in wagrechten (Fig. 293) oder noch beffer in winkelrecht zur Curve AB, bezw. DE gerichteten Schichten (Fig. 294 u. 295) gemauert werden. Durch diefe Conftruction wird die Spannweite des Gewölbes vermindert; die Gewölbdicke wird fich dadurch geringer geftalten und die Widerlagsftärke fich ebenfalls

Fig. 294.

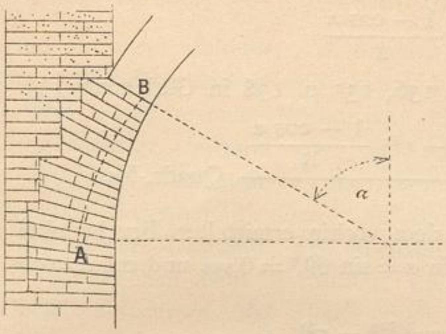
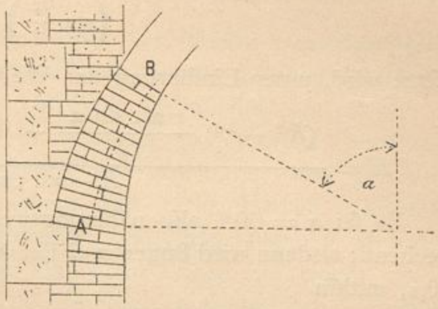


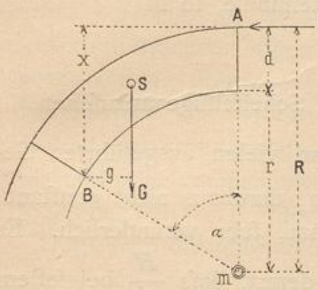
Fig. 295.



verkleinern. Da die Form der Mittellinie des Druckes von der Form der Gewölblinie wefentlich mit abhängt, die erftere aber fich bei Halbkreisgewölben von der Parabel nicht weit entfernt, fo folgt, dafs bei einer Parabel als Gewölblinie von vornherein auch eine günftige Mittellinie des Druckes in einem Parabel-Tonnengewölbe entfpringen wird (vergl. Art. 127, S. 153).

Von Wichtigkeit für die Beftimmung der Gewölbftärke und fpäter der Dicke des Widerlagers ift die Ermittelung der Gröfse des Gewölbfchubes H. Für eine beliebige, unter einem Winkel α zur Wagrechten geneigte Fuge B (Fig. 296) eines unbelafteten Halbkreisgewölbes hat der in der Scheitelfuge wirkende wagrecht gerichtete Gewölbfchub H mindeftens einen Werth, welcher fich nach den Bezeichnungen in Fig. 296 berechnen läfft aus der Gleichung 367 in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 451 [162]) diefes »Handbuches«

Fig. 296.



$$H = \frac{G\,g}{x} \quad \ldots \ldots \quad 135.$$

Ift nun, wie in üblicher Weife angenommen wird, die Tiefe des Gewölbes rechtwinkelig zur Zeichenfläche gleich der Längeneinheit des Zeichenmafsftabes und ferner das Gewicht der Raumeinheit des Wölbmaterials gleich der Krafteinheit, fo läfft fich das Gewicht G des Ringftückes $A\,B$ gleich dem Flächeninhalte diefes Stückes fetzen, d. h.

$$G = \frac{R^2 - r^2}{2}\,\alpha \text{ Quadr.-Met.} \quad \ldots \ldots \quad 136.$$

Da nun die wagrechte Entfernung g des Schwerpunktes S des Ringftückes vom Punkte B fich als

$$g = r \,.\, \sin\alpha - \frac{2}{3} \,.\, \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \,.\, \frac{\left(\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}{\frac{\alpha}{2}} \text{ Met.} \quad \ldots \ldots \quad 137.$$

beftimmt und da ferner der lothrechte Abftand x des Angriffspunktes A des Gewölbfchubes H vom Fugenpunkte B als

$$x = (R - r \,.\, \cos\alpha) \text{ Met.} \quad \ldots \ldots \quad 138.$$

[162]) 2. Aufl.: Art. 274 (S. 258).

erſcheint, ſo erhält man, wenn in Gleichung 137

$$\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

geſetzt wird, unter Einführung der Werthe 136, 137 u. 138 in Gleichung 135,

$$H = \frac{(R^2 - r^2)\,\dfrac{r\,\alpha\,.\,\sin \alpha}{2} - (R^3 - r^3)\,\dfrac{1 - \cos \alpha}{3}}{R - r\,.\,\cos \alpha} \text{ Quadr.-Met.} \quad . \quad 139.$$

Es ſei $\alpha = 60^0$, alſo näherungsweiſe dem vorhin ermittelten Bruchwinkel entſprechend; alsdann wird Bogen $\alpha = 1{,}0472$, $\sin \alpha = \sin 60^0 = 0{,}866$ und $\cos \alpha = \cos 60^0 = 0{,}5$, mithin

$$H = \frac{0{,}4534\,(R^2 - r^2)\,r - 0{,}166\,(R^3 - r^3)}{R - 0{,}5\,r} \text{ Quadr.-Met.} \quad . \quad . \quad . \quad 140.$$

Wäre nun die Scheitelſtärke d des Gewölbes bekannt, ſo würde ſich die Gröſse von H zahlenmäſsig feſt ſtellen laſſen, da bei gegebenem r der Werth $R = r + d$ wird. Anderſeits würde dann auch bei der Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit, z. B. $= 1^m$, die Fläche der gedachten Scheitelfuge gleich d Quadr.-Met. ſein, und endlich würde, wenn die Gröſse H noch mit 1 multiplicirt wird, dieſelbe auch ſofort als H Cub.-Met. ausgedrückt werden können. Denkt man ſich dieſe H Cub.-Met. als eine Steinſäule des Wölbmaterials auf der Fläche d Quadr.-Met. angebracht und ermittelt man bei dem als bekannt geltenden Eigengewicht γ Kilogr. einer Raumeinheit des Wölbmaterials das Gewicht der erwähnten Steinſäule, ſo iſt

$$\frac{H}{d}\,\gamma \text{ Kilogr.}$$

als mittlerer Druck für die Flächeneinheit der gedachten Scheitelfuge anzuſehen.

Der Werth $\frac{H}{d}$ iſt, wie zahlreiche Berechnungen an vielen ausgeführten Gewölben, namentlich bei Brückengewölben, ergeben haben, durchaus nicht conſtant; im Gegentheil iſt derſelbe, wie *Scheffler* nachgewieſen hat, ſehr veränderlich. Er nimmt mit dem Wachſen des Gewölbſchubes zu, aber derart, daſs $\frac{H}{d}$ bei feſtem Wölbmaterial bei kleinen Gewölben dem Gewichte einer Steinſäule von etwa 3^m Höhe, bei den gröſsten Gewölben dem Gewichte einer Steinſäule von etwa 60^m Höhe entſpricht.

Iſt z. B. für ein ſehr groſses Gewölbe $H = 90$ gefunden, ſo müſſte, um die Höhe 60^m der entſprechenden Steinſäule nicht zu überſchreiten,

$$\frac{H}{d} = 60 \quad \text{oder} \quad d = 1{,}5^m$$

werden. Alsdann iſt, wenn 1^{cbm} dieſer Steinſäule 2200^{kg} wiegt, die mittlere Preſſung $\frac{90 \cdot 2200}{1{,}5 \cdot 1} = 132000^{kg}$ für 1^{qm} oder $13{,}2^{kg}$ für 1^{qcm}, während bei einem kleineren Gewölbe, für welches $H = 2$ und $d = 0{,}3$ ſich ergeben hat, die mittlere Preſſung $= \frac{2 \cdot 2200}{0{,}3 \cdot 1} = 11333^{kg}$ für 1^{qm} oder nur $1{,}1333^{kg}$ für 1^{qcm} wird.

Im letzteren Falle wäre die Höhe x der Steinſäule zu finden aus $0{,}3 \cdot 1 \cdot x = 2 \cdot 1$, d. h. $x = 6{,}66^m$.

Bei dem zur Widerlagsfuge von der Stärke d_1 ſenkrecht gerichteten Gewölbdrucke N treten in Rückſicht auf den Werth $\frac{N}{d_1}$ ähnliche Zuſtände auf. Aber *Scheffler* hat ermittelt, daſs der mittlere Druck $\frac{N}{d_1}$ für die Flächeneinheit der

Widerlagsfuge meiftens weit gröfser ift als der Werth $\frac{H}{d}$, und zwar oft um das Drei- und Vierfache deffelben, d. h. dafs diefer Druck bei kleinen Gewölben dem Gewichte eines Steinprismas von etwa 9 bis 12 m Höhe, bei den gröfsten Gewölben jedoch dem Gewichte eines folchen von 180 m bis fogar 240 m Höhe entfpricht.

Der wichtige Umftand nun, dafs auf Grund der an ausgeführten Gewölben vorgenommenen Berechnungen und Beobachtungen die Annahme eines gleichen Feftigkeits-Coefficienten für Druck auf die Flächeneinheit nicht ftatthaft erfcheint, fo wie der fernere Umftand, dafs auch eine gleichförmige Vertheilung des Druckes in den Fugenflächen nicht ftattfindet, wie die klaffenden Fugen bei einem etwas mangelhaft conftruirten und gleich nach der Ausführung ausgerüfteten Gewölbe zeigen, ohne dafs ein Einfturz diefes Gewölbes erfolgt, verfchaffen der Annahme Raum, dafs felbft bei den gröfsten Gewölben in der gedachten Scheitelfuge keine gröfsere mittlere Preffung entftehen foll, als folche dem Gewichte einer Steinfäule von 60 m Höhe entfpricht und dafs ferner die Widerlagsfuge bei folchen grofsen Gewölben bei Weitem nicht durch einen Normaldruck beanfprucht werden foll, welchen eine Steinfäule von $3 . 60 = 180$ m liefern würde, dafs vielmehr nur ein mittlerer Normaldruck zuläffig fein foll, welcher durch das Gewicht eines Steinprismas von höchftens 86 m Höhe hervorgerufen wird.

Im weiteren Verfolge diefer Annahmen find von *Scheffler* Tabellen zur Beftimmung der Gewölbftärken berechnet, und wenngleich diefelben, wie fchon oben bemerkt, vorzugsweife für Brückengewölbe ermittelt find, fo laffen fich doch bei den übereinftimmenden Eigenfchaften, welche Gewölbe, gleichgiltig, welchen Zwecken fie dienen follen, immer aufweifen, die forgfältig erzielten Ergebniffe auch füglich für die Gewölbe des Hochbauwefens verwerthen.

Ohne hier eine Umrechnung der von *Scheffler* gegebenen Tafel zur Beftimmung der Gewölbftärke vorzunehmen, ift in Rückficht auf die Gewölbe des Hochbauwefens das folgende Verfahren eingefchlagen.

Trägt man die abfoluten Werthe von H als Abfciffen und die jedem einzelnen H entfprechenden Gewölbftärken d als Ordinaten auf und verbindet man die Endpunkte diefer Ordinaten, fo erhält man eine krumme Linie. Sucht man die Gleichung einer Curve, welche fich mit gröfster Wahrfcheinlichkeit jener krummen Linie nähert, fo findet man, dafs die gefuchte Curve der Scheitelgleichung einer Ellipfe entfpricht, deren halbe grofse Axe der Zahl 90, deren halbe kleine Achfe der Zahl 1,5 entfpricht, d. h. jenen oben erwähnten Grenzwerthen $\frac{H}{d} = \frac{90}{1{,}5} = 60$ m.

Da die Scheitelgleichung einer Ellipfe mit den Halbaxen a und b bekanntlich

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{(2a - x)\, x}$$

ift, fo wird, wenn $y = d$, $a = 90$, $b = 1{,}5$ und $x = H$ gefetzt wird,

$$d = \frac{1{,}5}{90} \sqrt{(180 - H)\, H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 141.$$

oder

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - H)\, H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 142.$$

Nach dem vorhin bezeichneten Grenzwerthe der Höhe des Steinprismas zu

60^{m} ift in Gleichung 142 für H höchftens 90 in Rechnung zu bringen. Für $H > 90$ müffte

$$d = \frac{H}{60} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 143.$$

werden, alfo im geraden Verhältniffe mit H wachfen. Für Gewölbe im Hochbauwefen ift auf diefen Fall füglich nicht zu rechnen.

Die im Vorhergehenden bezeichnete Zahl 60^{m} gilt für fehr feftes Steinmaterial. Im Hochbauwefen kommt jedoch in den meiften Fällen für den Gewölbebau Backfteinmaterial zur Verwendung, welches im Allgemeinen nicht die Feftigkeit gegen Druck befitzt, wie das oben angenommene Steinmaterial. Aus diefem Grunde ift es rathfam, für Backfteingewölbe den Werth

$$\frac{H}{d} = 50$$

zu fetzen, d. h. die Höhe des Backfteinprismas nur zu höchftens 50^{m} anzunehmen.

Da H die Gröfse 90 beibehält, fo ergiebt fich nunmehr

$$d = \frac{90}{50} = 1{,}8^{m}.$$

Beträgt das Gewicht von 1^{cbm} Backfteinmaterial 1600^{kg}, fo wird die mittlere Preffung $\frac{90 \cdot 1600}{1{,}8 \cdot 1} = 80000^{kg}$ für 1^{qm} oder 8^{kg} für 1^{qcm}.

Unter Anwendung der Werthe für $d = 1{,}8$ und dem zugehörigen $H = 90$ erhält man entfprechend der Gleichung 141 nun für Backfteinmaterial

$$d = \frac{1{,}8}{90} \sqrt{(180 - H)\,H} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 144.$$

oder

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - H)\,H} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 145.$$

Würde im befonderen Falle H gröfser als 90, fo müfste

$$d = \frac{H}{50} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 146.$$

genommen werden.

Ein gleicher Zufammenhang, wie zwifchen H und d, befteht auch zwifchen dem Normaldruck N und der hierfür auftretenden Gewölbftärke d_1, wenn nur zuvor in Rückficht gezogen wird, dafs, wie vorhin erwähnt, $\frac{N}{d_1}$ höchftens $= 3 \cdot 60^{m} = 180^{m}$ werden foll.

Man erhält ähnlich wie in Gleichung 141, fobald in der Ellipfen-Gleichung $3a$ ftatt a gefetzt wird,

$$d_1 = \frac{1{,}5}{3 \cdot 90} \sqrt{(2 \cdot 3 \cdot 90 - N)\,N}\,, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 147.$$

d. h.

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - N)\,N} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 148.$$

als allgemeinen Ausdruck für die von N abhängige Gewölbftärke. Da aber bei gröfseren Gewölben höchftens

$$\frac{N}{d_1} = 86^{m}$$

werden ſoll und dieſer Werth nach Ausweis derartiger ausgeführter Gewölbe für N nahezu gleich 114 eintritt, ſo ergiebt ſich

$$d_1 = \frac{114}{86} = 1{,}34\,\mathrm{m}$$

und gleichzeitig für N ein Grenzwerth bei der Anwendung von Gleichung 148.

Für $N \geqq 114$ iſt $d_1 = \frac{1{,}34}{114} N$, d. h.

$$d_1 = \frac{1}{8{,}6} N \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 149.$$

zu nehmen, während für kleinere Werthe von N die Stärke d_1 nach Gleichung 148 ermittelt werden kann.

Bei Backſteingewölben iſt es aus denſelben Gründen, wie ſolche vorhin bei dieſen Baukörpern angegeben ſind, zweckmäſsig, den Factor $\frac{1}{180}$ in Gleichung 148 herabzumindern, wie ſolches in Gleichung 145 für d geſchehen iſt, und denſelben auf $\frac{1}{3 \, . \, 50} = \frac{1}{150}$ zu bringen. Danach wird

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - N)\, N} \;, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 150.$$

worin N höchſtens bis 114 eintreten ſoll.

Für $N \geqq$ als 114 wird ſachgemäſs $\frac{N}{d_1}$ nicht mehr gleich 86, ſondern geringer genommen, ſo daſs $\frac{N}{d_1} = 72\,\mathrm{m}$ geſetzt wird.

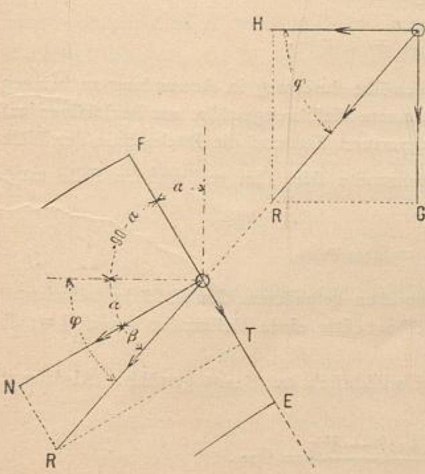
Hiernach wird bei dem Grenzwerthe $N = 114$

$$d_1 = \frac{114}{72} = 1{,}58\,\mathrm{m}$$

und nunmehr für $N \geqq 114$ die Stärke $d_1 = \frac{1{,}58}{114} N$, d. h. genau genug

$$d_1 = \frac{1}{72} N \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 151.$$

Fig. 297.



Wenn im Hochbauweſen bei Tonnengewölben die Gleichung 151 wohl nicht in Anwendung kommt, ſo iſt doch bei gröſseren Kuppelgewölben ihre Benutzung nach Ermittelung des Normaldruckes, welchen die Kuppel auf ihrer Baſis hervorruft, unter Umſtänden für die Beſtimmung der Gewölbſtärke der Kuppel an ihrem Fuſse erforderlich.

Für die Anwendung der für d, bezw. d_1 gegebenen Gleichungen iſt noch das Folgende zu beachten.

Liefert der Normaldruck N kleinere oder gleiche Werthe als der Gewölbſchub H, ſo iſt der für H gefundene Werth d durchweg für das ganze Gewölbe beizubehalten. Entſteht dagegen für N eine gröfsere Stärke d_1, als die für den Gewölbfchub H gefundene Dicke d ift, fo tritt vom Gewölbfcheitel bis zur Widerlagsfuge eine ftetig von d bis d_1 wachfende Verftärkung des Gewölbes ein.

Die Gröfse des Normaldruckes N ergiebt fich nach Fig. 297 als

$$N = R \cdot \cos \beta = R \cdot \cos (\varphi - \alpha),$$

d. h.

$$N = R (\cos \varphi \cdot \cos \alpha + \sin \varphi \cdot \sin \alpha).$$

Da $\cos \varphi = \frac{H}{R}$ und $\sin \varphi = \frac{G}{R}$, fo wird

$$N = H \cos \alpha + G \sin \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad 152.$$

Für $\sphericalangle \alpha = 60$ Grad ift

$$N = 0{,}5\ H + 0{,}866\ G \quad \ldots \ldots \ldots \quad 153.$$

Beifpiele: 1) Ein unbelaftetes, aus Backfteinen auszuführendes Halbkreisgewölbe von 2^{m} Halbmeffer fei bis zur Bruchfuge (Bruchwinkel α gleich 60 Grad angenommen) in wagrechten Schichten aufgeführt. Für das verbleibende Gewölbftück ift die Stärke zu berechnen.

Die unbekannte Gewölbdicke im Scheitel möge zunächft gleich $\frac{1}{2}$ Backfteinlänge, alfo gleich $0{,}12^{\mathrm{m}}$ gefetzt werden. Da $r = 2^{\mathrm{m}}$ und $d = 0{,}12^{\mathrm{m}}$ ift, fo ift $R = 2{,}12^{\mathrm{m}}$, und es wird nach Gleichung 140

$$H = \frac{0{,}4534\ (2{,}12^2 - 2^2)\ 2 - 0{,}166\ (2{,}12^3 - 2^3)}{2{,}12 - 0{,}5 \cdot 2} = 0{,}173.$$

Hiernach erhält man unter Benutzung von Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 0{,}173)\ 0{,}173} = 0{,}1115^{\mathrm{m}}.$$

Die urfprünglich für d gewählte Abmeffung $0{,}12^{\mathrm{m}}$ weicht von der berechneten Gröfse nur ganz wenig ab. Da aufserdem aus praktifchen Gründen die Stärke von einer halben Backfteinlänge nicht ohne Verhauen der Steine herzuftellen ift, fo kann die geführte Rechnung für d abgefchloffen und danach die Gewölbftärke zu $0{,}12^{\mathrm{m}}$ beibehalten werden.

Die Gröfse des Normaldruckes N wird nach Gleichung 153

$$N = 0{,}5 \cdot 0{,}173 + 0{,}866\ G$$

oder, da fich nach Gleichung 136, worin für $\sphericalangle \alpha = 60$ Grad und $\alpha = 1{,}0472$ zu fetzen ift,

$$G = \frac{2{,}12^2 - 2^2}{2}\ 1{,}0472 = 0{,}259$$

ergiebt,

$$N = 0{,}31$$

gefunden. Unter Einführung diefes Werthes in Gleichung 150 wird

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0{,}31)\ 0{,}31} = 0{,}083^{\mathrm{m}}.$$

Da d_1 kleiner ift als d, fo ift die Stärke d für das Gewölbe durchweg in Anwendung zu bringen.

Nach einer empirifchen Regel, welche *Rondelet* für kleinere Halbkreisgewölbe aus Backfteinen aufgeftellt hat, foll, wenn die Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert find und die Rückenlinie der Wölblinie concentrifch ift, die Gewölbftärke gleich $\frac{1}{36}$ der Spannweite fein. Im vorliegenden Falle würde hiernach

$$d = \frac{2r}{36} = \frac{2 \cdot 2}{36} = \frac{1}{9} = 0{,}111^{\mathrm{m}}$$

werden, mithin fich in recht guter Uebereinftimmung mit der oben gefundenen Gewölbftärke befinden.

2) Das in gleicher Weife auszuführende Halbkreisgewölbe befitze einen Halbmeffer r von 4^{m}; die Gewölbftärke foll ermittelt werden.

Die noch unbekannte Gewölbftärke fei vorläufig und willkürlich zu $0{,}12^{\mathrm{m}}$ gewählt. Alsdann ift $R = r + 0{,}12 = 4{,}12$ und ferner nach Gleichung 140

$$H = \frac{0{,}4534\ (4{,}12^2 - 4^2)\ 4 - 0{,}166\ (4{,}12^3 - 4^3)}{4{,}12 - 0{,}5 \cdot 4} = 0{,}37.$$

Bringt man diefen Werth in Gleichung 145, fo ift

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 0{,}37)\, 0{,}37} = 0{,}16 \, ^{\mathrm{m}},$$

womit ein erfter Näherungswerth für d berechnet ift. Unter Benutzung deffelben wird weiter nach Gleichung 140

$$H = \frac{0{,}4534\,(4{,}16^2 - 4^2)\, 4 - 0{,}166\,(4{,}16^3 - 4^3)}{4{,}16 - 0{,}5 \,.\, 4} = 0{,}48 .$$

Für diefen Gewölbfchub liefert Gleichung 145 die Gewölbftärke $d = 0{,}18 \, ^{\mathrm{m}}$.

Da die Unterfuchung zeigt, dafs die Gewölbftärke d einen gröfseren Werth als $d = 0{,}12 \, ^{\mathrm{m}}$ beanfprucht, fo möge jetzt $d = 0{,}20 \, ^{\mathrm{m}}$ genommen werden. Hierdurch erhält man nach Gleichung 140 den Gewölbfchub $H = 0{,}59$ und dann nach Gleichung 145 die Gewölbftärke $d = 0{,}206 \, ^{\mathrm{m}}$, welche nur noch wenig von $d = 0{,}20 \, ^{\mathrm{m}}$ abweicht, fo dafs hiermit die Rechnung ihren Abfchlufs findet.

Hätte man d ftatt $0{,}20 \, ^{\mathrm{m}}$ zu $0{,}25 \, ^{\mathrm{m}}$ eingeführt, fo hätte man durch das Ausrechnen für d nur nahezu $0{,}23 \, ^{\mathrm{m}}$ und damit die Anzeige erhalten, dafs die Gewölbftärke kleiner als $0{,}25 \, ^{\mathrm{m}}$ zu nehmen wäre.

Für den Normaldruck N ergiebt fich nach Gleichung 153, da $H = 0{,}59$ ift,

$$N = 0{,}5 \,.\, 0{,}59 + 0{,}866\, G ,$$

worin nunmehr

$$G = \frac{4{,}2^2 - 4^2}{2}\, 1{,}0472 = 0{,}859$$

wird, fo dafs man

$$N = 1{,}04$$

erhält. Mit Benutzung von Gleichung 150 ergiebt fich weiter

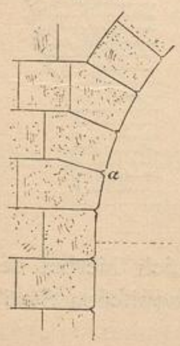
$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 1{,}04)\, 1{,}04} = 0{,}15 \, ^{\mathrm{m}} .$$

Da nun auch in diefem Beifpiele d_1 kleiner als d wird, fo ift wiederum das Gewölbe in gleicher Stärke auszuführen. Da man aber ftatt $d = 0{,}20 \, ^{\mathrm{m}}$ in der Praxis d entfprechend der Backfteinlänge zu $0{,}25$ nimmt, fo ergiebt fich hierdurch von felbft noch eine etwas erhöhte Gewölbftärke.

Nach der von *Rondelet* herrührenden empirifchen Regel würde fich $d = \frac{2 \,.\, 4}{36} = 0{,}22 \, ^{\mathrm{m}}$ ergeben haben.

Ein ohne Hintermauerung und nicht mit wagrecht vorgemauerten Anfängern verfehenes, frei im Widerlager aufftehendes, unbelaftetes Halbkreisgewölbe mit einem Halbmeffer $r = 4 \, ^{\mathrm{m}}$, müffte, fo lange noch nicht auf eine kräftige Verkittung der Wölbfteine durch den Fugenmörtel gerechnet werden darf, nach den früher gemachten Angaben mindeftens $\frac{2\, r}{17{,}544} = \frac{2 \,.\, 4}{17{,}544} = 0{,}456 \, ^{\mathrm{m}}$ ftark werden, um bei diefer Stärke fich im Grenzzuftande des Gleichgewichtes gegen Drehung und Gleiten zu befinden. Statt der Dicke d von $0{,}456 \, ^{\mathrm{m}}$ würde man felbftverftändlich die Stärke von zwei Backfteinlängen, d. h. einfchliefslich der Fuge $0{,}51 \, ^{\mathrm{m}}$ zur Ausführung bringen. 137. Gewölbeanfänger.

Fig. 298.



Aus dem Vergleiche diefer Gewölbftärke mit der im zweiten Beifpiele geführten Rechnung ift wiederum deutlich der Vortheil zu erkennen, welcher fich für den Gewölbkörper mit den bis zur Bruchfuge in wagrechten Schichten ausgeführten Gewölbanfängern herausftellt.

Eine folche in wagrechten Schichten aufgemauerte Conftruction des Gewölbanfängers ift auch bei Tonnengewölben aus Quadern nach Fig. 298 in jeder Beziehung anzurathen. Hierbei treten zur Vermeidung von fpitzen Winkeln kurze, fenkrecht zur Wölblinie ftehende Fugen a auf, welche an ihren vorderen Kanten eine geringe Abfchrägung, den fog. Druckfchlag erhalten. Diefer Druckfchlag verhindert in vielen Fällen das Abfprengen der Steinkanten durch diejenigen Preffungen, welche unter Umftänden beftrebt find, fich im Gewölbkörper der Wölblinie zu nähern.

Treten zwei Tonnengewölbe gegen eine gemeinfchaftliche Widerlagsmauer, fo ift der Gewölbanfänger, gleichgiltig, welches Material zum Gewölbe benutzt wird, nach Fig. 299 für beide Baukörper gemeinfam in wagrechten Schichten bis zu den Bruchfugen auszuführen. Eine Anordnung nach Fig. 300 ift in hohem Grade zu tadeln, da der im Gewölbzwickel auftretende Mauerkörper als ein durch die obere Belaftung ftark eingefügter Keil auftritt, welcher nachtheilig auf das Baufyftem einzuwirken vermag.

Fig. 299.

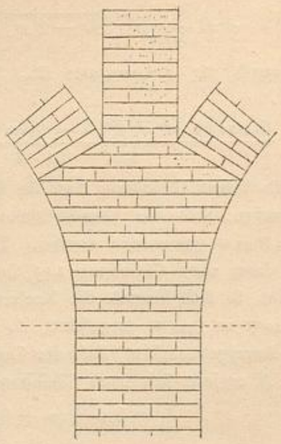
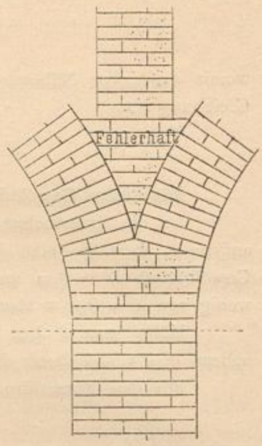
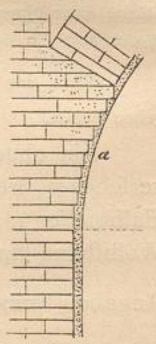


Fig. 300.



Bei Backfteinmaterial ift das Verhauen der Steine im Anfänger an der Laibungsfläche (Fig. 301) unnöthig, da, falls ein Verputzen des Gewölbes im Inneren vorgenommen werden foll, diefelbe, wie bei *a*, fich in die fog. Uebergkragungen der Steine legt. Für derartige Gewölbe, deren Laibungsflächen keinen Putz erhalten follen, ift die Anwendung von Formfteinen nach Fig. 302 empfehlenswerth.

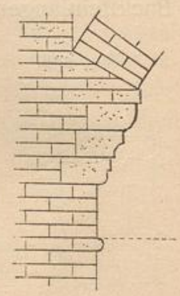
Fig. 301.



138.
Stärke belafteter halbkreisförmiger Tonnengewölbe.

Tonnengewölbe, wie Gewölbe überhaupt, welche nur als fog. unbelaftete Gewölbe ihr Eigengewicht zu tragen haben, kommen allerdings bei Deckenbildungen im Hochbauwefen vor. Recht oft jedoch erfahren derartige Gewölbe noch weitere Belaftungen durch Hintermauerung, d. i. Ausfüllung der Gewölbzwickel, durch vollftändige Uebermauerung, durch darüber liegende Fufsboden-Conftructionen, durch Auffchüttungen und durch ab und zu auftretende veränderliche Belaftungen, welche häufig ein bedeutendes Gewicht ergeben.

Fig. 302.

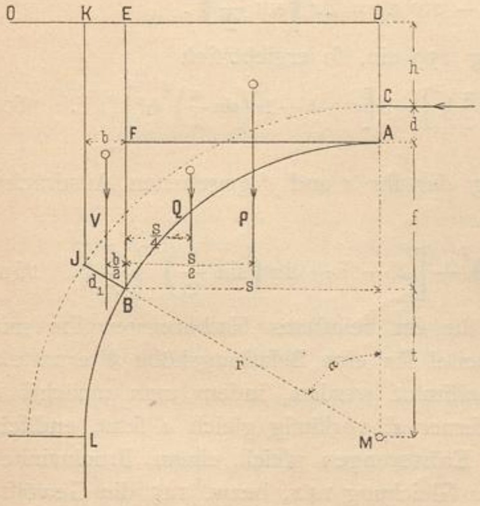


Denkt man fich die gefammte in Frage kommende fernere Belaftung des Gewölbes erfetzt durch einen Steinkörper von gleichem Material, woraus das Gewölbe befteht, fo erfcheint der Querfchnitt des Gewölbes mit feiner Belaftung unten und oben begrenzt durch die innere Wölblinie und die obere Belaftungslinie, welche zwifchen fich die Belaftungsfläche enthalten. Da nach diefer Zurückführung der auf das Gewölbe kommenden Belaftung auf eine Maffe, welche daffelbe Eigengewicht befitzt, wie das Gewölbmaterial, Gleichartigkeit vorhanden ift, fo kann man nach Feftlegen der Belaftungsfläche, bei der Annahme der Gewölbetiefe gleich der Längeneinheit, ohne fernere Umrechnungen des Gewichtes der Belaftung fofort der Stabilitätsunterfuchung des Gewölbes näher treten und fich hierbei der Rechnung oder vielfach kürzer der einfchlägigen Verfahren der graphifchen Statik bedienen.

Für den hier vorliegenden Zweck, Anhaltspunkte für die Ermittelung der Gewölbstärke zu gewinnen, soll zunächst der Weg der Rechnung betreten werden.

Es sei nach Fig. 303 AL die innere halbkreisförmige Wölblinie eines Tonnengewölbes mit dem Halbmesser r, DO die vorhin gekennzeichnete, hier wagrecht gelegte Belastungslinie und BJ eine beliebige, unter einem Winkel α von der Scheitel-Lothrechten MA abweichende Gewölbfuge; alsdann kann man bei der Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit die Gröfse der Belastungsfläche $ADKJB$, welche bis zur Fuge BJ in Betracht kommt, sofort auch an die Stelle des Gewichtes setzen, welches vom Gewölbe sammt seiner Belastung herrührt und auf der Fugenfläche von BJ ruht. Die Länge dieser Fuge möge gleich d_1 sein.

Fig. 303.



Zerlegt man die ganze Belastungsfläche in die Einzelflächen $ADEF$, AFB und $BEKJ$, betrachtet man ferner, was für die weitere Untersuchung mit hinreichender Genauigkeit zulässig erscheint, den Kreisbogen AB als einen Parabelbogen, dessen Scheitel A ist, so erhält man nach den Bezeichnungen in Fig. 303

$$P = (d + h)\, s \, , \qquad 154.$$

$$Q = \frac{1}{3} f s \qquad 155.$$

und genau genug

$$V = (d + h + f)\, b,$$

oder, da $b = \frac{d_1 s}{r}$ ist,

$$V = (d + h + f)\, d_1 \frac{s}{r}; \qquad 156.$$

mithin, wenn G das Gesammtgewicht der in Rechnung gezogenen Belastungsfläche ausdrückt,

$$G = s \left[d + h + \frac{f}{3} + (d + h + f) \frac{d_1}{r} \right]. \qquad 157.$$

In Bezug auf den Fugenpunkt B erhält man unter Berücksichtigung der Schwerpunktsabstände der betrachteten Einzelflächen das statische Moment

$$\mathfrak{M} = P \frac{s}{2} + Q \frac{s}{4} - V \frac{d_1 s}{2 r},$$

oder, unter Benutzung der Gleichungen 154 bis 156, auch

$$\mathfrak{M} = \frac{s^2}{12 r^2} \left\{ r^2 \left[6 (d + h) + f \right] - 6 (d + h + f)\, d_1{}^2 \right\} \qquad 158.$$

Nimmt man vorläufig wiederum an, der Angriffspunkt des Gewölbschubes H befinde sich im höchsten Punkte C der gedachten Scheitelfuge AC, sieht man also dabei vorderhand davon ab, dafs, wie später noch besprochen werden wird, dieser

Angriffspunkt von H fowohl, als auch der Punkt B von der Gewölbkante aus mehr in das Innere der Gewölbfläche rücken mufs, fo hat man das ftatifche Moment des Gewölbfchubes H als $H(d+f)$ für den Gleichgewichtszuftand gegen Drehung dem Werthe $\mathfrak{M}$ in Gleichung 158 gleich zu fetzen und erhält danach

$$H = \frac{s^2}{12\,(d+f)\,r^2} \left\{ r^2 \left[6\,(d+h) + f \right] - 6\,(d+h+f)\,d_1^{\,2} \right\} \quad . \quad . \quad 159.$$

Nun ift $s = r \,.\, \sin \alpha$ und $f = r - t = r\,(1 - \cos \alpha) = 2\,r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2$.

Führt man diefe Werthe in Gleichung 159 ein, fo ergiebt fich

$$H = \frac{\sin \alpha^2}{6 \left[d + 2\,r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right]} \left\{ r^2 \left[3\,(d+h) + r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right] - 3 \left[d + h + 2\,r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 d_1^{\,2} \right] \right\}, \quad . \quad 160.$$

und aufserdem erhält man unter Benutzung der für s und f gegebenen Ausdrücke nach Gleichung 157

$$G = r \sin \alpha \left\{ d + h + \frac{2}{3}\,r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 + \left[d + h + 2\,r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right] \frac{d_1}{r} \right\}. \quad 161.$$

Mit Hilfe der Gleichung 160 kann für ein belaftetes Halbkreisgewölbe mit wagrechter Belaftungslinie, welche im Scheitel für eine Belaftungshöhe h ermittelt und feft gelegt ift, der Gewölbfchub H beftimmt werden, indem man zunächft d willkürlich oder fchätzungsweife annimmt, ferner d_1 vorläufig gleich d fetzt, endlich den Winkel α entfprechend den früheren Erörterungen gleich einem Bruchwinkel von 60 Grad einführt und dann mittels der Gleichung 142, bezw. 145 die Gewölbftärke berechnet. Den Normaldruck N findet man, fobald G und H beftimmt find, nach Gleichung 152, bezw. 153 und hiernach die Stärke d_1 unter Benutzung der Gleichung 148, bezw. 150.

Beifpiel. Für ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe aus Backftein fei $r = 3$ m und $h = 0{,}3$ m; diefe Höhe entfpricht, wenn diefelbe über der vollen Ausmauerung der Zwickel des Gewölbes beftändig bleibt, einer gleichförmig vertheilten Ueberlaft von 480 kg für 1 qm Grundrifsfläche. Der Bruchwinkel $\alpha = 60$ Grad; die Gewölbftärke ift zu berechnen.

Setzt man vorweg und ganz willkürlich $d = 0{,}12$ m und ebenfalls $d_1 = 0{,}12$ m, fo erhält man nach Gleichung 160, da $\sin \alpha = \sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$ und $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 30^{\circ} = \frac{1}{2}$ ift,

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6 \left(0{,}12 + 6\,\frac{1}{4} \right)} \left\{ 9 \left[3\,(0{,}12 + 0{,}3) + 3\,\frac{1}{4} \right] - 3 \left[0{,}12 + 0{,}3 + 6\,\frac{1}{4}\,0{,}12^2 \right] \right\} = \infty\, 1{,}29\,;$$

mithin nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 1{,}29)\,1{,}29} = 0{,}303 \text{ m};$$

fonach war die Gewölbftärke d urfprünglich viel zu gering genommen.

Setzt man jetzt, da das Gewölbe ftärker als eine Backfteinlänge werden mufs, aus praktifchen Gründen fofort die Dicke des Gewölbes zu $1^1/_2$ Backfteinlängen, d. i. zu 0,38 m und behält man $d = d_1$ bei, fo wird nun

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6 \left(0{,}38 + 6\,\frac{1}{4} \right)} \left\{ 9 \left[3\,(0{,}38 + 0{,}3) + 3\,\frac{1}{4} \right] - 3 \left[0{,}38 + 0{,}3 + 6\,\frac{1}{4}\,0{,}38^2 \right] \right\} = 1{,}49\,,$$

wofür fich nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 1{,}49)\,1{,}49} = 0{,}326 \text{ m}$$

ergiebt.

Diefes Ergebnifs zeigt, dafs die zu $0{,}38^{\,m}$ angenommene Scheitelftärke des Gewölbes etwas zu grofs fein würde. Da jedoch ohne unnützes Verhauen der Backfteine die Herabminderung der Stärke nicht fachgemäfs eintreten kann, fo wird die Dicke von $0{,}38^{\,m}$ für die Ausführung des Gewölbes genommen.

Nachdem H genau genug zu $1{,}49$ beftimmt und d zu $0{,}38^{\,m}$ bekannt geworden ift, läfft fich der Normaldruck N für die Bruchfuge mit dem Winkel $\alpha = 60$ Grad nach Gleichung 153 als

$$N = 0{,}5 \cdot 1{,}49 + 0{,}866\ G$$

finden.

Nach Gleichung 161 wird unter Einführung der bekannten Gröfsen und bei der Annahme $d = d_1$ nunmehr

$$G = 3 \cdot 0{,}866 \left[0{,}38 + 0{,}3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(0{,}38 + 0{,}3 + 6 \cdot \frac{1}{4}\right) \frac{0{,}38}{3}\right] = 3{,}778$$

und fomit

$$N = 0{,}745 + 3{,}272 = \infty 4\,;$$

folglich wird nach Gleichung 150

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 4)\,4} = 0{,}326^{\,m}.$$

Da diefe Gröfse den Werth von $0{,}38^{\,m}$ für d nicht erreicht, fo ift eine Vermehrung der Gewölbftärke nach der Bruchfuge zu nicht erforderlich.

Wird das in Frage ftehende Tonnengewölbe in feinen Anfängern bis zur Bruchfuge nicht in wagrechten Schichten aufgemauert, fo ift noch zu prüfen, ob der Normaldruck, welcher die wagrechte Widerlagsfuge trifft, nicht eine gröfsere Gewölbftärke verlangt, als die bis jetzt feft gefetzte ift. Da für diefe Fuge Winkel α gleich 90 Grad wird, fo erhält man nach Gleichung 152 fofort $N = G$ und weiter nach Gleichung 161, da $\sin \alpha = \sin 90 = 1$ und $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 45$ Grad $= \frac{\sqrt{2}}{2}$, alfo $(\sin 45)^2 = \left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ift,

$$G = 3 \left[0{,}38 + 0{,}3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \left(0{,}38 + 0{,}3 + 6 \cdot \frac{1}{2}\right) \frac{0{,}38}{3}\right] = \infty 6{,}44.$$

Bringt man $G = N = 6{,}44$ in Gleichung 150, fo folgt

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 6{,}44)\,6{,}44} = 0{,}39^{\,m}.$$

Diefe Stärke weicht nur um $1^{\,cm}$ von der früher erhaltenen Stärke ab, fo dafs d füglich durchweg beibehalten werden könnte. Die Unterfuchung lehrt aber, dafs für Halbkreisgewölbe bei der Beftimmung der Gewölbftärke mit Vorficht verfahren werden mufs, dafs wiederum wagrecht aufgemauerte Anfänger rathfam erfcheinen oder dafs bei gröfseren Tonnengewölben das Verlaffen der als Halbkreis auftretenden Erzeugenden und Erfetzen derfelben durch einen Parabelbogen, deffen Mittellinie eine mögliche Mittellinie des Druckes ift, fich als erwünfcht und als räthlich zeigt.

Ift bei halbkreisförmigen Tonnengewölben in der angegebenen Weife die Gewölbftärke zu berechnen, fo kann daffelbe Verfahren der Unterfuchung auch bei Tonnengewölben, deren Erzeugende elliptifche Bogen, Korbbogen, Parabelbogen oder Spitzbogen find, und ferner auch bei flachbogigen, fo wie bei einhüftigen Gewölben zur Anwendung kommen. Da hierbei die Beftimmung des Gewölbfchubes H Hand in Hand geht mit dem Feftlegen der Form der Wölblinie, der Gewölbftärke und gleichzeitig beeinflufst wird durch die in der Belaftungsfläche ausgedrückte Ueberlaft des Gewölbes, fo wird zur Vermeidung vielfacher oder umftändlicher Rechnungen die erfte Ermittelung von H am einfachften auf graphifchem Wege vorgenommen[163]. 139. Stärke anders geformter Gewölbe.

Allerdings ift auch hierbei vorweg eine Gewölbftärke fchätzungsweife anzunehmen. Um diefe Schätzung zu erleichtern, bedient man fich wohl der empirifchen Formeln, welche aber, wie ausdrücklich hier betont werden mag, ein weiteres genaueres Feftlegen der Gewölbftärke in jedem einzelnen Falle durchaus nicht ausfchliefsen dürfen. Von derartigen empirifchen Regeln fpielen in der Literatur des Bauwefens immer noch die von *Rondelet* aufgeftellten Formeln eine Rolle, wovon die folgenden hier angeführt werden mögen. 140. *Rondelet*'s Formeln für die Gewölbeftärke.

163) Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte diefes »Handbuches«, Art. 483, S. 453 (2. Aufl.: Art. 264, S. 260).

Für Gewölbe mit halbkreisförmiger und auch mit elliptiſcher Wölblinie und Quadern als Wölbmaterial, ſo wie unter der Vorausſetzung, daſs dieſe Gewölbe im Widerlager doppelt ſo ſtark ſind wie im Scheitel, ſoll, wenn d die Schluſsſteinſtärke und s die Spannweite (in Met.) bezeichnen, ſein:

1) für unbelaſtete Gewölbe: $d = 0{,}01\ s + 0{,}08$ Met.,

2) für mittelſtark belaſtete Gewölbe: $d = 0{,}02\ s + 0{,}16$ Met. und

3) für ſtark belaſtete Gewölbe: $d = 0{,}04\ s + 0{,}32$ Met.

So würde z. B. das zuletzt unterſuchte, mittelſtark belaſtete Tonnengewölbe mit dem Halbmeſſer von 3^{m}, alſo der Spannweite von 6^{m}, wenn daſſelbe ſtatt aus Backſteinmaterial aus Quadern ausgeführt werden ſollte, nach der Regel 2 eine Scheitelſtärke $d = 0{,}02 \cdot 6 + 0{,}16 = 0{,}28^{\mathrm{m}}$ erhalten.

Nach Gleichung 142, welche für Quadergewölbe zu benutzen iſt, würde, da H in dem erwähnten Beiſpiele zu $1{,}49$ gefunden worden iſt, welcher Werth auch hier beibehalten werden kann,

$$d = \frac{1}{60}\sqrt{(180 - 1{,}49)\ 1{,}49} = 0{,}272^{\mathrm{m}}$$

ſich ergeben haben, mithin nur eine äuſserſt geringe Abweichung aufweiſen.

Für die Stärke am Widerlager würde nach der *Rondelet*'ſchen Regel die Abmeſſung d_1 ſich zu $2\,d = 0{,}56^{\mathrm{m}}$ feſt ſtellen, welche als reichlich groſs anzuſehen iſt. Für den Normaldruck in der Widerlagsfuge würde nach Gleichung 152 ſich $N = G$ ergeben. Bei einer gleichmäſsigen Stärke $d = 0{,}28^{\mathrm{m}}$ wird nach Gleichung 161, worin $\sphericalangle\ \alpha = 90$ Grad zu ſetzen iſt,

$$G = 3\left[0{,}28 + 0{,}3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \left(0{,}28 + 0{,}3 + 6 \cdot \frac{1}{2}\right)\frac{0{,}28}{3}\right] = \sim 5{,}75 = N.$$

Unter Benutzung von Gleichung 148 erhält man

$$d_1 = \frac{1}{180}\sqrt{(540 - 5{,}75)\ 5{,}75} = 0{,}308^{\mathrm{m}}$$

als Näherungswerth, alſo weit kleiner, als die nach der Regel von *Rondelet* gefundene Stärke am Widerlager. Aber ſelbſt, wenn G auf 7 anwachſen würde, ſo würde d_1 erſt gleich $0{,}34^{\mathrm{m}}$ werden.

141. Mittellinie des Druckes.

Wie nun aber auch die Gewölbſtärke für ein auszuführendes Gewölbe beſtimmt ſein mag, immer iſt es zur Gewinnung der Ueberzeugung von der Sicherheit und Haltbarkeit deſſelben anzurathen, durch Conſtruction der Mittellinie des Druckes das Gewölbe auf ſeine Standfähigkeit einer Prüfung zu unterziehen, um danach, wenn die Belaſtung des Gewölbes, was meiſtens der Fall iſt, nicht geändert werden darf, entweder die Gewölbſtärke oder die Form der Wölblinie je für ſich allein oder auch unter beſonderen Umſtänden beide gleichzeitig zu ändern, damit man für die Standfähigkeit des Gewölbes günſtige Ergebniſſe erziele. Die dazu nöthigen Verfahren werden hier als bekannt vorausgeſetzt. Nur auf einen Punkt möge noch die Beſprechung geführt werden.

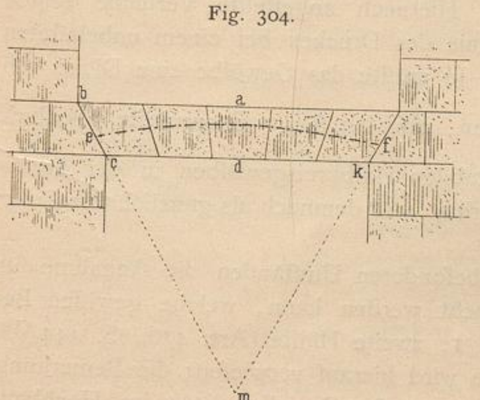
Bei den oben angeſtellten Unterſuchungen iſt zur Berechnung des möglichſt kleinſten Gewölbſchubes H der Angriffspunkt deſſelben im höchſten Punkt der gedachten Scheitelfuge angenommen, und eben ſo iſt auch der in der Wölblinie gelegene vordere Punkt der Bruchfuge, bezw. der Widerlagsfuge als ein Angriffspunkt der Mittelkraft, welche aus dem Gewölbſchube und aus dem von der gedachten Scheitelfuge bis zur Bruchfuge entſtehenden Geſammtgewicht des Gewölbkörpers entſpringt, angeſehen, ſo daſs dieſe beiden Punkte als Punkte auftreten würden, welche einer mit dem Gewölbſchube H gezeichneten Mittellinie des Druckes angehören. Bei dieſer Annahme würde ein Druck von endlicher Gröſse auf eine Linie, alſo auf eine Fläche von unendlich kleiner Gröſse kommen, d. h. der Druck für eine Flächeneinheit würde an den angenommenen Angriffsſtellen einen unendlich groſsen Werth annehmen, welchem kein Material Widerſtand leiſten kann, da daſſelbe nicht abſolut ſtarr, ſondern in gewiſſem Grade preſsbar iſt. Die Folge von der

Prefsbarkeit oder der Elafticität des Wölbmaterials ift, dafs die Angriffspunkte der bezeichneten Kräfte fich von den äufserften Kantenpunkten zurückziehen und mehr nach dem Innneren der Gewölbfläche verlegen. Wie weit diefes Zurückziehen eintritt, ift mit Beftimmtheit nicht zu fagen; dafs daffelbe aber in mehr oder weniger hohem Grade der Fall ift, zeigen viele ausgeführte, als vollftändig ftabil geltende Gewölbe, namentlich Halbkreisgewölbe und gedrückte Tonnengewölbe nach der Ausrüftung an den fog. gefährlichen Stellen in der Nähe des Scheitels, der Bruchfuge und der Widerlagsfuge, indem in der Nähe des Scheitels in den Fugen an der Stirn nach unten zu leichte Haarriffe wahrzunehmen find, während in der Nähe der Kanten oben am Rücken des Gewölbes die Steine fich fcharf an einander preffen. Eben folche Erfcheinungen treten an den Bruchfugen ein, wobei die Steine vorn an der Fugenkante in der inneren Wölblinie fich fcharf preffen und in den Fugen jene Haarriffe in der Nähe der Rückenlinie fich bilden, während an den Widerlagsfugen, je nachdem der durch die Mittellinie des Druckes, welche für den möglichft kleinften Gewölbfchub ermittelt ift, gefundene Preffungspunkt der inneren oder der äufseren Wölblinie am nächften liegt, die Preffungen zwifchen den Steinen in der nächft gelegenen Wölblinie, die Haarriffe in den Fugen nach der entgegengefetzten Richtung fich kund geben. Hiernach lehrt diefe Erfahrung, dafs bei den meiften als Wölbmaterial benutzten Steinen im Ganzen die Mittellinie des Druckes an jenen bezeichneten Stellen fich doch nur in mäfsiger Gröfse von den Kanten der Wölbfteine zurückzieht.

Scheffler fagt [164]), dafs es für die Ausführung der Gewölbe hinreichende Sicherheit gewähren möchte, wenn von der Vorausfetzung ausgegangen wird, dafs die Mittellinie des Druckes bis auf den vierten Theil der Gewölbftärke in den vorhin gekennzeichneten Fugen zurückgedrängt werden könne und wenn ferner die Gewölblinie, fo wie die Stärke des Gewölbes fo genommen werden, dafs nach Abzug eines inneren und eines äufseren Streifens, von denen jeder den vierten Theil der Gewölbftärke zur Breite hat, der verbleibende innere Gewölbftreifen, welcher noch eine Breite gleich der halben Gewölbftärke behält, nach den Gefetzen für die Mittellinie des Druckes mit dem möglichft kleinften Gewölbsfchube, welcher für diefen inneren Streifen nebft der auf denfelben kommenden Gefammtbelaftung eintritt, auf feine Stabilität unterfucht wird, wobei je nach den bei diefer Unterfuchung fich ergebenden Refultaten noch durch etwaige Aenderung der Form der Wölblinie, der Gewölbftärke oder gleichzeitige Aenderung beider Stücke zweckmäfsige Vorkehrungen für die Stabilität des Gewölbes getroffen werden können.

Von Vielen wird verlangt, dafs ein Gewölbe eine folche Form der Wölblinie und eine folche Stärke erhalten foll, dafs eine Mittellinie des Druckes in die Gewölbfläche eingezeichnet werden kann, welche an jeder Stelle mindeftens um ein Drittel der Gewölbftärke von den betreffenden Kanten der Steine zurückbleibt [165]). Ob aber in Wirklichkeit die nach diefen Annahmen gezeichnete Mittellinie des Druckes auch nach der Ausführung und Ausrüftung fonft ftabiler und nicht mit unnöthiger Stärke verfehener Gewölbe eine folche Lage beibehält, ift in hohem Grade ungewifs und unter Umftänden unmöglich.

Fig. 304.



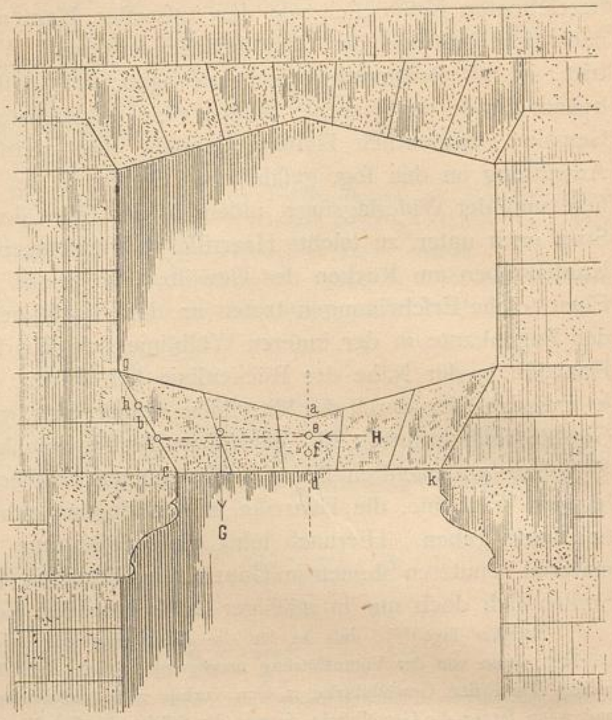
Betrachtet man z. B. ein fcheitrechtes Gewölbe (Fig. 304), welches als unbelafteter Sturz für eine Oeffnung von nur 1,5 m Weite aus Quadermaterial in einer Scheitelftärke von 0,3 m ausgeführt und wobei $cm = ck$ genommen ift, fo bekundet die Unter-

164) In feiner »Theorie der Gewölbe« etc. Braunfchweig 1857. S. 69.

165) Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte diefes »Handbuches«, Art. 479, S. 448 (2. Aufl.: Art. 272, S. 257).

ſuchung dieſes Sturzes ſeine Stabilität. Für denſelben iſt auch eine Mittellinie des Druckes ef im inneren Drittel möglich.

Fig. 305.



Benutzte man einen ſolchen Sturz nach Fig. 305 als unteren Abſchluſs einer Lichtöffnung in der Weiſe, daſs jetzt, unter Beibehaltung der Scheitelſtärke $ad = 0{,}3$ m, die Stärke ceg am Widerlager gleich dem Doppelten von der früheren Stärke cb würde, und wären in der gedachten Scheitelfuge ad die Strecken $ae = ef = fd = \frac{ad}{3}$ und eben ſo die Strecken $gh = hi = ic = \frac{gc}{3}$, wobei hier abſichtlich bei g die ſonſt nicht günſtige Schneide am Kämpferſteine gelaſſen iſt, ſo würde, wenn die Mittellinie des Druckes im inneren Drittel $efih$ bleiben ſollte, dieſe Linie eine wagrechte gerade Linie ei ſein, welcher ein unendlich groſser Gewölbſchub und demnach eine unendlich groſse Scheitelſtärke zukommen würde, was vollſtändig ungereimt iſt. Die in Wirklichkeit auftretende Mittellinie des Druckes wird ſich den Kanten in a und c nähern und das innere Drittel verlaſſen müſſen, da H einen endlichen Werth und im vorliegenden Falle ſogar einen ſolchen von ziemlich geringer Gröſse annehmen muſs.

Verſuche mit Modellen von unbelaſteten Halbkreisgewölben bekunden gleichfalls eine nahezu an den Kanten der ſog. gefährlichen Stellen des Gewölbes eintretende Lage der Mittellinie des Druckes. Bei der mittels des möglichſt kleinſten Gewölbſchubes gezeichneten derartigen Linie ergiebt ſich, wie ſchon in Art. 136 (S. 182) angeführt, daſs bei einem ſolchen Gewölbe mit gleicher Dicke die Stärke eine Abmeſſung von $\frac{1}{17{,}544}$ der Spannweite haben muſs, wenn das Gewölbe eben noch im Gleichgewichtszuſtande ſein ſoll. Hiernach angeſtellte Verſuche zeigen daſſelbe Ergebniſs. Sollte nun eine Mittellinie des Druckes bei einem unbelaſteten Halbkreisgewölbe im inneren Drittel liegen, ſo müſſte das Gewölbe eine Dicke von etwa $\frac{1}{5{,}85}$ der Spannweite deſſelben beſitzen, alſo bei $5{,}85$ m Spannweite 1 m ſtark werden, ein Ergebniſs, welches den bei ſtabilen Halbkreisgewölben in der Praxis gewonnenen Erfahrungen vollſtändig widerſpricht und demnach als gänzlich unzuläſſig gelten muſs.

Wie in gegebenen Fällen und unter beſonderen Umſtänden die Annahme für die Lage einer möglichen Mittellinie gemacht werden kann, welche gewiſſen Bedingungen entſpricht, iſt in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 476, S. 444 [166]) dieſes »Handbuches« näher erörtert, und es wird hierauf verwieſen; die Bemerkung möge jedoch noch gemacht werden, daſs, wenn für Gewölbebauten im Hochbau-

[166]) 2. Aufl.: Art. 265, S. 250.

wefen nur fehr prefsbares Material, welches allerdings bei der Ausführung von einigermafsen gröfseren und belafteten Deckengewölben, wenn irgend thunlich, nicht benutzt werden follte, zur Anwendung gelangt, die Gewölblinie und die Gewölbftärke zweckmäfsig fo beftimmt werden, dafs eine Mittellinie des Druckes möglich wird, welche mit der Mittellinie der Stirnfläche des Gewölbes, alfo mit der Axe diefer Fläche fich ganz oder nahezu deckt. Eine folche Mittellinie des Druckes befitzt jedoch fehr grofse Aehnlichkeit mit einer Parabel, deren Axe mit der Scheitel-Lothrechten des Gewölbes zufammenfällt, fo dafs auch in einem folchen Falle die Parabel als Bogenlinie vortheilhaft auftritt.

Verhältnifsmäfsig einfach ift die Beftimmung der Stärke der Widerlager der Gewölbe. Sobald der auf die Widerlagsfuge (Kämpferfuge) kommende Kämpferdruck auf Grund der für die Gewölbftärke gegebenen Erörterungen und durch die ftatifchen Unterfuchungen des eigentlichen Gewölbkörpers bekannt geworden ift, fo ift diefer Druck mit dem Gewichte des Widerlagskörpers, deffen Tiefe wiederum rechtwinkelig zur Bildfläche gemeffen, wie es beim Gewölbe der Fall war, gleich der Längeneinheit genommen wird, zufammenzufetzen, um eine Mittelkraft zu beftimmen, welche die Aufftand- oder Fufsfläche der Widerlagsmauer in einem Punkte fchneidet, welcher von der äufseren Seitenkante noch einen genügend grofsen Abftand befitzt. Diefer Abftand, von der als Drehkante des Widerlagskörpers auftretenden Begrenzungslinie der Grundfläche aus gemeffen, liegt in der Kräfteebene und beträgt zweckmäfsig $\frac{1}{3}$ der Widerlagsftärke d. 142. Widerlagsftärke.

Um für den Gewölbefchub H bei der Ermittelung der Widerlagerftärke einen Werth zu erhalten, welcher thunlichft vortheilhaft noch gleichfam mit einem Sicherheits-Coefficienten behaftet ift, nimmt man an, dafs H nicht im höchften Punkte, fondern im Mittelpunkte der Scheitelfuge angreift und dafs der Mittelpunkt der Kämpferfuge der Angriffspunkt des Kämpferdruckes ift, hervorgegangen aus H und dem Gewichte G des Gewölbes mit feiner Belaftung.

Da die Stärke des Widerlagers noch unbekannt, die Höhe deffelben aber in den meiften Fällen vorgefchrieben ift, fo hat man zunächft eine Widerlagsftärke zu wählen und darauf die Stabilitätsunterfuchung des als Widerlager auftretenden Stützkörpers entweder durch Rechnung oder oft einfacher und durchfichtiger auf graphifchem Wege vorzunehmen. Bei dem zuletzt genannten Wege wird eine Mittellinie des Druckes auch im Querfchnitte des Widerlagers eingezeichnet und diefe läfft erkennen, ob diefelbe bei der gewählten Stärke für jede Fuge im Widerlager bei der rechteckig gedachten Fugenfläche den bezeichneten äufseren Abftand $\frac{1}{3}$ der Stärke, von der Drehkante aus gemeffen, überfchreitet oder denfelben entfprechend innehält. Nach diefen Prüfungen find, wenn erforderlich, etwaige Veränderungen in den Stärkeabmeffungen des Widerlagers vorzunehmen.

In welcher Weife die Stabilitätsunterfuchung eines Tonnengewölbes und feines Widerlagers unter Benutzung der Verfahren der graphifchen Statik vorgenommen werden kann, möge an einem Beifpiele gezeigt werden. 143. Beifpiel.

Ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe, deffen Spannweite, gegebenen Gebäudeaxen entfprechend, 6 m betragen mufs, hat von der feften Baufohle ab nach aufsen frei ftehende Widerlager, deren Höhe mit der Oberkante des Fufsbodens über dem Gewölbe in wagrechter Ebene abgegrenzt ift. Ueber dem Gewölbe ift ein leichter Schuppen vorhanden, welcher nur in den Binderfüfsen das Widerlager belaftet. Auf dem Gewölbe lagert durchgängig und gleichförmig vertheilt als Brennftoff zu verwendende Coke in einer Schütthöhe von $1{,}50^{\mathrm{m}}$. Das Gewölbe iſt in den Zwickeln ausgemauert, ſonſt mit Sandſchüttung und Fuſsbodenpflaſter verſehen, ſo daſs die Oberfläche des letzteren $0{,}20^{\mathrm{m}}$ über dem höchſten Rückenpunkte des Gewölbes liegt.

Für die Ausführung des Gewölbes und der Widerlager iſt Backſteinmaterial beſtimmt.

Da das Eigengewicht der Coke gleich $0{,}42$ und jenes des Backſteinmauerwerkes gleich $1{,}6$ iſt, ſo beträgt das Gewicht der geſchütteten Coke 420^{kg} für 1^{cbm}, dasjenige des Backſteinmauerwerkes 1600^{kg} für 1^{cbm}.

Um für die Stärke, welche dem Gewölbe gegeben werden muſs, einen Anhalt zu gewinnen, ſind die Gleichungen 160 u. 145 zu benutzen, nachdem die Gewölbebelaſtung durch das gleich groſse Gewicht von Backſteinmauerwerk erſetzt gedacht iſt. Da für die Ausmauerung der Gewölbzwickel, für die Bettung des Fuſsbodenpflaſters und für das letztere ſelbſt das Eigengewicht nahezu gleich demjenigen des Backſteinmauerwerkes angenommen werden kann, ſo ergiebt ſich für dieſe Theile zunächſt eine Belaſtungshöhe von $0{,}20^{\mathrm{m}}$ über dem Gewölbrücken im Scheitelloth und hierdurch eine erſte wagrechte Belaſtungslinie.

Die Cokeſchüttung iſt in $1{,}5^{\mathrm{m}}$ Höhe wagrecht abgeglichen, und es kann bei der vorläufigen Rechnung von den Seitenböſchungen dieſer Schüttung abgeſehen, alſo die Schütthöhe für den ganzen Querſchnitt des Gewölbes beibehalten werden. Der Abſtand x der zugehörigen Belaſtungslinie, entſprechend dem Backſteinmaterial, von der feſt gelegten erſten Belaſtungslinie ergiebt ſich offenbar durch den Ausdruck

$$1 \cdot 1 \cdot 1{,}5 \cdot 420 = 1 \cdot 1 \cdot x \cdot 1600$$

als

$$x = \frac{1{,}5 \cdot 420}{1600} = 0{,}394^{\mathrm{m}},$$

wofür $x = 0{,}4^{\mathrm{m}}$ geſetzt werden ſoll. Somit entſteht eine geſammte Belaſtungshöhe

$$h = 0{,}2 + 0{,}4 = 0{,}6^{\mathrm{m}}$$

und demnach weiter, wenn die Gewölbſtärke $d = d_1$ vorläufig zu $0{,}38^{\mathrm{m}}$ gewählt, wenn ferner die wagrechte Aufmauerung des Widerlagers bis zum Bruchwinkel α von 60 Grad ausgeführt wird, beim Halbmeſſer $r = 3^{\mathrm{m}}$, ſofort nach Gleichung 160

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6\left(0{,}38 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}\right)} \left\{ 9\left[3\,(0{,}38 + 0{,}6) + 3 \cdot \frac{1}{4}\right] - 3\left(0{,}38 + 0{,}6 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0{,}38^2\right) \right\} = 1{,}97$$

und folglich nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 1{,}97)\, 1{,}97} = \frac{18{,}727}{50} = 0{,}3745^{\mathrm{m}}.$$

Hiernach iſt d zu $0{,}38^{\mathrm{m}}$ feſt zu ſetzen.

Für die Berechnung der Stärke d_1 der Widerlagsfuge ergiebt ſich vorweg nach Gleichung 161

$$G = 3 \cdot 0{,}866 \left[0{,}38 + 0{,}6 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(0{,}38 + 0{,}6 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4}\right) \frac{0{,}38}{3}\right] = 4{,}88,$$

ſodann nach Gleichung 153

$$N = 1{,}97 \cdot 0{,}5 + 4{,}88 \cdot 0{,}866 = 5{,}2$$

und endlich nach Gleichung 150

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 5{,}2)\, 5{,}2} = \frac{52{,}7}{150} = 0{,}35^{\mathrm{m}},$$

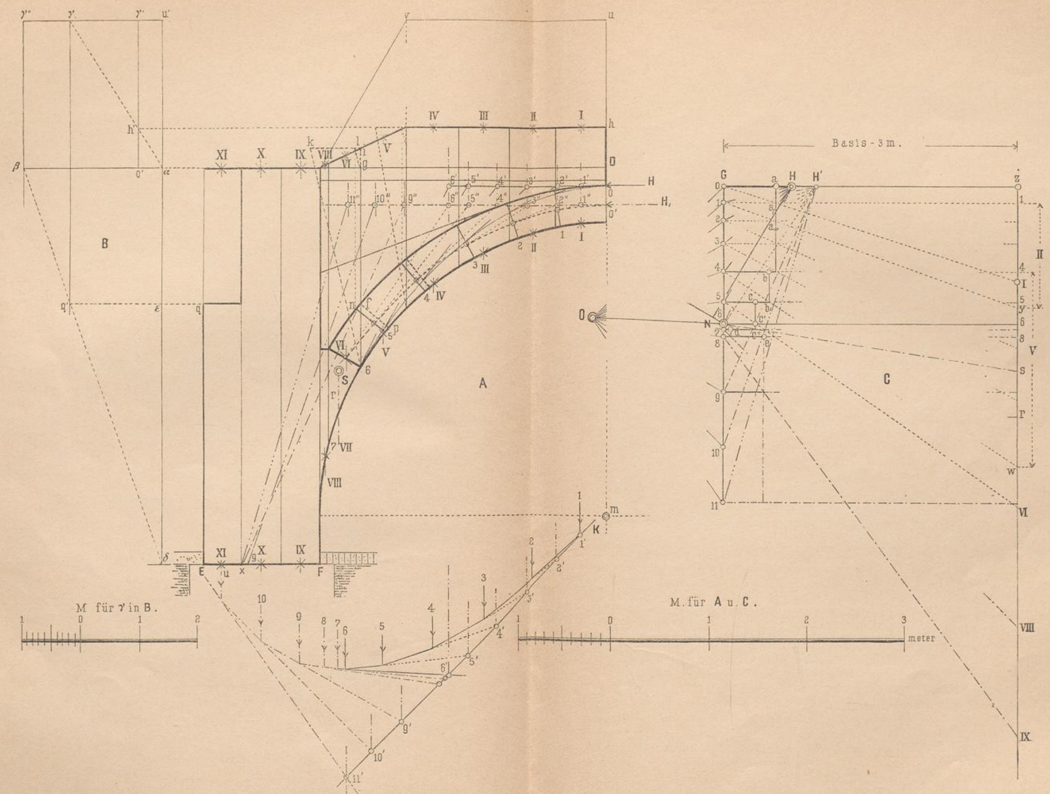
alſo kleiner als d, ſo daſs $d_1 = d$ angenommen und das Gewölbe in gleicher Stärke ausgeführt werden kann.

Die Stärke des Gewölbe-Widerlagers ſoll einſtweilen noch unbeſtimmt bleiben.

Nach dieſen vorläufigen Ermittelungen iſt auf der neben ſtehenden Tafel im Plane A das Gewölbe ſammt ſeiner Belaſtung unter der Annahme aufgetragen, daſs die Gewölbtiefe ſenkrecht zur Bildfläche gleich der Längeneinheit ſei und daſs auf der Widerlagsmauer für dieſe Tiefe keine weitere Laſt der Conſtruction des über dem Gewölbe befindlichen Schuppens ruhe.

Die Verwandelung der Cokeſchüttung in Backſteinmauerung iſt unter Berückſichtigung der Böſchung dieſer Schüttung im Plane B durch Zeichnung vorgenommen.

Iſt allgemein γ das Eigengewicht des Wölbmaterials W, γ_1 das Eigengewicht des Belaſtungsmaterials S, ſo beſitzt ein Körper des Materials S, deſſen Grundfläche 1^{qm}, deſſen Höhe h Met. beträgt, ein Gewicht $G_1 = 1 \cdot h\,\gamma_1 \cdot 1000^{\mathrm{kg}}$ und ein Körper des Materials W bei einer Grundfläche von 1^{qm} und einer Höhe x Met. ein Gewicht $G = 1 \cdot x\,\gamma \cdot 1000^{\mathrm{kg}}$.



Stabilitäts-Unterſuchung eines ſymmetriſchen Tonnengewölbes und ſeines Widerlagers.

Soll nun G gleich G_1 werden, fo folgt

$$x \gamma = h \gamma_1 ,$$

d. h.

$$\frac{x}{h} = \frac{\gamma_1}{\gamma} ,$$

wonach x als die fog. reducirte oder erfetzte Belaftungshöhe leicht zu conftruiren ift.

Nimmt man im Plane B die Länge $u_1 \gamma$ nach einem beliebigen Mafsftabe gleich der Mafszahl γ, hier gleich 1,6, und eben fo $u_1 \gamma_1$ nach demfelben Mafsftabe gleich der Mafszahl γ_1, hier gleich 0,42, fo wird, fobald auf dem aus der Zeichnung erfichtlichen Wege $u_1 \alpha$ gleich der Schütthöhe Du des Planes A abgetragen und die gerade Linie $\alpha \gamma$ gezogen ift, in der Länge $o_1 h_1$ der durch γ_1 zu $u_1 \alpha$ geführten Parallelen $\gamma_1 o_1$ die reducirte Belaftungshöhe erhalten; denn es ift

$$\frac{o_1 h_1}{\alpha u_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma} .$$

Diefe reducirte Belaftungshöhe ift, da uv wagrecht liegt, bis zu einer durch v im Plane A geführten Lothrechten beizubehalten, während von hier ab bis zur inneren Kante des Widerlagers die Belaftungslinie zufolge der Böfchung der Cokefchüttung geneigt in gerader Linie abfällt. Ift die obere Begrenzungslinie der gegebenen Belaftung von irgend welcher Geftalt, welche verfchiedene Höhen bedingt, die nach und nach zu reduciren find, fo bleibt für jede einzelne Höhe das angegebene Verfahren daffelbe. Die Verbindung der Endpunkte der reducirten Höhen liefert die gefuchte Belaftungslinie.

Die Fläche des Gewölbquerfchnittes nebft der reducirten Belaftungsfläche, wobei die Zwickelausmauerung und der Fufsbodenbelag mit Bettung einer weiteren Reduction, wie vorhin angegeben, nicht bedurften, ift vermöge der vom Scheitellothe aus fymmetrifch auftretenden Form und Belaftung des Gewölbes nur zur Hälfte dargeftellt. Durch lothrechte Theillinien ift diefelbe in Einzelftreifen oder Lamellen zerlegt, wobei eine Theillinie mit der durch v ziehenden Lothrechten zufammenfallend angenommen ift. Links von derfelben find noch 3 Lamellen von verfchiedener Breite eingefügt, von denen die eine mittlere durch Lothrechte begrenzt wird, welche durch die Grenzpunkte der Widerlagsfuge geführt find, eine Anordnung, welche in den meiften Fällen für diefe Fuge zweckmäfsig ift. Rechts von der durch v laufenden Theillinie find bis zum Scheitellothe hm noch beliebig viele Lamellen, hier vier derfelben, von gleicher Breite genommen.

Die von den Theillinien begrenzten Theilftreifen können in ihren Flächen, da im Allgemeinen verhältnifsmäfsig fchmale Stücke in der Zeichnung auftreten, für die praktifche Unterfuchung mit genügender Genauigkeit als Rechtecksflächen behandelt werden. Vielfach, und namentlich bei flachen Bogen, können auch die Strecken diefer Theillinien, welche innerhalb der Gewölbfläche liegen und hier von der inneren Wölklinie und der Rückenlinie abgefchnitten erfcheinen, fchon als Fugenlinien in fo fern gelten, als in denfelben die der Mittellinie des Druckes zukommenden Punkte in der Gewölbfläche aufgefucht werden. Bei den im Hochbauwefen auftretenden Tonnengewölben jedoch oder auch bei den Flachbogengewölben felbft, welche ab und an nur eine geringe oder faft gar keine Ueberlaft aufzunehmen haben, ift diefe Behandlung der Abfchnitte der Theillinien als Stücke, in welchen die Punkte der zu zeichnenden Mittellinie des Druckes aufgefucht werden, weniger angezeigt. Eben fo ift es in den erwähnten Fällen auch nicht ganz rathfam, die Fugen, in welchen die Punkte der Drucklinie ermittelt werden follen, geradezu von den Schnittpunkten der Theillinien mit der Rückenlinie, z. B. als Fuge fp, auslaufen zu laffen, zumal mit Leichtigkeit in jedem Falle eine Gewölbfuge ermittelt werden kann, welche von der auf ihr ruhenden Belaftung in möglichft richtiger Weife getroffen und in welcher dann ebenfalls in möglichft zutreffendem Grade der zugehörige Punkt der Mittellinie des Druckes zu beftimmen ift.

Sollte z. B. (Fig. 306) eine Fuge kl für eine beliebige Theillinie fe fo gefunden werden, dafs die Gewölbfläche mit der Belaftungsfläche von der Gröfse $bafe$ das auf diefe Fuge kl kommende Gewicht möglichft genau wiedergiebt, fo kann die folgende Ueberlegung Platz greifen. Es fei kl die richtige Fuge. Alsdann ruht auf derfelben ein Gewicht entfprechend der Fläche $apklb$. Diefe Fläche müffte der bei der Beftimmung der Mittellinie des Druckes in Rechnung oder hier im Sinne der graphifchen Statik in Behandlung genommenen Fläche $bafce$ gleich fein. Damit dies der Fall ift, müffte die Fläche leq gleich Fläche $qfpk$ fein. Dann würde auch Fläche leq + Fläche $eqkn$ = Fläche $qfpk$ + Fläche $eqkn$ fein müffen, oder was daffelbe ift, das als rechtwinkelige Dreiecksfläche anzufehende Stück lnk würde gleich fein müffen dem als fchmalen Paralleltrapez zu behandelnden Streifen $efpn$, welcher auch genügend genau als Rechtecksfläche von der Breite fi gelten darf. Danach ift

$$\frac{nl \,.\, kl}{2} = ef \,.\, fi ;$$

mithin iſt auch

$$\frac{nl}{ef} = \frac{fi}{\frac{1}{2}\,kl}\,.$$

Hierin iſt kl die normale Dicke des Gewölbes in l, aber ſtreng genommen, wie auch nl noch unbekannt. Zieht man jedoch durch den Schnittpunkt c der Theillinie ef mit der Rückenlinie des Gewölbes eine Hilfsfuge cd, ſo iſt ohne nennenswerthe Abweichung auch $cd = kl$ und $ed = nl$ zu nehmen, ſo daſs nun weiter

$$\frac{ed}{ef} = \frac{fi}{\frac{1}{2}\,cd}$$

wird. Nach dieſem Ausdrucke läſſt ſich fi und dann die Lage der Fuge kl, welche der Theillinie ef zugehört, einfach durch Zeichnung ermitteln. Zieht man durch den gemeinſchaftlichen Punkt f der Theil-

Fig. 306.

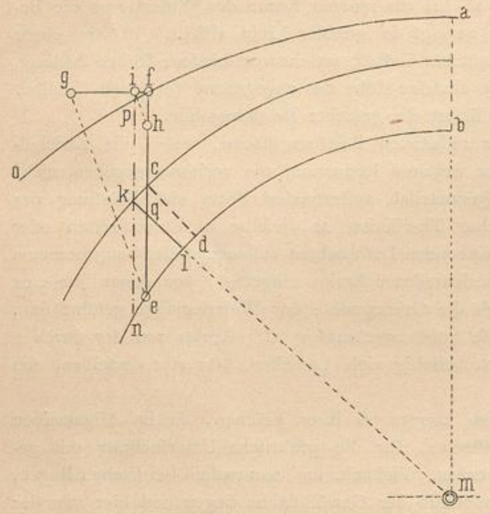
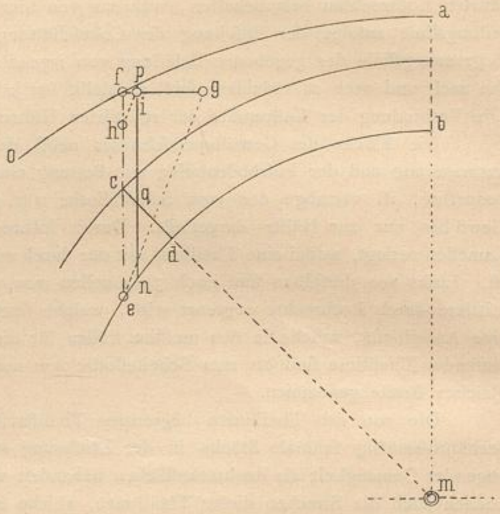


Fig. 307.



linie ef und der Belaſtungslinie die Gerade fg von der Länge gleich ed, trägt man auf der Theillinie ef die Strecke $fh = \frac{1}{2}\,cd$ ab, zieht man eg und hierzu durch h die Parallele hi, ſo wird fi die geſuchte Breite des vorhin erwähnten Streifens $efpn$. Zieht man zuletzt durch i die Parallele in zu ef, ſo trifft dieſelbe den Gewölbrücken im Punkte k, durch welchen die geſuchte Fuge kl normal zur inneren Wölblinie zu führen iſt.

Iſt umgekehrt eine Fuge cd (Fig. 307) gegeben, ſo wird auf Grund der gegebenen Ausführungen zunächſt durch den Punkt c eine lothrechte Hilfstheillinie ef gelegt, $fg = ed$ und $fh = \frac{1}{2}\,cd$ abgetragen, nunmehr eg und die hierzu parallele Linie hi gezogen, um zuletzt in der durch i geführten Lothrechten pn die geſuchte Theillinie zu erhalten. Nach dieſen Angaben ſind auf der umſtehenden Tafel im Plane A die Fugen *1* bis *5* des Gewölbes eingetragen.

Zur graphiſchen Ermittelung der Flächenwerthe der einzelnen im Allgemeinen als Paralleltrapeze erſcheinenden Theilſtreifen ſind die mittleren Höhen *I I*, *II II* u. ſ. f. derſelben beſtimmt, und hierauf iſt die Verwandelung der Theilflächen in Rechtecksflächen mit einer beliebigen Baſis oz, hier zu 3 m gewählt, im Plane C vorgenommen.

Dieſe Verwandelung oder die ſog. Reduction der Theilſtreifen auf eine beſtimmte Baſis hat den Zweck, die durch Linien darzuſtellenden Flächen-, bezw. Gewichtswerthe der Lamellen in einer für die weitere zeichneriſche Behandlung geeigneten Länge zu erhalten.

So iſt im Plane C auf der lothrechten z-Linie die Strecke $z\,I$ gleich der mittleren Höhe *I I* des erſten Theilſtreifens, deſſen Gewicht für die Gewölbfuge *1* in Betracht kommt, abgeſetzt; auf der wagrechten Linie oz iſt die Länge oa gleich der Breite dieſes erſten Theilſtreifens abgeſchnitten, durch a

die Parallele zu zI gelegt und hierauf die Linie oI gezogen, welche auf der Linie a die Strecke aa_1 als reducirte Höhe des ersten Theilstreifens abschneidet.

Die durch a_1 parallel zu oz gezogene Linie liefert auf der Gewichtslinie G die Strecke $o1$, welche nach dem für die Zeichnung der Pläne A und C benutzten Maßstabe zu messen und mit der Basiszahl, hier 3 m, zu multipliciren ist, um sofort den Flächeninhalt des ersten Theilstreifens in Quadr.-Met., oder auch, da die Gewölbtiefe zu 1 m angenommen war, den körperlichen Inhalt dieses Theilstreifens in Cub.-Met. zu liefern.

Denn mit Bezugnahme auf die Zeichnung ist

$$\frac{aa_1}{oa} = \frac{zI}{oz},$$

d. h.

$$aa_1 \cdot oz = oa \cdot zI$$

oder

$$aa_1 \cdot 3^{\text{qm}} = oa \cdot zI \text{ Quadr.-Met.}$$

gleich der Fläche des ersten Streifens.

Die Zeichnung liefert $aa_1 = o1$ zu $0{,}17^{\text{m}}$; daher besitzt der erste Theilstreifen einen Flächeninhalt von $0{,}17 \cdot 3 = 0{,}51^{\text{qm}}$ und bei der Tiefe von 1^{m} auch $0{,}51^{\text{cbm}}$.

Da 1^{cbm} Backsteinmauerwerk 1600^{kg} wiegt und alle Abmessungen für die in Rechnung zu bringenden Gewölbe- und Belastungsflächen auf Backsteinmauerwerk zurückgeführt sind, so würde der Körper des ersten Theilstreifens ein Gewicht von $0{,}51 \cdot 1600 = 861^{\text{kg}}$ besitzen.

In gleicher Weise ist auch die zweite Lamelle auf die gewählte Basis reducirt; die mittlere Höhe $II\,II$ ist auf der z-Linie nun von 1 bis $y = II$ abgetragen, der Reductionsstrahl von der G-Linie aus als $1y$ geführt, und da die Breite der zweiten Lamelle ebenfalls $= oa = 1a_1$ ist, die reducirte Höhe $a_, a_{,,} = 1\,2$ sofort abgeschnitten. Bei der fünften Lamelle ist eine Aenderung der Breite zu bemerken. Für diesen Streifen ist die mittlere Höhe $V\,V$ von 4 bis w auf der z-Linie abgetragen, die Breite $4b$ auf der wagrechten Linie 44 abgeschnitten und vermittels des Reductionsstrahles $4w$ die reducirte Höhe $bb_1 = 45$ bestimmt.

Für die eigentliche Gewölbfläche kommen im Ganzen sechs Theilstreifen in Frage. Die Summe aller zugehörigen reducirten Höhen ist gleich der Strecke $o6$ im Plane C. Die Strecke $o6$ misst $1{,}4^{\text{m}}$; mithin wird $1{,}4 \cdot 3 = 4{,}2^{\text{qm}}$ als gesammter Flächeninhalt der Gewölbfläche mit Belastung gefunden.

Bei der vorläufigen Berechnung von G, welche Größe an die Stelle des gesammten Flächeninhaltes zu treten hatte, wurde hierfür ohne Rücksicht auf die Seitenböschung der Schüttung $4{,}88^{\text{qm}}$ ermittelt.

Nach dem Festlegen der Gewichte der einzelnen Theilstreifen, welche in den zugehörigen Schwerpunkten derselben angreifen, ist weiter eine Mittellinie des Druckes für das Gewölbe construirt, welche vorweg dem möglichst kleinsten Gewölbschub entspricht. Hierbei ist das folgende Verfahren beobachtet.

Bei der an und für sich geringen Breite der Lamellen kann die trapezartige Fläche derselben ohne wesentlichen Fehler als Rechteck angesehen werden, so dass der Schwerpunkt dieser Flächen in der Mittellinie derselben liegt.

Zeichnet man nun für die in $I\,I$, $II\,II$ u. s. f. wirkenden Gewichte, bezw. für die Linienstrecken, welche dieselben als $o1$, $1\,2$ u. s. f. im Plane C darstellen, unterhalb des Planes A ein Hilfs-Seilpolygon mit Benutzung des an sich willkürlich ausserhalb der G-Linie gewählten Poles O, so erhält man auf dem äussersten Seilstrahle K in $2'$ einen Punkt, durch welchen das resultirende Gewicht aus 1 und 2, in $3'$ einen Punkt, durch welchen das resultirende Gewicht aus 1, 2 und 3 u. s. f., im Punkte $6'$ einen Punkt, durch welchen das resultirende Gewicht aller Einzelgewichte von 1 bis 6 in lothrechter Richtung wirken muss.

Für den möglichst kleinsten Gewölbschub H, welcher im vorliegenden Falle wagrecht gerichtet ist, weil das Gewölbe in Bezug auf das Scheitelloth symmetrisch geformt und symmetrisch belastet ist, und welcher bei näherer Untersuchung eine mögliche Mittellinie des Druckes liefert, ist der höchste Punkt o der gedachten Scheitelfuge als Angriffspunkt genommen, während gleichzeitig als Durchgangspunkt der aus dem Schube H und dem Gesammtgewichte G entstehenden resultirenden Pressung der tiefste Punkt der Widerlagsfuge 6 angenommen ist. Um die Größe von H unter diesen Annahmen zu ermitteln, ist durch o die wagrechte, durch 6_1 der Linie K die lothrechte Linie geführt, welche sich auf der ersteren im entsprechenden Punkte $6'$ schneiden. Zieht man im Plane A, von der Vorderkante 6 der Widerlagsfuge aus, den Strahl $66'$, so ist hiermit die Lage der Mittelkraft aus H und G bestimmt.

Führt man hierauf im Plane C durch den Punkt 6 der Linie G die Parallele zu jenem Strahle $66'$, so ergiebt sich im Abschnitte Ho auf der durch o geführten Wagrechten oz der gesuchte Gewölbschub H. Nach dem Maßstabe bestimmt, ist die Strecke $Ho = 0{,}67^{\text{m}}$, folglich Ho selbst gleich $0{,}67$-mal Basiszahl, also $Ho = 0{,}67 \cdot 3 = 2{,}01^{\text{qm}}$, bezw. $2{,}01^{\text{cbm}}$.

Setzt man nunmehr H nach und nach mit den auf die einzelnen Fugen des Gewölbes gelangenden

Gewichten zusammen, so erhält man für die Fuge *1* ein Gewicht *1* = Strecke *o 1* im Plane *C*. Der Punkt *1'* auf der Linie *H o* im Plane *A* entspricht der Richtungslinie des Gewichtes *o 1*. Zieht man im Plane *C* den Strahl *H 1* und hierzu durch den Punkt *1* im Gewölbplane die Parallele, bis die Fuge *1* getroffen wird, so ist dieser Punkt ein Punkt der Mittellinie des Druckes.

Bis zur Fuge *2* kommen die Gewichtsstrecken *o 1* + *1 2* in Betracht; das aus beiden resultirende Gewicht wirkt in der Lothrechten *2' 2'*; mithin geht die resultirende Pressung, welche im Plane *C* durch den Strahl *H 2* ausgedrückt wird, durch den Punkt *2'* der Linie *H o* im Plane *A*. Zieht man also durch diesen Punkt *2'* die Parallele zu dem bezeichneten Strahle *H 2*, bis dieselbe die Fuge *2* trifft, so ist ein zweiter Punkt der Mittellinie des Druckes gefunden. Das hiermit angegebene Verfahren wird in gleicher Weise für alle Fugen beobachtet. Die für *H o* erhaltene Mittellinie des Druckes *o 6* verbleibt der Zeichnung zu Folge ganz in der Gewölbfläche, so dass Gleichgewicht gegen Drehung vorhanden ist.

Da die auf die einzelnen Fugen kommenden Pressungen mit den Senkrechten zu den Fugen, je für sich betrachtet, Winkel einschliessen, welche weit kleiner bleiben, als der Reibungswinkel des Materials, welcher im Allgemeinen zu 35 Grad, bezw. in besonderen Fällen bei frischem Mörtel zu 27 Grad angenommen werden kann, so ist auch Gleichgewicht gegen Gleiten vorhanden. Die letztere Untersuchung ist in der Zeichnung nicht besonders mitgetheilt, auch für die Ausführung hier weniger von Bedeutung, weil die Gefahr, dass ein Gewölbe in Folge des Gleitens der Wölbsteine nicht standfähig ist, selten vorhanden ist, ausserdem aber auch leicht durch entsprechende Anordnung des Fugenschnittes, z. B. senkrecht zur Mittellinie des Druckes, beseitigt werden könnte.

Das untersuchte Gewölbe wird also als stabil gelten, vorausgesetzt, dass für den nun auf graphischem Wege gefundenen Gewölbschub $Ho = 2{,}01$ die früher durch vorläufige Rechnung für den Gewölbschub $H = 1{,}97$ erhaltene Gewölbstärke von $0{,}38$ m auch zutreffend ist.

Nach Gleichung 145 würde nunmehr

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 2{,}01)\, 2{,}01} = 0{,}378 \text{ m}$$

oder abgerundet $d = 0{,}38$ m werden, also mit dem angenommenen Werthe in Uebereinstimmung bleiben. Um den Normaldruck N für die Widerlagsfuge *6* zu erhalten, ist im Plane *C* durch den Punkt *6* nur die Parallele $6N$ zu dieser Widerlagsfuge zu ziehen und das Loth HN von H auf $6N$ zu fällen. Alsdann ist $N = HN$-mal Basiszahl.

In der Zeichnung ist $HN = 1{,}56$ m; mithin wird $N = 1{,}56 \cdot 3 = 4{,}68$ qm, bezw. $4{,}68$ cbm. Da früher unter Vernachlässigung der Böschung der Cokeschüttung N zu $5{,}2$ qm, also grösser gefunden wurde und für diesen Werth die Stärke d_1 schon unter $0{,}38$ m blieb, so ist auch nach der neuen Untersuchung d_1 zu $0{,}38$ m, also gleich d beizubehalten.

Da für Backsteingewölbe die Gewölbstärke im Scheitel nach Steinlängen bestimmt wird, so empfiehlt es sich, nach Gleichung 145, bezw. Gleichung 150 für die verschiedenen derartigen Stärken d die Grenzwerthe von H und N zu berechnen. In der folgenden Tabelle sind die zugehörigen Werthe von H und N für d von $^1/_2$ bis $2^1/_2$ Steinstärke zusammengestellt.

d	$^1/_2$ Stein = $0{,}12$ m	1 Stein = $0{,}25$ m	$1^1/_2$ Stein = $0{,}38$ m	2 Stein = $0{,}51$ m	$2^1/_2$ Stein = $0{,}64$ m	
H	$0{,}2$	$0{,}87$	$2{,}03$	$3{,}69$	$5{,}88$	Quadr.-Met.
N	$0{,}6$	$2{,}61$	$6{,}09$	$11{,}07$	$17{,}64$	

Aus dieser Tabelle ergiebt sich für das untersuchte Gewölbe, welches einem Gewölbschube von $2{,}01$ qm ausgesetzt ist, dass im Falle einer grösseren Belastung für das Gewölbe, wie solche durch die Cokeschüttung gegeben war, der für $0{,}38$ m Stärke eintretende Grenzwerth $2{,}03$ für H überschritten würde und dass dann die Gewölbstärke im Scheitel schon zu 2 Steinlängen genommen werden müsste.

Da ein Gewölbe unbedingt stabil ist, wenn für dasselbe eine Mittellinie des Druckes möglich ist oder eintreten kann, welche die Mittelpunkte aller Fugen trifft, so ist im Plane *A* noch zur weiteren Prüfung des Gewölbes eine Mittellinie des Druckes gezeichnet, wobei der Mittelpunkt o_1 der gedachten Scheitelfuge und der Mittelpunkt *VI* der Widerlagsfuge als Endpunkte dieser neuen Mittellinie des Druckes angenommen sind.

Auf der wagrechten Linie $H_1 o_1$ find alsdann die den Punkten $1' 2'$ u. f. f. der Linie $H o$, bezw. der Linie K entfprechenden Punkte $1''$, $2''$ u. f. f. bis $6''$ feft gelegt. Der Gewölbfchub $H' o$, welcher für die Mittellinie des Druckes $o_1 VI$ mafsgebend wird, ift beftimmt, fobald im Plane A der Strahl $6'' VI$ und hierzu parallel im Plane C der Strahl $6 H_1$ gezogen wird. Derfelbe beträgt $0{,}95 \cdot 3 = 2{,}85$ qm, ift alfo um das $\frac{2{,}85}{2{,}01}$-fache oder etwa $1{,}4$-fache gröfser, als der Gewölbfchub $H o$.

Die Conftruction der Mittellinie des Druckes erfolgt in gleicher Weife, wie früher, nur dafs jetzt die durch $1''$ geführte Preffungslinie der Fuge 1 parallel mit $H_1 1$, die durch $2''$ geführte Preffungslinie der Fuge 2 parallel mit $H_1 2$ läuft u. f. f.

Die hiernach gezeichnete Mittellinie des Druckes geht nahezu durch die Fugenmitten, fo dafs nunmehr die Prüfung der Stabilität des Gewölbes abgefchloffen werden kann.

Zur Auffindung der Stärke des Widerlagers ift vorweg angenommen, dafs die Grundfläche deffelben in der Ebene EF als feft gilt und dafs der Endpunkt x einer im Widerlager von einem Gewölbfchube $H_1 o$ abhängigen Mittellinie des Druckes die Widerlagerfuge in einem Abftande $Ex = \frac{1}{3} EF$ von der äufserften durch E gehenden Drehkante trifft. Selbftredend ift die Tiefe des Widerlagers wie beim Gewölbe gleich der Längeneinheit. Die Höhe deffelben ift durch die mit D zufammenfallende wagrechte Ebene gegeben.

Bei Ausführung des bis zur Bruchfuge wagrecht vorgemauerten Kämpferftückes ift diefes nebft dem darüber liegenden fchmalen Streifen mit zum Widerlager zu rechnen. Ueber $6 7$ im Plane A liegt eine als Dreiecksfläche aufzufaffende Theilfläche, deren Schwerpunkt S leicht zu beftimmen, deren Grundlinie gleich r und deren Höhe gleich der Breite des Streifens VI ift, welche im Plane C als $6 c_1$ eingetragen war. Der Flächeninhalt diefes Dreieckes ift alfo $\frac{1}{2} r \cdot 6 c_1$. Da diefe Fläche auf die gewählte Bafis zu reduciren ift, d. h. in ein Rechteck verwandelt werden mufs mit der beftimmten Bafis $o z$ und einer noch unbekannten Höhe η, fo mufs $\eta \cdot o z = \frac{1}{2} r \cdot 6 c_1$ oder

$$\frac{\eta}{\frac{1}{2} r} = \frac{6 c_1}{o z}$$

fein. Trägt man daher die Länge r als Strecke $6 r$ auf der z-Linie ab, halbirt diefelbe in s, zieht den Reductionsftrahl $6 s$, fo wird auf der durch c_1 geführten Lothrechten die Strecke $c, c_{,,}$ abgefchnitten und $6 7 = c, c_{,,}$ ergiebt das Gewicht der Dreiecks-Lamelle VII. Endlich ift auch noch die Strecke $7 8$ als Gewicht der fchmalen Lamelle $VIII$ in der genügend angegebenen Weife beftimmt. Seitlich von der durch F geführten Lothrechten beginnt der Widerlagskörper. Zunächft ift eine Lamelle IX von beliebiger, aber nicht übertriebener Breite angenommen und das Gewicht im Plane C als Strecke $8 9$ ermittelt. Setzt man nun die Zeichnung des Hilfs-Seilpolygons für die Gewichte 7, 8 und 9 fort, fo wird auf der Linie K der Punkt $9'$ erhalten. Durch $9'$ zieht die Lothrechte, welche der Lage des refultirenden Gewichtes aller Einzelgewichte von o bis 9 der Gewichtslinie G entfpricht. Der Schnittpunkt $9''$ auf der Linie $H_1 o_1$ ift Angriffspunkt der refultirenden Preffung. Zieht man im Plane C den Strahl $H_1 9$, fo erhält man diefelbe in diefem Strahle. Führt man im Plane A die Gerade $9'' 9$ parallel zu $H_1 9$, fo fällt der Punkt 9 der Richtung jener Preffung über die Grenzlinie der Lamelle hinaus; folglich würde bei der erften Lamelle noch kein Gleichgewicht gegen Drehen auf der Ebene EF vorhanden fein. Fügt man defshalb noch eine zweite Lamelle X, deren Breite hier gleich der Lamellenbreite von IX genommen ift, dem Widerlager hinzu und verfährt in der angegebenen Weife, fo trifft die durch $10_{,,}$ parallel zu $H' 10$ refultirende Preffung die Fuge EF nahezu an der Grenzlinie der Lamelle X, fo dafs nunmehr beim Gewölbfchub $H_1 o$ eben Gleichgewicht gegen Drehung eintreten würde.

Fügt man endlich noch eine oder mehrere Theilftreifen hinzu und ftellt dem gegebenen Verfahren gemäfs die Schnittpunkte x auf der Fuge EF der zugehörigen refultirenden Preffungen feft, fo gelangt man fchliefslich dahin, die Lage des Punktes x fo zu erhalten, dafs $Ex = \frac{1}{3} EF$ wird.

In der Zeichnung trat diefer Fall ein, nachdem noch die dritte Lamelle XI hinzugefügt war, fo dafs EF die gefuchte Widerlagsftärke ift. Diefelbe beträgt $1{,}2$ m, alfo bei der Spannweite des Gewölbes von 6 m genau $\frac{1}{5}$ diefer Weite.

Sollte die Aufsenfeite des Widerlagers in der Stärke von durchfchnittlich $0{,}4$ m, entfprechend der

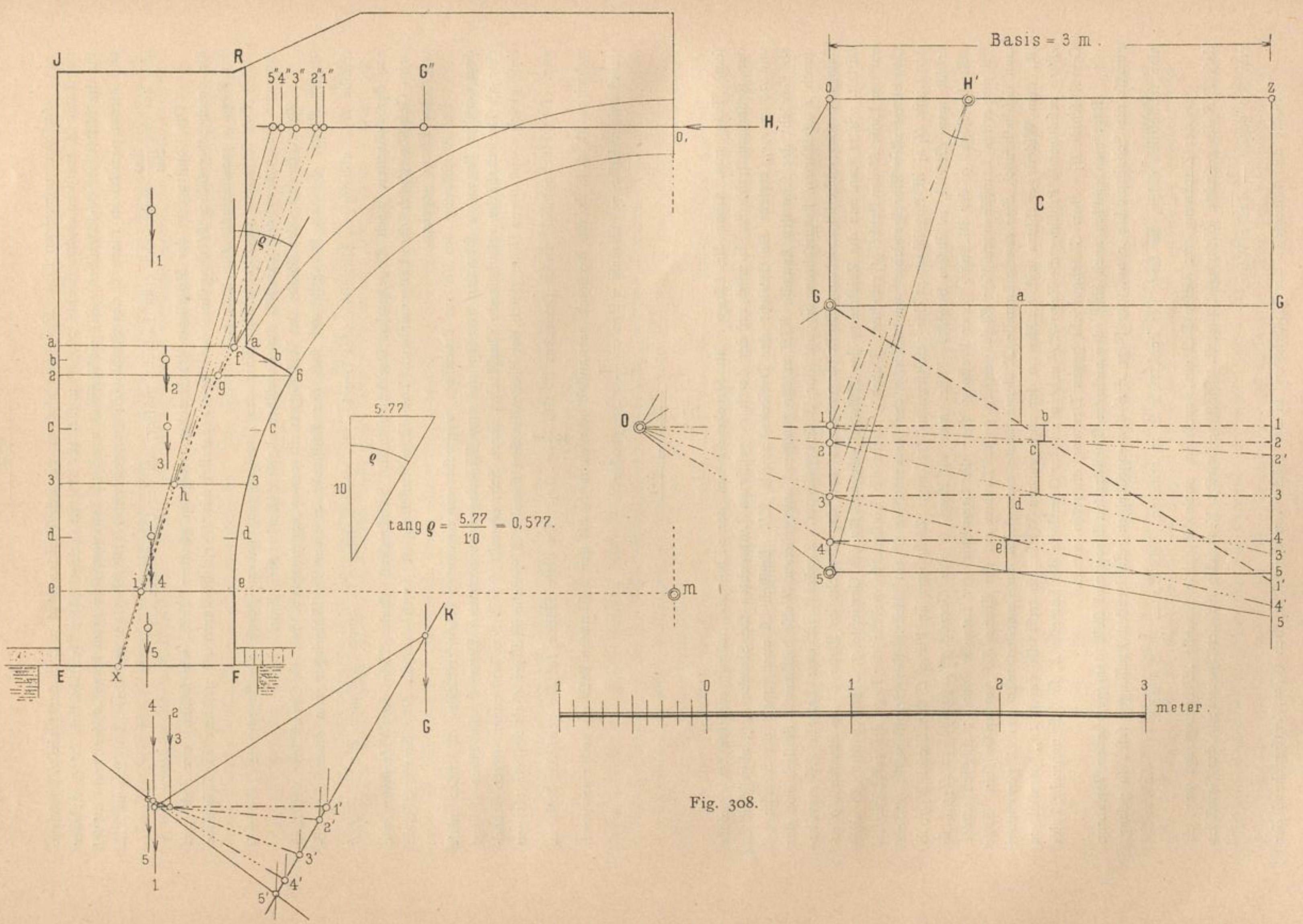

J
R
5" 4" 3" 2" 1"
G"
H,
O,
E
x
F
a
b
c
d
e
f
g
h
i
K
G
O
m
5.77
10
ϱ
tang ϱ = 5.77/10 = 0,577.
Basis = 3 m.
H'
Z
C
1'
2'
3'
4'
5'
meter.

Fig. 308.

Breite des letzten Theilstreifens, aus Sandsteinquadern vom Eigengewichte $\gamma_{\prime\prime} = 2{,}4$ ausgeführt werden, so würde, wenn weder die Gröfse des Gesammtgewichtes o bis 11, noch die Lage des Punktes x verändert werden dürfte, die Höhe Eq dieser Quaderbekleidung mit Hilfe des Planes B sich einfach bestimmen lassen. Hierin ist $\delta\alpha$ die Höhe des vollständig aus Backsteinmauerwerk hergestellten Widerlagers. Trägt man auf der wagrechten Linie $\alpha\beta$ die Strecke $\alpha\beta = 2{,}4$ ab, zieht man hierauf $\delta\beta$, so schneidet dieser Strahl die lothrechte Linie γ im Punkte q_1; die durch q_1 parallel zu $\alpha\beta$ geführte Linie giebt auf der Lothrechten $\delta u'$ den Schnittpunkt ε, und man erhält alsdann in $\delta\varepsilon$ die gesuchte Höhe Eq der Quaderverkleidung. Das Gewicht dieses Quaderstückes ist gleich dem Gewichte des aus Backsteinmauerwerk bestehend gedachten Theilstreifens XI; denn es ist bei gleicher Grundfläche der beiden Körper

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta\alpha} = \frac{\gamma}{\gamma_{\prime\prime}}, \text{ also } \delta\alpha\,\gamma = \delta\varepsilon\,\gamma_{\prime\prime},$$

wie es sein soll. Oberhalb q entstände ein Sockelabsatz von der Breite der Lamelle XI und danach könnte das Backsteinmauerwerk wieder beginnen.

Das Mauerwerk des Widerlagers wird jedoch in den meisten Fällen in wagrechten Schichten ausgeführt, und es entsteht dann die Frage, wie sich bei solcher Anordnung die Mittellinie des Druckes im Widerlagskörper gestaltet.

In Fig. 308 ist für das bereits seiner Stärke nach ermittelte, aus Backsteinmauerwerk bestehende Widerlager die Mittellinie des Druckes $fghix$ für wagrechte Schichten eingezeichnet. Auf der wagrechten Fuge aa ruht der Körper $aaRJ$. Sein Gewicht 1 wirkt in der Schwerlinie 1. Ferner kommt für diese Fuge das Gewicht G der Gewölbhälfte mit seiner Belastung und der Gewölbschub $H_1 o$ in Betracht, welche sofort von der Tafel bei S. 198 entnommen sind, so dafs, unter Beibehaltung derselben Verwandlungsbasis $oz = 3^{\mathrm{m}}$, nun auch oG der Strecke $o6$, $H_1 o$ der Strecke $H_1 o$ entsprechend wieder benutzt sind. Die Gewichtsstrecke $G1$ des bezeichneten Theilstückes ist im Plane C in bekannter Weise ermittelt. Nach der Zeichnung des Hilfs-Seilpolygons mit Benutzung des beliebigen Poles O ergiebt sich auf dem Strahle K der Punkt $1'$, durch welchen die Mittelkraft aus oG und $G1$ zieht. Die Zusammensetzung derselben mit dem durch den Mittelpunkt o_1 der gedachten Scheitelfuge gerichteten wagrechten Gewölbschube $H_1 o$ erfolgt im Punkte $1''$. Der Strahl $1''f$ parallel zu $H_1 1$ des Planes C geführt, giebt in f einen Punkt der Mittellinie des Druckes im Widerlager.

Ueber der Fuge 26 gesellt sich dem Gewichte von $aaRJ$ noch das Gewicht des Theilstreifens $26aa$ mit der mittleren Breite bb hinzu. Der Schwerpunkt desselben ist leicht zu bestimmen. Im Plane C ist für die Reduction dieser Breite gemäfs $1b = bb$ genommen, $12'$ auf der Linie z gleich der Höhe $2a$ des Streifens abgetragen und durch den Reductionsstrahl $12'$ die Gewichtsstrecke $bc = 12$ erhalten. Im Seilpolygon ist die weitere Zusammensetzung der Gewichte $oG, G1$ und 12 zu einer durch $2'$ der Linie K gehenden Mittelkraft bewirkt und diese in $2''$ mit dem Gewölbschube $H_1 o$ vereinigt. Die dann sich ergebende resultirende Pressung ist für die Fuge 26 gleich und parallel $H_1 2$ des Planes C. Zieht man $2''g$ dem entsprechend parallel $H_1 2$, so erhält man in g einen Punkt der Mittellinie des Druckes für die Fuge $2b$.

Nach diesem Verfahren ist, wie aus der Zeichnung ersichtlich wird, für jede weiter folgende Fuge der zugehörige Punkt der Mittellinie des Druckes, welche als Linienzug $fghix$ auftritt, im Widerlager gefunden. Hier sei noch bemerkt, dafs die Lage des Punktes x auf der Fuge EF der Grundfläche mit derjenigen auf der Tafel bei S. 198 übereinstimmen, dafs ferner die Strecke $G5$ wieder gleich der Strecke 611 jener Figur gefunden werden mufs, weil an der Gesammtheit des Querschnittes vom Gewölbe und vom Widerlager keine Aenderung eingetreten ist.

Die gefundene Mittellinie des Druckes verbleibt ganz innerhalb der Fläche des Widerlagers. Die resultirenden Pressungen für die einzelnen Fugen schliefsen mit den ihnen zugehörigen Senkrechten einen Winkel ein, welcher, wie bei der Fuge aa für die am stärksten geneigte Pressungslinie $1''f$ gezeigt ist, kleiner bleibt, als der hier zu 30 Grad angenommene Reibungswinkel ρ, wofür $\operatorname{tg} \rho = 0{,}577$ ist, so dafs für das Widerlager sich Gleichgewicht gegen Drehung und gegen Gleiten ergiebt.

In besonderen Fällen, wenn z. B. die als Gurtbogen auftretenden kürzeren Gewölbe aufser einer stetig oder unstetig vertheilten Belastung noch an bestimmten Stellen gröfsere Einzelgewichte als Belastung aufzunehmen haben, ist stets eine sorgfältige Prüfung der Stabilität dieser Gewölbe erforderlich und immer die Ermittelung der Mittellinie des Druckes für das Gewölbe nebst Widerlager angezeigt. 144. Einzellasten.

Eine derartige Untersuchung ist in Fig. 309 ausgeführt.

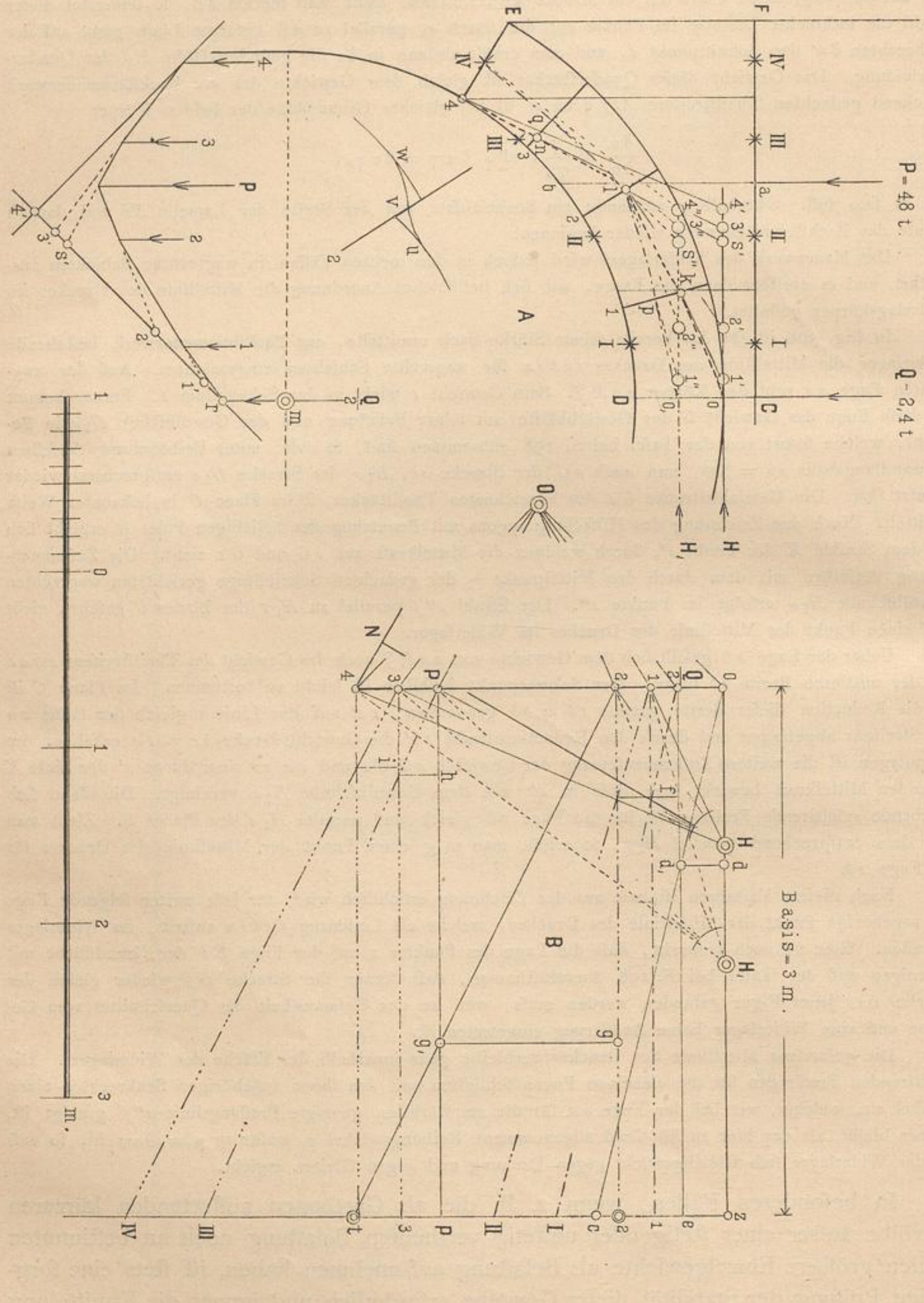


Fig. 309.

Das aus Backftein auszuführende Gewölbe ift 4^{m} weit gefpannt und trägt aufser der durch CF begrenzten Ueberlaft noch im Scheitel eine Einzellaft von $Q = 2{,}4$ Tonnen, rechts und links von dem Scheitellothe noch je eine Laft $P = 4{,}8$ Tonnen, fo dafs diefes Gewölbe fymmetrifch geformt und fymmetrifch belaftet ift. Die Gewölbftärke fei zu 2 Steinftärken $= 0{,}51^{m}$ angenommen. Die Unterfuchung ift wieder unter der Annahme einer Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit geführt. Da die Einzellaften durch das gleiche Gewicht einer Steinfäule von quadratifcher Grundfläche, deren Seitenlänge beliebig genommen werden könnte, hier aber zu 1^{m} genommen werden foll und einer Höhe x erfetzt werden müffen, fo erhält man, da 1^{cbm} Backfteinmauerwerk $1600^{kg} = 1{,}6^{t}$ wiegt, für die Laft Q fofort

$$x \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}6 = 2{,}4\,, \quad \text{alfo} \quad x = 1{,}5^{m}$$

und für die Laft P danach

$$x \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}6 = 4{,}8\,, \quad \text{d. h.} \quad x = 3^{m}.$$

Die Lage von Q und P darf nicht geändert werden, und aus diefem Grunde wird am zweckmäfsigften eine zugehörige Theillinie C, bezw. a durch den Angriffspunkt der Einzellaften gelegt und diefen Theillinien entfprechend auch die zugehörige Gewölbfuge, unter Beibehaltung der Belaftungslinie CF der urfprünglichen, ftetigen oder unftetigen, hier wagrecht abgegrenzten Belaftung, wie früher angegeben, gezogen.

Von der in der gedachten Scheitelfuge Do wirkenden Einzellaft Q kann hier nur die Hälfte, alfo $\frac{1{,}5}{2} = 0{,}75^{m}$, oder, da die Grundfläche der gedachten Steinfäule 1^{m} als vordere Seitenlänge befitzen foll, $0{,}75^{qm}$, bezw. $0{,}75^{cbm}$ in Betracht genommen werden, weil der fymmetrifchen Anordnung halber nur eine Gewölbhälfte zur Unterfuchung zu kommen braucht.

Sind diefe Punkte feft gefetzt, fo erfolgt das weitere Zerlegen der Gewölbe- und Belaftungsfläche $D4EFC$ in beliebig viele, auch beliebig breite Theilftreifen nebft Angabe der ihren Theillinien zukommenden Gewölbfugen, gleichgiltig, ob diefe Fugen mit jenen fpäter bei der Ausführung des Gewölbkörpers zufammenfallen werden oder nicht, und hierauf, ganz wie im Vorhergehenden erörtert, auch die Reduction ihrer Flächen auf eine gewählte Bafis. Hierbei ift nur zu beachten, dafs auch die Gewichte der Einzellaften in richtiger Reihenfolge vor der antretenden Lamelle eingefügt und gleichzeitig auf jene Bafis reducirt werden. So ift das Gewicht $\frac{Q}{2}$ entfprechend $0{,}75^{qm}$ als erfter Beftandtheil in folgender Weife reducirt.

Auf der z-Linie des Planes B ift $zc = 0{,}75^{m}$, auf der Linie oz dagegen $od = 1^{m}$ abgetragen. Der Reductionsftrahl oc liefert die Gewichtsftrecke dd_1 gleich der Strecke o bis $\frac{Q}{2}$. Hierauf find die Gewichtsftrecken für die Lamellen I und II von $\frac{Q}{2}$ bis 1 und von 1 bis 2 beftimmt, und fodann ift die Reduction der Einzellaft $P = 3^{qm}$ entfprechend bewirkt.

Statt hierbei eine Länge von 3^{m} und eine Breite von 1^{m} zu benutzen, ift, um das Auftragen einer grofsen Länge zu vermeiden, welche unter Umftänden nicht mehr auf die Zeichenfläche gebracht werden könnte, eine Länge $2t$ auf der z-Linie gleich $\frac{3}{n}$, hier $= \frac{3}{2} = 1{,}5^{m}$ und auf der Linie 22 eine Breite 2 bis $g = n \cdot 1$ Met., alfo hier, da $n = 2$ gewählt ift, gleich 2^{m} abgefchnitten. Der Reductionsftrahl $2t$ liefert nun ebenfalls die richtige Gewichtsftrecke $gg_1 = 2P$ für die Einzellaft P. Endlich find noch die Theilftreifen III und IV reducirt, und es ift in o bis 4 im Plane B die gefammte Gewichtsftrecke feft gelegt.

Wie für die Tafel bei S. 198 befchrieben, ift nunmehr die Conftruction einer Mittellinie des Druckes $okln4$ für den möglichft kleinften, in o angreifend genommenen Gewölbfchub Ho und ferner eine folche $o_1 plq\,VI$ für einen Gewölbfchub $H_1 o$ ausgeführt, wobei die Endpunkte diefer Mittellinie des Druckes die Halbirungspunkte der Scheitelfuge Do und der Widerlagsfuge $4E$ bilden. In der Fig. 309 treffen die von $2'$ und S' nach der Fuge 2 laufenden Richtungen der Preffungen, abgefehen davon, dafs auch die von o_1 ausgehende Mittellinie des Druckes durch diefen Punkt zieht, ganz nahe im Punkte l zufammen.

Diefes Zufammentreffen ift jedoch häufig nicht der Fall. Die Mittellinie des Druckes bleibt aber vermöge der Prefsbarkeit des Materials ftetig und würde etwa bei der Fuge 2 den im Plane A unterhalb der Fuge 2 angegebenen Verlauf uvw nehmen. Für die Unterfuchung des Widerlagers diefes Gewölbes möge auf die Tafel bei S. 198 u. Fig. 308 verwiefen werden.

Noch erübrigt die Prüfung der Gewölbftärke. Der Gewölbfchub Ho wird nach der Zeichnung gefunden als $Ho = 0{,}9 \cdot 3 = 2{,}7^{qm}$, während der Normaldruck für die Widerlagsfuge $4E$

$$HN = 2{,}28 \cdot 3 = 6{,}84^{qm}$$

wird. Nach der Tabelle auf S. 202 muſs alſo das Gewölbe durchgängig 2 Stein ſtark genommen werden, da bei $1\frac{1}{2}$ Stein Stärke H nur $2{,}03$ qm, N nur $6{,}09$ qm iſt. Da die Mittellinie des Druckes für Ho ganz in der Gewölbfläche verbleibt, auch in den Fugen der Reibungswinkel nicht überſchritten wird, ſo iſt das entworfene und unterſuchte Gewölbe ſtabil.

145. Empiriſche Regeln für die Widerlagsſtärke.

Damit für die Widerlagsſtärke von vornherein ein ungefährer Werth Berückſichtigung finden kann, benutzt man wohl einige empiriſche Regeln, und zwar nimmt man bei Tonnengewölben, wobei die Oberkante der Widerlager in einer durch den höchſten Punkt des Gewölbrückens gelegten wagrechten Ebene begrenzt iſt, die Stärke der Widerlager:

bei einer Halbkreisbogenlinie zu $\frac{1}{5}$ der Spannweite;

bei gedrückten Bogenlinien (Ellipſen, Korbbogen) mit bis $\frac{1}{4}$ Pfeilverhältniſs zu $\frac{1}{4}$ der Spannweite;

bei gedrückten Bogenlinien mit weniger als $\frac{1}{4}$ Pfeilverhältniſs zu $\frac{2}{7}$ der Spannweite, und

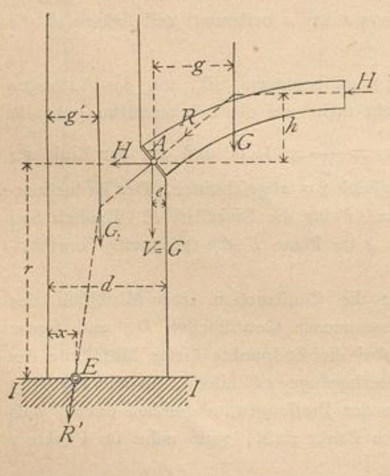
bei überhöhten Bogenlinien zu $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{7}$ der Spannweite.

Iſt dabei aber die Höhe der Widerlager von ihrer Aufſtandfläche bis zu der erwähnten Ebene gröſser als $2{,}5$ m, ſo werden die angegebenen Abmeſſungen etwa $1\frac{1}{6}$- bis $1\frac{1}{8}$-mal ſo ſtark genommen.

Die gegebenen Werthe ſollen aber nur als Näherungswerthe angeſehen werden; ſie ſchlieſsen alſo die bezeichnete Stabilitätsunterſuchung des Widerlagskörpers nicht aus.

Bei der Prüfung der Stabilität des Widerlagers durch Rechnung iſt im oben gedachten Halbbande (2. Aufl., Art. 277, S. 262) dieſes »Handbuches« das Erforderliche gegeben, und es iſt mit Bezug auf die in Fig. 310 eingeführten Bezeichnungen der Abſtand x des Angriffspunktes E der Mittelkraft aus dem Gewölbſchube H, dem Gewichte G des Gewölbes nebſt ſeiner Belaſtung und dem Gewichte G_1 des Widerlagskörpers von der äuſseren Kante am Fuſse der Widerlagsmauer berechnet zu

Fig. 310.



$$x = \frac{G_1 g' + G(d-e) - Hr}{G + G_1} .$$

Iſt demnach zuvor die Stärke d gewählt, ſo läſst ſich G_1 als abhängig von d ermitteln und da dann auch bei berechnetem g_1, H und G, ſo wie bei den gegebenen Werthen von e und r die Gröſse x zu finden iſt, ſo kann man prüfen, ob die gewählte Stärke d einen Werth für $x = \frac{1}{3} d$ liefert, oder ob ein neuer Werth von d, welcher nach der erſten Rechnung ſich jedoch unſchwer angeben läſst, eingeführt werden muſs oder nicht.

146. Einhüftige Gewölbe.

Eine beſondere Betrachtung erfordern noch die ſog. einhüftigen Gewölbe. Ein einhüftiges Gewölbe iſt, in ſeinem Stirnſchnitte genommen, ein ſog. unſymmetriſches Gewölbe, da daſſelbe in Bezug auf ſein Scheitelpunktsloth zwei von einander verſchiedene, nicht congruente Stücke der ganzen Stirnfläche beſitzt. Dieſe beiden

Stücke erhalten auch meiftens von einander verfchieden grofse Belaftungen, fo dafs neben den unfymmetrifchen Gewölbebogen noch unfymmetrifche Belaftung vorhanden ift. Da vielfach aufser den eigentlichen einhüftigen Gewölben, welche z. B. zur Unterftützung von Treppenläufen dienen, derartige Gewölbe von geringer Axenlänge als fog. Strebebogen zur Sicherung des Widerlagers anderer Gewölbe, namentlich der gothifchen Kreuzgewölbe, benutzt werden, fo ift die Stabilitäts-Unterfuchung der einhüftigen Gewölbe, bezw. der Strebebogen von Bedeutung. In einigen Punkten weicht, wie aus dem in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 476, S. 446[167]) Gefagten zu entnehmen ift, diefe Unterfuchung von derjenigen des geraden Tonnengewölbes ab, und es foll defshalb eine graphoftatifche Stabilitäts-Unterfuchung eines einhüftigen Gewölbes gegeben werden.

Als Beifpiel ift ein einhüftiges, aus Backfteinmaterial herzuftellendes Gewölbe gewählt, welches zum Tragen eines Treppenarmes dient. Daffelbe ift in Fig. 311 dargeftellt. Die Wölblinie ift ein um *m* befchriebener Kreisbogen *ab*; die Gewölbftärke ift gleichmäfsig zu $0{,}38\,^{m}$ angenommen. Der Treppenlauf ift eingetragen, und gleichzeitig ift unter Berückfichtigung der zufälligen Belaftung und unter Zurückführen des Stufenmaterials und der erwähnten Belaftung auf das Eigengewicht des Wölbmaterials die Belaftungslinie *CD* eingezeichnet.

Streng genommen würde diefe Linie ftaffelförmig auftreten, wenn für jede Stufe eine gleichförmig vertheilte Ueberlaft für die Flächeneinheit gelten foll. In Rückficht auf Stöfse, welche bei der Benutzung der Treppe eintreten können, ift hier jedoch diefe Ueberlaft parallel mit der Steigungslinie der Treppe angenommen und hierdurch noch als etwas ungünftiger für das Gewölbe in Betracht gezogen.

Die Belaftungsfläche *ab CD* ift in fieben Theilftreifen zerlegt, wovon der Streifen *I* der fchmalere ift, während die Streifen *II* bis *VII* eine gleich grofse Breite aufweifen.

Die Tiefe des Gewölbes ift gleich der Längeneinheit angenommen. Den Theillinien entfprechend find die Fugenlinien x, z, y u. f. f. in der eigentlichen Gewölbfläche gezogen.

In bekannter Weife (vergl. Art. 143, S. 201) ift zur Ermittelung der Flächen, bezw. der Gewichte der Theile eine Reduction der Flächen derfelben auf eine Bafis gleich $2\,^{m}$ ausgeführt, fo dafs im Gewichtsplane die Strecken *o 1*, *1 2* u. f. f. die Gröfsen der zugehörigen Flächen ergeben, fobald die ihnen zukommende Mafszahl mit der Mafszahl 2 der Bafis multiplicirt wird. Die Strecke *o 7* mifft $2{,}8\,^{m}$; folglich befitzt die Belaftungsfläche $2{,}8 \cdot 2 = 5{,}6\,^{qm}$, und das in Frage kommende Gefammtgewicht des Gewölbekörpers, einfchl. der Belaftung beträgt, bei der Gewölbetiefe von $1\,^{m}$ und dem Gewicht von $1600\,^{kg}$, für $1\,^{cbm}$ Backfteinmaterial $5{,}6 \cdot 1 \cdot 1600 = 8960\,^{kg}$. Diefer Werth entfpricht der Mittelkraft *R*.

Die Einzelgewichte wirken, wie früher fchon erörtert, in den Mittellinien ihrer Theilftreifen, welche durch kleine Sterne in der Zeichnung angedeutet find.

Für die Gewichte ift unter Benutzung des Poles *O* das Seilpolygon *G* gezeichnet. Die lothrecht gerichtete Mittelkraft *R* geht durch den Schnittpunkt *d* der äufserften Seilftrahlen *cd* und *ed*.

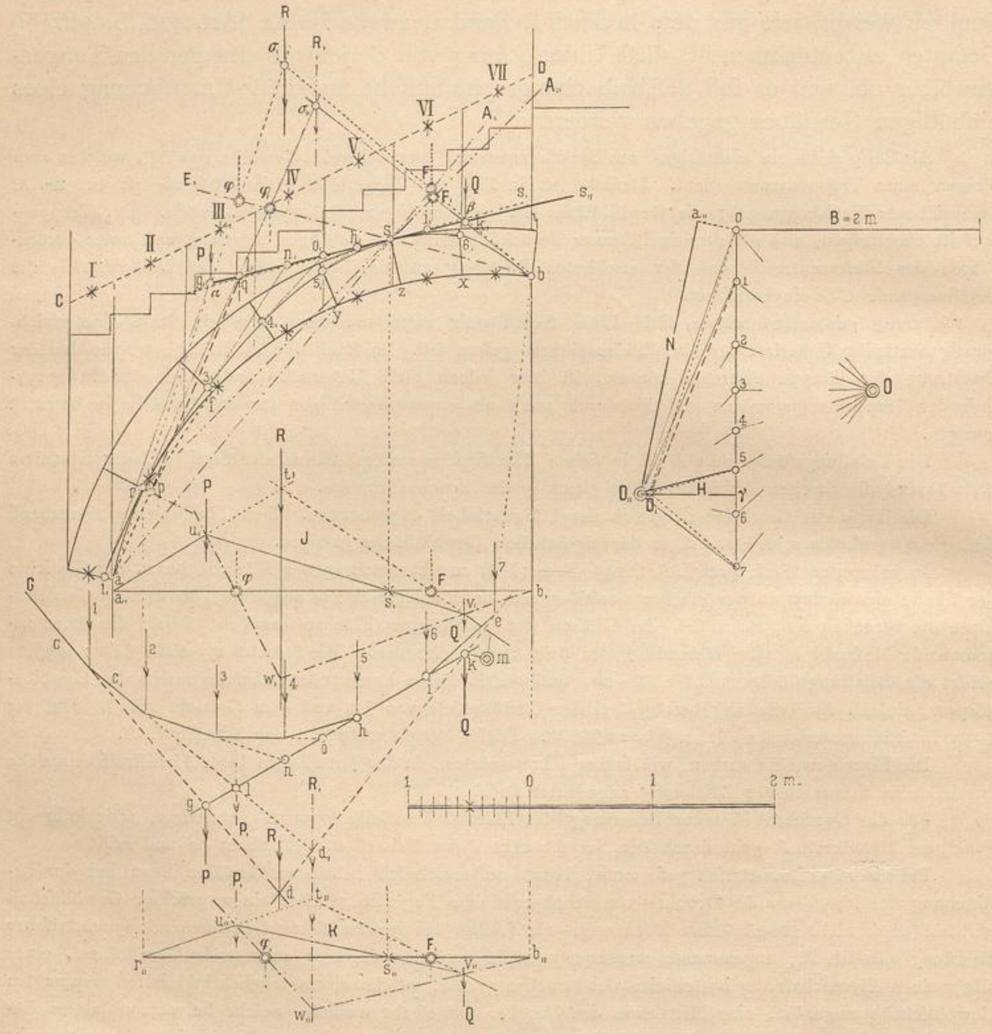
Bei einem unfymmetrifch geformten, bezw. unfymmetrifch belafteten Gewölbe kann bei der Beftimmung der Mittellinie des Druckes von vornherein eine Fuge, in welcher ein wagrechter Gewölbfchub wirkfam wird, nicht ohne weitere Rechnung, wie folches bei fymmetrifchen Gewölben mit fymmetrifcher Belaftung möglich ift, angenommen werden; vielmehr mufs für die hier auftretende Gewölbform, einer allgemeinen Eigenfchaft der Mittellinien des Druckes gemäfs, welche einem möglichft kleinften wagrechten Gewölbfchube angehört, eine Mittellinie des Druckes aufgefucht werden, welche bei einem ftabilen Gewölbe innerhalb der Gewölbfläche verbleibt und zwei Punkte mit der inneren Wölblinie und einen Punkt mit der Rückenlinie gemeinfchaftlich hat. Diefe drei Punkte find vorweg noch unbekannt. Wählt man jedoch einftweilen beliebig, z. B. die Punkte *a* und *b* auf der inneren Wölblinie, den dazwifchen liegenden Punkt *s* auf der Rückenlinie, fo läfft fich eine Mittellinie des Druckes als Probelinie ermitteln, welche diefe drei Punkte enthält, im Allgemeinen aber noch nicht innerhalb der Gewölbfläche verbleibt. Aus ihrem Verlaufe erkennt man aber dort, wo diefelbe fich am weiteften von den Gewölblinien entfernt, diejenigen Punkte, durch welche eine neu gezeichnete Mittellinie des Druckes gehen müffte, wenn diefelbe in der Gewölbfläche liegen foll. In den meiften Fällen find nur wenige derartige Unterfuchungen erforderlich, die aufserdem unter Anwendung der Verfahren der graphifchen Statik ziemlich einfach find.

---

167) 2. Aufl.: Art. 267, S. 253.

Um eine vorläufige Mittellinie des Druckes zu zeichnen, welche durch die gewählten 3 Punkte a, s, b geht, die zugleich den im Gewölbeschnitte für die Theillinien eingezeichneten Fugenlinien angehören, hat man zu beachten, dafs von der Fuge sz, bezw. von der ihr zukommenden Theillinie aus für den Gewölbkörper von s bis a die Gewichtsfumme gleich der Strecke $o5$, von s bis b die Gewichtsfumme gleich der Strecke 57 des Gewichtsplanes in Frage kommt. Die Lage diefer refultirenden Gewichte ift im Seilpolygon G zu ermitteln, indem für die durch die Fuge sz von einander gefchiedenen Gewichte

Fig. 311.



durch Erweitern des gemeinfchaftlichen Seilftrahles hi die Schnittpunkte g und k mit den äufserften Seilftrahlen c und e beftimmt werden. Durch g zieht die lothrechte Refultirende $P = o5$, während durch k die Lothrechte $Q = 57$ geht.

Da aufserdem die Lage der Mittelkraft R von P und Q bekannt ift, fo läfft fich für die Gewichte P und Q ein Seilpolygon b, β, s, α, a mit den äufserften Strahlen $b\sigma_1$ und $a\sigma_1$ im Gewölbeplane feft legen, welches durch die 3 Punkte a, s, b geht, und worin die in $\beta\alpha$, bezw. $\alpha\beta$ wirkenden Seilfpannungen als in s thätige Gewölbfchübe auftreten. Zur Ermittelung diefes Seilpolygons ift ein bekannter Satz der graphifchen Statik benutzt, welcher fagt:

Wenn fich die drei Ecken α, σ_1, β, welche einem Seilpolygon $a\alpha\beta b$ mit den fortgeführten beiden äufserften Strahlen $\alpha\sigma_1$ und $\beta\sigma_1$ angehören, auf drei gegebenen Strahlen $P, R_1 Q$ bewegen, wenn ferner zwei Seiten des Seilpolygons, z. B. $a\sigma_1$ und $\alpha\beta$, fich um zwei fefte Punkte a, bezw. s drehen, fo dreht fich auch die dritte Seite $\beta\sigma_1$ ftets um einen und denfelben feften Punkt F, den fog. Fixpunkt, welcher immer auf der durch die beiden feften Punkte a und s geführten geraden Linie, der fog. Polaraxe liegt. Zur Beftimmung jenes Fixpunktes F und auch des zur weiteren genauen Durchführung der Zeichnung zu benutzenden zweiten Fixpunktes φ einer zweiten Polaraxe E_1, braucht man nur, um die zeichnerifchen Darftellungen dafür im Gewölbeplane ganz zu vermeiden, bei der lothrechten Richtung von P, R und Q aus leicht erfichtlichen Gründen die Projectionen der Fixpunkte F und φ zu ermitteln und diefe auf die Polaraxe A_1 (Gerade durch a und s) für F, bezw. auf die Polaraxe E_1 (Gerade durch b und s) für φ unmittelbar zu übertragen. Solches ift im Hilfsplane J gefchehen. Auf der beliebig, hier wagrecht gezogenen Geraden $a_1 b_1$ find gemäfs der lothrechten Richtung von P, R und Q durch lothrechtes Projiciren die den Punkten a, s, b entfprechenden Punkte a_1, s_1, b_1 feft gelegt. Die Gerade $a_1 b_1$ ift die Projection der Polaraxe A_1, und eben fo ift $b_1 a_1$ die Projection der Polaraxe E_1.

Zieht man durch a_1 einen fonft beliebigen, die Geraden P und R in u_1, bezw. t_1 fchneidenden Strahl, legt hierauf, durch u_1 und s_1 beftimmt, eine Gerade feft, welche die Linie Q in v_1 fchneidet, und fügt man zuletzt den Strahl $v_1 t_1$ ein, fo ift der Schnittpunkt F derfelben mit $a_1 b_1$ die Projection von dem auf der Polaraxe A_1 liegenden Fixpunkte. Um den Fixpunkt φ zu erhalten, ift von b_1 ausgehend dasfelbe Verfahren zu beobachten; man kann aber unter Benutzung der fchon im Plane J vorhandenen Strahlen die Gerade $b_1 v_1$ bis w_1 auf R ziehen, die Gerade $v_1 u_1$ unberührt laffen und w_1 mit u_1 verbinden, um im Schnittpunkte φ diefes Strahles mit der Geraden $b_1 a_1$ die Projection des Fixpunktes der Polaraxe E zu ermitteln.

Ueberträgt man im Gewölbeplane den Punkt F nach F auf A_1 und den Punkt φ nach φ auf E_1, fo find $a\varphi$ und bF die Richtungen der äufserften Strahlen des durch as und b gehenden Seilpolygons. Sie treffen die Richtungen von P und Q in den Punkten α, bezw. β, und die durch die Punkte α und β ziehende Gerade s_1, welche nothwendig auch durch s gehen mufs, ift die dritte Seilfeite des nunmehr beftimmten Seilpolygons für die Punkte a, s und b. Als Probe für die Richtigkeit dient noch der Umftand, dafs die Strahlen $a\alpha$, bezw. $b\beta$, gehörig erweitert, fich in einem gemeinfchaftlichen Punkte σ_1 auf der Linie der Mittelkraft R fchneiden müffen.

In der Linie s_1 wirkt der Gewölbfchub für den Gewölbetheil za in der Richtung $s\alpha$, für den Gewölbetheil zb in der Richtung $s\beta$. Die Gröfse deffelben erhält man im Gewichtsplane fofort, wenn man durch den Punkt o eine Parallele oO_1 zu $a\varphi$ und durch den Punkt 7 eine Parallele $7O_1$ zu bF zieht; beide treffen fich im Punkte O_1, und die Länge des Strahles $O_1 5$ liefert, da 5 der Endpunkt der Gewichtsftrecke P und der Anfangspunkt der Gewichtsftrecke Q ift, die gefuchte Gröfse des Gewölbfchubes. Zur Prüfung der Zeichnung dient, dafs $O_1 5$ parallel mit der Geraden $\alpha\beta$ fein mufs.

Um nun für diefen Gewölbefchub eine vorläufige Mittellinie des Druckes zu zeichnen, verfährt man in folgender Weife. Das Gewicht 5, welches von s aus bis zur Fuge y in Frage kommt, greift auf der Linie s_1 in h_1 an; zieht man im Gewichtsplane die Linie $O_1 4$ und hierzu eine Parallele durch h_1, bis die Fuge y getroffen wird, fo ergiebt fich hier ein Punkt jener Drucklinie. So wirken bis zur Fuge r die Gewichte $2, 3, 4$ und 5. Die Lage des refultirenden Gewichtes P_1 gleich der Strecke 15 ergiebt fich durch den Schnittpunkt l der Seilftrahlen c_1 und hi des Seilpolygones G; bringt man den Angriffspunkt von P_1 entfprechend l nach q auf s_1, zieht man $O_1 1$ und hierzu eine Parallele qp, fo ift p ein Punkt der gefuchten Probelinie. Führt man die Zeichnung derfelben nach diefen Angaben für das ganze Gewölbe durch, was in Fig. 311 nicht weiter kenntlich gemacht ift, fo findet man, dafs diefe Probelinie in der Gewölbfläche szb verbleibt, die Gewölbfläche sza jedoch in dem Stücke fpa verläfft, dafs mithin diefe Drucklinie noch nicht für die Stabilitäts-Unterfuchung des Gewölbes mafsgebend wird. Der am weiteften von der Wölblinie entfernte Punkt p diefer Probelinie giebt ein Erkennungszeichen für die Lage einer gefährlichen Stelle (Bruchfuge) im Gewölbe an. Der dem Punkte p zugehörige Punkt diefer Bruchfuge ift in r bekannt geworden. Die Punkte s und b bleiben unverändert, weil von s bis b die Probelinie in der Fläche bleibt.

Ermittelt man nunmehr ein Seilpolygon, welches durch die Punkte r, s und b für die Gewichte von s bis r und von s bis b geht, fo weifs man zunächft, dafs das refultirende Gewicht P_1 des Stückes von s bis zur Fuge r gleich 15 ift und lothrecht durch l zieht, dafs ferner das refultirende Gewicht des Stückes von s bis zur Fuge b wiederum gleich $Q = 57$ ift und lothrecht durch k zieht und dafs endlich für das bezeichnete Seilpolygon die durch r und s geführte Gerade $A_{,,}$ eine Polaraxe wird, während die zweite Polaraxe im vorliegenden Falle als der durch b und s gelegte Strahl E_1 verbleibt.

Ermittelt man im Hilfsplane K in der früher angegebenen und aus der Zeichnung näher erfichtlichen Weife die Projectionen der Fixpunkte F_1 und φ_1 und überträgt man diefelben nach F_1 auf die

Polaraxe $A_{,,}$, bezw. nach φ_1 für die Polaraxe E_1, ſo ſind $r\varphi_1$ und bF_1 die äuſserſten Strahlen des zu berückſichtigenden Seilpolygons. Man kann ſchon hiernach bei genauer Zeichnung, unbekümmert um näheres Feſtlegen des Seilpolygons, ohne Weiteres die eindeutige Beſtimmung des jetzt ſich geltend machenden Gewölbſchubes vornehmen.

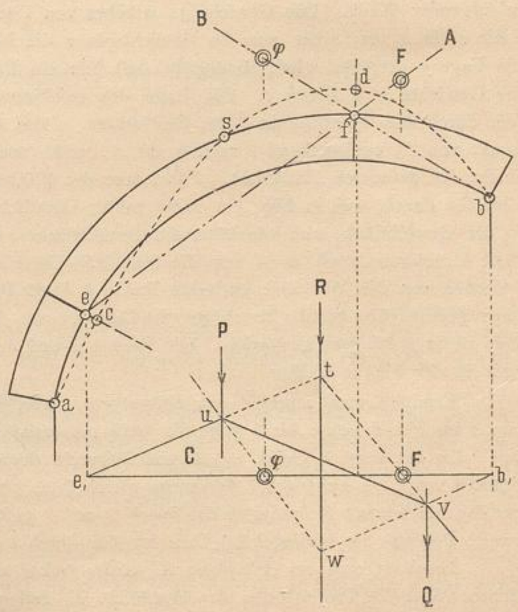
Zieht man, da $P_1 = 15$ und $Q = 57$ iſt, durch 1 im Gewichtsplane eine Linie $1\,O_{,,}$ parallel zu $r\varphi_1$ und ferner hier durch 7 einen Strahl $7\,O_{,,}$ parallel zu bF_1, ſo ergiebt ſich der gemeinſchaftliche Schnittpunkt $O_{,,}$ dieſer Linien. Zieht man $O_{,,}5$, ſo ergiebt dieſer Strahl die Gröſse des neuen Gewölbſchubes und zugleich die Neigung deſſelben zur Lothrechten an. Führt man durch s im Gewölbeplane eine Gerade $s_{,,}$ parallel zu $O_{,,}5$, ſo iſt hiermit die Lage des Gewölbſchubes gegeben. Als Probe für die Richtigkeit der Zeichnung dient, daſs der Punkt l_1, als Schnittpunkt der Lothrechten P_1 mit dem Strahle $r\varphi_1$, der Punkt k_1, als Schnittpunkt der Richtung Q mit der Linie bF_1, und der Punkt s Elemente von einer und derſelben Geraden $s_{,,}$ ſein müſſen; daſs ferner auch die Strahlen $r\varphi_1$ und bF_1, gehörig erweitert, ſich auf der Richtungslinie der durch d_1 des Seilpolygons G gehenden Reſultirenden R_1 von P_1 und Q in einem gemeinſchaftlichen Punkte $\sigma_{,,}$ ſchneiden.

In der Geraden $s_{,,}$ wirkt in der Richtung sg_1 der Gewölbſchub $5\,O_{,,}$, in der Richtung sk_1 der Gewölbſchub $O_{,,}5$. Setzt man den Gewölbſchub für die beiden Theile links und rechts von der Fuge sz unter Benutzung der aus dem Seilpolygon auf $s_{,,}$ übertragenen Angriffspunkte h entſprechend h_1, o für o_1 u. ſ. f. mit den bis auf die einzelnen Fugen kommenden reſultirenden Gewichten zuſammen, ſo erhält man, wenn z. B. $h_1 5_1$ parallel $O_{,,}4$, $o_1 4_1$ parallel $O_{,,}3$ u. ſ. f. des Gewichtsplanes gezogen wird, in 5_1, 4_1 u. ſ. f. Punkte der Mittellinie des Druckes in der Fläche sza und eben ſo, wenn i_1 durch i, k_1 durch k auf $s_{,,}$ übertragen iſt, durch Ziehen der Strahlen $i_1 6_1$ parallel $O_{,,}6$, $k_1 b$ parallel $O_{,,}7$ in 6_1, b Punkte der Drucklinie in der Fläche szb.

Die gezeichnete Mittellinie des Druckes $1_1 r 3_1 4_1 5_1 s 6_1 b$ bleibt vollſtändig in der Gewölbfläche, hat mit der inneren Wölblinie nur die beiden Punkte r und b und mit der Rückenlinie nur den einen Punkt s gemein, iſt alſo eine Drucklinie mit dem möglichſt kleinſten Horizontalſchube. Derſelbe iſt gleich der wagrechten Seitenkraft von $o_{,,}5$, d. h. gleich $H = O_{,,}\gamma$ im Gewichtsplane.

Der Werth von $H\gamma$ beſtimmt ſich durch Meſſung zu $0{,}8^{\text{m}}$. Da die Baſiszahl $B = 2^{\text{m}}$ iſt, ſo wird $H = 0{,}8 \cdot 2 = 1{,}6^{\text{qm}}$, bezw. auch $= 1{,}6^{\text{cbm}}$. Dieſer Werth liegt nach der Tabelle auf S. 202 zwiſchen der Gewölbſtärke $d = 1$ Stein und $d = 1^1/_2$ Stein, ſo daſs für die Ausführung des unterſuchten Gewölbes die Stärke von $1^1/_2$ Stein zu nehmen iſt. Der gröſste Fugendruck entſteht für die Kämpferfuge a als Strecke $o\,O_{,,}$. Zieht man $oa_{,,}$ parallel der Fuge a und beſtimmt man in N die normale Seitenkraft des Fugendruckes, ſo miſſt $O_{,,}a_{,,}$ nach dem Zeichenmaſsſtabe $2{,}28^{\text{m}}$; mithin iſt der gröſste Normaldruck durch die Zahl $2{,}28 \cdot 2 = 4{,}56$ Quadr.- bezw. Cub.-Met. beſtimmt. Nach derſelben Tabelle würde d auch hierfür die Stärke von $1^1/_2$ Stein zuzuweiſen ſein, ſo daſs die Gewölbſtärke überall gleich groſs bleiben kann.

Fig. 312.



In vielen Fällen zeigt ſich bei der Stabilitäts-Unterſuchung einhüftiger Gewölbe, daſs ſich für die drei zuerſt gewählten Punkte a, s, b eine Probelinie herausſtellt, welche, wie in Fig. 312 angegeben, die Gewölbfläche mehrfach, häufig einmal unterhalb, ein zweites Mal oberhalb dieſer Fläche verläſſt. Dann werden durch die am weiteſten abſtehenden Punkte c und d dieſer Linie von der inneren, bezw. äuſseren Wölblinie Bruchfugen gekennzeichnet, deren Grenzpunkte e, bezw. f in Gemeinſchaft mit einem unveränderten Punkte b nunmehr an die Stelle der zuerſt angenommenen drei Punkte zu treten haben. Die Polaraxen werden die durch e und f, ſo wie durch b und f geführten Strahlen A, bezw. B.

Die dieſen Polaraxen angehörigen Fixpunkte F und φ werden in der Hilfsfigur C nach dem mitgetheilten Verfahren unter Anwendung der Gewichte P für den Theil fe, und Q für den Theil fb

nebst ihrer Mittelkraft R aufgesucht, und dann wird die neue, durch b, f und e gehende Drucklinie in der vorhin beschriebenen Weise gezeichnet. Bei einem überhaupt stabilen Gewölbe wird man bald zum Abschluss derartiger Untersuchungen gelangen.

Ist die Wölblinie eines einhüftigen Gewölbes kein Kreisbogen, sondern irgend eine der in Art. 135 (S. 175) angegebenen Curven, so erfährt die Stabilitäts-Untersuchung in ihren Grundlagen keine Aenderung.

Noch möge bemerkt werden, dass auch bei geraden Tonnengewölben mit unsymmetrischer Belastung das Verfahren der Ermittelung der Mittellinie des Druckes genau der eben behandelten Untersuchungsart eines einhüftigen Gewölbes entspricht. Selbst wenn einhüftige Gewölbe ausser lothrecht wirkenden Gewichten noch durch zur Wagrechten geneigt gerichtete Kräfte, wie bei Strebebogen der Kreuzgewölbe, die auf ihrer Rückenfläche z. B. noch vom Winddruck getroffen, also dadurch mit beansprucht werden können und wovon später noch das Nöthige gesagt werden wird, bleibt das Wesen des Verfahrens dasselbe.

Schliesslich ist noch eines für die Praxis wichtigen Falles zu gedenken, bei welchem Tonnengewölbe von verschiedener Spannweite und von verschiedener Belastung sich gegen ein gemeinschaftliches Widerlager setzen und dieses durch ihre resultirenden Kämpferdrücke beanspruchen, welche nach Lage, Grösse und Richtung von einander verschieden sind. Es handelt sich desshalb hier noch um die statische Untersuchung derartiger Gewölbanlagen, besonders des Widerlagers, wofür Fig. 313 in Benutzung genommen werden soll. 147. Tonnengewölbe von verschiedenen Spannweiten.

Die beiden ungleich weiten, auch ungleich belasteten geraden Tonnengewölbe G und G_1, deren Belastung, bei jedem Gewölbe für sich betrachtet, eine zu ihrem Scheitellothe L, bezw. L_1 gleichmässig auftreten möge, stützen sich gegen ein und dasselbe Widerlager VI.

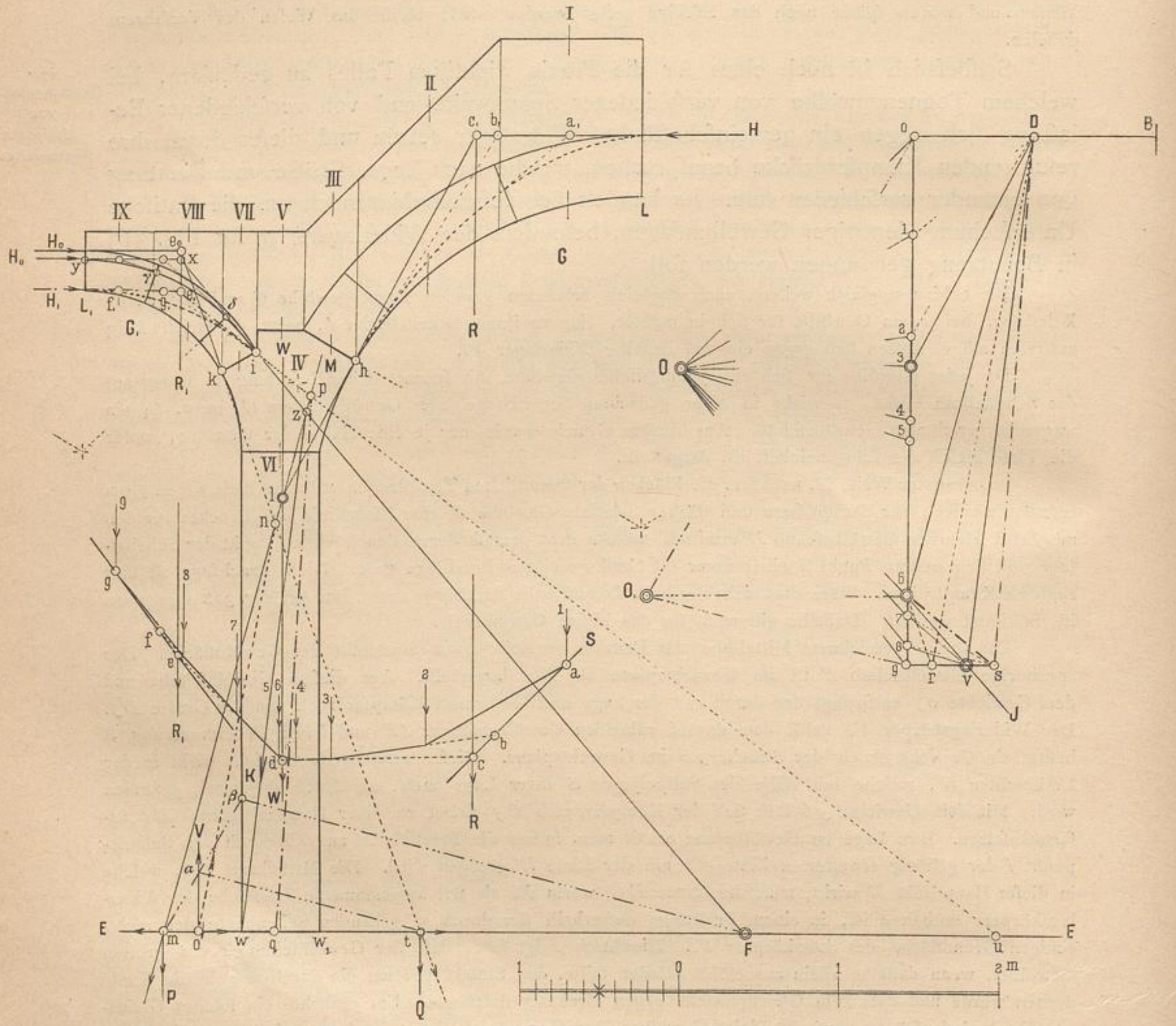
Da jedes Gewölbe für sich ein symmetrisches Gewölbe mit symmetrischer Belastung in Bezug auf das Scheitelloth bildet, so wirkt in einer gedachten Scheitelfuge jedes Gewölbkörpers G, bezw. G_1 ein wagrecht gerichteter Gewölbschub. Aus diesem Grunde wurde nur je eine Hälfte der Gewölbe, wofür die Tiefe gleich der Längeneinheit ist, dargestellt.

In bekannter Weise ist, nachdem die Flächen der sämmtlichen Theilstreifen auf eine Basis $o B = 1{,}5$ m reducirt wurden, für das grössere und stärker belastete Gewölbe G eine Mittellinie des Druckes für den möglichst kleinsten Gewölbschub H ermittelt, welche dem gemäss durch den höchsten Punkt der Scheitelfuge und den tiefsten Punkt h einer unter 60 Grad geneigten Bruchfuge geht. Diese Bruchfuge ist hier zugleich Kämpferfuge. Wäre dies nicht der Fall, so müsste die Bruchfuge zuvor, wie bei Fig. 312 angegeben ist, bestimmt werden. Dasselbe gilt auch für das kleine Gewölbe G_1.

Die für G gezeichnete Mittellinie des Druckes verbleibt ganz innerhalb der Gewölbfläche. Der zugehörige Gewölbschub H ist im Gewichtsplane als $D o$ dargestellt. Aus diesem Gewölbschube und dem Gewichte $o 3$ entspringt der durch $c_1 h$ der Lage nach bestimmte Kämpferdruck von der Grösse $D 3$. Der Widerlagskörper VI nebst dem darauf ruhenden Gewölbanfänger IV und seiner Uebermauerung V besitzt ein Gewicht gleich der Strecke $3 6$ im Gewichtsplane. Dieses resultirende Gewicht wirkt in der Lothrechten W, welche mit Hilfe des Seilpolygons S ihrer Lage nach, als durch d gehend, gefunden wird. Mit dem Gewichte $3 6$ lässt sich der Kämpferdruck $D 3$ sofort zu einer Hauptmittelkraft $D 6$ zusammensetzen. Ihre Lage im Gewölbplane erhält man, indem die Parallele M zu $D 6$ durch den Schnittpunkt l der gehörig erweiterten Linie $c_1 h$ mit der Linie W gezogen wird. Die Mittelkraft $D 6$, welche in dieser Hauptlinie M wirkt, trifft die Ebene $E E$, worin die als fest angenommene Fussfläche des Widerlagskörpers enthalten ist, in einem Punkte m ausserhalb der durch w gehenden Seitenkante der rechteckigen Grundfläche des Stützkörpers VI. Hierdurch zeigt sich, dass der Gewölbschub H des grossen Gewölbes, wenn dasselbe allein ausgeführt werden sollte, den Stützkörper um die durch w gehende Kante drehen würde und dass kein Gleichgewicht gegen Drehung stattfände. Um zunächst ein solches Gleichgewicht herbeizuführen, muss das kleine Gewölbe einen Gegendruck liefern, welcher mindestens die Grösse und Lage annehmen muss, dass die Mittelkraft $D 6$, im Strahle M angreifend, mit diesem noch völlig unbekannten Gegendruck des Gewölbes G_1 zusammengesetzt, eine neue Mittelkraft giebt, welche so weit zurückgedrängt wird, dass dieselbe wenigstens durch den Punkt w der Drehkante des Widerlagers geht, um damit einen Grenzzustand des Gleichgewichtes gegen Drehen in der Voraussetzung herbeizuführen, dass die von $D 6$ und jenem unbekannten Gegendrucke im Widerlagskörper abhängige Mittellinie des Druckes ganz in der lothrechten Schnittfläche dieses Körpers bleibt. Von einer Gefahr hinsichtlich des Gleitens in den wagrechten Lagerfugenflächen dieses Körpers möge keine Rede sein.

Um für den erwähnten Gegendruck des kleinen Gewölbes zunächst Grenzwerthe zu ermitteln, ist zu beachten, dafs, wenn diefes Gewölbe für fich allein beftände, der Kämpferdruck deffelben einem möglichft kleinen Gewölbfchube H_0 angehört. Derfelbe Schub H_0 erzeugt alsdann eine fog. Minimal-Drucklinie, welche durch den höchften Punkt der Rückenlinie im Scheitellothe L_1 und den tiefften Punkt k der Kämpfer-, hier zugleich Bruchfuge zu führen ift. Diefer hier auch wagrechte Horizontalfchub ift nach bekannter Methode als $H_0 = 9\,r$ im Gewichtsplane gefunden. Die Gröfse des Kämpferdruckes ergiebt fich als $6\,r$. Derfelbe wirkt in der durch $e_0\,k$ gezogenen Geraden. Setzt man diefen Kämpferdruck mit der bekannten, in der Hauptlinie M wirkenden Mittelkraft $D\,6$ zufammen, fo entfteht die Mittelkraft $D\,r$.

Fig. 313.



Sie geht im Gewölbplane durch den in M enthaltenen Schnittpunkt n mit dem fortgeführten Strahle $e_0\,k$ des Kämpferdruckes $6\,r$. Zeichnet man $n\,o$ parallel $D\,r$, fo ift die Lage diefer Schlufsmittelkraft gefunden. Auch diefe trifft die Ebene $E\,E$ der Fufsfläche des Widerlagers in einem Punkte o, welcher noch aufserhalb der Drehkante w derfelben liegt.

Hieraus folgt, dafs der Widerlagskörper unter dem hier eingeführten möglichft kleinften Gegendrucke des Gewölbes G_1 nicht fähig ift, dem Schube des gröfseren Gewölbes G genügenden Widerftand zu leiften, und dafs der Schub des gröfseren Gewölbes zur Herftellung des Gleichgewichts des ganzen

Syſtems gegen Drehung einen gröſseren Gegendruck des kleineren Gewölbes, als ſolcher in Folge des möglichſt kleinſten Gewölbſchubes H_0 ſich darbot, wachrufen wird, daſs alſo ſtatt $H_0 = 6r$ ein gröſserer Gewölbſchub für G_1 eintreten muſs. Da für dieſen neuen Gewölbſchub nur die allgemeine wagrechte Richtung bekannt iſt, während ſein Angriffspunkt und ſeine Gröſse noch vollſtändig unbekannt ſind; ſo kann man, da ein Wachſen dieſes Schubes ſich unbedingt als erforderlich herausgeſtellt hat, da ferner der wagrechte Gewölbſchub für G_1 aber überhaupt vermöge der ſymmetriſchen Form und Belaſtung des Gewölbes nothwendig ſeinen Angriffspunkt innerhalb der Scheitelfuge deſſelben haben muſs, ſofort zu einer weiteren Grenzbeſtimmung für denſelben übergehen.

Nimmt man zu dieſem Zwecke eine Mittellinie des Druckes an, welche einem möglichſt gröſsten Gewölbſchube angehört und welche man mit dem Namen Maximal-Drucklinie bezeichnet, ſo geht dieſelbe bei dem vorliegenden Gewölbe G_1 durch den tiefſten Punkt der Scheitelfuge und den höchſten Punkt i der Bruchfuge. Die wagrechte Richtung des Gewölbſchubes H_1 ſchneidet die reſultirende Gewichtslinie R_1 des Gewölbſtückes G_1 im Punkte e_1. Die Richtung $e_1 i$ giebt die Lage des nun entſtehenden Kämpferdruckes an. Zieht man im Gewichtsplane $6s$ parallel zu $e_1 i$, ſo erhält man $9s$ als Horizontalſchub H_1 und $6s$ als Kämpferdruck. Die Maximal-Drucklinie für H_1 iſt in bekannter Weiſe im Gewölbplane eingezeichnet; dieſelbe verbleibt innerhalb der Gewölbfläche, ſo daſs hiernach für H_1 keine weitere Unterſuchung nöthig wird. Vereinigt man nun wiederum den Druck $D6$ mit dem Kämpferdruck $6s$ zu der Mittelkraft Ds, zieht man $e_1 i$ im Gewölbplane bis zum Schnitte p mit der Hauptlinie M, führt man ferner durch p einen Strahl pq parallel zu Ds, ſo zeigt ſich, daſs dieſer Strahl, welcher nunmehr die Mittelkraft aus dem Drucke $D6$ und dem neuen gröſseren Kämpferdrucke $6s$ des Gewölbes G_1 enthält, durch den Punkt q innerhalb der Fuſsfläche des Widerlagskörpers geht und daſs ſomit kein Drehen um die Seitenkanten dieſer Fuſsfläche eintreten kann, oder daſs bei der früher hinſichtlich der Lage einer Mittellinie des Druckes im Widerlager gemachten Vorausſetzung das Syſtem ſtabil iſt.

Hiernach iſt alſo gefunden, daſs der durch die Maximal-Drucklinie bedingte Gegendruck, ſobald ſolcher in dieſem Maſse im kleinen Gewölbe durch das groſse Gewölbe wach gerufen würde, im Stande iſt, die Standfähigkeit des ganzen Syſtemes herbei zu führen. Dieſer hier eingetretene, der Maximal-Drucklinie entſprechende Gegendruck kann aber füglich bei einer anderen Form der Gewölblinien oder einer anderen Art der ſonſt ſymmetriſchen Belaſtung der verſchiedenen Gewölbe oder einer anderen Gewölbſtärke eben ſo gut auch über die andere Drehkante w_1 der Fuſsfläche des Widerlagers hinausfallen, und damit wäre dann offenbar ein Zeichen dafür gegeben, daſs der Schub des groſsen Gewölbes G eines derart groſsen Gegendruckes nicht bedurfte, um die Standfähigkeit des Syſtemes herzuſtellen.

Würde in einem anderen Falle aber der Punkt q noch innerhalb der Strecke mw vor der Drehkante w gefunden, ſo iſt auch der Gegendruck, welcher der Maximal-Drucklinie des Gewölbes G_1 zukommt, nicht fähig, dem Schube des groſsen Gewölbes G den nöthigen Widerſtand zu leiſten, und ein ſolcher Fall würde dann bekunden, daſs das gegebene Syſtem nicht ſtandfähig wäre.

Aus der hier mitgetheilten Unterſuchung ergiebt ſich, entſprechend den Grenzwerthen von H_0 und H_1, auch eine Grenzlage für die Punkte o und q in der Ebene EE. So gut nun zwiſchen den Grenzen H_0 und H_1 noch zahlloſe Werthe des Horizontalſchubes für das Gewölbe G_1, nur gröſser als H_0 und kleiner als H_1, ſich einführen lieſsen, ebenſo gut würden noch zahlloſe Kämpferdrücke und zahlloſe, zwiſchen o und q liegende Schnittpunkte der aus dieſen Drücken und des in der Hauptlinie M wirkenden Schubes $D6$ mit der Ebene EE zu finden ſein.

Um nun den Gewölbeſchub $H_{,,}$ des kleinen Gewölbes zu finden, welcher eine, jedoch in der Gewölbfläche verbleibende Mittellinie des Druckes liefert, die einem ſolchen Kämpferdrucke zukommt, der im Stande iſt, mit dem Schube $D6$ eine Mittelkraft zu erzeugen, welche die Ebene EE genau im Grenzpunkte w der Drehkante zwiſchen o und q trifft, kann man in folgender Weiſe vorgehen. Denkt man ſich den Angriffspunkt des in der Hauptlinie M wirkenden Schubes $D6$ nach m in EE verlegt, eben ſo z. B. den Angriffspunkt des Kämpferdruckes $6r$ der Minimal-Drucklinie durch Fortführen der Geraden $e_0 k$ nach t in EE gebracht, ſo kann man den Schub $D6$ hier zerlegen in eine lothrechte Seitenkraft P, deren Gröſse offenbar gleich der Strecke $o6$ im Gewichtsplane iſt, und in eine wagrechte Seitenkraft, deren Gröſse gleich Do ebendaſelbſt erhalten war; gleichfalls kann man in t den Kämpferdruck $6r$ in ſeine lothrechte Seitenkraft Q gleich der Strecke 69 und in ſeine wagrechte Seitenkraft von der Gröſse $H_0 = 9r$ zerlegen. Die Mittelkraft Dr aus $D6$ und 69 hat in o ihren Angriffspunkt auf EE; dieſe kann in eine lothrechte Seitenkraft V und in eine wagrechte Seitenkraft zerlegt werden. Da nun für den Gleichgewichtszuſtand das Kräftepolygon $o6rD$ geſchloſſen und mit ununterbrochenem Richtungsſinn verſehen ſein ſoll, ſo tritt die Strecke Dr in o im Sinne rD, aber in gleicher Gröſse von Dr auf. Ihre lothrechte Seitenkraft iſt alſo $V = 9o$.

Die algebraifche Summe aller in E liegenden wagrechten Seitenkräfte mufs gleich Null fein, wie auch die algebraifche Summe der lothrechten Seitenkräfte gleich Null ift. Das für die drei lothrechten Seitenkräfte P, Q und die diefe beiden verzehrende Kraft V mit einer wagrechten Schlufsfeite mt verfehene Seilpolygon mufs äufserfte Strahlen αm und αt befitzen, welche fich auf V in einem beliebigen Punkte α fchneiden, und aufserdem für den Gleichgewichtszuftand gefchloffen fein.

Da die Gröfsen $P = o6$, $Q = 69$ und $V = 9o$ bekannt find, fo wird, wenn man im Gewichtsplane oO_1 parallel zur Seilfeite $m\alpha$ und $6O_1$ parallel zu mt zieht, in O_1 der Pol des Seilpolygons $m\alpha t$ erhalten; die Gerade $O_1 9$ wird der zu αt gehörige Polftrahl, alfo parallel mit αt.

Soll nun eine Gleichgewichtslage für das ganze Syftem herbeigeführt werden, wobei für irgend einen möglichen, zwifchen i und k der Bruchfuge des Gewölbes G_1 auftretenden Kämpferdruck und dem Schube $D6$ des Gewölbes G eine Mittelkraft entftehen foll, welche durch einen gegebenen Punkt w geht, fo läfft fich der Schnittpunkt F der Richtungslinie eines folchen Kämpferdruckes mit EE überhaupt folgendermafsen feft legen.

Die durch den Punkt 9 im Gewichtsplane geführte wagrechte Linie $9s$ enthält ftets den Endpunkt des von D nach diefer Linie zu ziehenden Kämpferdruckes, weil $o6 = P$ und $69 = Q$ unveränderlich bleiben; eben fo können Do und die wagrechte Lage der Linie $9s$ keine Aenderung erfahren.

Aus diefem Grunde bleibt auch $o9$ ftets unverändert gleich V. Endlich ift auch der Punkt m der Hauptlinie M in EE unverrückbar, wie auch der Pol O_1 nebft den Polftrahlen oO_1, $o_1 6$, $o_1 9$ nicht veränderlich wird.

Geht nun die Lothrechte V durch einen beliebigen Punkt auf EE, z. B. durch w, fo trifft der äufserfte Seilftrahl, welcher nach wie vor parallel $O_1 o$ ift, diefe Lage von V in β. Durch diefen Punkt zieht auch, wie früher bemerkt, nothwendig die zu $O_1 9$ parallele zweite äufserfte Seilpolygonfeite. Legt man alfo durch β einen Strahl βF parallel $O_1 9$, fo wird die wagrechte Schlufsfeite des Seilpolygons $m\beta F$ im feften Punkte F gefchnitten. Durch diefen Punkt F mufs der mit der lothrechten Seitenkraft Q behaftete mögliche Kämpferdruck gehen, welcher die durch w gehende, vorhin bezeichnete Mittelkraft bedingt. Von den zahllofen Linien, welche durch F, zwifchen i und k der Bruchfuge des Gewölbes G_1 liegend, gezogen werden können und welche fämmtlich zwifchen diefen Grenzen i und k einen Kämpferdruck enthalten können, welcher der geftellten Forderung entfpricht, ift eine vorhanden, welche den jetzt möglichft kleinften Kämpferdruck für G_1 enthält.

Zieht man zur Beftimmung diefer Linie durch F und den höchften Punkt i der Bruchfuge einen Strahl, fo fchliefst derfelbe den gröfsten Winkel mit der Wagrechten ein, der in Bezug auf die Punkte i und k möglich wird, fteht alfo am fteilften und wird defshalb, innerhalb des Dreiecks $6rs$ zur Führung einer durch 6 gezogenen Parallelen benutzt, einen kleineren Abfchnitt auf der wagrechten $9s$ hervorrufen, als jeder andere von F nach der Fuge ik gezogene Strahl, d. h. einen möglichft kleinen Gewölbfchub für G_1 veranlaffen.

Zieht man im Gewichtsplane $6\mathcal{J}$ parallel zu Fi, fo ift $6v$ der gefuchte Kämpferdruck und $9v$ der zugehörige Horizontalfchub des Gewölbes G_1. Verlängert man den Strahl Fi bis zum Schnitte x mit der Lothrechten R_1 und legt man durch x eine Wagrechte, fo trifft diefe die Lothrechte L_1 der Scheitelfuge in y. Diefer Punkt wird Angriffspunkt für den Horizontalfchub $H_{,,}$. Zeichnet man für diefen Schub eine Mittellinie des Druckes $y\gamma\delta i$, fo bleibt diefelbe ganz innerhalb der Gewölbfläche. Der Strahl Fi fchneidet die Hauptlinie M im Punkte z. Die Mittelkraft aus $D6$ und dem zuletzt ermittelten Kämpferdrucke $6v$ ift Dv. Führt man durch z eine Parallele zu Dv, fo trifft diefelbe in der That und wie es fein foll den Punkt w auf EE.

Hiernach ift der in xi durch F ziehende Kämpferdruck $6v$ ein folcher, welcher, von dem hierfür möglichft kleinften in der Wagrechten xy wirkenden Horizontalfchube $H_{,,} = 9v$ mit bedingt, fähig ift, den Grenzzuftand des Gleichgewichtes des ganzen Syftemes gegen Drehung um die Kante w der Fufsfläche des Widerlagers VI hervorzurufen.

Soll bei einer derartigen Stabilitäts-Unterfuchung die Prefsbarkeit des Materials berückfichtigt werden, fo ift beim Gewölbe G der Angriffspunkt von H etwas tiefer, der Punkt h in der Bruchfuge etwas nach innen zu rücken. Eben fo wäre beim kleinen Gewölbe der Angriffspunkt von H_0 etwas tiefer, von H_1 etwas höher zu legen, auch die Punkte i und k ebenfalls je etwas in das Innere auf der Bruchfuge ki zu verrücken. Der Punkt w kann gleichfalls nach q zu verlegt werden. Am eigentlichen Verfahren der Stabilitäts-Unterfuchung wird hierdurch keine Aenderung herbei geführt.

Nach den an der Zeichnung ausgeführten Meffungen ergiebt fich für das Gewölbe G der Werth H zu $0{,}75 \cdot 1{,}5 = 1{,}125$ qm, welchem für Backfteinmaterial nach der Tabelle auf S. 202 eine Gewölbftärke von $1\frac{1}{2}$ Stein zuzuweifen ift. Für das kleine Gewölbe G_1 wird der hier zu berückfichtigende Horizontalfchub $H_{,,} = 0{,}4 \cdot 1{,}5 = 0{,}6$ qm, wonach die Gewölbftärke zu 1 Stein feft zu fetzen ift.

Hätte man $H_1 = 0{,}56 \cdot 1{,}5 = 0{,}84$ qm in Betracht gezogen, fo würde auch hierfür die Gewölbftärke gleich 1 Stein fein. Die normalen Kämpferdrücke erfordern im vorliegenden Falle keine gröfseren Stärken.

Die Fufsfläche des Pfeilers wird von einem lothrechten Drucke $o\,g = 3{,}3 \cdot 1{,}5 \cdot 1 = 4{,}95$ cbm getroffen. Bei der Lage des Angriffspunktes deffelben in q für die Maximal-Drucklinie in G_1, welcher nahezu mit dem Schwerpunkte der Fufsfläche von $0{,}5$ m Breite und 1 m Tiefe zufammenfällt, ergiebt fich die Beanfpruchung der Steine an der Grundfläche bei einem Eigengewicht von 1600 kg für 1 cbm zu $\frac{4{,}95 \cdot 1600}{100 \cdot 50} = 1{,}58$ kg für 1 qcm.

Liegt der Angriffspunkt der Gefammt-Refultirenden aller Drücke des Syftemes in der Kräfteebene in einer Hauptaxe der Grundfläche des Widerlagers im Abftande ξ vom Schwerpunkte diefer Grundfläche, fo ift für einen Punkt C im Abftande z von diefem Schwerpunkte die Spannung N nach der Gleichung[168])

$$N = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{F\,\xi\,z}{\mathfrak{J}}\right)$$

zu beftimmen. Hierin bezeichnen P die gegebene lothrechte Kraft, F die Querfchnittsfläche und $\mathfrak{J}$ das Trägheitsmoment, bezogen auf eine Schwerpunktsaxe, welche rechtwinkelig zur Hauptaxe fteht, worin der Angriffspunkt o von P liegt.

Sind hier b die Breite des Pfeilers mit rechteckiger Grundfläche und t die Tiefe deffelben, fo ift $\mathfrak{J} = \frac{1}{12}\,t\,b^3$ für die zu der Seite t parallel genommene Schwerpunktsaxe. Alsdann ift $F = b\,t$, und man erhält

$$N = \frac{P}{t\,b}\left(1 + \frac{12\,\xi\,z}{b^2}\right).$$

Nach der Zeichnung ift $b = 50$ cm und $t = 100$ cm; P ergiebt fich zu $4{,}95 \cdot 1600 = 7920$ kg. Liegt der bezeichnete Angriffspunkt von P im Abftande $\xi = \frac{b}{2}$, alfo in w und ift dann für die Kantenpreffung N der Abftand z ebenfalls gleich $\frac{b}{2}$, fo wird

$$N = \frac{7920}{100 \cdot 50}\left(1 + \frac{12 \cdot 25 \cdot 25}{25 \cdot 25}\right) = \backsim 20{,}6 \text{ kg für 1 qcm}.$$

Diefe Beanfpruchung ift für Backfteinmaterial viel zu grofs, und es müffte dieferhalb für das Widerlager eine gröfsere Breite oder fefteres Material angenommen werden. In jedem Falle ift es zweckmäfsig, die Breite des Widerlagers zu vergröfsern, damit fchon für daffelbe eine Mittellinie des Druckes eintreten kann, welche für den Gewölbfchub des grofsen Gewölbes thunlichft nur abhängig gemacht wird von einem Kämpferdrucke des kleinen Gewölbes, welcher durch die Minimal-Drucklinie für H_0 bedingt ift und wobei alsdann die Drucklinie im Widerlager im inneren Drittel feiner lothrechten Fläche bleibt.

c) Ausführung der Tonnengewölbe.

Zur Ausführung der Tonnengewölbe werden im Allgemeinen wefentlich Backftein, Bruchftein und, wenn auch in weniger häufigen Fällen, Quader (Werkftücke, Haufteine) als Hauptbauftoffe benutzt, je nachdem in den einzelnen Gegenden diefes oder jenes von den genannten Materialien als vorherrfchendes zur Verfügung fteht und je nachdem die Durchbildung der als Tonnengewölbe ausgeführten Decke eines Raumes in architektonifcher Beziehung mehr oder weniger reich, mehr oder weniger gegliedert in die Erfcheinung treten foll. Waren in frühefter Zeit die Tonnengewölbe bei der Decken-Conftruction über gröfseren Räumen von hohem Werthe und in ihrer Ausführung oft fo kühn behandelt, dafs die Refte derfelben noch heute die Bewunderung der Kunft- und Sachverftändigen, ja jedes gebildeten Menfchen wach rufen, fo ift nach weiterer Entwickelung des Gewölbbaues überhaupt doch die Anwendung des Tonnengewölbes zur Ueberdeckung gröfserer Räume, um als wichtiger Factor bei monumentalen Bauwerken aufzutreten, mehr und mehr in den Hinter-

148. Allgemeines.

[168]) Siehe: Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Gleichung 50 auf S. 273; 2. Aufl.: Gleichung 69 auf S. 86) diefes »Handbuches«.

grund getreten, ſo daſs heute, mit wenigen, ja vereinzelt da ſtehenden Ausnahmen, Tonnengewölbe bei Werken des Hochbaues nur zur Ueberdeckung von Kellerräumen, Treppenhäuſern, Durchfahrten und, wenn es höher kommt, von Eingangshallen Verwendung finden.

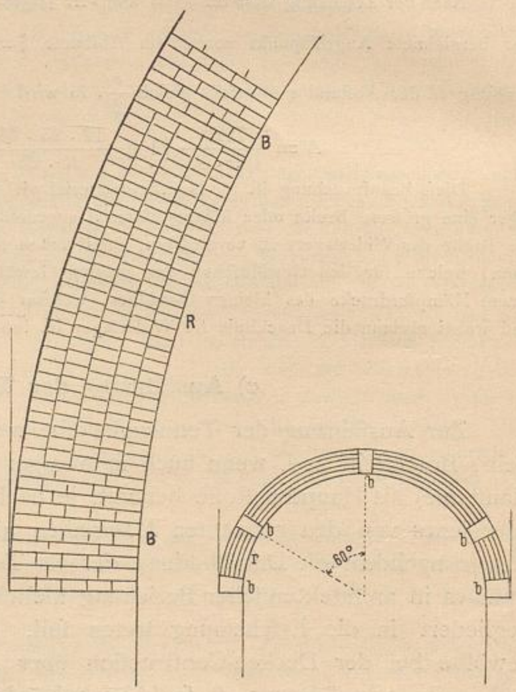
149. Mauerung der Tonnengewölbe. Bei der Mauerung der Tonnengewölbe gelten, ganz abgeſehen davon, ob als Wölbmaterial Backſtein, Quader oder Bruchſtein in Anwendung kommen, zuvor die Sätze, daſs:

1) in der Stirnfläche des Gewölbes eine ungerade Anzahl vom Schluſsſtein aus ſymmetriſch geordneter und gleich geſtalteter Steine auftreten, welche durch Lagerfugen geſchieden ſind, die in erſter Linie, als einem Hauptverbande zukommend, Ebenen angehören, welche ſenkrecht zur Laibungsfläche des Gewölbes und ſenkrecht zur Stirnfläche des Gewölbes ſtehen;

2) daſs ferner die Stoſsfugenflächen zwiſchen den Wölbſteinen in Ebenen liegen, welche ſenkrecht zur Laibungsfläche und ſenkrecht zur Gewölbaxe gerichtet ſind, doch ſo, daſs dabei die Stoſsfugen der benachbarten Wölbſchichten oder Wölbſcharen auf Verband angeordnet ſind, und

3) daſs endlich, wenn das Gewölbe eine gröſsere Stärke erhält, als daſs für jede Schicht ein einziger Stein ununterbrochen von der inneren Laibung bis zur Rückenlinie durchtreten kann, in dieſem Falle in jedem ſenkrecht zur Gewölbaxe genommenen Gewölbſchnitte (Stirnſchnitt) die einzelnen Wölbſcharen auch hier einen regelrechten Mauerverband aufweiſen.

Fig. 314.



Werden aus beſonderen Veranlaſſungen bei gröſseren Gewölben mit erheblicher Gewölbſtärke bei Verwendung von Backſteinen oder kleineren Bruchſteinen mehrere über einander liegende Gewölberinge, ſog. Rollſchichten, für die Erzielung der erforderlichen Gewölbſtärke in Ausführung genommen, ſo iſt es dringend erforderlich, die Gewölbſtärke jedes einzelnen Ringes ſo zu beſtimmen, daſs bei n Ringen jeder Ring $\frac{1}{n}$ der Geſammtbelaſtung zu tragen vermag und daſs nach Fig. 314 an den gefährlichen Stellen b, bezw. B des Gewölbes, alſo im Scheitel, in den Bruchfugen oder in ihrer Nähe und am Kämpfer durchgehende in regelrechtem Verbande ausgeführte Schichten eingefügt werden, zwiſchen welchen die Ringe r, bezw. R für ſich ausgemauert werden.

150. Mörtel. Iſt bei den Unterſuchungen des Gleichgewichtszuſtandes der Tonnengewölbe im Allgemeinen auf die innigere Verbindung der Wölbſteine durch Mörtel keine Rückſicht genommen, vielmehr vorausgeſetzt, daſs ein Gewölbe ſchon an ſich in

jedem befonderen Falle ftabil und tragfähig fein foll, ohne dafs ein von der Wirkung des die Steine mehr oder weniger gut verkittenden Bindemittels, des Mörtels, abhängiger Factor von vornherein mit in Rechnung geftellt wird, fo ift doch bei der praktifchen Ausführung der Tonnengewölbe, wie der Gewölbe überhaupt, auf eine zweckmäfsige Verwendung guten, mit Sorgfalt bereiteten Mörtels Bedacht zu nehmen, da hierdurch felbftredend ein erhöhter Sicherheitsgrad für den Gewölbkörper erzielt wird.

Im Gewölbebau kommen entweder Luftmörtel, Kalkmörtel allein oder hydraulifcher Mörtel, Cement für fich oder endlich, und zwar mit grofsem Vortheil benutzbar, der fog. verlängerte Cementmörtel, d. i. ein Gemifch aus Cementmörtel und Kalkmörtel, zur Verwendung. Für Gewölbe, welche durchgängig aus Schnittfteinen oder Quadern hergerichtet werden, tritt die Verbindung der Steine durch Mörtel mehr in den Hintergrund, während die richtige Formgeftaltung, Lagerung und Verbandanordnung der Wölbfteine vorwiegend in Betracht gezogen werden müffen. Aus diefem Grunde befchränkt fich die Mörtelgabe bei Quadergewölben vielfach beim Verfetzen der Steine zunächft nur auf ein ganz dünnes Beftreichen der Lagerfugenflächen mit fog. Weifskalk (gelöfchter Kalk ohne Sandzufatz), um hierdurch in erfter Linie die noch bei der Bearbeitung der Steine etwa verbliebenen geringfügigen Unebenheiten der Flächen auszugleichen, und fodann, nach der Fertigftellung des Gewölbes, auf das Vergiefsen der Fugen mit dünnflüffigem, nicht zu fchnell erhärtendem Mörtelbrei.

Zu beachten ift, dafs die Gewölbanfänger, wenn diefelben vorgekragt werden, ohne Weiteres gleich mit dem Gefchofs, bezw. Widerlagsmauerwerk in regelrechtem Verbande und bei Backftein- oder Bruchfteinmauerwerk am zweckmäfsigften mit Verwendung von verlängertem Cementmörtel ausgeführt werden. Zu diefem Mörtel benutzt man vortheilhaft das Gemifch von 1 Raumtheil Kalkmörtel, im Mifchungsverhältnifs 1 Theil gelöfchten Kalk, 3 Theile reinen fcharfkörnigen Mauerfand und 1 Raumtheil Cementmörtel, im Mifchungsverhältnifs von 1 Theil Cement und 3 Theilen reinen Flufsfands, bezw. Mauerfands, oder auch ein Gemifch von 2 Raumtheilen des bezeichneten Kalkmörtels und 1 Raumtheil des angegebenen Cementmörtels. Ein inniges Mengen beider Mörtelarten ift vorzunehmen.

Es ift rathfam, Gewölbe von gröfserer Spannweite oder ftark zu belaftende Gewölbe, welche aus Backfteinmaterial (volle Backfteine oder Lochfteine) oder aus Bruchftein ausgeführt werden, immer mit verlängertem Cementmörtel, unter Umftänden auch mit Cementmörtel allein herzuftellen.

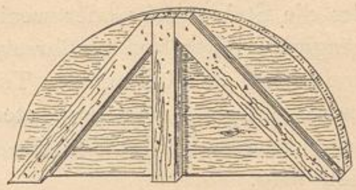
151. Zeit der Ausführung.

Im Hochbauwefen erfolgt die Ausführung der Gewölbe am beften erft dann, wenn fich für den Gewölbkörper die Einwirkung von Niederfchlägen beim Vorhandenfein der Ueberdachung des Bauwerkes nicht mehr geltend machen kann.

Erheifchen befondere Umftände eine frühere Herftellung der Gewölbe, fo find diefelben nach ihrer Vollendung mit einer genügend ftarken Sandfchüttung zu überwerfen und hierauf noch mit einer aus Dachpappe oder dergl. beftehenden Schutzdecke zu verfehen, damit etwa auf das Gewölbe herabfallende Bautheile daffelbe nicht durchfchlagen und damit ferner das auf das Gewölbe kommende Regenwaffer nicht nachtheilig wirken kann. Damit das letztere in geeigneter Weife abfliefsen und fchliefslich fachgemäfs fortgeleitet werden kann, find unter Berückfichtigung von Gefälle in den Gewölbzwickeln an einem Punkte oder bei langen Gewölben an mehreren Stellen Abflufsöffnungen von etwa 12 cm Länge und Breite, bezw. 25 cm

Länge und 12 cm Breite anzulegen, durch welche einſtweilig Abfluſsröhren geführt werden.

Fig. 315.

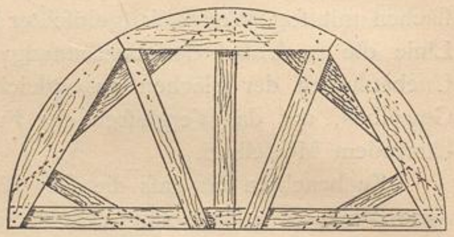


152. Rüſtungen. Die Einwölbung der Tonnengewölbe erfolgt, gleichgiltig welches Material dabei zur Verwendung gelangt, auf beſonderen, meiſtens aus Holzwerk angefertigten, möglichſt leicht aufzuſtellenden und nach der Benutzung auch möglichſt mühelos wieder zu löſenden Rüſtungen.

Von der geſammten Rüſtung ſind die Rippen oder Rüſtbogen die weſentlichſten Beſtandtheile. Für kleinere Gewölbe werden zu dieſen Rippen einfache Wölbſcheiben oder auch einfache Lehrbogen benutzt, während hierfür bei gröſseren Gewölben trägerartige, aus entſprechend ſtarken Hölzern abgebundene Zimmerwerke, die ſog. Lehrgerüſte, zur Anwendung kommen.

Die einfachen Wölbſcheiben beſtehen nach Fig. 315 aus zuſammengefügten Brettern von 30 bis 35 mm Stärke, welche oben nach der Wölblinie geſchnitten, ſonſt nur durch ſeitlich aufgenagelte Leiſten von 15 bis 20 cm Breite und 30 bis 50 mm Stärke mit einander verbunden ſind.

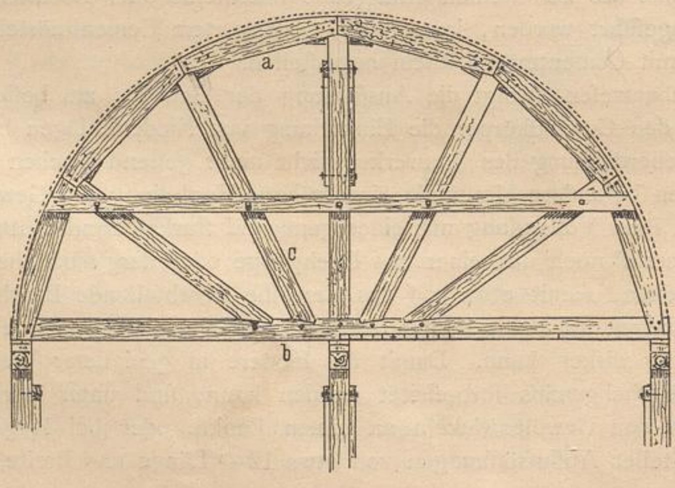
Fig. 316.



Bei den einfachen Lehrbogen (Fig. 316) ſind bei ſtärkerer Ausführung zwei neben einander liegende Brettſtücke von 30 bis 35 mm Stärke zu einem, der Wölblinie angepaſsten Wölbkranze vereinigt. Dieſer Wölbkranz erfährt weiter durch Leiſten oder Bretter, welche ſtrahlenförmig von einem wagrechten Grundbrett ausgehen, eine Abſteifung und Befeſtigung.

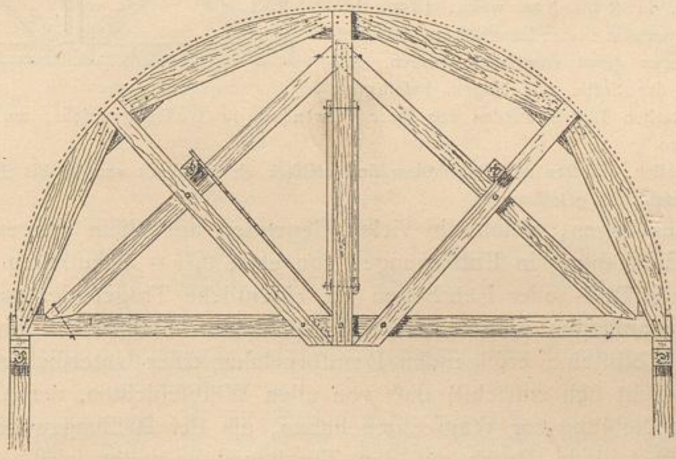
Einen einfachen Lehrbogen, welcher jedoch ſchon den Uebergang zu den Gerüſtbogen eines Lehrgerüſtes bildet, zeigt Fig. 317. Hierbei iſt der aus etwa 5 cm ſtarken, $1{,}5$ m bis höchſtens $3{,}0$ m langen Bohlen angefertigte Wölbkranz *a* mit der Schwelle *b* durch einzelne Pfoſten *c* in kräftige Verbindung gebracht.

Fig. 317.



Bei gröfseren Lehrgerüften ift das Holzwerk der Rippen fo zu ordnen, dafs möglichft unverfchiebbare Dreiecksverbindungen entftehen. Zwifchen die Berührungsflächen derjenigen Verknüpfungspunkte, bei welchen durch die Belaftung der Rüft-

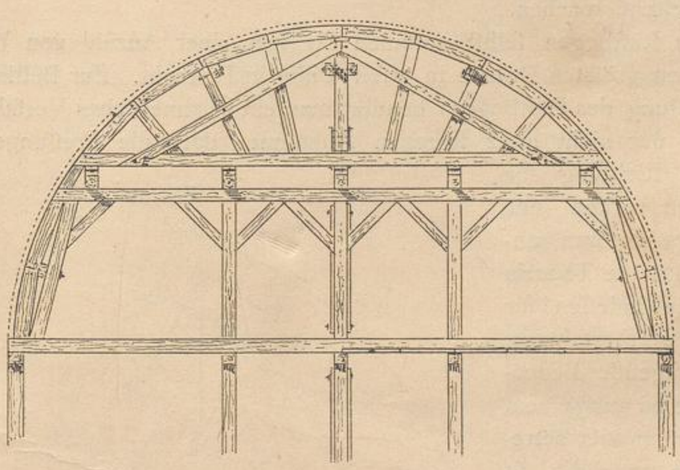
Fig. 318.



bogen die Hölzer fich leicht in einander preffen können, find zweckmäfsig dünne Streifen aus Weifs-, Zink- oder Kupferblech zu legen.

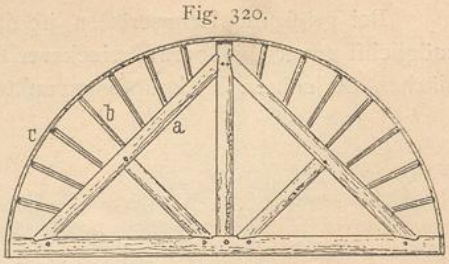
Meiftens werden derartige Rüftbogen als Häng- und Sprengwerke mit durchgehender wagrechter Schwelle conftruirt. Seltener find im Hochbauwefen die ge-

Fig. 319.



fprengten Gerüfte, deren Streben unmittelbar nach dem Widerlager, bezw. nach dem Fufsboden des zu überwölbenden Raumes geführt werden. In Fig. 318 u. 319 find Rippen mit durchgehender Schwelle und darüber befindlichem Streben- nebft Hängefäulen-Syftem dargeftellt. In Fig. 320 ift eine Rüftbogen-Conftruction gegeben, bei welcher in den Randhölzern a radial gerichtete Stäbe b zur Aufnahme gebogener Latten c dienen, welche dann die 2,0 bis 2,5 cm ſtarke Schalung aufnehmen.

Fig. 320.



Die Stäbe oder Speichen b ſind rund, beſitzen einen Durchmeſſer von 5 bis 8 cm und werden unten etwas zugeſpitzt, in 3 bis 5 cm weite, 10 cm tiefe Löcher geſteckt, welche in den Randhölzern a in Entfernungen von etwa 40 cm vorgebohrt werden. Die auf dem Kopfe der Stäbe mit Nägeln befeſtigten, etwa 2 + 4 cm ſtarken Latten werden vor ihrer Verwendung in Waſſer geweicht, um dadurch leichter biegſam zu werden.

Die Schwellen, Pfoſten und Randhölzer ſind vielfach als Rundholz von 15 bis 22 cm Durchmeſſer ohne weiteres Beſchlagen gelaſſen.

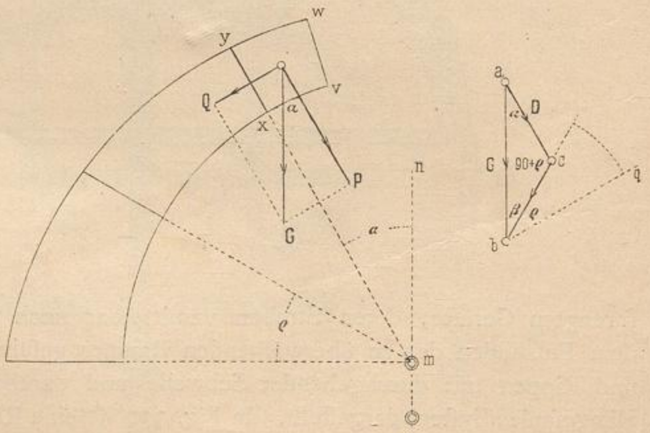
Dieſe Lehrbogen, welche in vielen Gegenden am Rhein Anwendung finden, ſind für die Einwölbung in Entfernungen von etwa 0,60 m aufzuſtellen.

Sollen die Rüſt- oder Lehrbogen als eigentliche Träger der nach und nach von den Bogenanfängen aufgebrachten Wölbſchichten hinſichtlich ihrer durch das Gewicht der Wölbſteine erfolgenden Beanſpruchung einer Unterſuchung unterzogen werden, ſo ergiebt ſich zunächſt, daſs von allen Wölbſchichten, deren Lagerflächen eine geringere Neigung zur Wagrechten haben, als der Reibungswinkel des Wölbmaterials beträgt, kein Druck auf den Tragbogen ausgeübt wird. Sodann aber ergiebt ſich weiter, daſs eine Wölbſchicht, deren Lagerfläche in ihrer Neigung dieſen Reibungswinkel überſchreitet, abgleiten würde und nur durch ihre vom Rüſtbogen getragene Unterlagerung hieran verhindert wird. Dieſe Wölbſchicht erzeugt alſo einen Druck für den Rüſtbogen. Verfolgt man jede weitere Wölbſchicht bis zur Scheitelſchicht, ſo ergiebt ſich ein fortwährendes Steigen der Gröſse der einzelnen Drücke der Wölbſchichten und erſt nach dem vollſtändigen Schluſſe des Gewölbes kann, da das Gewölbe alsdann frei für ſich beſtehen ſoll, die Entlaſtung der Rüſtbogen ſich geltend machen.

153. Druck auf die Rüſtbogen.

Für den Rüſtbogen ſelbſt kommen die von einer Anzahl von Wölbſchichten hervorgerufenen gröſsten Drücke in erſter Linie in Betracht. Zur Beſtimmung dieſer gröſsten Belaſtung des Rüſtbogens benutzt man ein zeichneriſches Verfahren, welches jedoch unter der nicht ganz ſtrengen Annahme, daſs die Preſſungen immer in winkelrechter Richtung für den Rüſtbogen wirken, nur als Näherungsverfahren anzuſehen iſt. Da die Theorie der Rüſtbogen indeſſen für die praktiſche Ausführung keine hervorragende Bedeutung hat, dieſelbe auch einem anderen, als dem hier betretenen Gebiete angehört, ſo möge nur das gewöhnliche Verfahren angegeben werden, welches zur Ermittelung des an irgend einer Stelle auftretenden gröſsten Druckes dient.

Fig. 321.

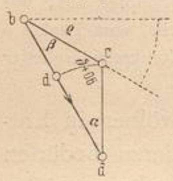


In Fig. 321 sei $xyvw$ ein Wölbstein von sehr geringer Breite $xv = b$, von der Tiefe gleich der Längeneinheit und vom Gewichte v für die Körpereinheit. Alsdann ist das Gewicht dieses Wölbsteines, da die Höhe h desselben als xy und die Breite b für das schmale Stück beibehalten werden können, bestimmt als

$$G = b \,.\, h \,.\, 1 \,.\, v \quad \ldots\ldots\ldots \quad 162.$$

Der Körper ruht auf der beliebig angenommenen Lagerfläche xy, welche unter einem Winkel α zum Scheitellothe mn geneigt ist. Bezeichnet ρ den Reibungswinkel des Materials, so erhält man nach der Lehre von der schiefen Ebene unter Bezugnahme auf Fig. 321 und auf die darin vorgenommene Zerlegung von G in die Seitenkräfte P und Q, diejenige Kraft D, welche den Körper auf der schiefen Ebene xy abwärts zu treiben sucht und welche dem Drucke auf die Unterlage des Wölbsteines entsprechen soll, als

Fig. 322.



$$D = P - \text{tg}\,\rho \,.\, Q,$$

d. h., da $P = G \,.\, \cos\alpha$ und $Q = G \,.\, \sin\alpha$ ist, auch

$$D = G\,(\cos\alpha - \text{tg}\,\rho \,.\, \sin\alpha) \,. \quad \ldots\ldots \quad 163.$$

Dieser Ausdruck lässt sich nach Fig. 321 leicht durch Zeichnung darstellen. Nimmt man $ab = G$, zieht man ac parallel zu P, bq parallel zu Q und trägt man alsdann den Winkel $cbq = \rho$ an bq, so schneidet der Schenkel bc den Strahl ac in c, und im Dreiecke abc ist ac gleich dem gesuchten Werthe von D.

Denn es ist

$$\frac{D}{G} = \frac{\sin\beta}{\sin(90 + \rho)} = \frac{\sin\,[90 - (\alpha + \rho)]}{\cos\rho} = \frac{\cos(\alpha + \rho)}{\cos\rho} = \frac{\cos\alpha \,.\, \cos\rho - \sin\alpha \,.\, \sin\rho}{\cos\rho},$$

also auch

$$D = G\,(\cos\alpha - \text{tg}\,\rho \,.\, \sin\alpha) \,.$$

Bringt man das Dreieck abc in die Lage von Fig. 322, indem man $ab = G$ parallel zu xy zieht, so ergiebt sich auch ac als D. Schlägt man ac von a aus auf ab nieder, so ist auch $da = D$ der für den Wölbstein $xyvw$ in Frage kommende Druck.

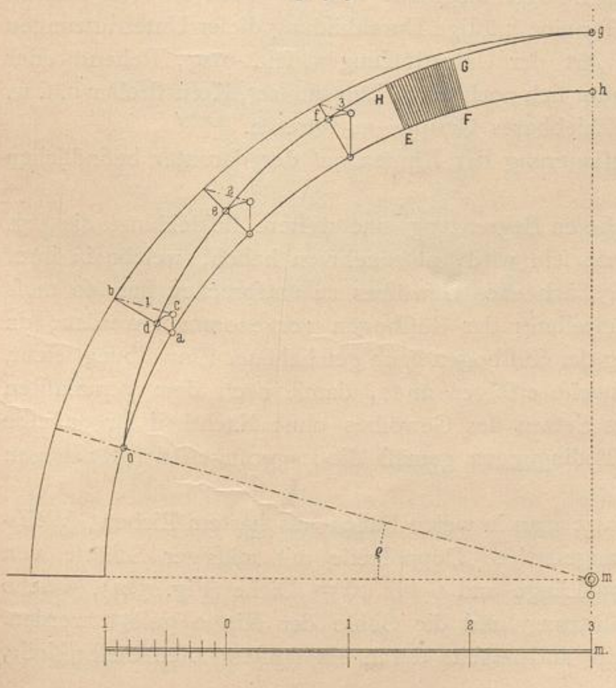
Setzt man in Gleichung 163 für G den Werth aus Gleichung 162, so wird

$$D = bhv\,(\cos\alpha - \text{tg}\,\rho \,.\, \sin\alpha),$$

und hieraus folgt weiter

$$\frac{D}{bv} = z = h\,(\cos\alpha - \text{tg}\,\rho \,.\, \sin\alpha) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 164.$$

Fig. 323.



Dieser Werth von z bezeichnet den specifischen Druck des Rüstbogens im Punkte x. Derselbe kann nach Maßgabe von Fig. 322 wiederum leicht durch Zeichnung ermittelt werden, sobald man für jeden Punkt x nur die Strecke ab gleich der zugehörigen Fugenlänge $xy = h$ nimmt und sonst unter Benutzung des veränderlichen Winkels α, wie derselbe der jedesmal gewählten Fuge zukommt, und des als unveränderlich geltenden Reibungswinkels ρ ganz nach Fig. 322 verfährt.

Am einfachsten wird diese Darstellung gleich in der Stirnfläche des Gewölbes, wie Fig. 323 zeigt, selbst vorgenommen. Bei der hier gegebenen Bestimmung der einzelnen Drücke ist der Reibungswinkel ρ nur zu 15 Grad gewählt, um der durch den frischen Mörtel bewirkten wesentlichen Verminderung der Reibung zwischen den Lagerflächen Rechnung zu tragen.

Verbindet man die für mehrere Fugen gewonnenen Punkte d, e, f u. s. f., wobei die Strahlen $1, 2, 3$ u. s. f.

fämmtlich parallel zu mo geführt werden, durch einen Linienzug, fo begrenzt derfelbe gemeinfchaftlich mit der inneren Wölblinie die Fläche $odefgh$ der gröfsten, rechtwinkelig zum Rüftbogen wirkenden Drücke. Soll mit Hilfe diefer Zeichnung der gröfste auf die Fläche EF kommende Druck D ermittelt werden, fo ergiebt fich für die Tiefe gleich der Längeneinheit nach Gleichung 164: $D = zbv$, d. h., da zb die Fläche $EFGH$ darftellt, die Regel: Man beftimme die Mafszahl des Flächeninhaltes des Stückes $EFGH$ der Druckfläche und multiplicire diefelbe mit der Mafszahl des Gewichtes der Körpereinheit des Wölbmaterials, um den Werth des für die Länge EF in Frage kommenden Druckes zu erhalten.

Aus der Druckfläche ergiebt fich die Zunahme der rechtwinkelig zum Rüftbogen gerichteten Preffungen vom Punkte o gleich Null bis zum gröfsten Drucke gh im Punkte h des Gewölbefcheitels. Für die Conftruction des Rüftbogens folgt hieraus, dafs bis zum Punkte o keine Unterftützung der Wölbfteine durch diefen Bogen nothwendig wird, dafs alfo bis zu diefem Punkte vom Kämpfer aus, wie Fig. 319 (S. 221) zeigt, die Anordnung der Rippe fich auf einfachere verbindende Theile, vom Punkte o ab bis zum Scheitel jedoch aufser verbindenden Theilen noch auf kräftigere, ftützende Conftructionsglieder zu erftrecken hat.

154. Unter-lagerung.

Die einzelnen Rippen werden parallel zur Stirnebene des Gewölbes in Entfernungen von 1 m bis höchftens 2 m hinter einander aufgeftellt. Hierzu bedürfen diefelben einer kräftigen Unterlagerung, welche als weiteres Zubehör des Lehrgerüftes auftritt. Diefe Unterlagerung mufs fo hergeftellt fein, dafs die einzelnen Rippen während der Ausführung des Gewölbes fich nicht in merkbarem Grade fenken, fich nicht verfchieben oder verdrehen können. Zweckmäfsig ift eine Unterftützung, welche möglichft aus lothrecht oder aus fchwach geneigten Pfoften befteht, welche dann rechtwinkelig zu den Rippen ziehende Rahmhölzer oder Holme erhalten, alfo in ihrem Wefen ähnlich der Anordnung einer feften Fachwerkwand erfcheint. Hänge- und Sprengwerks-Conftructionen zu folchen Unterftützungen zu wählen, ift defshalb weniger vortheilhaft, weil bei diefen leichter ein Zufammendrücken der verfchiedenen Verbandhölzer und damit leichter das unbeabfichtigte Senken der Rüftbogen eintreten kann. Im Hochbauwefen laffen fich bei gröfseren Gewölben derartige Hänge- und Sprengwerksunterftützungen dann nicht gut vermeiden, wenn der Raum unter der Deckenbildung während der Bauzeit möglichft frei zu laffen ift. In folchen Fällen mufs in jeder Beziehung für eine kräftige Durchbildung diefer Unterftützungen geforgt werden. Wie auch die Art der Unterftützungen fein mag, ftehend oder liegend, immer müffen diefelben unter fich noch durch Längshölzer, Kreuzftreben u. f. w. abgefteift werden, um als unverfchiebbares Gerippe aufzutreten.

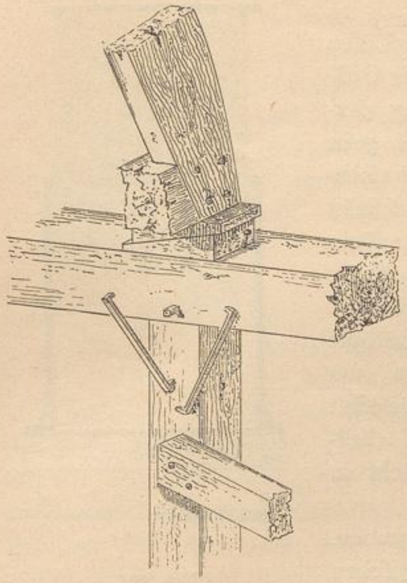
155. Ausrüftungs-vorrichtungen.

Von Bedeutung ift die Auflagerung der Rippen auf der darunter befindlichen Stütz-Conftruction.

Da die Rippen auf ihrer oberen Begrenzung eine weitere Bekleidung, die fog. Schalung, wovon gleich die Rede fein wird, aufzunehmen haben, welche in ihrer oberen Mantelfläche der Laibungsfläche des Gewölbes zu entfprechen hat, fo mufs von vornherein eine genaue Aufftellung der Rüftbogen vorgenommen werden; da aber auch andererfeits die Löfung der Rüftbogen nach gefchehener Einwölbung leicht, allmählich, fanft und nicht ftofsweife erfolgen mufs, damit nach dem veranlafften Senken der Rippen ein etwaiges Setzen des Gewölbes ohne Nachtheil für daffelbe ftattfinden kann, fo find diefen Bedingungen gemäfs die Lagerungen der Rüftbogen auszubilden.

Zu diefen Lagerungen benutzt man in vielen Fällen aus hartem Eichen-, Weifsbuchen-, Efchenholze u. f. w. angefertigte Doppelkeile mit mäfsiger Schärfe von 10 bis 15 cm Breite, 20 bis 30 cm Länge und 6 bis 10 cm Dicke (Fig. 324), welche zwifchen den Holm der Unterftützung und die Sohle der Rippe gelegt werden. Durch ein geringes Antreiben oder andererfeits durch ein fanftes Löfen diefer Keile,

Fig. 324.

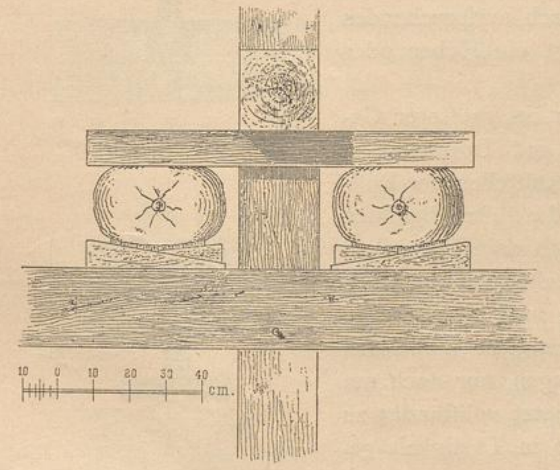


welche ab und an auch zur Verminderung der Reibung mit ſchwarzer Seife dünn beſtrichen werden, iſt ein leichtes Heben oder Senken der Rüſtbogen möglich.

Auſser ſolcher Keillagerung kommen bei gröſseren Gewölben auch Sandſäcke, beſſer Sandbüchſen oder Sandtöpfe, und unter Umſtänden auch Schraubenſätze zur Verwendung.

Die Sandſäcke ſind aus feſtem Zeug, Segelleinwand oder auch aus Leder angefertigte Beutel, welche an einem Ende zugeſchnürt werden können. Dieſe Säcke werden mit ganz reinem, durchaus trockenem, feinem Sande äuſserſt feſt gefüllt und entweder gleich beim Aufſtellen der Rüſtungen ſtatt der eben bezeichneten Keile eingelegt oder erſt ſpäter nach Vollendung der Wölbung zwiſchen Holm und Schwelle gebracht. Im letzteren Falle ſind die Rüſtbogen während der Wölbung durch einen Holzpfoſten, auf welchem ein kurzes Lagerholz liegt, geſtützt. Die Pfoſten werden nach Schluſs des Gewölbes an jeder Seite von Sandſäcken (Fig. 325), die durch angeſchobene kleine Holzkeile weiter gerichtet ſind, umlagert und dann keilförmig eingeſchnitten, ſo daſs ſie zum Umkippen gebracht werden können. Iſt dieſes Umkippen erfolgt, ſo ſetzen ſich die kurzen Lagerhölzer mit den Rüſtbogen unmittelbar auf die Sandſäcke. Wird die Schnürung derſelben vorſichtig gelöſt, ſo rinnt der Füllſand in feinen Fäden langſam aus und die Rüſtbogen ſenken ſich in regelmäſsiger, ſtoſsfreier Weiſe. Unter Umſtänden befördert man das Ausflieſsen des Sandes noch durch Anrühren deſſelben mit Hilfe eines Eiſendrahtes oder Holzpflockes.

Fig. 325.

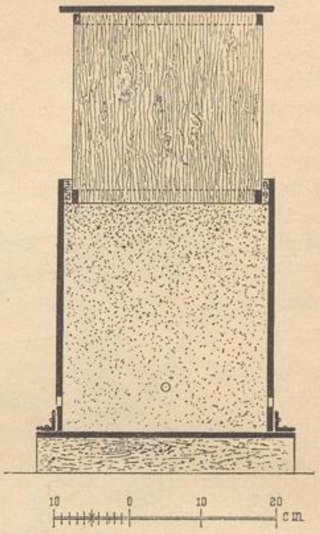


Die Sandbüchſen oder Sandtöpfe (Fig. 326) ſind cylindriſche, aus Guſs- oder Schmiedeeiſen angefertigte Gefäſse mit Boden. In den Seitenwandungen derſelben ſind in geringer Entfernung über dem Boden kleine Oeffnungen angebracht, welche durch einen dünnen Holzpflock geſchloſſen werden. Zur Büchſe gehört weiter ein cylindriſcher Stempel, welcher aus Guſseiſen beſteht, oder aus einem Holzkörper, welcher oben und unten mit Eiſenringen beſchlagen iſt, hergeſtellt wird. In die Sandtöpfe wird wiederum eine in ihren Eigenſchaften ſchon vorhin beſchriebene Sandfüllung gebracht; die Stempel werden ſo aufgeſetzt, daſs unter denſelben eine genügende Sandlage verbleibt und die ſo eingerichtete Büchſe nach ihrer Einfügung zwiſchen

Holm und Schwelle eine richtige und genaue Aufſtellung der Rüſtbogen möglich macht.

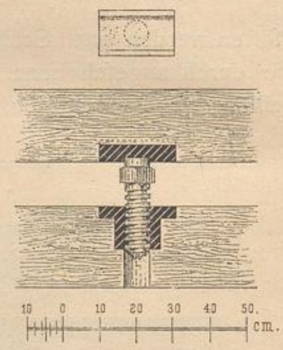
Nach der Ausführung des Gewölbes wird das Löſen der Rüſtbogen durch Ausziehen der Verſchlüſſe der Oeffnungen der Büchſen eingeleitet. Die Sandfüllung derſelben rieſelt aus, und die Senkung der Rüſtbogen geht langſam vor ſich. Hierzu iſt aber vollſtändige Trockenheit des reinen Sandes nothwendig, da derſelbe, feucht geworden und durch die Belaſtung gepreſſt, ſich zuſammenballt und nicht ausflieſst, ſelbſt wenn durch Nachhelfen mittels eines Eiſendrahtes dieſes Flieſsen befördert werden ſollte. In ſolchem Falle müſſen die Sandtöpfe mit ſtark erwärmten Sandbeuteln umlegt werden, um hierdurch den Sand in den Büchſen wieder in möglichſt trockenen Zuſtand zu ſetzen. Offenes Feuer darf ſelbſtverſtändlich zum Trocknen des Büchſenſandes nicht in Anwendung kommen.

Fig. 326.



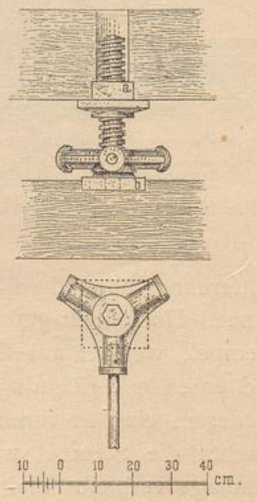
Die Schraubenſätze ſind einfache Hebeſchrauben. Die in Fig. 327 gegebene Hebeſchraube ſteht zwiſchen dem Holme des Untergerüſtes und der Schwelle des Rüſtbogens, während bei der in Fig. 328 dargeſtellten Schraube die Schraubenmutter *a* in der Schwelle befeſtigt, die Schraubenſpindel weiter jedoch durch eine Oeffnung derſelben geführt wird. Im Holm des Rüſtbogens iſt die Scheibe *b* verlegt, gegen welche der Dorn des Kopfendes der Spindel tritt. Durch entſprechendes Andrehen der Schraubenſpindel erfolgt ein Heben oder Senken des Rüſtbogens.

Fig. 327.



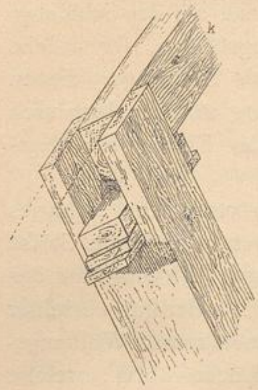
Derartige Schraubenſätze werden bei gröſseren Gewölben auch wohl gemeinſchaftlich mit Doppelkeilen angewandt. Sind die letzteren beim Aufſtellen der Rüſtbogen genau eingefügt, ſo werden die Schraubenſätze ſeitlich von denſelben aufgeſtellt. Nach dem Einwölben werden die Schrauben mäſsig angedreht, um die Rüſtbogen in geringem Maſse zu heben und dadurch die Keile etwas zu lüften. Nach dem nunmehr müheloſen Entfernen der Keile ruhen die Rüſtbogen nur noch auf den Schraubenſätzen, welche für die jetzt vollſtändig zu beherrſchende Senkung der Rüſtbogen in Thätigkeit geſetzt werden können.

Fig. 328.



Bei beſonders groſsen Gewölben des Hochbauweſens iſt der Wölbkranz der Rüſtbogen nicht aus Bohlen hergerichtet, die unmittelbar mit dem Stützenwerk feſt verbunden ſind, ſondern aus ſog. Kranzhölzern *k* (Fig. 329) von etwa 2 m Länge und genügender Stärke angefertigt, welche in Ausſchnitten (Scheren) ihrer Stützen liegen und durch Doppelkeile, wie Fig. 329 zeigt, unterlagert ſind.

Fig. 329.



Bei folcher Anordnung ift die Senkung der Kranzhölzer durch Lockern der Keile allein fchon zu befchaffen.

Den oberen Abfchlufs der Rüftbogen bildet die Schalung. Hierunter verfteht man einen Belag aus Bohlen, Schalbrettern oder aus Latten, Gewölbelatten, welche in ihrer oberen Fläche eine der Laibung des Gewölbes genau entfprechende Mantelfläche liefern. Die Bohlen werden dicht neben einander gelegt, während die Latten mehr oder weniger breite Fugen zwifchen fich laffen. 156. Schalung.

Die Rüftbogen find die Träger der Schalung, welche rechtwinkelig über diefe Bogen hinwegzieht. Die Bohlen erhalten im Allgemeinen keine weitere ausgiebige Befeftigung mit den Rüftbogen. Diefelben werden meiftens nur an ihren Enden mit dünnen Drahtftiften geheftet. Die Scheitelbohle wird unter Umftänden mehrfach geheftet, da hierdurch fchon ein feitliches Verfchieben der Rüftbogen gegen einander mit vermieden wird. Die Latten werden jedoch zweckmäfsig mit Drahtftiften aufgenagelt. Alle diefe Befeftigungen müffen aber nach dem Ausrüften, alfo nach dem Senken der Rüftbogen mühelos in einfachfter Weife gelöst werden können. Zur Vermeidung einer unregelmäfsigen Geftaltung der inneren Wölbfläche während der Ausführung mufs die Schalung fo ftark fein, dafs diefelbe fich bei ihrer Belaftung durch die Wölbfteine überall in bemerkbarer Weife nicht durchbiegt. Je nach dem Abftande der Rüftbogen von einander erhalten die 20 bis 25 cm breiten Bohlen eine Stärke von 3 bis 5 cm. Die Gewölbelatten befitzen meiftens einen quadratifchen Querfchnitt, deffen Seitenlänge zwifchen 5 bis 15 cm fchwankt.

Backftein- und Bruchfteingewölbe, fo wie auch fchiefe Gewölbe erhalten meiftens und auch zweckmäfsig eine gefchloffene Bohlenverfchalung. Quadergewölbe jedoch werden fachgemäfs auf einer Lattenfchalung ausgeführt. Hierbei unterfcheidet man die Schalung mit fog. halben Latten (Fig. 330) und Schalung mit fog. ganzen Gewölbelatten (Fig. 331). Bei der erfteren liegt eine Schallatte mitten unter jeder Lagerfuge von zwei zufammentretenden Wölbfteinen. Diefe Anordnung ift beim Verfetzen der Steine vortheilhaft, geftattet aber ein Beobachten der Lagerfugen von unten aus nicht, und daher ift die zweite Art der Lagerung der Schallatten mitten unter jedem Wölbftein, wonach ein genaues Verfolgen der geraden Richtung der Lagerfugenkanten von unten aus möglich wird, bei Quadergewölben vorzuziehen.

Fig. 330.

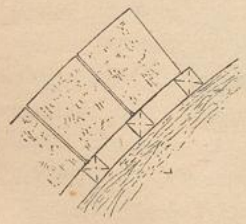
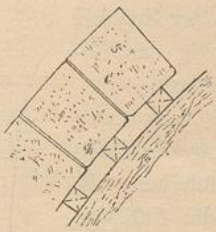


Fig. 331.



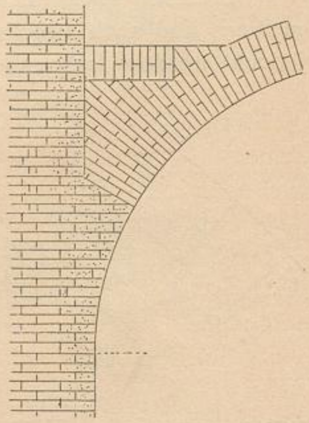
Auf der Schalung, gleichgiltig ob Bohlen- oder Lattenfchalung vorhanden ift, wird die Theilung des Gewölbes durch Blei- oder Kohlenriffe vor Beginn der Wölbung vorgenommen. Je forgfältiger diefe Theilung ftattgefunden hat, um fo leichter und beffer ift die Ausführung des Gewölbes zu befchaffen und zu überwachen. 157. Einwölbung.

Die Einwölbung felbft beginnt unter Beobachtung eines forgfältigen Annäffens der Wölbfteine gleichzeitig vom Widerlager aus und geht regelmäfsig und in Bezug zur Scheitellinie ſymmetriſch weiter bis zur letzten Schicht, der Schluſsſteinſchicht. Durch zweckmäſsige Vertheilung des zu benutzenden Wölbmaterials auf der Schalung, bezw. auf beſonderen an den Rüſtbogen geſchaffenen Belaſtungsböden, für welche die vorhandenen wagrechten Verbindungshölzer der Rippen als Unterlager dienen können, iſt man beſtrebt, die Ungleichmäſsigkeit in der Belaſtung und die hierdurch bewirkte Formveränderung der Gerüſt-Conſtruction während des Einwölbens thunlichſt zu beſeitigen.

Beim Einſetzen der Schluſsſteinſchicht iſt mit Vorſicht zu verfahren. Scharfes Eintreiben der Steine dieſer Schicht durch mit Erſchütterungen verknüpfte Stöſse iſt zu vermeiden, weil hierdurch nicht allein eine unangenehme Wirkung für das Lehrgerüſt, ſondern auch leicht ein Zerſpringen der Mörtelbänder oder gar einzelner Steine herbeigeführt wird. Bei guter und aufmerkſam vorgenommener Wölbungsarbeit bleibt für die Schluſsſteinſchicht die genau bemeſſene Lücke übrig, welche alsdann voll und regelrecht durch die zugehörigen Wölbſteine gefüllt werden kann. Häufig wird die Schluſsſteinſchicht erſt trocken vermauert, bezw. verſetzt und dann in den engen Fugen mit einem Cementmörtel vergoſſen, wobei zu beachten iſt, daſs dieſer Mörtel die Fugen vollſtändig füllt. Dieſes Verfahren iſt immerhin zu empfehlen, da hierdurch alle Erſchütterungen des Gewölbkörpers vermieden werden.

Nach der Vollendung des Gewölbes iſt immer noch eine Prüfung der Fugen auf der Rückenfläche deſſelben vorzunehmen. Etwa vorhandene offene Stellen derſelben ſind mit Mörtel zu dichten. Sehr zweckmäſsig erfolgt hierauf ein Uebergieſsen der ganzen Rückenfläche mit einem dünnflüſſigen Kalk- oder beſſer Cementmörtel, welche mit Hilfe eines Reiſigbeſens in einer dünnen Schicht ausgebreitet wird. Hierdurch werden etwa in den Fugen noch vorhandene Lücken gleichzeitig mit ausgefüllt. Nachdem dieſes geſchehen, iſt eine Ausmauerung der Gewölbezwickel, bezw. ein Ausfüllen derſelben mit Grobmörtel (Beton) vorzunehmen. Letztere Ausfüllung erſetzt jedoch die Ausmauerung nicht vollſtändig und ſollte deſshalb nur bei kleinen Gewölben in Anwendung kommen.

Fig. 332.



Zum Theile kann die Hintermauerung der Zwickel auch nach Fig. 332 gleich bei der Ausführung des Gewölbes im Wölbverbande mit hergeſtellt werden.

158. Zeit der Ausrüſtung.

Von jeher hat die Frage, wann die Ausrüſtung des geſchloſſenen Gewölbes, d. h. die Senkung der Rüſtbogen, bezw. die Entfernung derſelben geſchehen ſoll, eine Rolle geſpielt. Von einer Seite wird die ſofortige Ausrüſtung der Gewölbe nach ihrer Vollendung, von anderer Seite die Ausrüſtung nach einiger Zeit, welche dem Fugenmörtel bereits eine Erhärtung geſtattet hat, empfohlen.

Wird die Ausrüſtung ſofort nach der Vollendung des Gewölbes vorgenommen, ſo iſt der Mörtel noch weich; die Wölbſteine preſſen ſich an einander und bewirken, namentlich in der Nähe der Bruchfugen, ein Hervorquillen des Mörtels aus den Lagerfugen. Das Gewölbe vermag ſich bei ſonſt entſprechender Anordnung, durch den Mörtel wenig beeinfluſst, allerdings in den Gleichgewichtszuſtand zu ſetzen; aber die wünſchenswerthe Eigenſchaft, daſs der in ſeinen Wölbſteinen durch Mörtel verbundene Wölbkörper ſich thunlichſt einem elaſtiſchen Bogen mit geſchloſſener Wand nähern möge, wird hierdurch ohne Weiteres nicht hervorgerufen. Sind die Gewölbe nur mit Kalkmörtel gemauert, fo ift bei fofortiger Ausrüftung das Ausquillen der Fugen oft recht ftark bemerkbar; weniger ftark zeigt fich diefes Hervorquillen bei Verwendung von verlängertem Cementmörtel oder reinem Cementmörtel. Mit einer Verminderung und Zufammenpreffung der Mörtelbänder in den Lagerfugenflächen ift offenbar eine Verkürzung der Bogenlänge und eine Formveränderung des Gewölbes, das fog. Setzen deffelben, verbunden, und es dürfte einleuchtend fein, dafs, je mehr das Zufammenpreffen der noch weichen Mörtelbänder fich geltend macht, defto gröfser auch das Setzen oder die Senkung des Gewölbes fein mufs. Solche Senkungen follen aber bei jedem Gewölbe auf das möglichft geringfte Mafs befchränkt werden, und fomit folgt, dafs, zur Vermeidung ftarker Zufammenpreffungen der Mörtelbänder, dem Mörtel felbft eine gewiffe Zeit zu feiner Erhärtung und zu feinem Verbinden mit den Wölbfteinen zu laffen ift. Dafs durch die innigere Verbindung des Mörtels mit den Wölbfteinen eine gröfsere Standfähigkeit erzielt werden mufs, lehren die Gewölbe früherer Zeit, welche einem Abbruche unterworfen werden mufften. Konnte doch oft bei folchen Gewölben die Schlufsfteinfchicht ihrer ganzen Länge nach befeitigt werden, ohne dafs die Gewölbfchenkel nach innen einftürzten; konnten doch oft diefe Gewölbfchenkel felbft nur durch Zerftören mittels kräftiger Sprengungsftoffe befeitigt werden! Die Wölbfteine waren vollftändig verkittet; das Gewölbe war ein in fich nahezu gleichartiger Körper; von einem Senken diefes Körpers oder der Erfcheinung klaffender Fugen kann keine Rede mehr fein.

Durch diefe Gefichtspunkte gelangt man in logifcher Weife zu dem Ergebnifs, dafs eine fofortige Ausrüftung derjenigen Gewölbe, bei welchen, wie bei Backftein- oder Bruchfteingewölben, die Mörteleinfügung immer eine Bedeutung annimmt, weniger rathfam ift, als die nach einiger Zeit nach Schlufs des Gewölbes vorgenommene Ausrüftung. Der Gewölbkörper mufs eben durch die Verkittung mit Mörtel feine ihm urfprünglich angegebene Form in befferer Weife beibehalten, als folches bei fofortiger Ausrüftung möglich ift, mufs weniger Senkung aufweifen und mufs im Allgemeinen, weil die Annäherung an einen vollwandigen Bogen, abgefehen davon, dafs derfelbe mehr oder weniger elaftifch ift, in höherem Mafse erfolgt, in feiner Standfähigkeit eine Verbefferung erfahren. Wenngleich nun im Hochbauwefen in den meiften Fällen das Entfernen der Wölbgerüfte in möglichft kurzer Zeit wird angeftrebt werden müffen, da fchnelles Vorwärtskommen im Bau oft angezeigt erfcheint, fo möge unter Berückfichtigung aller Einflüffe, welche, wie feuchte Luft, Windzug u. f. f., die Erhärtung der Mörtelbänder zurückhalten oder befchleunigen können, doch darauf Bedacht genommen werden, ein zu frühzeitiges Ausrüften der Gewölbe zu vermeiden. Wenngleich nun eine geraume Zeit verfliefsen mufs, bevor alle Mörtelbänder, die in ihren Rändern früher erhärten, als in ihrer Mitte, eine nahezu gleiche Prefsbarkeit und nahezu gleiche Bindefähigkeit erhalten, fo kann man als Regel gelten laffen, kleine Gewölbe erft etwa nach 2 bis 3 Tagen, grofse Gewölbe nach 4 bis 6 Tagen und Gewölbe bis etwa 8 m Spannweite erft nach 8 Tagen auszurüften. Noch gröfsere Gewölbe laffe man fo lange als möglich unausgerüftet. Bei geringer Fugenftärke von 1 cm und gut und rafch bindendem Mörtel kann die Zeit bis zur vorfichtig vorzunehmenden Ausrüftung herabgefetzt werden.

Bei Quadergewölben tritt, wie fchon früher erwähnt, die Mörtelung mehr in den Hintergrund. Demnach können folche Gewölbe ein fofortiges Ausrüften nach ihrer Vollendung fchon leichter ertragen.

In jedem Falle iſt das Ausrüſten der Gewölbe in ruhiger, vorſichtiger Weiſe vorzunehmen, damit eine Schädigung ſowohl des Gewölbes, wie auch der Gerüſttheile vermieden wird.

Im Allgemeinen zeigt ein jedes Gewölbe nach der Ausrüſtung eine mehr oder weniger bemerkbare Senkung. Je ſorgfältiger die Ausführung, je beſſer das benutzte Material war, um ſo geringer tritt ſolche Senkung auf.

159. Senkung.

Die Angaben über das muthmaſsliche Senken der Gewölbe ſind von vornherein im höchſten Maſse ungenau, ſo daſs dieſelben beſſer unterbleiben.

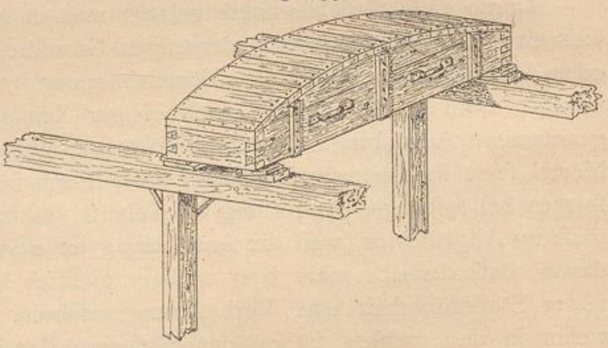
Das über die Rüſtung bei Tonnengewölben Geſagte findet im Weſentlichen bei allen ſolchen Gewölben oder beſonderen Gewölbtheilen Anwendung, die nicht eine ſog. Einwölbung aus freier Hand zulaſſen. Letzteres iſt bei Gewölben mit ſphäriſchen oder ſphäroidiſchen Laibungsflächen der Fall. Bei dieſen tritt dann die Unterſtützung durch Lehrgerüſte für die Einwölbung entweder gar nicht oder in bedeutender Einſchränkung ein.

160. Rutſchbogen.

Bei Gewölben von kleinerer Spannweite, aber verhältniſsmäſsig bedeutender Länge wird unter Umſtänden auch eine Vereinfachung und billigere Herſtellung des geſammten Lehrgerüſtes durch Anwendung eines ſog. Rutſchbogens oder Schlittens erzielt.

Unter einem Rutſchbogen (Fig. 333) verſteht man einen kurzen, ſeitlich lothrecht, oben nach der Wölbungsform geſchloſſenen, unten aber offenen, hölzernen Kaſten, welcher auf den ſtützenden Rahmen oder Holmen des Unterſtützungsgerüſtes nach und nach dann weiter vorgerückt werden kann, ſobald über dem Rutſchbogen ein kurzes Stück des Gewölbes ausgeführt iſt. Selbſtverſtändlich iſt die richtige Aufſtellung und das ruhige Löſen ſolcher Rutſchbogen mit Hilfe von Doppelkeilen zu bewirken.

Fig. 333.



Damit die einzelnen Zonen, welche in ihrer Breite der Länge des Schlittens entſprechen, bei dem ganzen Gewölbe im Verband bleiben, iſt die Stirn jeder Zone, die für ſich im Gewölbeverband gemauert wird, auf Verzahnung zu ordnen. Die Länge des Schlittens darf höchſtens 80 cm betragen, weil bei gröſserer Länge deſſelben die Ausführung der Wölbung für die vor dem Rutſchbogen ſtehenden Maurer und auch das Vorrücken deſſelben unbequem wird.

Da nach der Vollendung jeder Zone bei der Anwendung des Rutſchbogens eine ſofortige Ausrüſtung derſelben eintreten muſs, ſo iſt die Einwölbung ſehr ſorgfältig, unter Benutzung eines möglichſt ſchnell bindenden und erhärtenden Mörtels auszuführen.

161. Ausführung neben einander gelegener Gewölbe.

Liegen zwei oder mehrere Tonnengewölbe, bezw. Gewölbe überhaupt mit gemeinſchaftlichen Widerlagern, mögen dieſelben als Mauerwerkskörper, als Bogenſtellungen oder als beſondere eiſerne Träger conſtruirt ſein, in Reihen oder ſog. Jochen mit ihren Axen neben einander, ſo iſt zu beachten, daſs dieſe Zwiſchenwiderlager an ſich in den ſeltenſten Fällen eine ſolche Stärke erhalten, um dem einseitigen Schube mit Sicherheit Widerstand leisten zu können. Zur Vermeidung der Verschiebungen dieser Zwischenconstructionen und zur Verhinderung des damit leicht eingeleiteten Einsturzes der Gewölbe ist es immer am zweckmäfsigsten, die sämmtlichen Gewölbejoche mit den nöthigen Wölbegerüsten vollständig zu versehen und die Einwölbung in allen Jochen gleichzeitig, gleich liegend und gleichmäfsig fortschreitend vorzunehmen. Kann man der gröfseren Kosten wegen eine solche vollständige Herrichtung der Lehrgerüste für alle Joche nicht ausführen, so wird erst nur für ein Joch entweder das ganze Gewölbe oder eine gewisse Länge desselben mit dem nothwendigen Lehrgerüste versehen und eingewölbt, dann das angrenzende Joch in gleicher Weise in Angriff genommen und so bis zur Vollendung der ganzen Anlage fortgefahren. In solchen Fällen ist aber eine gründliche und kräftige Absteifung der Zwischenwiderlager der nicht mit Lehrgerüsten versehenen Joche oder Abtheilungen derselben unbedingt erforderlich, da bei Vernachlässigung dieser Forderung leicht die Gefahr des Einstürzens der fertigen Gewölbtheile eintreten kann.

162. Tonnengewölbe aus Backsteinen.

Die Ausführung der geraden Tonnengewölbe aus Backstein erfordert in erster Linie die Berücksichtigung eines richtigen Mauerverbandes in den einzelnen Schichten und eine bestimmte Eintheilung der Wölbschichten im Stirnschnitte des Gewölbes, wonach stets eine ungerade Anzahl gleich grofser Abstände für die einzelnen Wölbscharen entstehen soll. Jede Wölbschicht erscheint keilförmig; die Lagerfugen stehen senkrecht zur Wölblinie, selten rechtwinkelig zu einer bestimmten Bedingungen gemäfs construirten Mittellinie des Druckes.

Für den Mauerverband der Wölbschichten gelten die für den Steinverband der Backsteinpfeiler mit rechteckiger Grundfläche gegebenen allgemeinen Regeln, wonach meistens zwei verschieden angeordnete, neben einander liegende Wölbschichten im Verbandwechsel auftreten. In Fig. 334 sind für ein Stück eines $1\frac{1}{2}$ Stein starken Tonnengewölbes die Verbände in den Schichten *1* und *2* dargestellt, wobei nament-

Fig. 334.

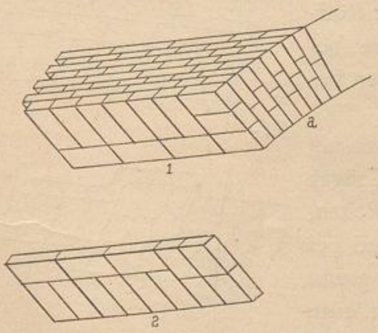
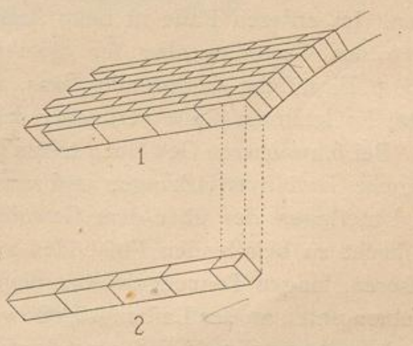


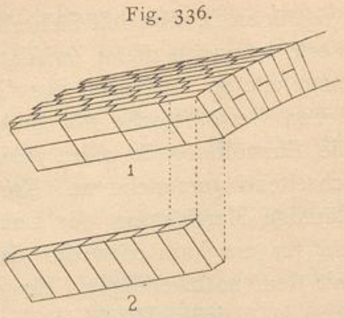
Fig. 335.



lich der Anfang der Wölbschichten an der Stirnmauer des Gewölbes durch regelrechtes Einfügen von Dreiviertelsteinen zu beachten ist. Die Stofsfugen in Schnitten parallel zur Stirn sind innerhalb des Gewölbkörpers *a* im Verbandwechsel stehende, concentrisch zur Wölblinie laufende Bänder, während dieselben auf der Laibungs- und Rückenfläche im Verbandwechsel mit der Stirnlinie gleichlaufend sind. Diese Einwölbungsart wird häufig als »auf Kuf gewölbt« bezeichnet. Bei einem nur $\frac{1}{2}$ Stein starken, auf Kuf gemauerten Tonnengewölbe sind alle Wölbscharen Läuferschichten, deren Stofsfugen gegenseitig um $\frac{1}{2}$ Steinlänge im Verbandwechsel stehen

(Fig. 335), während bei 1 ſtarken Tonnengewölben die neben einander liegenden Wölbſchichten nach Fig. 336 angeordnet werden.

Fig. 336.

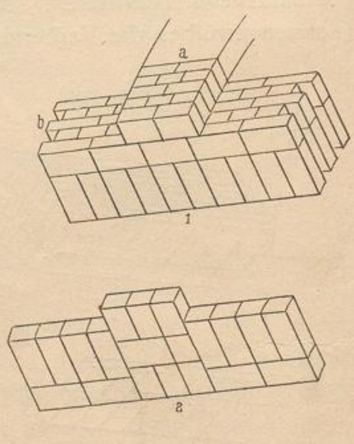


Bei Tonnengewölben, deren Stärke über $^1/_2$ Steinlänge beträgt, wird zur Erzielung keilförmiger Wölbſcharen in den meiſten Fällen ein Zuhauen der Backſteine erforderlich. Hierbei iſt auf der Rückenlinie des Gewölbes die Stärke der Wölbſchicht der Backſteindicke gleich zu laſſen, ſo daſs die Zuſchärfung der Steine nach der Laibungsfläche gerichtet iſt. Wollte man ſog. Lochſteine zum Einwölben verwenden, ſo iſt ein Zuhauen derſelben miſslich. Durchaus verwerflich iſt die Anordnung ſtark keilförmig genommener Mörtelbänder als Lagerfugen, welche dann an der Laibungsfläche dünn, an der Rückenfläche jedoch oft unverhältniſsmäſsig dick auftreten, um hierdurch ein Zuhauen der Wölbſteine zu umgehen. Am beſten iſt die Verwendung fertig gebrannter keilförmiger Barnſteine, deren Geſtaltung von vornherein dem auszuführenden Tonnengewölbe entſprechend gebildet wurde.

Bei ſehr ſtarken Tonnengewölben iſt die in Art. 149 (S. 218) erwähnte und näher beſprochene Einwölbung, beſtehend aus einzelnen Schalen oder Ringen, geeignet, um ein Zuhauen der Steine aller Wölbſchichten zu vermeiden.

Für weniger ſtarke oder auch für ſehr lange, ſonſt ſelbſt ſtärker bemeſſene Tonnengewölbe aus Backſtein iſt das Anbringen von Verſtärkungsrippen oder Gurten *a* (Fig. 337), welche bei kleineren ſchwächeren Gewölben in Abſtänden von 1,5 bis 2,0 m, bei ſtärkeren Gewölben in Weiten von 3,0 bis 4,0 m wiederkehren und mit dem Gewölbkörper *b* nach der Anordnung der Schichten *1* und *2* im Verbande ſtehen, zu empfehlen. Dieſe Rippen können entweder an der Laibungsfläche oder an der Rückenfläche vortreten. Im erſteren Falle iſt beim Aufſtellen der Rüſtbogen des Gewölbes aber für dieſe Gurte eine beſondere Einrüſtung nothwendig, was, als weniger bequem, im letzteren Falle vermieden wird.

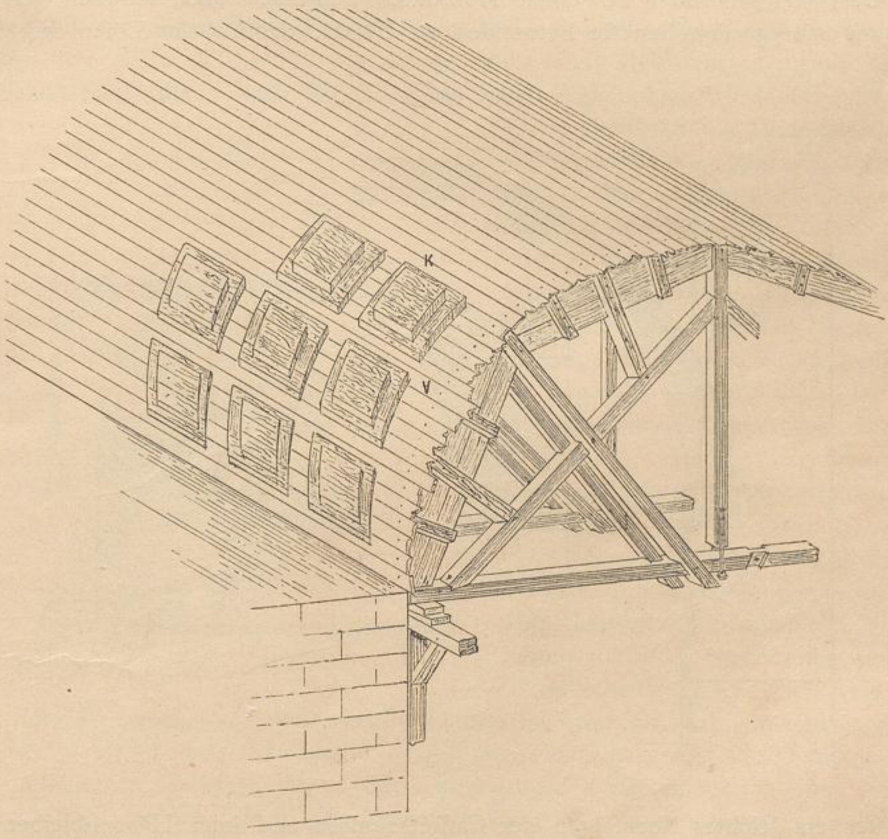
Fig. 337.



Bei ſchwächeren Gewölben treten dieſe Rippen als wirkliche Gewölbverſtärkungen und zuweilen als Träger von Unterlagen der über dem Gewölbe befindlichen, nur leicht zu belaſtenden Fuſsböden auf, während bei gröſseren, langen Tonnengewölben dieſe Rippen, wenn dieſelben unten an der Laibungsfläche vorſpringen, eine dem Auge angenehme Gliederung der Gewölbfläche bewirken und bei langen Gewölben mit wagrechter Scheitellinie den Eindruck verwiſchen, als ob dieſe Scheitellinie ſich nach unten geſenkt hätte. Hier möge bemerkt werden, daſs die in vielen Lehrbüchern aufgenommene und häufig wiederkehrende Angabe, wonach Tonnengewölbe bis zu 4 m Spannweite, welche keine weitere Belaſtung, als höchſtens diejenige der Fuſsböden gewöhnlicher Wohnräume aufzunehmen haben, nur $^1/_2$ Stein Stärke, bei gröſserer Spannweite Verſtärkungsrippen von 1 Stein Breite und Höhe in Entfernungen von 1,5 bis 2,0, bezw. 2,5 m und erſt bei 6 m Spannweite 1 Stein Stärke nebſt Verſtärkungsrippen von $1^1/_2$ Stein Höhe und Breite erhalten ſollen, mit gröſster

Vorficht zu betrachten ift. Bei derart fchwach ausgeführten Tonnengewölben müffen neben ausgezeichneter Arbeit vorzügliches Steinmaterial und vortrefflichfter Mörtel zur Geltung kommen, und dennoch treten in diefen Tonnengewölben fchon bei 4 m Spannweite leicht Verdrückungen, felbft bei guter Ausmauerung der Zwickel, auf. Die Weite von 4 m wird beffer auf höchftens 3 m befchränkt. Auch ift zu berückfichtigen, dafs, wenn überhaupt über dem Gewölbe ein Fufsboden hergerichtet ift, derfelbe unter Umftänden mit weit ftärkerer Belaftung verfehen wird, als folche bei der Bezeichnung »Belaftung gewöhnlicher Wohnräume« urfprünglich angenommen

Fig. 338.



war. Die Decken-Conftruction foll aber in jedem Falle bei der möglichft ungünftigften Beanfpruchung ftandfähig fein, und hiernach ift, wie früher gezeigt, die ftatifche Unterfuchung zu führen und die Gewölbftärke fowohl für die Gurte, wie für das Gewölbe felbft zu beftimmen.

Wird ein Backfteingewölbe nach der Widerlagsfuge hin verftärkt, fo foll diefe Verftärkung vom Scheitel bis zum Gewölbfufse ftetig und ohne fchroffe Abfätze erfolgen, felbft wenn hierbei ein mäfsiges Verhauen und Kürzen der Wölbfteine an der Rückenfläche des Gewölbes vorzunehmen ift; denn hierdurch wird ein günftigerer Verlauf der Mittellinie des Druckes erzielt.

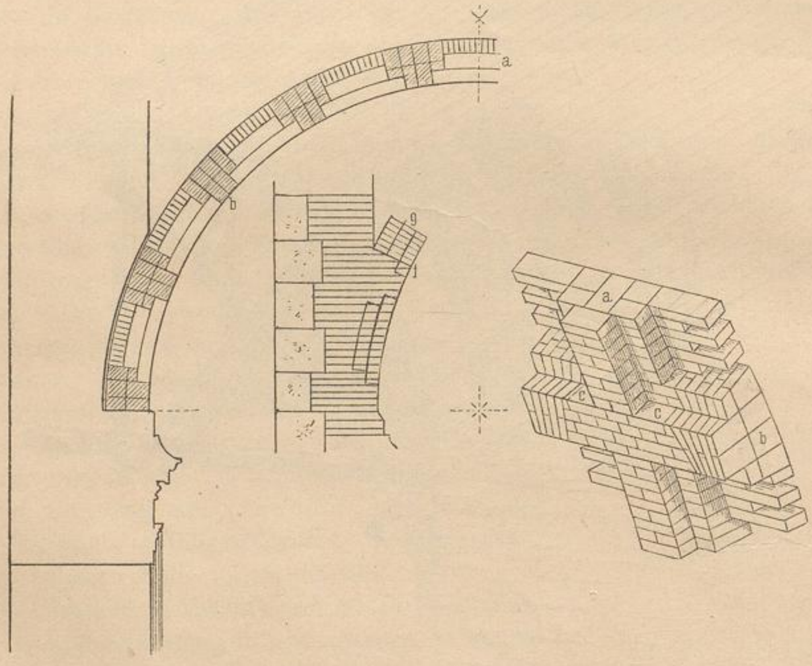
Dem Einwölben mit Backftein »auf Kuf« fteht die allerdings mehr bei flachbogigen Gewölben angewandte Verbandart »auf Schwalbenfchwanz« oder »auf Stich« gegenüber. Diefe foll bei den Kappengewölben näher befprochen werden.

163. Caffettirte Tonnen-gewölbe.

Um die Laibungsfläche eines Tonnengewölbes, abgefehen von einem Schmuck durch Bemalung, fchon in der Conftruction felbft architektonifch zu gliedern und reicher zu geftalten, verfieht man das Gewölbe mit künftlerifch geformten und regelrecht geordneten, durch ftaffelartig angelegte Umrahmungen begrenzte Füllungen, Vertiefungen oder mit fog. Caffetten.

Bei der Ausführung derartiger caffettirter Tonnengewölbe werden nach Fig. 338 auf der vollftändigen Verfchalung *V* der Wölbbogen, der Caffettenanordnung entfprechend, Holzkaften *K* befeftigt, fo dafs hierdurch die Grundlage für die Mauerung des Gewölbes gefchaffen ift. Diefe Holzkaften find nach oben fchwach verjüngt, alfo als mäfsig abgeftumpfte Pyramiden zu bilden, damit beim Löfen des Wölb-

Fig. 339.



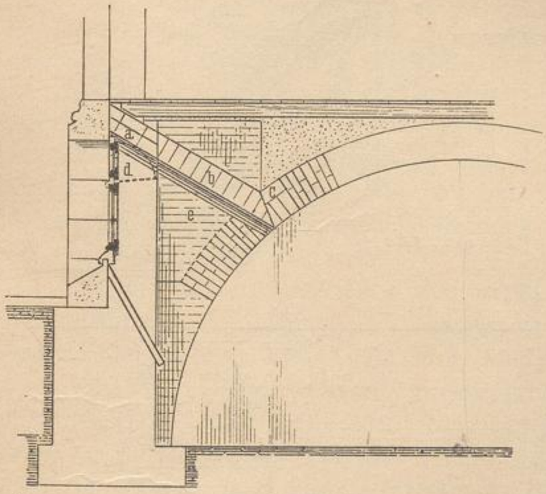
gerüftes ein leichtes Nachfolgen der Caffettenkaften und kein Hängenbleiben derfelben im Gewölbe ftattfinden kann. In fehr zweckmäfsiger Weife können nach einem von *Moller* angegebenen Verfahren nach Fig. 339 die Querrippen *a* der Caffetten als Stücke von Tonnengewölben, die Längsrippen *b* als Beftandtheile des Gewölbes in der Anordnung eines die Querrippen verfpannenden fcheitrechten Bogens ausgeführt werden, wobei das Zwifchenftück *c* ordnungsmäfsige Widerlagsflächen zu bieten hat. Der obere Abfchlufs der Caffetten kann dabei in der Anordnung entweder derjenigen eines $^1/_2$ Stein ftarken Tonnengewölbes oder eines $^1/_2$ Stein ftarken fcheitrechten Gewölbes entfprechen. In Fig. 339 ift die erfte Einwölbungsart beibehalten.

Soll ein caffettirtes Tonnengewölbe bis zu einer um etwa 60 Grad zum Scheitellothe geneigten Fuge *f*, welche dann zweckmäfsig mit der unteren Fugenrichtung der Caſſette *g* zuſammenfällt, ein wagrecht vorgemauertes Widerlager erhalten, ſo iſt, wie Fig. 339 zeigt, auch die tiefſte Caſſette in wagrechter Schichtenmauerung auszuführen.

164. Tonnengewölbe mit Stichkappen.

Da bei Tonnengewölben an und für ſich die Pfeilhöhe ein beträchtliches Maſs erreicht, alſo die Conſtructionshöhe, einſchl. der Gewölbſtärke und der Höhe bis zur Oberkante des darüber befindlichen Fuſsbodens ziemlich groſs wird, da ferner die Stirnmauern der Tonnengewölbe häufig nicht für die Anlage von Oeffnungen zur Beleuchtung durch Tageslicht bei den mit Tonnengewölben zu überdeckenden Räumen benutzt werden können, ſo ſind bei beſchränkter Conſtructionshöhe derartige Lichtöffnungen in den Widerlagsmauern des Gewölbes anzubringen. Dieſe Lichtöffnungen ſind bei den meiſten Anlagen in ihren oberen Begrenzungen weit über dem Gewölbefuſs abzudecken. Für die Breite dieſer Lichtöffnungen muſs im Tonnengewölbe freier Platz geſchaffen, alſo das Gewölbe ſelbſt gleichſam an dieſen Stellen ausgeſchnitten werden. Nach der Annahme dieſes Ausſchnittes würde aber für die Weite deſſelben ein Widerlager des angrenzenden Gewölbtheiles fehlen. Für dieſes Widerlager iſt ein ſelbſtändiger Gewölbtheil, der ſog. Kranz *c* (Fig. 340), in das Hauptgewölbe einzufügen, und ferner iſt zum oberen Abſchluſs der zwiſchen dem Gewölbekranze und der Lichtöffnung *d* verbleibenden Oeffnung ein beſonderes kleines Gewölbe, eine ſog. Stichkappe *b*, welche in das Hauptgewölbe geſteckt wird, herzuſtellen. Die an beiden Seiten der Oeffnung, dem ſog. Ohr, zu bewirkende Abſchlieſsung wird durch lothrecht aufgeführte, auf dem Hauptgewölbe ruhende, ½ bis 1 Stein ſtarke Wangenmauern erzielt. Gröſstentheils gehören dieſe Wangen ſchon der Hintermauerung der Gewölbe in den Zwickeln an und ſind dann, wenn dieſe zu ⅓ bis ½ der Gewölbhöhe ausgeführte Hintermauerung die Oeffnung des Ohres noch nicht ſchlieſsen ſollte, ſtets entſprechend höher zu führen. Iſt, wie in Fig. 340 angenommen, auch der Mauerbogen *a* der inneren Laibung der Lichtöffnung geneigt anzulegen, ſo folgt derſelbe in ſeiner Neigung meiſtens der Neigung der Stichkappe *b*.

Fig. 340.



Schon in Art. 133 (S. 161) iſt der Stichkappen bei Tonnengewölben gedacht worden.

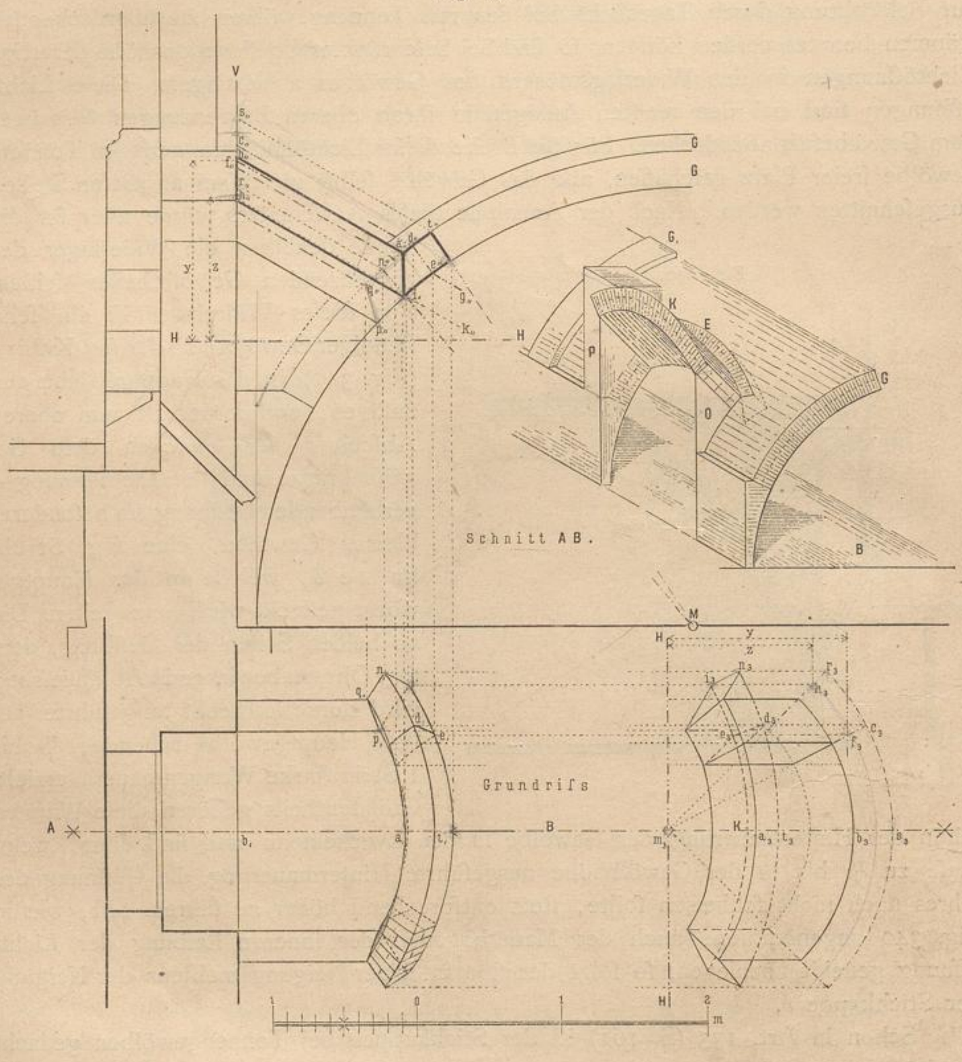
Hinſichtlich der Ausführung dieſer Stichkappen iſt zu bemerken, daſs man Stichkappen, deren Laibungen einer Cylinder-, Kegel- oder Kugelfläche angehören, von einander zu unterſcheiden hat. Vorzugsweiſe werden die cylindriſchen oder kegelförmigen, ſeltener die kugelförmigen Stichkappen in Anwendung gebracht. Bei den erſten beiden kann die Axe der zugehörigen Cylinder- oder Kegelflächen eine wagrechte oder geneigte, nach unten oder nach oben gerichtete gerade Linie ſein. Bei kugelförmigen, bezw. Kugel-Stichkappen liegt der gröſste Kreis der Kappenfläche meiſtens und auch zweckmäſsig tiefer, als der tiefſte Punkt der inneren Kranzlinie an der Laibung des Hauptgewölbes.

165. Cylindriſche Stichkappen.

In Fig. 341 iſt die Ausmittelung einer cylindriſchen Stichkappe mit geneigter Axe nebſt dem Gewölbekranze, ſo wie ein Bild der ganzen Anordnung gegeben.

Im Bilde ſind B die Kämpferebene des Tonnengewölbes, G das Gewölbe, K die cylindriſche, nach dem Gewölbe geneigte Stichkappe und E der Kranz, welcher das Widerlager für das Gewölbe der Breite

Fig. 341.



der Stichkappe entſprechend bildet; gegen denſelben lehnt ſich die Stichkappe. O iſt das Ohr und P die Wange der Stichkappe; G_1 iſt ein Verſtärkungsgurt des Hauptgewölbes.

Die Leitlinie der Stichkappe iſt ein Kreisbogen mit dem Halbmeſſer z, deſſen Mittelpunkt in der wagrechten Ebene HH und der lothrechten Ebene V liegt. Derſelbe iſt in der Hilfsfigur K mit dem Halbmeſſer $m_3 d_3 = z$ geſchlagen. Die Rückenlinie iſt der mit dem Halbmeſſer $m_3 b_3 = y$ beſchriebene, durch b_3 gehende concentriſche Kreisbogen. Die Neigung der Cylinderaxe der Stichkappe iſt durch die dieſer Axe parallele Erzeugende $h_{,,} i_{,,}$ gegeben.

Setzt man im Schnitte AB, nachdem $b_{,,} a_{,,}$ parallel zu $h_{,,} i_{,,}$ bis zur Rückenlinie des Gewölbes gezogen iſt, die obere Stärke $a_{,,} t_{,,}$ des Kranzes ſo feſt, daſs die untere in der Wölbfläche liegende Stärke deffelben etwa 1 Stein, bei kleineren Gewölben $^1/_2$ Stein beträgt, oder umgekehrt, dafs bei ftark nach unten gerichteter Stichkappe $a_{,,} t_{,,}$ felbft gleich diefen Abmeffungen genommen wird, fo ift durch die von $t_{,,}$ nach M geführte Gerade und durch die Linien $t'' a''$ und $a'' i''$, fo wie ein Stück der inneren Wölblinie des Hauptgewölbes, gleich der unteren Stärke des Kranzes, begrenzte Figur der in der lothrechten Ebene AB liegende Querfchnitt des Kranzes.

Legt man durch t'' eine Erzeugende $t'' s''$ parallel zu der Cylinderaxe, bezw. zu $h_{,,} i_{,,}$, fo gehört diefelbe einem ideellen Cylinder an, deffen Leitlinie der um m_3 in der Hilfsfigur befchriebene Kreisbogen mit dem Halbmeffer $m_3 s_3$ ift, wobei s_3 hier fo hoch über HH liegt, wie die Lage von $s_{,,}$ im Schnitte AB über HH ergeben hat.

Sind fomit für die Stichkappe und für den Kranz die nöthigen Cylinderflächen beftimmt, fo laffen fich mit Hilfe der darftellenden Geometrie auf leichte Weife auf dem aus der Zeichnung erfichtlichen Wege die fämmtlichen Begrenzungslinien des Kranzes, welche als Durchfchnittslinien der einzelnen cylindrifchen Flächen mit den unteren und oberen Flächen des Tonnengewölbes auftreten, in den drei hier gewählten Projectionen beftimmen. Die von $p_,$ und $i_,$ auslaufenden Curven gehören der inneren Wölbfläche, die von $q_,$ und $n_,$ fortziehenden Begrenzungslinien gehören der Rückenfläche des Hauptgewölbes an.

Eben fo läfft fich mittels der Projection der Erzeugenden, welche durch $f_{,,}$, bezw. f_3 und $c_{,,}$, bezw. c_3 gelegt find, eine Fuge $d_, e_,$ des Kranzes und danach die in der Figur für $d_, e_,$ angedeutete Fugenfläche beftimmen, wobei nur zu beachten, dafs in der Hilfsfigur d_3 auf der durch n_3 gehenden Durchdringungslinie der Rückenlinie der Stichkappe und der Rückenlinie des Hauptgewölbes liegt, während e_3 der Durchfchnittspunkt der durch f_3, bezw. $f_{,,}$ gehenden Erzeugenden mit der inneren Wölblinie ift und fich auf der durch $i_,$ laufenden Kranzlinie befindet. Die Lagerfugen des Kranzes gehören lothrechten Ebenen an, deren Spuren in der Hilfsfigur als $m_3 r_3$ und $m_3 c_3$ gezeichnet find.

Der Kranz an fich wird aus Backftein unter Wahrung der fo beftimmten Lagerfugen auf Verband gemauert und gleichzeitig mit dem Hauptgewölbe, wobei auf der Schalung die inneren durch p_1 und i_1 gehenden Durchdringungslinien vorgezeichnet find, ausgeführt. Die Wangen für die Stichkappen und danach die Stichkappen felbft können nach Vollendung des Hauptgewölbes oder gleichzeitig mit demfelben hergerichtet werden.

Für die Stichkappen wird in den meiften Fällen eine Verfchalung, welche fich unmittelbar auf die Schalung des Hauptgewölbes legt und die an ihrer Schmieglinie der inneren Durchdringungslinie p_1 folgt, angebracht. Bei untergeordneten Anlagen wird ftatt folcher Schalung für die Laibungsfläche der Stichkappe auch hin und wieder ein oben entfprechend abgeformter, zwifchen den aufgeführten Wangen liegender Erdhügel, aus thonigem Sande beftehend, auf die Schalung des Hauptgewölbes gebracht und diefer als Lehre für die Stichkappe benutzt.

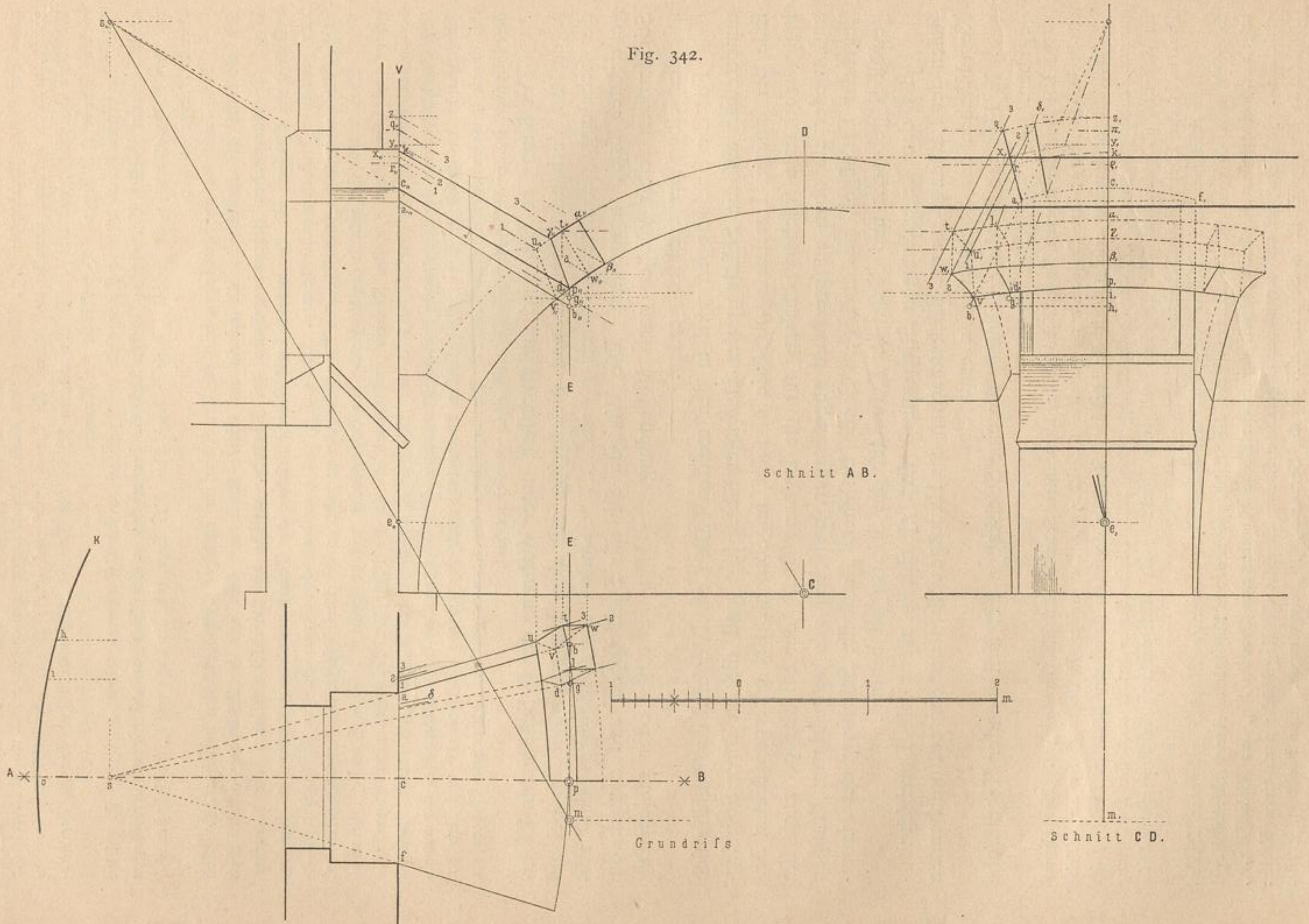
Bei den kegelförmigen Stichkappen find gleichfalls zuerft die Durchfchnittslinien der Laibungs-, bezw. Rückenflächen des Hauptgewölbes mit den entfprechenden Kegelflächen der Stichkappe zu ermitteln. 166. Kegelförmige Stichkappen.

In Fig. 342 ift die Zeichnung für eine Stichkappe mit anfteigender Kegelfläche gegeben.

Die Axe der inneren Kegelfläche ift im lothrechten Schnitte AB die Gerade $s_{,,} m$. Ihre Grundrifs-Projection ift sp; ihre Projection im Schnitte CD ift $s_, m_,$. Das weitere Feftlegen diefer Kegelfläche ift durch die Beftimmung erfolgt, dafs die höchfte Seitenlinie derfelben durch den höchften Punkt $c_,$ des inneren Laibungsbogens $a_, c_, f_,$ der Fenfteröffnung gehen foll. Diefer Bogen befitzt nach der Darftellung im Schnitte CD den auf der Kegelaxe gelegenen Punkt $e_,$ als Mittelpunkt; die Projection diefes Punktes in der Ebene V des Schnittes AB ift $e_{,,}$.

Betrachtet man diefen Bogen $a_, c_, f_,$ als Theil eines in der lothrechten Ebene V gelegenen Kreifes, fo erfieht man, dafs die für die Laibungsfläche der Stichkappe benutzte Kegelfläche einem fchiefen Kegel angehört, bei welchem die Axe $s_{,,} m$ mit der in der Ebene V enthaltenen Geraden $Ve_{,,}$ den Winkel $Ve_{,,} s_{,,}$ einfchliefst. Jede parallel mit der Ebene V geführte Ebene fchneidet die Kegelfläche nach einem Kreife. Die höchfte Erzeugende ift im Schnitte AB als die Gerade $s_{,,} c_{,,} p_{,,}$ eingetragen. Der Punkt $p_{,,}$ gehört der inneren Wölblinie des Hauptgewölbes an, ift alfo ein gemeinfchaftlicher Punkt des Hauptgewölbes und der inneren Laibungsfläche der Stichkappe.

Fig. 342.



Eine durch $p_{,,}$ geführte lothrechte Ebene E liefert als Kegelschnitt einen Kreis mit dem Halbmesser $m p_{,,}$. Ein Stück dieses Kreises ist im Grundrifs AB als Bogen K niedergelegt. Der Mittelpunkt desselben ist die wagrechte Projection des Punktes m, also der Punkt p, und hiernach ist $po = p_{,,} m$ zu nehmen. Die für die Stichkappe in Frage kommende tiefste Seitenlinie des Kegels ist als Strahl sb im Grundrifs gekennzeichnet. Derselbe mufs durch den tiefsten Punkt a, der Bogenlinie $a, c, f,$, der Fensteröffnung, gehen. Da der Punkt a im Grundrisse diesem tiefsten Punkte a, zukommt, so ist die Lage der bezeichneten tiefsten Erzeugenden in ihrem Beginne durch sa bestimmt. Diese Erzeugende trifft, gehörig erweitert, den in der Ebene EE gelegenen Kegelkreis im Punkte b. Die Ordinate dieses Punktes ist mit Hilfe des Kreises K als bh auszumessen. Trägt man diese Länge bh von m als $mb_{,,}$ in der Lothrechten EE ab, so ist $s_{,,} b_{,,}$ die Aufrifs-Projection der gesuchten Erzeugenden. Dieselbe durchstöfst die Laibungsfläche des Tonnengewölbes in einem Punkte, dessen Projectionen $v_{,,}$ und v auf den entsprechenden Kegelerzeugenden, deren Projectionen in $s_{,,} b_{,,}$ und sb sind, nunmehr leicht gefunden werden können. Durch $v_{,,} p_{,,}$ und vp zieht die innere tiefste Durchdringungslinie der Kegelfläche der Stichkappe mit der cylindrischen Fläche des Hauptgewölbes.

Um noch irgend einen Punkt dieser Durchdringungslinie in seinen Projectionen zu erhalten, ist im Grundrifs die beliebig genommene Kegelerzeugende sg gezogen, die Ordinate gi des Endpunktes dieser Seitenlinie im Kreise K von m nach $g_{,,}$ im Schnitte AB abgetragen und die Gerade $s_{,,} g_{,,}$ geführt. Dieselbe liefert den Durchstofspunkt $d_{,,}$ im Aufrifs, wonach d im Grundrifs auf sg und $d,$ im Schnitte CD bestimmt werden kann.

Die Rückenfläche der Stichkappe gehört gleichfalls einem schiefen Kegel an, dessen Axe mit der Axe des Kegels der inneren Laibungsfläche zusammenfällt und dessen Leitlinie ein in der Ebene V gelegener Kreis ist, welcher dem Grundkreise des ersten Kreises concentrisch ist. Nimmt man die rechtwinkelig auf $c_{,,} p_{,,}$ abzusetzende Stärke der Stichkappe als Abstand der beiden parallelen Geraden $c_{,,} p_{,,}$ und $k_{,,} \gamma_{,,}$ im Schnitte AB z. B. gleich 1 Steinlänge an, so ist $e_{,,} k_{,,}$ der Halbmesser des Grundkreises für den Kegel der Rückenfläche der Stichkappe. Im Schnitte CD ist der mit dem Halbmesser $e, k, = e_{,,} k_{,,}$ um $e,$ beschriebene Bogen $k, r,$ ein Stück dieses Grundkreises. Dasselbe ist durch eine den Punkt $a,$ und die Kegelaxe enthaltene Ebene begrenzt, welche die Ebene V in einer Geraden schneidet, die im Punkte $a,$ senkrecht zum Bogen $a, c, f,$ steht. Der Punkt $r,$ ist ein Grenzpunkt. Jede durch die beiden Kegelflächen gemeinschaftlich angehörende Axe geführte Ebene schneidet dieselben in Seitenlinien, welche vermöge der concentrischen Grundkreise und der Annahme des Parallelismus der höchsten Erzeugenden $c_{,,} p_{,,}$ und $k_{,,} \gamma_{,,}$ unter einander gleichfalls parallel sind.

Verbindet man im Schnitte AB die Punkte $\gamma_{,,}$ und $p_{,,}$ durch eine gerade Linie, nimmt man $p_{,,} \beta_{,,}$ oder, bei stark geneigten Stichkappen, $\gamma_{,,} \alpha_{,,}$ gleich der zu wählenden Breite des Kranzes, z. B. bei Backsteingewölben je nach der gröfseren oder kleineren Spannweite der zusammentretenden Gewölbe zu 1, bezw. 1/2 Steinlänge an, zieht man darauf $\beta_{,,} \alpha_{,,}$ bezw. $\alpha_{,,} \beta_{,,}$ senkrecht zur Wölblinie des Hauptgewölbes, so ist $\alpha_{,,} \beta_{,,} p_{,,} \gamma_{,,}$ im Schnitte AB der lothrechte Schnitt des Kranzes.

Die Punkte $\beta_{,,}$ und $\alpha_{,,}$ sind wiederum als Punkte weiterer Kegelflächen anzusehen, deren Axen mit der ursprünglichen Kegelaxe zusammenfallen und welche eben so bestimmt werden können, wie solches bei der Kegelfläche des Rückens der Stichkappe gezeigt ist. Zieht man $\beta_{,,} y_{,,}$ bezw. $\alpha_{,,} z_{,,}$ parallel zu $c_{,,} p_{,,}$, so sind $e_{,,} y_{,,}$, bezw. $e_{,,} z_{,,}$ die Halbmesser der zugehörigen Grundkreise. Dieselben sind, so weit die erweiterte Normale ar im Schnitte CD solches bedingt, stückweise als $y, x,$, bezw. $z, q,$ gezeichnet. Nach diesen Ermittelungen läfst sich nun die Anschlufsfläche des Kranzes im Hauptgewölbe näher angeben.

Die Projectionen dieser Fläche sind im Grundrisse als $uvwt$, im Schnitte AB als $u_{,,} v_{,,} w_{,,} t_{,,}$ und im Schnitte CD als $u, v w, t,$ dargestellt. Von diesen Eckpunkten der Fläche sind bereits v, $v_{,,}$ früher bestimmt.

Um die Punkte u, $u_{,,}$, $u,$ zu erhalten, ist das Folgende zu bemerken. Nach dem Schnitte CD gehört der Punkt $u,$ der durch $b, a, r,$ gehenden Ebene und ferner einer durch $r,$ gehenden Erzeugenden 11 an, welche, wie oben bemerkt, zur Seitenlinie $s, a,$ des ursprünglichen Kegels der Laibungsfläche der Stichkappe parallel sein mufs. Im Schnitte AB entspricht dem Punkte $r,$ der Punkt $r_{,,}$. Zieht man $r_{,,} u_{,,}$ parallel zu $s_{,,} a_{,,}$, so ist $u_{,,}$ auf der Rückenlinie des Hauptgewölbes gefunden; führt man im Schnitte CD die Gerade 11 parallel zu $s, a,$, so liegt $u,$ entsprechend $u_{,,}$ auf dieser Geraden. Die rechtwinkelige Entfernung des Punktes $r,$ vom Lothe $s, e,$ ist gleich $\rho, r,$. Trägt man im Grundrisse die Strecke $c1 = \rho, r,$ ab und zieht man hier wiederum 11 parallel zu sa, so ist der Punkt u, entsprechend $u_{,,}$ auf 11 zu finden. In gleicher Weise ist für die übrigen Punkte zu verfahren. Die Punkte $t,$, $t_{,,}$, t gehören den Erzeugenden 22 an, für welche zunächst der Punkt $x,$ im Schnitte CD mafsgebend wird. Die Punkte $w,$, $w_{,,}$, w kommen den Erzeugenden 33 zu, für welche alsdann der Punkt $q,$ im Schnitte CD grundlegend wird. Da alle Punkte der zu bestimmenden Fläche in der durch die Kegelaxe gehenden

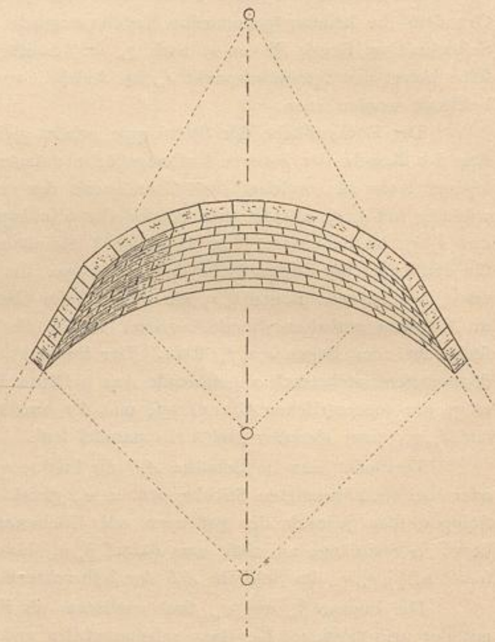
Ebene, welche die Gerade $a_, r_,$ enthält, liegen müffen, fo find die Erzeugenden 22, bezw. 33 parallel den zugehörigen Seitenlinien $s_, a_,$, bezw. $s_{,,} a_{,,}$, bezw. $s a$.

Für eine beliebige Lagerfugenfläche, welche im Schnitte CD durch $d, l,$ bezeichnet ift, gilt diefelbe Art der Beftimmung.

Führt man im Schnitte CD eine beliebige der Ebene $a, q,$ benachbarte Ebene durch die Kegelaxe, fo zieht durch den betreffenden Schnittpunkt diefer Ebene mit dem Kreisbogen $a, c, f,$ eine Erzeugende $s, g,$, zu welcher dann alle übrigen Erzeugenden, die für die Eckpunkte der Lagerfugenfläche in Betracht gezogen werden müffen, parallel zu legen find. Für den Punkt $l,$ ift alfo die Erzeugende δ_1 parallel zur Geraden $s, g,$. Für die übrigen Punkte der Lagerfugenfläche ift die Zeichnung nicht weiter durchgeführt, da das Nöthige bei der Anfatzfläche des Kranzes mitgetheilt ift.

Die kegelförmigen Stichkappen find vermöge ihrer Verbreiterung nach dem Hauptgewölbe zu für die Beleuchtung der mit folchen Decken verfehenen Räume durch Tageslicht günftig. Ihre Einwölbung erfolgt bei Backfteingewölben zweckmäfsig auf Schwalbenfchwanz oder nach dem fog. *Moller*'fchen Verbande (Fig. 343), wobei die Lagerfugen in Ebenen parallel zur Stirn der Stichkappe liegen, weil bei der Einwölbung auf Kuf durch das Divergiren der Lagerfugenflächen in den meiften Fällen ein zu ftarkes Verhauen der Backfteine durch das Zufpitzen der Wölbfteine vom Kranze nach der Fenfteröffnung hin eintreten müffte.

Fig. 343.



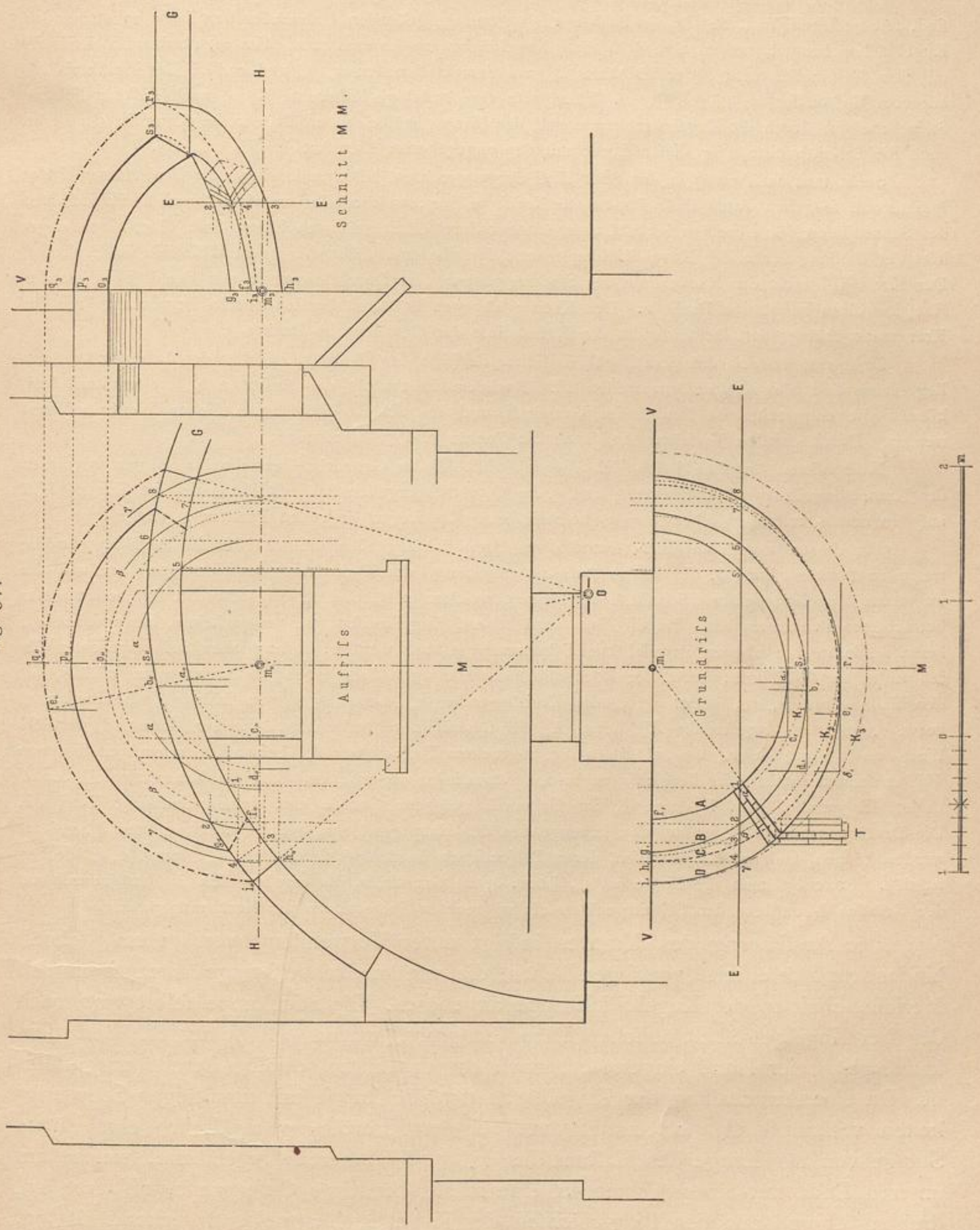
167. Kugel-Stichkappen.

Bei den Kugel-Stichkappen gehört die Laibungsfläche einem beftimmten Theile einer Kugelfläche an. Fig. 344 giebt die Anlage einer Kugel-Stichkappe an der Schildmauer eines Tonnengewölbes mit dem zugehörigen Kranze im Grundrifs, Aufrifs und in einem Meridionalfchnitte MM. Die Anfatz- oder Widerlagsflächen des Kranzes müffen an den Stirnmauern liegen. Daffelbe gilt auch für folche cylindrifche oder kegelförmige Stichkappen. Würde bei diefen Anlagen der Kranz fein Widerlager im Hauptgewölbe entfernt von der Schildmauer erhalten, fo wären mehrere Schichten deffelben ohne Widerlager; auch könnten die verbleibenden Seitenöffnungen der Stichkappe nicht durch Wangenmauern, welche auf den widerlagslofen Schichten ruhen müfften, gefchloffen werden. Unfchön und nicht empfehlenswerth ift ferner ein allmähliches Emporziehen der Wölbfcharen nach der Abfchlufslinie einer in der Stirnmauer befindlichen Licht- oder Thüröffnung.

Bei der in Fig. 344 gegebenen Kugel-Stichkappe ift in erfter Linie die Beftimmung des Kranzes von Bedeutung. Der Mittelpunkt der Kugel liegt in der Ebene der Stirnmauer. Die Kugelfläche der Stichkappe befitzt in ihrem gröfsten Kreife den durch $o_{,,}$ im Aufrifs geführten Abfchlufsbogen einer Maueröffnung, deffen Mittelpunkt $m_{,,}$ gleichzeitig die lothrechte Projection des Mittelpunktes der Kugel ift. Diefem entfprechen die Punkte $m_,$, bezw. m_3 im Grundriffe und im Schnitte MM. Die durch $m_{,,} m_3$ gelegte wagrechte Ebene HH enthält ebenfalls den gröfsten Kreis der Kugel. Erweitert man den durch $o_{,,}$ gehenden Kreisbogen, fo fchneidet derfelbe die innere Wölblinie des Hauptgewölbes im Punkte $f_{,,}$. Die wagrechte Projection diefes Durchftofspunktes ift $f_,$, und die lothrechte Projection deffelben im Schnitte MM ift f_3.

Nimmt man im Aufrifs $o_{\prime\prime} p_{\prime\prime}$ gleich der Stärke der Kugel-Stichkappe, fo ift diefe in der Meridianebene VV gelegen, bezeichnet alfo die normale Stärke diefer Kappe. Der mit $m_{\prime\prime} p_{\prime\prime}$ und $m_{\prime\prime}$ gefchlagene Kreis trifft die Rückenlinie des Hauptgewölbes in $g_{\prime\prime}$, wonach weiter $g_{\prime}$ im Grundrifs und g_3 im

Fig. 344.



Schnitte MM beftimmt werden können. Aufserdem ergeben die geraden Linien $f_{\prime} g_{\prime}$, $f_{\prime\prime} g_{\prime\prime}$, $f_3 g_3$ eine Begrenzungslinie vom Anfatze des Kranzes.

Setzt man im Aufrifs $g_{\prime\prime} i_{\prime\prime}$ oder $f_{\prime\prime} h_{\prime\prime}$ als Stärke des Kranzes feft und zieht man $i_{\prime\prime} h_{\prime\prime}$ normal zur Wölblinie, hier alfo radial durch O, fo ergiebt fich in $f_{\prime\prime} g_{\prime\prime} i_{\prime\prime} h_{\prime\prime}$ die lothrechte Projection der Ansatzfläche des Kranzes. Die Projectionen derselben im Grundriss und im Schnitt *MM* sind danach leicht zu ermitteln.

In ganz gleicher Weise ist die zweite Ansatzfläche bei *G* zu zeichnen.

Um für die Kranzlinie weitere Punkte, welche in Fig. 344 durchweg mit *1, 2, 3, 4* bezeichnet sind, fest zu legen, sind die für die Punkte $o_{,,}$, $p_{,,}$ und $q_{,,}$ geltenden Halbmesser der ihnen zukommenden Kugelflächen benutzt, um im Grundriss diese Kugelflächen zu kennzeichnen. Um $m_{,}$ ist der Halbkreis $K_{,}$ mit dem Halbmesser $m_{,,} o_{,,}$, der Halbkreis K_2 mit dem Halbmesser $m_{,,} p_{,,}$ und endlich der Halbkreis K_3 mit dem Halbmesser $m_{,,} q_{,,}$ geschlagen. Führt man eine beliebige lothrechte Ebene nach *EE* parallel zur Stirnebene *VV* durch die Kugel-Stichkappe und das Hauptgewölbe, so erhält man im Grundriss der Reihe nach die Schnittpunkte $\alpha \beta \gamma$ dieser Ebene mit den angegebenen Kugelkreisen K_1, K_2, K_3.

Sucht man im Aufriss in der Spur *HH* der wagrechten Mittelpunktsebene die Projectionen dieser Punkte auf, so gehen durch diese Punkte die Kreise α, β, γ, welche offenbar die lothrechten Projectionen der Schnittlinien der einzelnen Kugelflächen mit der durch *EE* geführten Ebene sind. Der Kreis α gehört der Laibungsfläche der Kugel-Stichkappe an; derselbe durchstösst die innere Wölblinie im Punkte *1*. Der Kreis β kommt der Rückenlinie der Stichkappe zu; sein Durchstosspunkt mit der Rückenlinie des Hauptgewölbes liefert den Punkt *2*. Der Kreis γ dagegen ist der äussersten oberen Begrenzungslinie des Kranzes angehörig; derselbe schneidet die Rückenlinie des Gewölbes im Punkte *4*.

Zieht man endlich den Strahl *4 O*, so liefert derselbe den Punkt *3*, welcher der äussersten unteren Begrenzungslinie des Kranzes zuzuweisen ist. Nachdem im Aufriss die Punkte *1, 2, 3, 4* ermittelt sind, können die entsprechenden Punkte im Grundriss und im Schnitt *MM* in einfacher Weise bestimmt werden. Durch dasselbe Verfahren sind auch die Punkte *5, 6, 7, 8* gefunden.

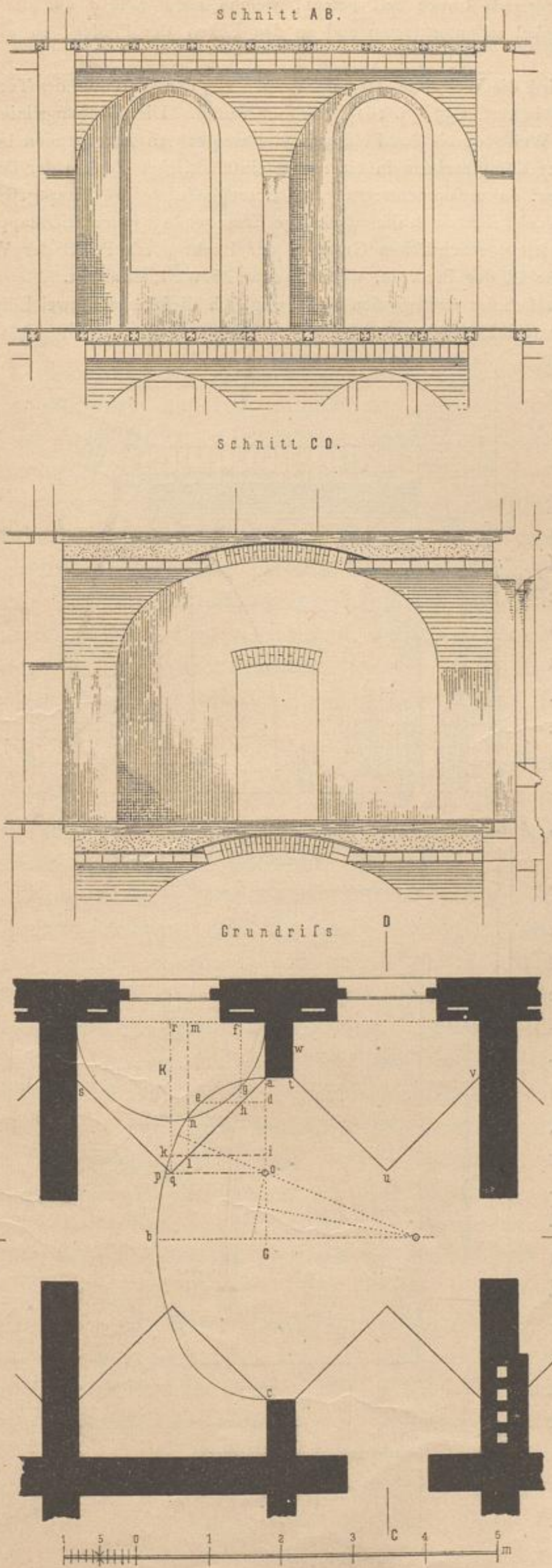
Nach diesen Angaben lassen sich die mit *ABCD* im Grundriss bezeichneten Begrenzungslinien des Kranzes ermitteln. Die Punkte $s_{,}$ und $r_{,}$ im Grundriss ergeben sich mit Hilfe der im Schnitt *MM* auf den um m_3 mit $m_3 p_3$, bezw. $m_3 q_3$ beschriebenen Kreisbogen liegenden Punkten s_3 und r_3.

Für die auf den Kranzlinien *A* und *B* im Grundriss liegenden, am weitesten in das Hauptgewölbe tretenden Punkte $a_{,}$ und $b_{,}$ ist der im Aufriss angegebene, durch die Axe des Hauptgewölbes und die wagrechte Kugelaxe geführte Schnitt $O m_{,,}$ benutzt, welcher in $a_{,,}$ und $b_{,,}$ die lothrechte Projection dieser betrachteten Punkte ergiebt. Da dieselben zunächst auf Kugelkreisen, welche entstehen, wenn durch $a_{,,}$ bezw. $b_{,,}$ lothrechte Ebenen parallel zur Stirnmauer geführt werden, sodann aber auf wagrechten Erzeugenden der Wölblinie, bezw. der Rückenlinie des Hauptgewölbes liegen, so hat man nur nöthig, mit den Halbmessern $m_{,,} a_{,,}$, bezw. $m_{,,} b_{,,}$ die Kreisbogen $m_{,,} c_{,,}$, bezw. $m_{,,} d_{,,}$ zu schlagen, die Punkte $c_{,}$ bezw. $d_{,}$ auf den Kugelkreisen $K_{,}$, bezw. $K_{,,}$ im Grundriss zu bestimmen, durch $c_{,}$, bezw. $d_{,}$ parallele Linien zu *VV* zu führen, um auf diesen die wagrechten Projectionen $a_{,}$, bezw. $b_{,}$ der am weitesten von *VV* entfernten Punkte der bezeichneten beiden Kranzlinien zu erhalten. Für die Kranzlinien *D* und *C* bildet die parallel zu *VV* durch δ_1 im Grundriss gezogene Gerade eine gemeinschaftliche Tangente. Die Berührungspunkte liegen auf den Erzeugenden des Hauptgewölbes, welche durch $a_{,,}$ und $b_{,,}$ geführt werden können, und auf Kugelkreisen, deren Projectionen im Aufriss sich mit $b_{,,} d_{,,}$, bezw. $a_{,,} c_{,,}$ decken würden. Erweitert man die Lothe in $a_{,}$, bezw. $b_{,}$ im Grundriss, so ergeben sich in den dadurch auf der Geraden δ_1 entstehenden Schnittpunkten die wagrechten Projectionen der Berührungspunkte.

Die Ausführung des Kranzes erfolgt unter Verwendung von gutem, schnell bindendem Mörtel mit Lagerfugenflächen, die, wie im Grundriss angedeutet, sämmtlich Meridianschnitten der Kugel-Stichkappe angehören. Die Stichkappe selbst wird nach der bei Kugelgewölben üblichen Einwölbungsart, wovon erst später die Rede sein kann, aus freier Hand eingewölbt, nachdem das Hauptgewölbe bereits ausgerüstet ist. Da eine Ausschalung der Kugelfläche der Stichkappe mit unnöthigen Schwierigkeiten verknüpft ist, so benutzt man bei der Einwölbung als Lehre eine dünne Stange von der Länge des Halbmessers $m_{,,} o_{,,}$ der inneren Kugelfläche, welche am unteren Ende mit einem Haken in eine in $m_{,,}$ befestigte Oese greift, also um $m_{,,}$ drehbar ist und nun den Ringschichten der Kugel-Stichkappe entsprechend als sog. Leier umhergeführt werden kann, so dass mit Leichtigkeit durch das obere Ende der Leier die richtige Stellung und Anordnung der Lager- und Stossfugen für die Wölbsteine der Stichkappe zu treffen ist.

Soll die Kugel-Stichkappe gleichzeitig mit dem Hauptgewölbe ausgeführt werden,

Fig. 345.



ſo gebraucht man als Lehre für die Stichkappe einen aus lehmigem Sand entſprechend geformten, auf der Schalung des Hauptgewölbes ruhenden Kern, auf welchem die Wölbſteine der Stichkappe in concentriſch lagernden Ringſchichten mit radialen Lager- und Stoſsfugen vermauert werden.

168. Auflöſung der Widerlager in Pfeiler und Blenden.

Die Anordnung von Stichkappen bei Tonnengewölben bietet im Hochbauweſen, abgeſehen von der dadurch bewirkten ſachgemäſsen Anlage von Licht- und Thüröffnungen, mannigfache Vortheile. So iſt durch dieſelben eine Auflöſung der Widerlager in einzelne kräftigere Pfeiler mit dazwiſchen liegenden Niſchen oder Blenden und hiermit eine bedeutende Verminderung der ſonſt für ein gröſseres Tonnengewölbe erforderlichen, oft ſehr ſtarken Widerlagsmaſſen möglich. Eine ſolche Auflöſung der Widerlager in Pfeiler und Blenden zeigt Fig. 345 für ein Tonnengewölbe, deſſen Wölblinie ein aus drei Mittelpunkten beſchriebener Korbbogen *abc* iſt.

Das eigentliche Widerlager dieſes Gewölbes ſind die bei *a* und *c* verhältniſsmäſsig ſchmal, aber entſprechend ſtark angelegten Pfeiler. Zwiſchen dieſen und den Querſcheidemauern, welche übrigens auch als eben ſolche Pfeiler angelegt werden können, befinden ſich die Blenden. Dieſe ſind mit geraden Stichkappen überwölbt, welche ſich unmittelbar in das Hauptgewölbe einfügen.

In der Zeichnung ſind die unteren Durchdringungslinien in ihrer wagrechten Projection von vornherein als gerade Linien fest gelegt, welche im Punkte q auf der Axe der Stichkappen unter einem rechten Winkel zusammentreten und an den Ecken der Pfeiler, so wie an den Scheidemauern endigen.

Durch diese bestimmte Annahme wird die Wölblinie der Stichkappen von der Wölblinie des Tonnengewölbes abhängig gemacht, wie bereits in Art. 133 (S. 161) erwähnt wurde. Die Wölbungslinie der Stichkappe K ergiebt sich in einfacher Weise durch das Festlegen von wagrechten Erzeugenden beider Gewölbe, welche in gleicher Höhe über der Kämpferebene in einem gemeinschaftlichen Punkte der Durchdringungslinie über den Geraden aq, bezw. qs zusammentreten. Die Erzeugende de des Hauptgewölbes ergiebt auf aq den Punkt h; durch diesen Punkt zieht auch die zugehörige Erzeugende hf der Stichkappe K.

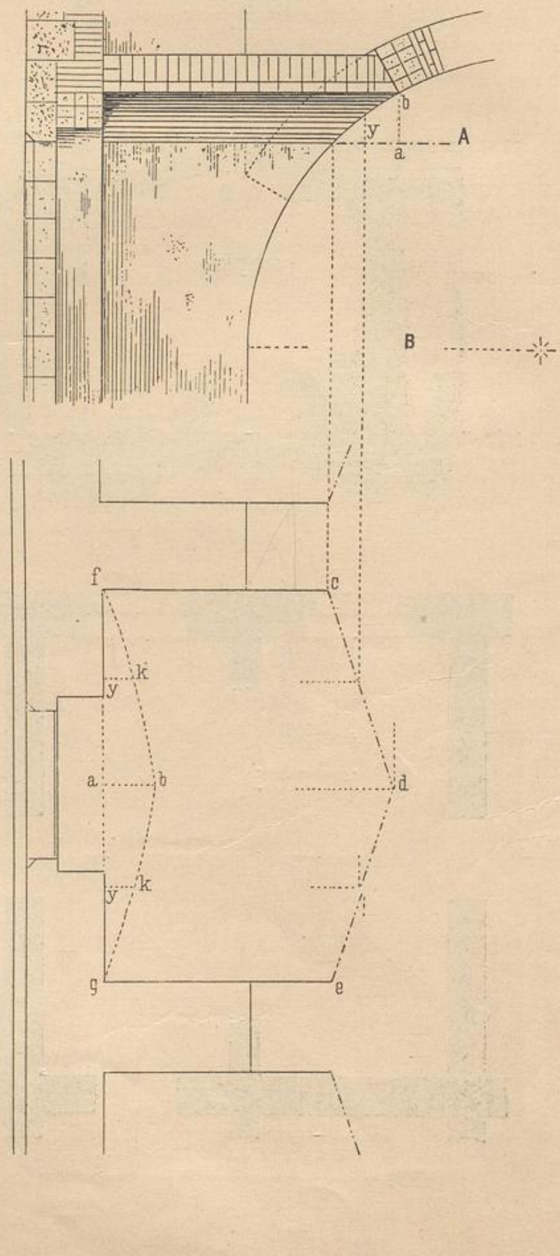
Nimmt man $de = fg$, so ist aus leicht ersichtlichen Gründen der Punkt g ein Punkt der Wölblinie der Stichkappe K. In gleicher Weise ist der Punkt n, wobei $mn = ik$ wird, ermittelt.

Die so gezeichnete Wölblinie nähert sich im vorliegenden Falle, obgleich dieselbe aus zwei Ellipsentheilen zusammengesetzt ist, sehr stark der Halbkreisform.

Die Art der Einwölbung ist aus den Schnitten AB und CD ersichtlich. Hätten die Stichkappen nach den vorderen Begrenzungsmauern der Blenden, die nunmehr als Schildmauern für diese Kappen auftreten und in Folge hiervon meistens nur einer mäfsigen Stärke bedürfen, aufsteigen sollen, so ändert diese Anordnung nichts an der Lage der Punkte g, n u. s. f. Die Erzeugenden der Stichkappe sind dann von diesen Punkten aus nicht mehr wagrecht, sondern unter gleichen Winkeln ansteigend, dabei aber einander parallel.

Liegt die Kämpferebene A der Stichkappe höher, als die mit B bezeichnete des Hauptgewölbes (Fig. 346), und sollen dennoch die Durchdringungslinien der Laibungsflächen der beiden zusammentretenden Gewölbe in ihrer wagrechten Projection zwei gerade Linien sein, so werden der Winkel cde, unter welchem dieselben zusammenstofsen, und die Lage ihrer Ausgangspunkte c und e von der gewählten Pfeilhöhe ab der Stichkappe und der inneren Wölblinie des Hauptgewölbes abhängig. Das Festlegen der Leitlinie der Stichkappe mit den beiden Zweigen fb und gb ist z. B. für irgend einen Punkt k mittels der Ordinate y aus der Zeichnung ohne Weiteres zu ersehen.

Fig. 346.



Wird zur Ausführung der Tonnengewölbe ausfchliefslich Bruchfteinmaterial benutzt, fo ift vor allen Dingen auf ein möglichft feftes, lagerhaftes, alfo plattenartiges Material zu fehen. Damit daffelbe den für ein Gewölbe vorgefchriebenen conftructionellen Anforderungen entfpricht, ift für die einzelnen Steine ein mechanifches Zurichten geboten, das fich darauf erftreckt, dafs die einer und derfelben Wölbfchar zuzuweifenden Steine thunlichft gleiche Dicke und gleiche keilförmige Form durch die Bearbeitung bekommen, da nur hierdurch die Lagerfugenkanten nach dem Vermauern der Steine eine parallele Richtung mit der Gewölbaxe und die Mörtelbänder der Lagerfugen eine möglichft gleiche Stärke erhalten. 169. Tonnengewölbe aus Bruchfteinen.

Ebenfalls find Steine von einer Längen- und Breitenabmeffung unter 20 cm, wenn nicht eine befondere, dem Gufsmauerwerk ähnliche Ausführung ftattfinden foll, von der Verwendung zur Gewölbemauerung auszufchliefsen. Die Art der Einwölbung mit Bruchfteinen hat fich hinfichtlich der Verbandanordnung der einzelnen Steine und der Wölbfchichten möglichft den für Backfteingewölbe niedergelegten Regeln anzupaffen. Die einzelnen Wölbfteine follen thunlichft durch die ganze Gewölbftärke reichen, die Steine felbft normal zur Laibungsfläche des Gewölbes ftehen und die Stofsfugen rechtwinkelig zu den Lagerfugen gerichtet fein. Für die Verbindung der Steine ift ein guter verlängerter Cementmörtel, bezw. reiner Cementmörtel zu nehmen. Zeigen fich auf dem Rücken des Gewölbes einzelne Lücken in den Steinen oder gar ftärkere Fugen, fo find diefelben forgfam zu verzwicken; überhaupt ift dahin zu fehen, dafs ein Bruchfteingewölbe in feinem Körper ein gut gefchloffenes Mauerwerk zeigt, welches in feinem Gefüge fich den Backfteingewölben fo weit als irgend möglich nähert.

Bruchfteingewölbe werden zweckmäfsig nicht unter 30 cm Stärke ausgeführt. Bei gröfseren Gewölben mufs natürlich die Stärke durch ftatifche Unterfuchung ermittelt werden. Hierbei kommt nun aber wefentlich die Feftigkeit des zu Gebote ftehenden Materials in Betracht.

Weniger fefte Bruchfteine liefern ein Gewölbe, welches diefelbe Stärke, wie ein gleich geformtes und belaftetes Backfteingewölbe, unter Umftänden eine noch gröfsere Stärke erfordert, während feftere Bruchfteine eine Stärke erhalten können, welche der Stärke von guten Quadergewölben fich nähert. Bruchfteine, die geringere Feftigkeit als gut gebrannte Backfteine befitzen, follen zu Gewölben nicht verbraucht werden. Unter Berückfichtigung diefer Verhältniffe kann die Stärke der Bruchfteingewölbe nach den auf S. 185 u. 186 mitgetheilten Gleichungen 142 u. 145 ermittelt werden, indem man die dadurch erhaltenen Abmeffungen gleichfam als untere und obere Grenzwerthe betrachtet, wobei jedoch von Fall zu Fall in Rückficht auf die Befchaffenheit des Wölbmaterials eine Erhöhung, bezw. eine etwaige Herabminderung folcher Stärke forgfältig erwogen werden mufs.

In Frankreich und hin und wieder auch in Deutfchland find Tonnengewölbe nur aus kleineren unbearbeiteten Steinen hergerichtet, welche an den Stirnen der Gewölbe von einem aus guten Bruchfteinen oder Quadern angefertigten, kurzen Gewölbeftück begrenzt find. Die Gewölbe beftehen alsdann aus über einander gelagerten Schalen. Die erfte Steinfchicht wird unter Benutzung von Cementmörtel auf der Schalung des Gewölbes fo gebildet, dafs die möglichft ebenen Flächen der Wölbfteine auf der letzteren gut lagern. Auf diefe erfte noch nicht vollftändig erhärtete Schale kommt die zweite u. f. f., bis das Gewölbe die erforderliche Stärke erhalten hat. Das Ganze wird dann mit einem flüffigen Cementmörtel übergoffen.

Ein ſolches Gewölbe kann auch ſeiner Länge nach ſtreckenweiſe in Zonen von der unteren bis zur oberen Schale ausgeführt werden.

Nach dem Erhärten dieſes Baukörpers, welcher einem ſog. Gufsgewölbe ähnlich iſt, entſpricht derſelbe einem vollwandigen Bogen mehr, als einem eigentlichen Gewölbe.

170. Tonnengewölbe aus Quadern.

Das edle, vornehme und dauerhafte Quadermaterial iſt zur Ausführung von Tonnengewölben ſelbſtredend ſehr geeignet. Seiner oft groſsen Koſten halber findet daſſelbe im Hochbauweſen jedoch eine nur gering zu nennende Verwendung, da weſentlich nur bei Prachtbauten auf Quadergewölbe Rückſicht genommen werden dürfte.

Bei der Ausführung von Gewölben aus Quadern, auch Hauſteine, Schnittſteine, Werkſtücke genannt, iſt im Allgemeinen für die Verbandanordnung der Lager- und Stoſsfugenkanten das bei Backſteingewölben Geſagte maſsgebend. Die einzelnen Quader der Wölbſcharen greifen durch die ganze Gewölbſtärke. Nichts ſteht einer reicheren Ausſchmückung der in der Laibung des Gewölbes auftretenden unteren Flächen der Wölbquader durch Ornamente, Caſſettirung u. ſ. w. entgegen, und bei ſorgſamer, einem gut und regelrecht gewählten Fugenſchnitte entſprechender Bearbeitung der einzelnen Steine erſcheint ein Quadergewölbe als eine beachtenswerthe Conſtruction.

Beim Verſetzen der Quader auf der Schalung des Gewölbes bedient man ſich derſelben Werkzeuge und Hilfsmittel, welche beim Quadermauerwerk überhaupt Verwendung finden. Eine Eintheilung der Schichten und ein Vorzeichnen der Lager- und Stoſsfugenkanten auf der Schalung der Lehrbogen bietet für das richtige Verſetzen der Quader den nöthigen Anhalt. Für die Mörtelgabe bei Quadergewölben iſt bereits in Art. 150 (S. 218) das Nähere angegeben.

171. Schneckengewölbe.

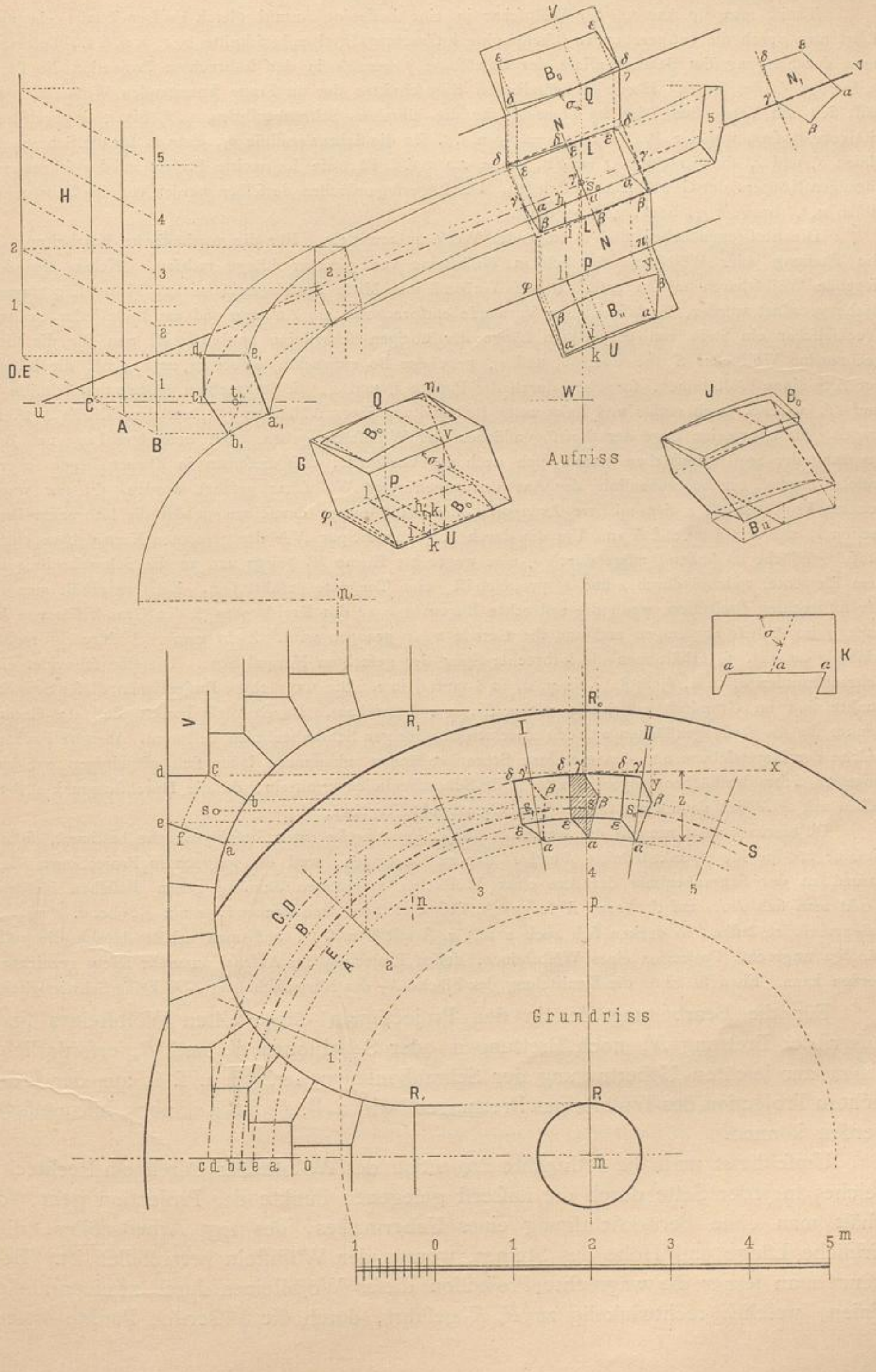
Geſtaltet ſich der Fugenſchnitt bei einem geraden Quader-Tonnengewölbe im Allgemeinen in einfacher Weiſe, ſo ſind doch für die in Art. 131 (S. 160) bereits erwähnten, ſchraubenförmig ſteigenden Tonnengewölbe oder Schneckengewölbe und für die in Art. 134 (S. 164) angeführten ſchiefen Gewölbe hinſichtlich des Steinfugenſchnittes und der Formen der als Wölbſteine zu bearbeitenden Werkſtücke beſondere Ausmittelungen erforderlich, welche zur Beſtimmung der Brettungen oder Schablonen dienen, wonach die Zurichtung der Steine vorgenommen werden muſs.

Unter Bezugnahme auf Fig. 274 (S. 161), in welcher die Anordnung der Lager- und Stoſsfugenkanten der Wölbſteine für ein Schneckengewölbe nur angedeutet wurde, iſt in Fig. 347 die Ausmittelung eines Werkſtückes für ein derartig ſchraubenförmig anſteigendes Gewölbe vorgenommen.

Die Erzeugende des Schneckengewölbes ſei der in der lothrechten, durch den Mittelpunkt m der vollen Spindel (Mönch, Mäkler) geführten Ebene $R R_0$ gelegene, hier im Grundriſs niedergeklappte Halbkreis $R, R,$ mit dem Mittelpunkte n. Die wagrechte Projection der als Schraubenlinie auftretenden Gewölbeaxe iſt der um m mit dem Halbmeſſer mp beſchriebene Kreis, während die wagrechten Projectionen der ſchraubenförmigen Kämpferlinien die mit den Halbmeſſern $m R_0$, bezw. $m R$ beſchriebenen Kreiſe ſind. Unter Berückſichtigung der Steigung, welche der Schraubenlinie der Gewölbaxe gegeben werden ſoll, liegen für jede durch m tretende lothrechte Ebene die Punkte $R,$, n, $R,$ in einer wagrechten Linie.

Beſtimmt man im lothrechten Mittelpunktsſchnitte V die Gewölbetheilung, ſo möge $abcde$ die lothrechte Stirnfläche irgend eines Wölbſteines ſein. Betrachtet man den Punkt s_0, welcher hier der Schwerpunkt des Flächenſtückes $abcf$ iſt, als einen Punkt der ſchraubenförmigen Axe desjenigen Wölbkörpers, dem die ſämmtlichen Steine mit gleichen lothrechten Stirnſchnitten angehören, ſo iſt die wagrechte Projection der Axe dieſer Wölbſchar der um m beſchriebene Kreis Sst. Mit Hilfe der Projection der

Fig. 347.



Fläche $abcde$, bezogen auf die Ebene RR_0, kann die gefammte wagrechte Projection der bezeichneten Wölbfchar vervollftändigt werden, wie folches durch die um m befchriebenen Kreife A, B, C, D, E gefchehen ift.

Theilt man die Axe tS der Wölbfchar in eine beliebige Anzahl gleich grofser Theile ein und führt man durch die entfprechenden Theilpunkte lothrechte Mittelpunktsfchnitte o, 1, 2 u. f. f., beftimmt man der Steigung der Schraubenlinie der Gewölbaxe p gemäfs in der lothrechten Projection die Lage a, b, c, d, e, f, des in der Ebene O befindlichen Stirnfchnittes der in Frage kommenden Wölbfchar, fo läfft fich mit Verwendung des im Plane K für die einzelnen Schraubenlinien $a_,$, b, bis e, angegebenen Steigungsmafses, wobei z. B. $B1 = 12 = 23$ u. f. f. für die Schraubenlinie $b_,$, eben fo für die Schraubenlinien d, und e, die Strecke $D1 = B1$, $12 = 12$ u. f. f. ift, die lothrechte Projection des fchraubenförmigen Körpers der Gewölbfchar feft legen. Die Lagerfugenflächen derfelben werden von den Schraubenlinien $a, e_,$, bezw. $b, c_,$, bezw. c, d, begrenzt.

Die Stofsfugenflächen find in folgender Weife zu ermitteln. Für die vortheilhafte Bearbeitung ift die Theilung jeder Wölbfchar für fich in Wölbfteine von gleicher Länge rathfam. Neben einander liegende Wölbfcharen müffen natürlich auf Verband mit Mitte Stofsfugenfläche auf Mitte Lagerfugenfläche geordnet werden, fo dafs, diefem Verbande entfprechend, am Anfange und am Ende jeder zweiten Wechfelfchar ein Stein von der halben Länge der übrigen Scharfteine entfteht. Ift nun für die hier genommene Wölbfchar S die durch $s_,$ und $s_{,,}$ gegebene Bogenftrecke, wobei $ss_, = ss_{,,}$ ift, die Länge der Axe eines Wölbfteines, fo gehen durch die Punkte $s_,$ und $s_{,,}$ die lothrechten Mittelpunktsfchnitte I und II, welche, nach rechts und links unter Beibehaltung ihres Abftandes $s_, s_{,,}$ auf dem Kreife S übertragen, die allgemeine Lage der Stofsfugenflächen der Wölbfchar geben. Die befondere Lage und Begrenzung der Stofsfugenflächen richtet fich nach der Vorfchrift, dafs diefelben in Ebenen liegen follen, welche normal zur Schraubenlinie der Axe der zugehörigen Wölbfchar geführt werden. In der wagrechten Projection ift s der mittlere Axenpunkt des Wölbfteines; demfelben gehört die lothrechte Projection s_0 auf dem Lothe LL an. Um die durch s_0 gehende Spur NN der gefuchten Normalebene einer Stofsfugenfläche zu finden, möge durch t, eine wagrechte Ebene W gelegt und an die Schraubenlinie in dem Elemente, welches durch s und s_0 projicirt ift, eine Tangente geführt fein. Letztere erhält man in der lothrechten Projection, wenn die erftreckte Bogenlänge st des Kreisbogens S des Grundriffes von W nach u im Aufrifs abgetragen und nun die Gerade us_0v gezogen wird. Zieht man NN durch s_0 rechtwinkelig zu uv, fo erhält man die lothrechte Spur der gefuchten Normalebene. Diefelbe fchneidet die Schraubenlinien a, in α, b, in $\beta_,$, c, in γ, d, in δ und e, in ε. Die wagrechten Projectionen diefer Schnittpunkte find im Grundrifs gleichfalls mit α, β ... ε bezeichnet. Durch diefe Punkte find die Grenzpunkte für die Stofsfugenflächen auf den einzelnen zugehörigen Schraubenlinien beftimmt. Weitere Punkte, welche der Normalebene und den einzelnen Schraubenflächen zukommen, laffen fich mit einigen auf den einzelnen Schraubenflächen eingezeichneten Hilfs-Schraubenlinien ermitteln, da die Durchftofspunkte derfelben mit NN fich dann eben fo, wie jene Grenzpunkte ergeben.

Ift hiernach im Grundrifs die wagrechte Projection $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ einer Stofsfugenfläche beftimmt, fo ift diefelbe für die Mittelpunktsfchnitte I und II nur zu übertragen, weil die wagrechten Projectionen aller normal zu der Schraubenlinie der Axe einer Wölbfchar gerichteten Schnitte genau diefelben bleiben. Denkt man fich RR_0 auf I, bezw. II fo gelegt, dafs diefelben, fich deckend, s mit s_1, bezw. s mit $s_{,,}$ zufammenfallen laffen, fo decken fich auch α mit α, β mit β u. f. f., und man erhält danach die vollftändige wagrechte Projection eines Wölbfteines, deffen Projection im Aufrifs nunmehr leicht gezeichnet werden kann. Eben fo bietet die Ermittelung der Fläche N_1 des Normalfchnittes NN keine Schwierigkeit.

Für die Bearbeitung des in den Projectionen dargeftellten Wölbfteines find aufser der Brettung N_1 noch Brettungen oder Schablonen B_o und B_u erforderlich, denen zur leichten Uebertragung der Schraubenlinien $\alpha\alpha$, $\beta\beta$ u. f. f. aus der lothrechten Projection des Wölbfteines Brettungen, wie z. B. K für $\alpha\alpha$, noch hinzugefügt werden können.

Umfchliefst man die lothrechte Projection des Wölbfteines durch ein Rechteck, welches in jeder Seite durch die äufserft gelegenen Punkte der Projection geht, fo erhält man ohne Berückfichtigung eines Uebermafses, des fog. Arbeitszolles, die wirkliche Länge und Höhe des Steines, woraus der Wölbftein herzuftellen ift. Begrenzt man ferner die wagrechte Projection diefes Wölbfteines durch zwei parallele Linien, welche, rechtwinkelig zu $R_o R$ geführt, durch die äufserften Punkte diefer

Projection ziehen, fo erhält man im Abftande Z derfelben die wirkliche Breite des Werkftückes.

Hätte man die Abmeffungen unter Beifügung eines Arbeitszolles entfprechend vergröfsert, fo würde im Grundgedanken an der Ausmittelung der Schablonen nichts geändert werden. Denkt man fich die für die Brettung B_u mafsgebende Seitenfläche U niedergeklappt, fo beftimmt fich der Punkt β derfelben in folgender Weife. Man ziehe die Lothrechte $\beta\pi$, errichte in π zur Linie P die Senkrechte $\pi\beta$, entnehme aus dem Grundrifs die Ordinate y der wagrechten Projection β und trage $\pi\beta = y$ ab; alsdann ift β auf der Ebene U ein Punkt der Brettung B_u. In derfelben Weife wird nicht allein für B_u, fondern auch für B_0, wie aus der Zeichnung erfichtlich ift, die erforderliche Zahl von Punkten für die Brettungen aus den bekannten Projectionen der oberen und unteren Flächen des Wölbfteines ermittelt. Die Brettungen find alfo Projectionen auf die ebenen Seitenflächen des Werkftückes.

Für das Anlegen diefer Brettungen an die obere, bezw. untere Ebene des Werkftückes find die Geraden $Q\,V$, bezw. $P\,U$ mafsgebend, welche rechtwinkelig zur Linie Q, bezw. zur Linie P ftehen und deren Fufspunkte Q und P auf der lothrechten Linie $L\,L$ liegen. In der Darftellung G ift das Anlegen der Brettungen B_0 und B_u beim Werkftücke angegeben. Hierbei ift $Q\eta_1 = Q\gamma$ der Schablonenfläche V und $P\varphi_1 = P\varphi$ der Schablonenfläche U. Reifst man die Geraden VU, bezw. QP am Steine vor, fo entfprechen diefelben der Lothrechten $L\,L$, welche um einen Winkel σ von den Begrenzungslinien Q, bezw. P abweicht. Diefer Winkel σ ift der fog. Schmiegewinkel.

Mit Hilfe deffelben können für die Bearbeitung des Wölbfteines die nöthigen Punkte der am Steine auftretenden Schraubenlinien leicht feft gelegt werden. So ift für den Punkt h, am Steine G zunächft $P\,l$ aus der Fläche $U = P\,l$ am Steine zu nehmen und $l\,k$ winkelrecht zur P-Linie vorzureifsen, alsdann durch k, dem Schmiegewinkel σ entfprechend, die Linie $k\,k$, parallel $U\,V$ zu ziehen und endlich $k\,k$, gleich der Länge $i\,h$ in der lothrechten Projection des Wölbfteines zu nehmen. Würde nun $i\,h$, gleich und parallel $k\,k$, gearbeitet, fo ift h, ein Punkt der Schraubenlinie α an Wölbfteine. Diefes Uebertragen der Punkte der Schraubenlinie wird durch die vorhin fchon erwähnten Brettungen K erleichtert, welche an die betreffenden ebenen Seitenflächen des Werkftückes gelegt werden können und hier das Vorreifsen der Projectionen der Schraubenlinien geftatten.

Sind die einzelnen Stücke des Wölbfteines bis zu den betreffenden Schraubenlinien abgearbeitet und die Flächen für die ebenen Stofsfugenflächen vermöge der zugehörigen Begrenzungslinien $\alpha\beta$, bezw. $\delta\varepsilon$ hergerichtet, fo find die Schablonen N, der Stofsfugenflächen anzulegen, wonach alsdann die Steinftücke oder Boffen an den Laibungs- und Rückenflächen zwifchen den bereits erhaltenen Schraubenlinien forgfältig fortgenommen werden können. Bei der Darftellung J find diefe Stücke befeitigt, während oben und unten die den Brettungen B_o und B_u entfprechenden Boffen bis zu den ihnen zukommenden Schraubenlinien noch belaffen find.

Wie fpäter bei der Ausführung der fchiefen Tonnengewölbe erörtert wird, kann entfprechend der fchon aufgeftellten Gleichung 128 (S. 174) für das Feftlegen der Curven $\alpha\alpha$ und $\beta\beta$ der Brettung B_u und eben fo für die Curven $\delta\delta$ und $\varepsilon\varepsilon$ der Brettung B_o je ein Kreisbogenftück mit einem beftimmten Krümmungshalbmeffer genommen werden. Ift z. B. ρ_a der gefuchte Halbmeffer für die Curve $\alpha\alpha$ der Brettung B_u, fo wird

$$\rho_a = \frac{r_a}{\sin \sigma^2}.$$

Eben fo wird, wenn ρ_δ der gefuchte Halbmeffer für die Curve $\delta\delta$ der Brettung ift,

$$\rho_\delta = \frac{r_\delta}{\sin \sigma^2} \text{ u. f. f.}$$

In diefen Ausdrücken ift r_a gleich dem Halbmeffer $m\alpha$, r_δ gleich dem Halbmeffer $m\delta$ der im Grundrifs feft gelegten Kreisbogen A, bezw. D, während σ den Winkel bezeichnet, welchen die untere, bezw. obere Rechteckfeite des die lothreche Projection des Wölbfteines umfchliefsenden Rechteckes mit dem Lothe $L\,L$ bildet. Diefe Rechteckfeiten find in der Zeichnung parallel mit uv gelegt.

Nach den Abmeffungen in der Zeichnung ift $\sin \sigma = \frac{Wu}{u s_0} = \frac{6{,}9}{7{,}4}$; ferner ift

$$r_a = m\alpha = 4^{\text{m}} \quad \text{und} \quad r_\delta = m\delta = 4{,}85^{\text{m}}.$$

Hiernach ift

$$\rho_a = \frac{4}{\left(\frac{6{,}9}{7{,}4}\right)^2} = 4{,}60^{\text{m}} \quad \text{und} \quad \rho_\delta = \frac{4{,}85}{\left(\frac{6{,}9}{7{,}4}\right)^2} = 5{,}58^{\text{m}}.$$

Auf gleichem Wege laſſen ſich die Krümmungshalbmeſſer für ββ an B_u, bezw. für εε an B_o berechnen und ſomit unter Benutzung der betreffenden Krümmungshalbmeſſer die Schablonen B_u und B_o in erleichterter Weiſe in natürlicher Gröſse aufzeichnen.

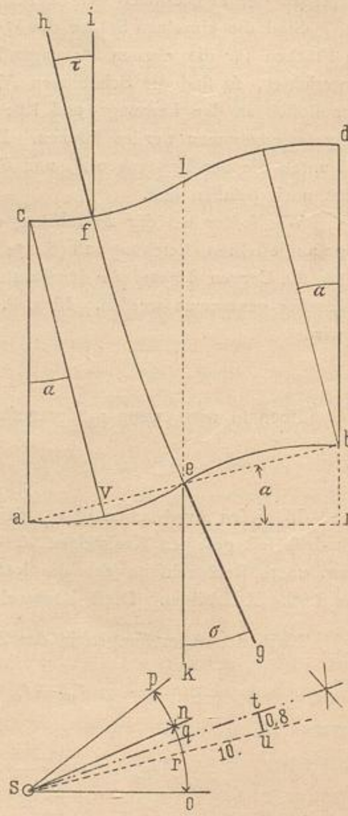
Für die Ausführung der Schneckengewölbe in Backſtein- oder Bruchſteinmaterial iſt hinſichtlich der Stellung und des Verbandes der Wölbſcharen mit Sorgfalt zu verfahren.

Das Aufſtellen der Lehrbogen hat, der ſchraubenförmig aufſteigenden Gewölbaxe entſprechend, in gleichen wagrechten, nicht zu groſs zu nehmenden Entfernungen der mittleren Lothlinien der Bogen ſo zu geſchehen, daſs jeder lothrecht geſtellte Lehrbogen gleichſam in einem Mittelpunktsſchnitte ſteht und jeder folgende Lehrbogen um die Steighöhe, welche den wagrechten Entfernungen ihrer mittleren Lothlinien zukommt, höher geſtellt wird, als der unmittelbar vorher befindliche Lehrbogen. Die Schalung der Lehrbogen wird aus thunlichſt ſchmalen, nicht zu langen Leiſten, welche nach vorherigem Erweichen in Waſſer etwas biegſam ſind, hergeſtellt. Bei ſchweren Gewölben werden unter Umſtänden mehrere über einander befindliche Lagen ſolcher Leiſten erforderlich. Bei der Verſchalung iſt man bemüht, die Oberfläche derſelben möglichſt genau der Laibungsfläche des ſchraubenförmigen Gewölbes anzupaſſen, und man hat dem gemäſs die einzelnen Leiſten in ihren Kanten etwas nachzuarbeiten.

172. Schiefe Tonnengewölbe. Ueber die allgemeine Geſtaltung der ſchiefen Tonnengewölbe iſt bereits in Art. 134 (S. 164) das Nöthigſte geſagt.

Für die beſondere Ausführung derſelben kommen noch einige Punkte in Betracht, welche hier näher berührt werden ſollen. In den meiſten Fällen wird für die Ausführung der ſchiefen Gewölbe aus Werkſtücken der früher gekennzeichnete ſog. engliſche Fugenſchnitt in den Vordergrund treten, wobei der conſtante Fugenwinkel für die Richtung der Lagerkanten auf der abgewickelten Laibungsfläche des Gewölbes maſsgebend wird. Die Gröſse dieſes Winkels bedingt die Steigung der Schraubenlinien der Lagerkanten und damit die mehr oder weniger ſtark von Stirn zu Stirn, bezw. vom Kämpfer zur Stirn anſteigenden Schraubenflächen der Lager- und weiter der Stoſsflächen der Wölbſteine. Iſt jener Winkel zu groſs, ſo kann ein Gleiten der Steine auf den Lagerflächen und hiernach ein Ausbauchen an der Gewölbſtirn eintreten. Um dieſen Uebelſtand zu vermeiden, läſſt man für den conſtanten Fugenwinkel einen Grenzwerth gelten, welcher wie folgt feſt geſetzt wird.

Fig. 348.



Iſt in Fig. 348 $abcd$ die abgewickelte Laibungsfläche eines ſchiefen Gewölbes, aeb die Verbindungsſehne der abgewickelten Stirnlinie, cv ein Loth auf der Geraden ab, ſo giebt nach dem in Art. 134 (S. 171) Geſagten der $\sphericalangle\, acv = \sphericalangle\, bam = \sphericalangle\, \alpha$ den conſtanten Fugenwinkel. Beſtimmt man nach den an der angezogenen Stelle gemachten Mittheilungen die Scheiteltrajectorie ef, fo weicht die im Elemente e diefer Curve gezogene Tangente eg um $\sphericalangle gek = \sphericalangle \sigma$ und die im Elemente f der Trajectorie geführte Tangente fh um $\sphericalangle hfi = \sphericalangle \tau$ von der Richtung der Scheitellinie lek, bezw. von der ihr parallelen Linie if ab. Im Allgemeinen haben die Winkel σ und τ eine vom Winkel α abweichende Gröfse. Nimmt man aus den beiden Werthen der Winkelgröfsen σ und τ den Durchfchnitt, fo foll erfahrungsmäfsig, um den vorhin erwähnten Uebelftand nicht herbeizulaffen, der Unterfchied zwifchen der Gröfse diefes Durchfchnittswinkels und dem Winkel α die Gröfse von 8 Grad nicht überfchreiten.

In der Zeichnung find die beiden Winkel $\sigma = osn$ und $\tau = nsp$ zum Winkel osp zufammengetragen; der Winkel osp ift durch den Strahl sq halbirt und hierdurch der Durchfchnittswerth von $\sigma + \tau$ als Winkelgröfse qso erhalten. Sodann ift $\sphericalangle \alpha = osr$ eingetragen, fo dafs jetzt im $\sphericalangle qsr$ der Unterfchied zwifchen qso und α beftimmt ift. Im rechtwinkeligen Dreiecke sut ift die Kathete su gleich 10 Einheiten eines beliebigen Mafsftabes genommen; die Beftimmung der Länge tu der zweiten Kathete nach demfelben Mafsftabe ergiebt die Gröfse von 0,8 Einheiten. Mithin ift $\operatorname{tg} tsu = \frac{0{,}8}{10} = 0{,}08$. Diefe Zahl entfpricht einem Winkel von $\backsim 4^0\, 34'$. Derfelbe ift alfo von dem Grenzwerthe $= 8$ Grad noch weit entfernt, und dieferhalb kann das in der Zeichnung behandelte Gewölbe unter Benutzung des conftanten Fugenwinkels zur Ausführung kommen. Würde der bezeichnete Unterfchied die Gröfse von 8 Grad übertreffen, fo wäre, wenn fonft eine Aenderung der ganzen Gewölbeanlage unftatthaft ift, der ftrenge oder fog. franzöfifche Fugenfchnitt in Anwendung zu bringen.

Für die praktifche Ausführung wird unter Anwendung des conftanten Fugenwinkels der Normalfchnitt des fchiefen Gewölbes als Kreisbogen genommen, fo dafs der Stirnbogen ein elliptifcher Bogen wird. Die Theilung für die Wölbfteine erfolgt nach den in Art. 134 (S. 173) gegebenen Erörterungen. Da hiernach alle Wölbfteine mit Ausnahme der Steine mit befonders abgeftumpften Ecken in den Bogenanfängen und an den Stirnen des Gewölbes nach den gleichen Brettungen bearbeitet werden können, fo ift hierdurch eine weit gröfsere Erleichterung für die Herftellung der Wölbfteine gefchaffen, als wenn umgekehrt der Stirnbogen des fchiefen Gewölbes ein Kreisbogen und der Normalfchnitt ein elliptifcher Bogen ift. In diefem Falle können mit geringen Ausnahmen die einzelnen Wölbfteine eben fo wenig, wie beim franzöfifchen Fugenfchnitte, nach denfelben Schablonen bearbeitet werden.

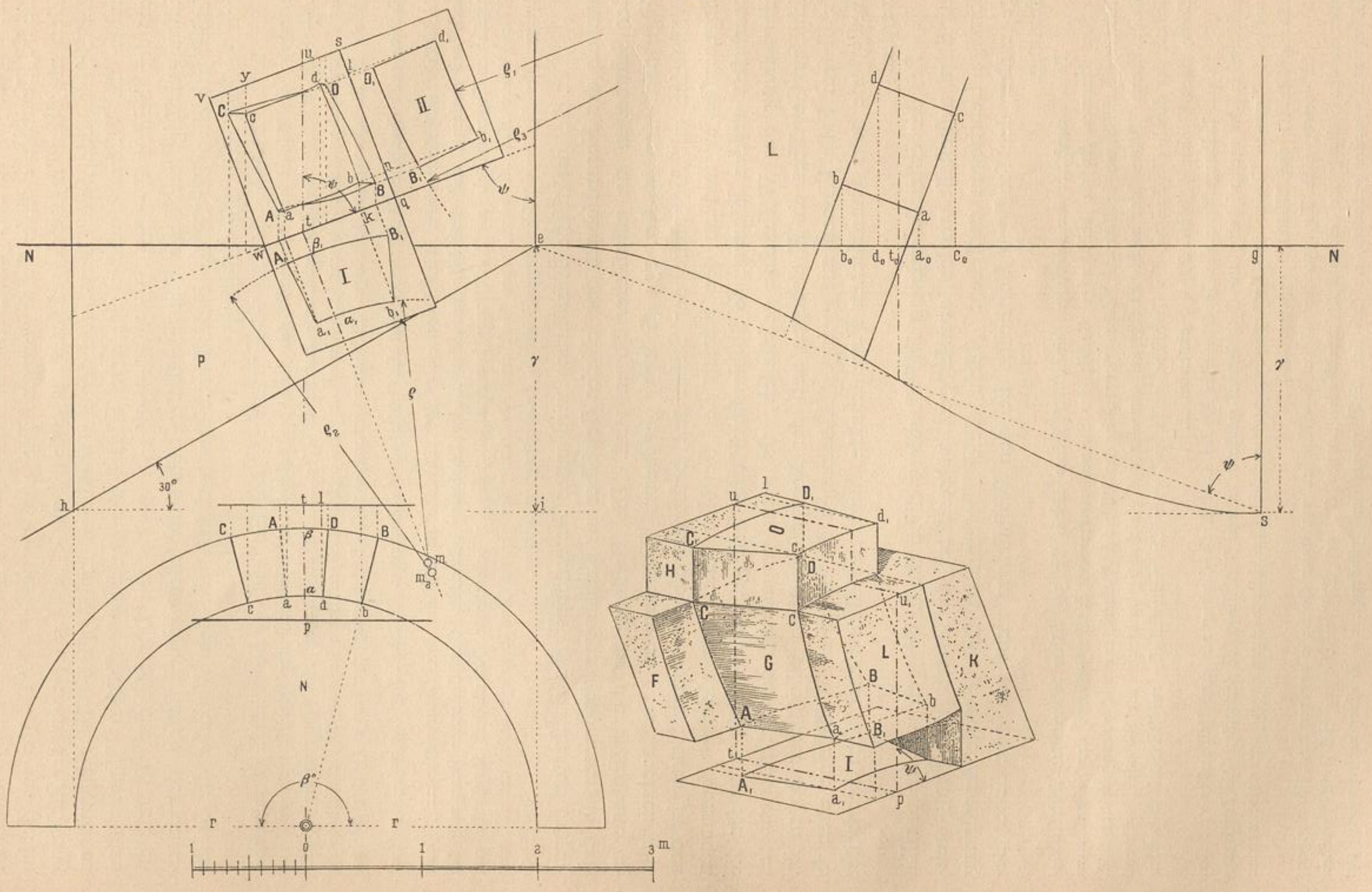
Bei der erften Anordnung find allerdings elliptifche Lehrbogen, welche parallel zur Stirn aufgeftellt werden, anzufertigen, während bei der letzten Anordnung kreisförmige Lehrbogen entftehen. Allein diefer Umftand ift für die erfte Anordnung gegenüber den fonftigen Vortheilen bei den Wölbfteinen nicht von erheblicher Bedeutung.

Beim Ausmitteln der Brettungen eines Wölbfteines des in Fig. 349 näher behandelten fchiefen Gewölbes kommen für die keilförmige Geftalt des Steines vorwiegend die Projectionen der Seitenflächen deffelben auf Ebenen in Betracht, deren Spuren in der Bildtafel P durch wq und qs angedeutet find. Beide Ebenen ftehen hier rechtwinkelig auf einander und gleichzeitig lothrecht zur Bildtafel, während fie mit der durch die Axe tu des Gewölbes geführten, ebenfalls rechtwinkelig zur Bildtafel ftehenden Ebene einen Winkel ψ, bezw. $90 - \psi$ einfchliefsen.

Ift die Laibungsfläche des Gewölbes die Fläche eines Kreiscylinders mit dem Halbmeffer r, deffen Leitlinie in der rechtwinkelig zur Cylinderaxe geführten Ebene NN liegt, fo fchneiden die durch wq und qs beftimmten Ebenen den Kreiscylindermantel nach Ellipfen, deren Axenlängen berechnet werden können, fobald r und Winkel ψ gegeben find.

Ift vorweg nach Fig. 350 der Winkel ψ willkürlich von einer Gröfse σ angenommen, ift übrigens aber an der Stellung der beiden fich fchneidenden Ebenen CD und EF, welche wq und qs entfprechen follen, nichts weiter geändert, als dafs fich diefelben auf der Cylinderaxe zm in einer rechtwinkelig zur

Fig. 349.



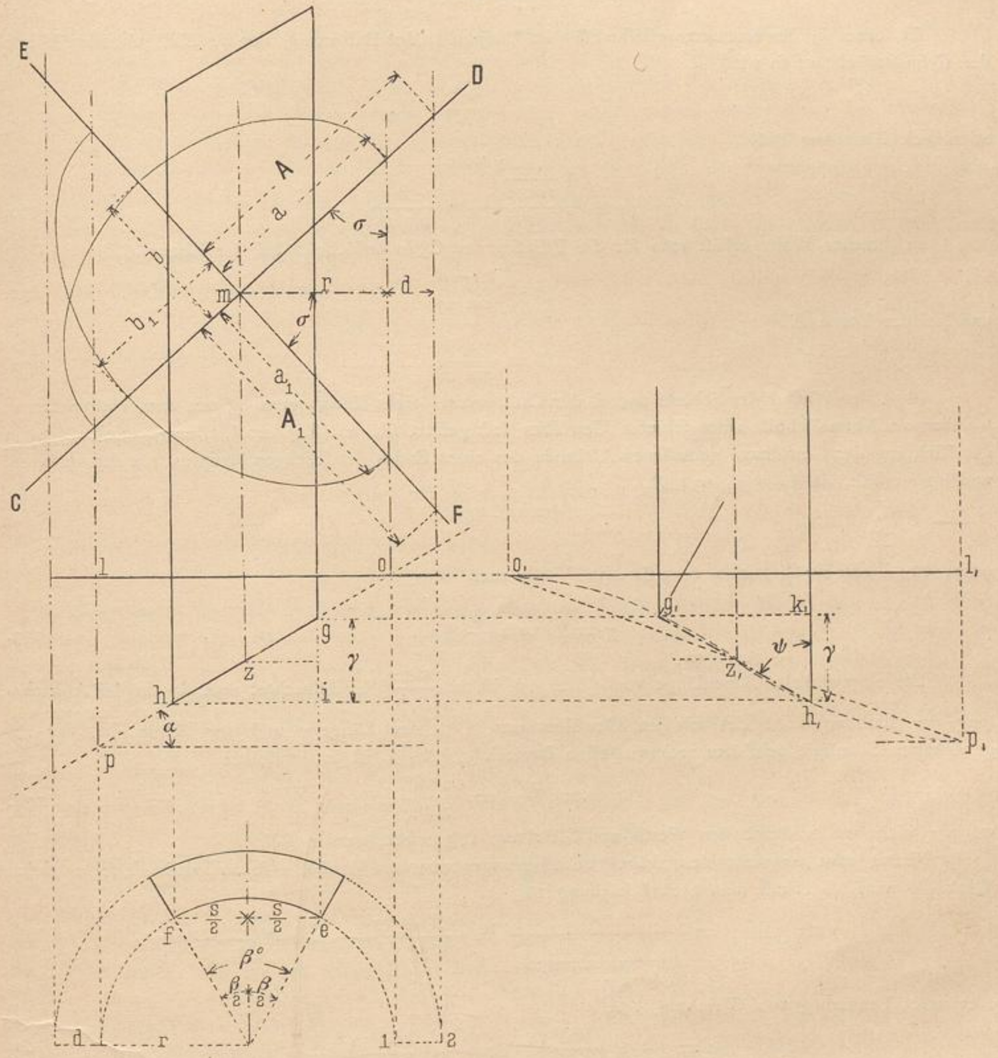
Bildtafel ſtehenden geraden Linie treffen; ſo wird die Länge dieſer geraden Linie von der Cylinderaxe bis zum Cylindermantel gleich dem Halbmeſſer r der Leitlinie des Cylinders und ſofort auch gleich der Länge der Halbaxen b, bezw. b_1 der erwähnten Ellipſen.

Für die Cylinderfläche *1* mit einem Kreiſe vom Halbmeſſer r als Leitlinie liefert die ſchneidende Ebene CD eine Ellipſe mit den Halbaxen a und b.

Unter Bezugnahme auf Fig. 350 iſt

$$a = \frac{r}{\sin \sigma} \quad \text{und} \quad b = r \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad 165.$$

Fig. 350.



Eben ſo giebt für dieſelbe Cylinderfläche *1* die ſchneidende Ebene EF eine Ellipſe, deren Halbaxen

$$a_1 = \frac{r}{\cos \sigma} \quad \text{und} \quad b_1 = r \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad 166.$$

werden.

Für die Cylinderfläche *2*, deren normale kreisförmige Leitlinie einen Halbmeſſer $r + d$ beſitzt, entſpringt bei der ſchneidenden Ebene CD eine Ellipſe mit den Halbaxen

$$A = \frac{r + d}{\sin \sigma} \quad \text{und} \quad B = r + d; \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad 167.$$

eben fo bei der fchneidenden Ebene EF eine folche mit den Halbaxen

$$A_1 = \frac{r+d}{\cos \sigma} \quad \text{und} \quad B_1 = r + d. \qquad 168.$$

Bezeichnet ρ den Krümmungshalbmeffer im Endpunkte der Halbaxe b der für CD in Frage kommenden Ellipfe der Cylinderfläche I, fo ift

$$\rho = \frac{a^2}{b},$$

d. h. nach Gleichung 165

$$\rho = \frac{\left(\frac{r}{\sin \sigma}\right)^2}{r} = \frac{r}{\sin \sigma^2}. \qquad 169.$$

Ift ferner ρ_1 der Krümmungshalbmeffer im Endpunkte der Halbaxe b_1 der für EF geltenden Ellipfe der Cylinderfläche I, fo wird

$$\rho_1 = \frac{a_1^2}{b_1}$$

oder nach Gleichung 166

$$\rho_1 = \frac{\left(\frac{r}{\cos \sigma}\right)^2}{r} = \frac{r}{\cos \sigma^2}. \qquad 170.$$

In gleicher Weife erhält man für die Ellipfen der Cylinderfläche 2 bei der Ebene CD

$$\rho_2 = \frac{r+d}{\sin \sigma^2} \qquad 171.$$

und bei der Ebene EF

$$\rho_3 = \frac{r+d}{\cos \sigma^2}. \qquad 172.$$

Ift α der Winkel der Schiefe und β der Centriwinkel eines Kreisbogens ef mit dem Halbmeffer r, welcher als Normalfchnitt eines fchiefen Gewölbes feft gefetzt ift, fo ift $gi = k,h, = \gamma$, gleich dem in der Richtung der Gewölbaxe gemeffenen Abftande des einen Endes des fchrägen Hauptes von dem anderen, und man erhält, da $hi = fe = s$ ift,

$$\gamma = s \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

oder, da $\frac{\frac{s}{2}}{r} = \sin \frac{\beta}{2}$, alfo $s = 2r \cdot \sin \frac{\beta}{2}$ ift, auch

$$\gamma = 2r \cdot \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \alpha. \qquad 173.$$

Die abgewickelte Bogenlänge von $ef = g,k,$ ift $= \frac{\pi r}{180^0} \beta^0$. Betrachtet man das in der Abwickelung der Laibungsfläche des fchiefen Gewölbes aus $g,k,$, der Länge γ und der Sehne $g,h,$ der abgewickelten Stirnlinie gebildete recktwinkelige Dreieck $g,k,h,$, fo ift in demfelben

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{g_1 k_1}{\gamma} = \frac{\pi r \beta^0}{180^0 \gamma}, \qquad 174.$$

worin γ nicht weiter durch den Werth aus Gleichung 173 erfetzt werden foll.

Nimmt man nunmehr den früher beliebig angenommenen Winkel σ fo an, dafs derfelbe gleich Winkel ψ wird, fo erhält man nach Gleichung 169

$$\rho = \frac{r}{\sin \psi^2} = \frac{r}{\left(\frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \psi^2}}\right)^2} = \frac{r\,(1 + \operatorname{tg} \psi^2)}{\operatorname{tg} \psi^2} = r + \frac{r}{\operatorname{tg} \psi^2}$$

oder unter Benutzung von Gleichung 174

$$\rho = r + r\left(\frac{180^0 \gamma}{\pi r \beta}\right)^2 = r + \left(\frac{180^0 \gamma}{\pi \beta^0}\right)^2 \frac{1}{r} \qquad 175.$$

und ferner nach Gleichung 170

$$\rho_1 = \frac{r}{\cos \psi^2} = \frac{r}{\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg} \psi^2}}\right)^2} = r\,(1 + \operatorname{tg} \psi^2),$$

d. h. unter Verwerthung von Gleichung 174

$$\rho_1 = r\left[1 + \left(\frac{\pi r \beta^0}{180^0 \gamma}\right)^2\right] = r + \left(\frac{\pi r \beta^0}{180^0 \gamma}\right)^2 r. \qquad 176.$$

Die beiden Gleichungen 175 u. 176 ſtimmen mit den früher gefundenen Ausdrücken für die Krümmungshalbmeſſer der Schraubenlinien der Gleichungen 127 u. 130 (S. 174), wie vorauszuſehen war, vollſtändig überein.

Für die Ellipſen der Cylinderfläche *2*, alſo der Rückenfläche des ſchiefen Gewölbes, ergiebt ſich unter der Beſtimmung $\sigma = \psi$ und bei der Benutzung von Gleichung 171 nach Gleichung 175

$$\rho_2 = (r + d)\left[1 + \left(\frac{180^0 \gamma}{\pi r \beta^0}\right)^2\right], \quad \ldots \ldots \ldots \quad 177.$$

ſo wie nach Gleichung 176

$$\rho_3 = (r + d)\left[1 + \left(\frac{\pi r \beta^0}{180^0 \gamma}\right)^2\right]. \quad \ldots \ldots \ldots \quad 178.$$

Da die Abmeſſungen der einzelnen Wölbſteine im Verhältniſs zu den Halbmeſſern der Leitlinien der Cylinderflächen immer noch als klein anzuſehen ſind, ſo können, wie ſchon in Art. 134 (S. 173) erwähnt iſt, die Krümmungshalbmeſſer ρ, ρ_1, ρ_2 und ρ_3 zur Beſtimmung der Brettungen, bezw. der keilförmigen Verjüngung der Wölbſteine benutzt werden. Bei recht groſsen Abmeſſungen der Wölbſteine hätte man für die Brettungen die von den zugehörigen Ellipſen begrenzten Flächenſtücke in Betracht zu ziehen. Die Längen der reellen Axen dieſer Ellipſen ergeben ſich nach den Gleichungen 165 bis 168.

Beiſpiel. Für ein ſchiefes Gewölbe (Fig. 349) ſei der Normalſchnitt N ein Halbkreis mit dem Halbmeſſer $r = 2$ m; die Dicke d des Gewölbes betrage 0,6 m; der Winkel α der Schiefe ſei 30 Grad, und der Centriwinkel β iſt 180 Grad.

Man erhält nach Gleichung 173

$$\gamma = 2 \cdot 2 \cdot \sin 90 \cdot \operatorname{tg} 30 = 4 \operatorname{tg} 30 = 4 \cdot 0{,}5774 = \backsim 2{,}31 \text{ m}.$$

Alsdann iſt nach Gleichung 175

$$\rho = 2 + \left(\frac{180 \cdot 2{,}31}{3{,}1416 \cdot 180}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = 2{,}27 \text{ m}.$$

Ferner wird nach Gleichung 176

$$\rho_1 = 2 + \left(\frac{3{,}1416 \cdot 2 \cdot 180}{180 \cdot 2{,}31}\right)^2 2 = 16{,}80 \text{ m}.$$

Endlich liefern die Gleichungen 177 u. 178

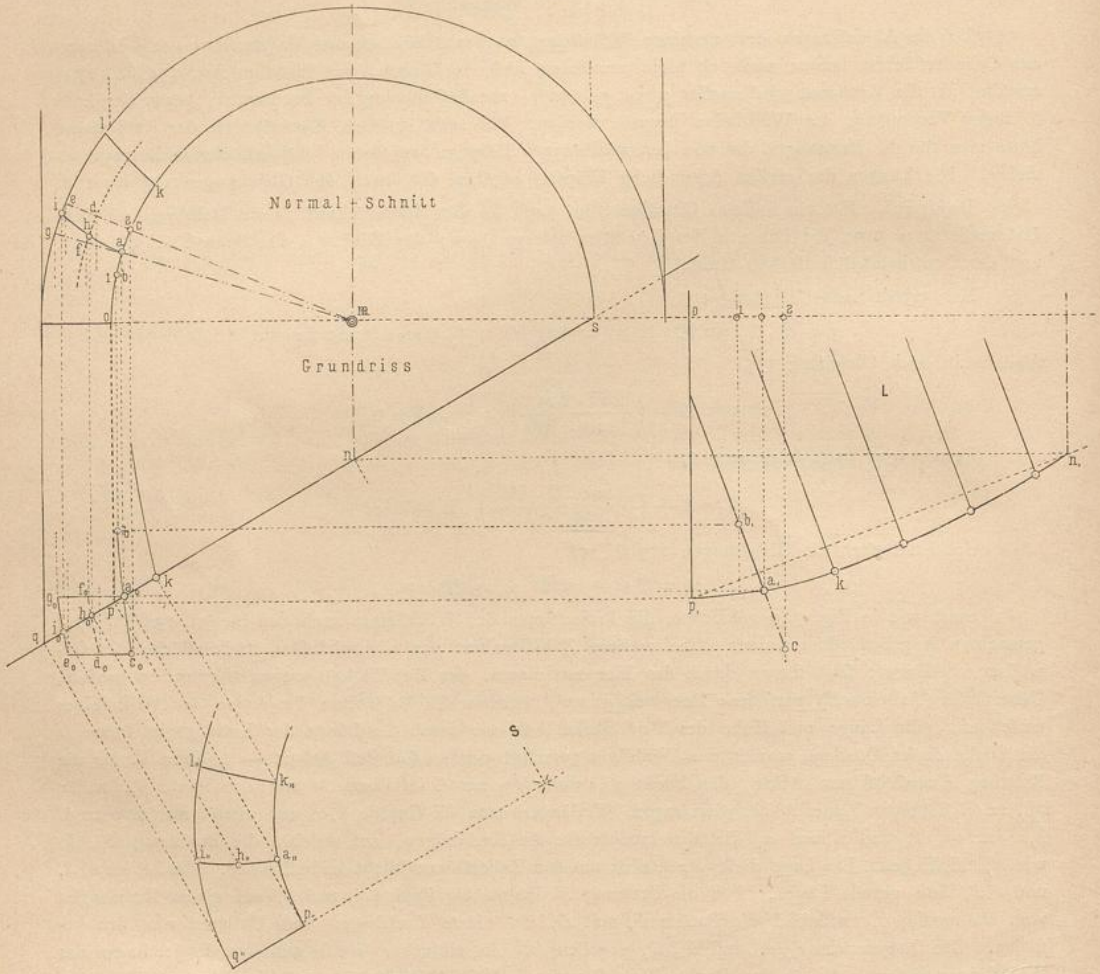
$$\rho_2 = 2{,}95 \text{ m} \quad \text{und} \quad \rho_3 = 21{,}84 \text{ m}.$$

Sind, wie in Fig. 349 geſchehen, die Projectionen des Wölbſteines nach den in Art. 134 (S. 171) gemachten Angaben, hier jedoch ohne weitere Zuhilfenahme der abgewickelten Rückenfläche des Gewölbes, beſtimmt; ſind ferner durch das hier mit einem, der Deutlichkeit wegen übertrieben groſsen, Uebermaſse (Arbeitszoll) verſehene Rechteck $qsvw$, welches die lothrechte Projection des Wölbſteines umſchlieſst, die Länge und Höhe des Werkſtückes, ſo wie durch die Länge der Linie pt im Plane N die Dicke dieſes Quaders, woraus der Wölbſtein gefertigt werden ſoll, feſt geſetzt — ſo iſt z. B. für die Brettung I zunächſt nur nöthig, den Punkt $\alpha_{,,}$ wofür $t\alpha_{,} = t\alpha$ im Plane N und den Punkt $\beta_{,,}$ wofür $t\beta_{,} = t\beta$ deſſelben Planes N iſt, einzutragen. Verlängert man die Gerade $\beta_{,}\alpha_{,}$ und nimmt man $\alpha_{,}m = \rho$, $\beta_{,}m_2 = \rho_2$, ſo ſind m und m_2 die Mittelpunkte für die Kreisbogen, auf welchen die Punkte $a_{,}$, $b_{,}$, ſo wie $A_{,}$, $B_{,}$ liegen. Die Lage dieſer Punkte iſt aus den Projectionen leicht zu beſtimmen. Die Linien $a_{,}A_{,}$ und $b_{,}B_{,}$ ſind gerade Linien. Für die Brettung II liegen die Punkte $b_{,}$ und $d_{,}$ auf einem Kreisbogen vom Halbmeſſer $\rho_{,}$, während die Punkte $B_{,}$ und $D_{,}$ auf einem Kreisbogen vom Halbmeſſer ρ_3 ſich befinden. Die Lagen von $b_{,}$, $d_{,}$ und $B_{,}$, $D_{,}$ ergeben ſich in einfacher Weiſe aus den Projectionen des Wölbſteines, indem z. B. für den Punkt $d_{,}$ der Brettung II die Ordinate $ld_{,} = ld$ im Plane N iſt u. ſ. f. Auch bei dieſer Brettung ſind $b_{,}B_{,}$ und $d_{,}D_{,}$ gerade Linien. Ueber das Anlegen der Brettungen I und II an das betreffende Werkſtück und das Bearbeiten deſſelben, unter Heranziehen der für die Schraubenlinien ab, bd u. ſ. f. der lothrechten Projection des Wölbſteines angefertigten Schablonen, gilt weſentlich das in Art. 171 (S. 248) beim Schneckengewölbe angegebene Verfahren. Hier iſt nur zu bemerken, daſs die Brettung I ſowohl für die obere, als auch für die untere Steinfläche, die Brettung II ebenfalls für die vordere und hintere Steinfläche zu benutzen ſind, wenn dieſe Schablonen nur entſprechend den Lagen der zugehörigen Grenzpunkte des Wölbſteines auf den zu bearbeitenden Stein gelegt werden.

Der in Fig. 349 im Bilde gegebene Stein zeigt wohl genügend die unter Beobachtung der Geraden ut, bezw. $u_{,}p$, welche durch den Schmiegewinkel ψ beſtimmt ſind, erforderlichen Handhabungen für das Anlegen der Brettungen und das danach einzuleitende Bearbeiten des Gewölbſteines G, welcher nach Beſeitigung der Boſſen O, F, L, K entſteht.

Eine befondere Aufmerkfamkeit erfordert bei der Anwendung des englifchen Fugenfchnittes die Bearbeitung der Stirnfteine. Die Stirnebene des Gewölbes fchneidet die fchraubenförmigen Lagerfugenflächen deffelben im Allgemeinen in nach unten convexen Curven, fo dafs für jeden rechts und links fymmetrifch vom Schlufsftein liegenden Wölbftein eine befondere Stirnfchablone nöthig wird. In Fig. 351 ift für einen Stein eine Stirnbrettung $a_{,,}$ $i_{,,}$ $k_{,,}$ $l_{,,}$ ermittelt.

Fig. 351.



Der Normalfchnitt des fchiefen Gewölbes ift als Halbkreis angenommen und in L ein Stück der Abwickelung der Laibungsfläche des Gewölbes gezeichnet.

Auf der Fläche L find die durch $a, k,$ u. f. f. recktwinkelig auf $p, n,$ ftehenden, abgewickelten Lagerfugenkanten eingetragen, wobei die Kante $b, a,$ noch beliebig bis $c,$ verlängert ift. Hier liegt der Punkt $c,$ auf der Erzeugenden 2, wofür die Länge $o\,2$ gleich der Bogenlänge $o\,2$ im Normalfchnitte ift. Da die Lagerfugenflächen dadurch erzeugt werden, dafs in jedem Punkte der fchraubenförmigen Lagerkante eines Wölbfteines eine gerade Linie vorhanden fein foll, welche normal zur inneren Gewölbfläche fteht, fo giebt der im Normalfchnitte durch m und 2 geführte Halbmeffer $m\,e$ diefe gerade Linie in der Strecke $c\,e$ an. Der Punkt e ift der Durchftofspunkt derfelben mit der Rückenlinie des Gewölbes; die wagrechte Projection der Geraden $c\,e$ ergiebt fich auf der Spur der durch $c,$ parallel zum Normalfchnitt geführten Ebene als $c_0 e_0$. Wird zwifchen den Punkten c und e des Normalfchnittes noch irgend ein durch d geführter Kreis gelegt, welcher als Leitlinie einer Cylinderfläche angefehen werden kann, fo würde auch d ein Durchftofspunkt von ce mit diefer Cylinderfläche fein. Die wagrechte Projection desfelben ift d_0.

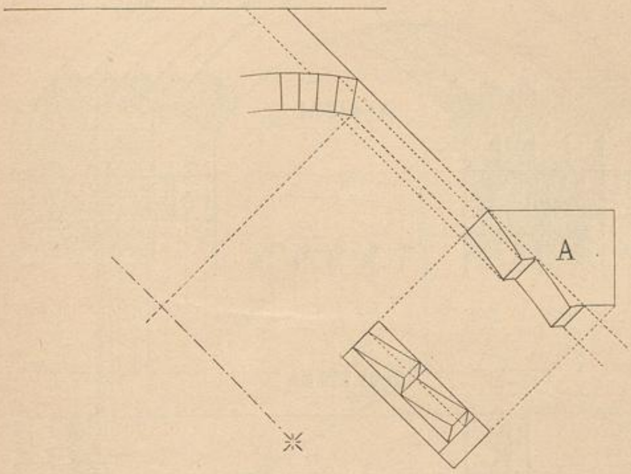
Verfährt man in gleicher Weife mit der Geraden ag, fo erhält man die wagrechten Projectionen der Durchftofspunkte a, f, g in a_0, f_0, g_0. Setzt man diefe Darftellungen fort, fo ergeben fich offenbar in $c_0 a_0$, $d_0 f_0$ und $e_0 g_0$ die wagrechten Projectionen von Schraubenlinien, welche auf den durch c, bezw. a gehenden Lagerfugenflächen liegen.

Diefe Schraubenlinien durchfchneiden die Stirnebene qs des fchiefen Gewölbes in den Punkten a_0, h_0 und i_0. Die lothrechten Projectionen befinden fich bezw. auf den durch a, d und e gehenden Kreifen des Normalfchnittes, find alfo in a, h und i beftimmt. Die Verbindungslinie ahi diefer Punkte ift die lothrechte Projection der Schnittlinie der Schraubenfläche, welche der durch a gehenden Lagerkante zukommt, mit der Ebene der Gewölbftirn.

Projicirt man diefe Schnittlinie in die Stirnebene S auf bekanntem Wege, fo erhält man die wirkliche Geftalt $a_{,,} h_{,,} i_{,,}$ derfelben.

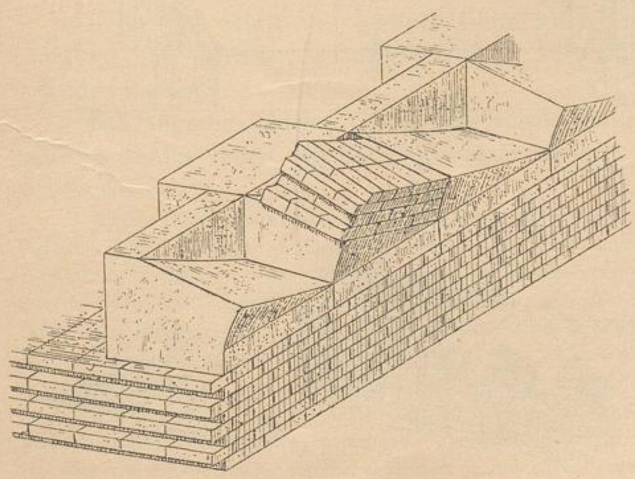
Wendet man das angegebene zeichnerifche Verfahren auch für die durch k gehende Lagerkante an, fo erhält man in $k_{,,} l_{,,}$ die zugehörige Schnittlinie und in dem ebenen Flächenftücke $a_{,,} h_{,,} i_{,,} l_{,,} k_{,,}$ die nöthige vordere Brettung für den hier gewählten Stirnftein.

Fig. 352.



Die Beftimmung der Brettungen für die Kämpferfteine wird, nachdem die Projectionen derfelben ermittelt find, fo weit dabei die Anfätze für die Wölbfteine in Frage kommen, nach den für diefe Steine gegebenen Vorfchriften bewirkt. Die übrigen Begrenzungsflächen ergeben fich als Ebenen, welche unmittelbar nach den Projectionen derfelben feft gelegt werden können. Bei nicht fehr breiten Wölbfteinen läfft man zweckmäfsig zwei Wölbfcharen gegen einen Kämpferftein A treten, welcher alsdann, wie Fig. 352 zeigt, eine dem entfprechende Länge erhält.

Fig. 353.



Schiefe Gewölbe, welche vollftändig aus Haufteinen hergeftellt werden follen, find in Folge der erheblicheren, durch die befondere Geftalt der Wölbfteine entfpringenden Steinhauerarbeiten nicht billig. Um die Koften für fchiefe Gewölbe zu vermindern, können diefelben auch aus Backfteinmaterial ausgeführt werden, wobei jedoch unter fonftiger Beobachtung des englifchen oder auch des franzöfifchen Fugenfchnittes, zur Vermeidung des häfslichen und unzweckmäfsigen Verhauens der Backfteine an den Kämpfern und den Häuptern, fowohl die Kämpferfteine als auch die Stirnfteine am rathfamften aus Quadern, wie in Fig. 353 u. 354 angegeben, angefertigt werden. Zwifchen den zufammengehörigen Kämpfer- und Stirnfteinen find alsdann die aus Backftein beftehenden Wölbfcharen in regelrechtem Verbande in gewöhnlicher Wölbweife einzubringen.

Fig. 354.

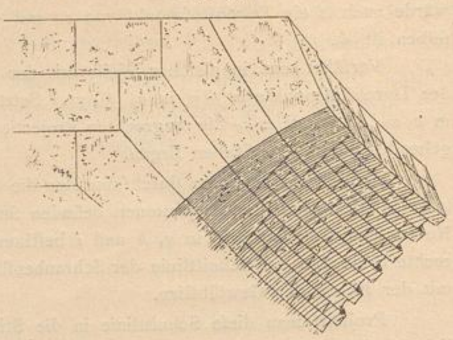
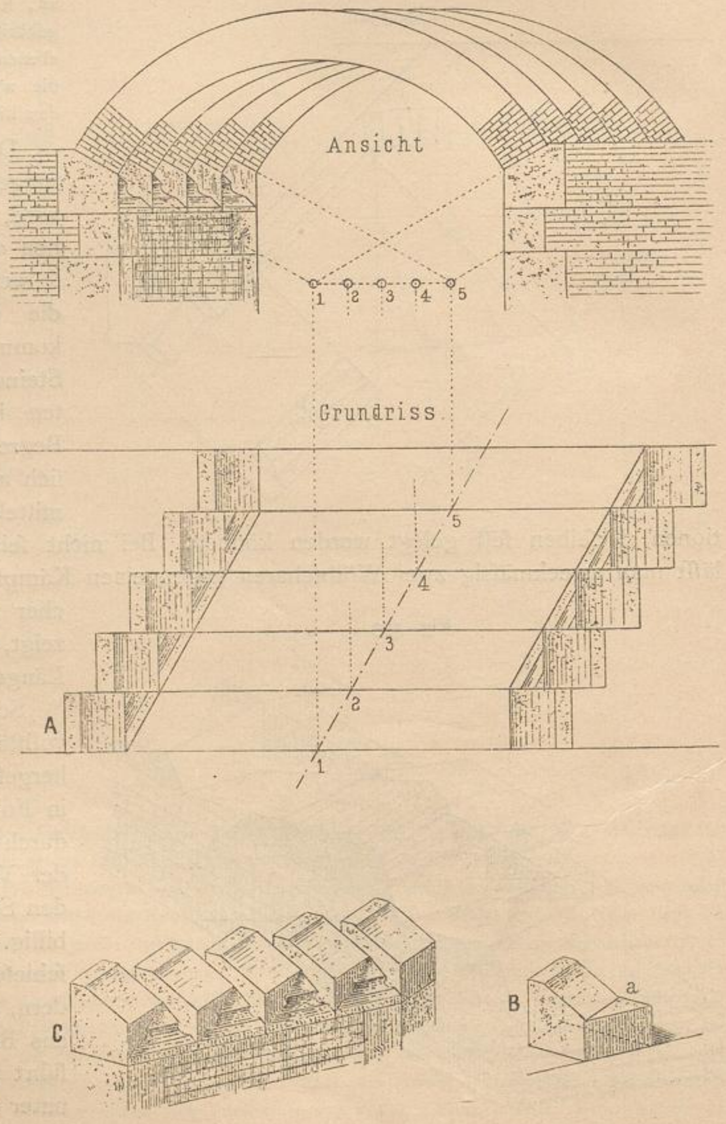
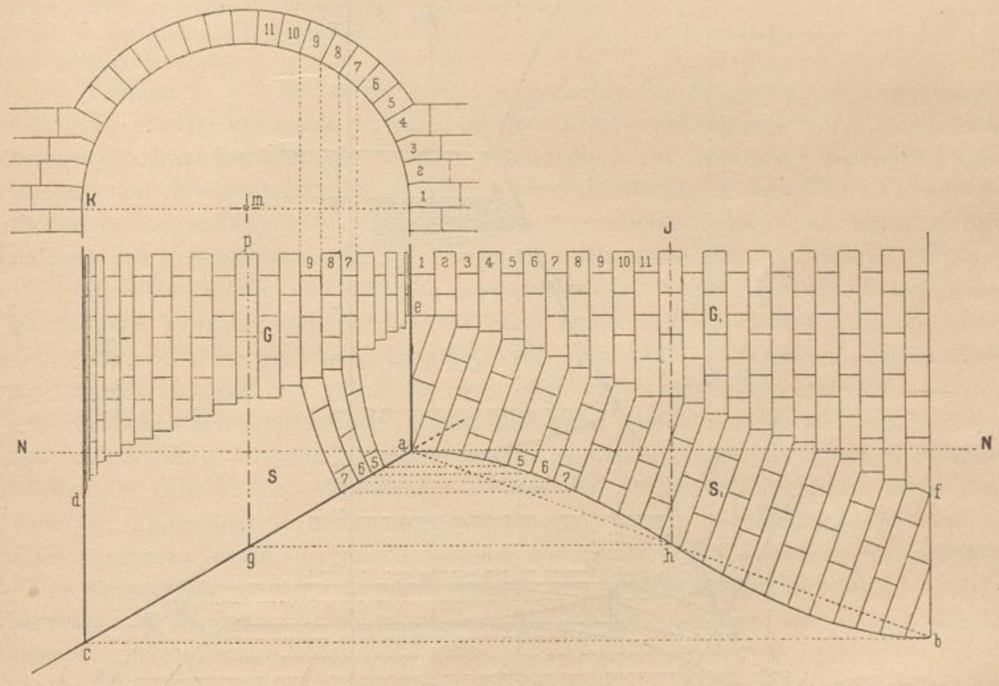


Fig. 355.



Um die Schwierigkeiten, welche bei der Ausführung von fchiefen Gewölben in gewiffem Grade immer entftehen, zu befeitigen, können verfchiedene mehr oder weniger gute Aenderungen in der Gewölbebildung derfelben vorgenommen werden. Die einfachfte Anordnung zum Umgehen des rechtmäfsigen Wölbens fchiefer Gewölbe befteht nach Fig. 355 darin, dafs man einzelne parallel zur Stirn geftellte Gurtbogen *1*, *2* u. f. f. als kurze gerade Tonnengewölbe neben einander ausführt, welche unter fich eine Verbindung durch eiferne Anker erhalten. Die gefammte Laibungsfläche diefer Gewölbebildung zeigt alsdann fichelartige lothrechte Flächen neben den cylindrifchen Flächen der Gurte, wodurch kein befonders fchönes Ausfehen entfpringt. Zweckmäfsig werden die Kämpferſteine A auch bei ſolchen Anlagen aus Werkſtücken angefertigt, welche entweder, wie bei B, mit der dreieckigen wagrechten Fläche a belaſſen oder, wie bei C, mit einem Eckauslauf verſehen werden. In langen ſchiefen Gewölben kann vortheilhaft bei Quadermaterial, wie Fig. 356 giebt, an den Stirnen ein Stück S als ſchiefes Gewölbe mit richtigem engliſchen oder, wenn man will, mit franzöſiſchem Fugenſchnitt ausgeführt und hiermit ein längeres als gerades Gewölbe angeordnetes Stück G in Verbindung gebracht werden. Die Ausmittelung des Steinverbandes iſt aus der Zeichnung unter Beachtung der abgewickelten Laibungsfläche des ſchiefen Gewölbes erſichtlich. Durch eine derartige Anordnung wird an den Koſten für das Bearbeiten der Wölbſteine erheblich geſpart.

Fig. 356.

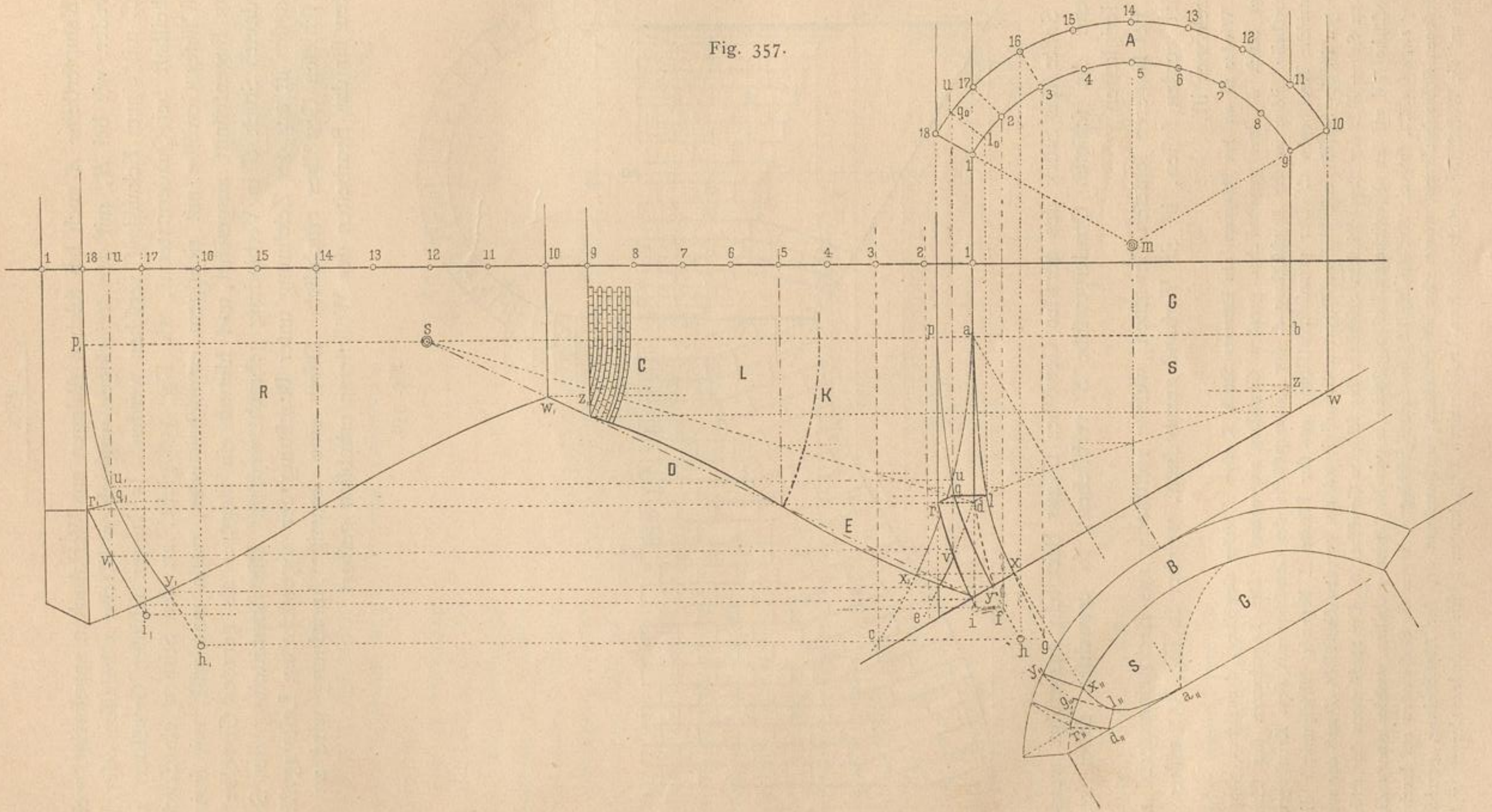


Sollte das Stück des geraden Gewölbes G aus Backſtein ausgeführt werden, während die ſchiefen Quadergewölbe S verblieben, ſo erwachſen dabei keine Schwierigkeiten.

Bei längeren ſchiefen Gewölben, welche vollſtändig aus Backſteinmaterial ausgeführt werden ſollen, iſt ein Verband anzuordnen, welcher in Fig. 357 näher gekennzeichnet iſt.

Wieder iſt an den Häuptern ein kürzeres Stück S eines ſchiefen Gewölbes, dazwiſchen aber ein längeres Stück G eines gewöhnlichen geraden Gewölbes angeordnet. Die Lagerkanten der ſchiefen Gewölbetheile bilden in der Abwickelung L der Laibungsfläche des Gewölbes mit dem Kreisbogen K concentriſche Kreisbogen C. Der gemeinſchaftliche, auf der Fläche L liegende Mittelpunkt s dieſer Kreisbogen iſt der Schnittpunkt der verlängerten Grenzlinie ab des geraden Gewölbes G und der weiter geführten Sehne DE der abgewickelten Stirnlinie des ſchiefen Gewölbes S. Die Stoſskanten der ſchiefen Gewölbſtücke ſind auf der abgewickelten Laibungsfläche in geraden Linien enthalten, welche einer radialen Richtung sa, sd u. ſ. f. folgen. Auf die Wölbfläche zurückgeſchlagen, liegen die Stoſskanten auf durchweg verſchiedenen Schraubenlinien, wovon eine dz derſelben, entſprechend dz, der Abwickelung, gezeichnet iſt. Die auf die Wölbfläche zurückgebrachten kreisförmigen Lagerkanten bilden beſondere Curven, welche

Fig. 357.



wie ag, entſprechend dem Kreisbogen ac der Abwickelung, oder wie df, entſprechend dem Kreisbogen de, mit Hilfe der Cylinder-Erzeugenden *1, 2, 3*, wie aus der Zeichnung erſichtlich iſt, beſtimmt werden können. Die Erzeugenden der Lagerfugenflächen ſind gerade Linien, welche in jedem Punkte der Lagerkante ſtreng genommen normal zur Laibungsfläche des cylindriſchen Gewölbes ſtehen ſollen. So iſt z. B. für den Punkt l, deſſen lothrechte Projection l_0 iſt, die Gerade $l_0 q_0$, welche nach dem Mittelpunkte m des Normalſchnittes des Gewölbes gerichtet wird, eine ſolche Erzeugende. Da dieſelbe in einer rechtwinkelig zur Gewölbaxe ſtehenden Ebene liegt, ſo erhält man ihre wagrechte Projection in lq und hierdurch die Projection einer etwa hier vorhandenen Stoſsflächenkante eines Backſteines. In gleicher Weiſe iſt dr beſtimmt. Ermittelt man auf dem ſchon früher in Fig. 280 angegebenen Wege die den Lagerkanten ag, df zugehörigen Rückenlinien $pqyh$, bezw. rvi, ſo iſt die wagrechte Projection der Lagerfugenflächen für dieſe Lagerkanten zu erhalten.

Bringt man die Rückenlinien in die abgewickelte Rückenfläche des Gewölbes R zurück, was mit Hilfe der Erzeugenden *16, 17, U, 18* der Cylinderfläche leicht geſchehen kann, ſo ergiebt ſich die allgemeine Anordnung des Fugenſchnittes im ſchiefen Gewölbe S, wobei die Stoſsfugenkanten dl, qr, Schraubenlinien folgend, ſich ebenfalls in einfacher Weiſe ermitteln laſſen.

In der Stirnanſicht B ſind die Curven $a_{,,} l_{,,} x_{,,}$ und $q_{,,} y_{,,}$, den Kantenlinien alx, bezw. qy entſprechend, eingetragen.

Wenngleich die hier gegebenen zeichneriſchen Darſtellungen bei der Berückſichtigung von Backſteinmaterial mehr in den Hintergrund treten können, ſo iſt doch beſonders darauf Rückſicht zu nehmen, ſobald die in der Zeichnung behandelte Verbandart und Gewölbeanordnung für eine Quaderausführung in den ſchiefen Gewölbetheilen in Anwendung kommen ſoll, zumal eine ſolche Löſung eine ſchönere Geſtaltung des geſammten Gewölbes zuläſſt, als ſolche nach Fig. 356 möglich iſt.

Für eine ſaubere und tadelloſe Ausführung der ſchiefen Gewölbe iſt eine gute geſchloſſene Schalung der parallel zur Stirn aufgeſtellten Lehrbogen herzurichten. Auf dieſer Schalung ſind die Fugenlinien der Wölbſteine vorzureiſsen. Dieſes Aufzeichnen der Fugenlinien mit Hilfe eines biegſamen Lineals (Blechſtreifen) und des gebräuchlichen Winkeleiſens wird namentlich beim engliſchen Fugenſchnitt ſehr einfach, ſobald unter Benutzung einer gefärbten Schnur auch die erzeugenden geraden Linien der cylindriſchen Wölbfläche, welche den einzelnen Fugenlinien nach Ausweis der Zeichnung in beſtimmten Punkten angehören, mit aufgeſchnürt werden. Dieſen aufgezeichneten Fugenlinien folgend, werden die in den Schichten entſprechend bezeichneten Gewölbquader ſorgſam verſetzt. Bei ſchiefen Backſteingewölben werden natürlich die Fugenlinien nur gruppenweiſe für eine gröſsere Zahl von neben einander liegenden Wölbſcharen aufgeriſſen.

173. Einhüftige Gewölbe.

Die Ausführung der einhüftigen Tonnengewölbe richtet ſich genau nach der Bauweiſe, welche für das einfache gerade Tonnengewölbe angegeben iſt. Da bei den einhüftigen Gewölben geſchloſſene Stirnmauern meiſtens fehlen oder doch nur als Blendmauern ab und an eingefügt auftreten, ſo kommt bei dieſen Gewölben, gleichgiltig welches Material auch zur Einwölbung benutzt wird, weſentlich der gewöhnliche Verband auf Kuf in Anwendung.