



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Balkendecken

Barkhausen, Georg

Stuttgart, 1895

b) Stärke der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77494](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77494)

Hierauf ist $bf = ax$ abgetragen, in der Mitte der Geraden fI das Loth errichtet, welches erweitert den verlängerten Strahl bd in z schneidet. z ist Mittelpunkt des Kreises z . Die durch z und I geführte Gerade scheidet beide Kreise.

Die in b und c geführten Normalen der zweiten Gruppe treffen sich im Punkte e . Da ce größer ist als be , so ist der Mittelpunkt 4 auf der größeren Strecke ce angenommen und dabei $c4$ kleiner als be gewählt. Nunmehr ist $bg = c4$ auf be abgetragen, wiederum in der Mitte der Verbindungslinie $g4$ das Loth errichtet, welches verlängert die entsprechend fortgeführte Normale be im Punkte 3 , d. i. im Mittelpunkte des Kreises 3 trifft. Der Scheidestrahle der Kreise 3 und 4 ist die durch die Punkte 3 und 4 geführte Gerade.

b) Stärke der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager.

Beim Anfertigen des Entwurfes eines Tonnengewölbes, welches als Decke für einen gegebenen Raum ausgeführt werden soll, tritt die Frage in den Vordergrund, welche Stärke dem Gewölbe und seinen Widerlagern gegeben werden muß, damit diese Baukörper eine sichere und dauernde Standfähigkeit besitzen. Bei der Bestimmung dieser Stärken ist nicht außer Acht zu lassen, daß der Materialaufwand für die Gewölb- und Widerlagsmassen ohne Schädigung der Stabilität der ganzen Wölbanlage ein möglichst kleiner wird. Aus diesem Grunde wird zunächst die geringste Weite des zu überdeckenden Raumes als Spannweite für das Gewölbe angenommen, während die längeren Begrenzungen desselben den Widerlagern zugewiesen werden. Sodann ist die größte Belastung fest zu setzen, welche außer dem Eigengewicht der Construction im ungünstigsten Falle auf das Gewölbe kommen soll, und endlich ist die Beschaffenheit des Materials in Hinsicht auf sein Gewicht und namentlich auf seine Festigkeit gegen Zerdrücken sorgfältig in Betracht zu ziehen.

Wenngleich eine große Zahl von empirischen Regeln für die Bestimmung der Stärken der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager aufgestellt worden ist, so haben alle diese Regeln doch nur innerhalb gewisser Grenzen eine Berechtigung für ihre Anwendung; außerhalb dieser Grenzen können sie sogar zu einem Irrthum Veranlassung geben.

Für das Festlegen der Form der Gewölblinie, für die Bestimmung des Fugenschnittes, der Dicke des Gewölbkörpers und der Stärke des Widerlagers sind in jedem besonderen Falle die Wirkungen der im Gewölb- und Widerlagskörper thätigen Kräfte, so weit und so scharf als solches möglich, zu ergründen, um hierdurch die Ueberzeugung von der Festigkeit und Sicherheit des Baukörpers in allen seinen Theilen zu gewinnen.

Diese Aufgabe der statischen Untersuchung der Gewölbe fällt der »Gewölbtheorie« anheim. Die Bekanntschaft mit derselben muß hier vorausgesetzt und in dieser Beziehung auf Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Abth. II, Abchn. 4¹⁶⁰) dieses »Handbuches« verwiesen werden.

Wenngleich in den Abhandlungen über »Gewölbtheorie« wesentlich die im Ingenieurbauwesen vorkommenden Gewölbe in Betracht gezogen werden, so ist dennoch zu beachten, daß diese Theorie auch für die Gewölbe im Hochbau von großem Werthe ist und in ihren Ergebnissen immer mehr und mehr Verwendung finden sollte. Auf einige wichtige dieser Ergebnisse möge im Folgenden hingewiesen werden¹⁶¹).

¹⁶⁰) 2. Aufl.: Abth. II, Abchn. 5.

¹⁶¹) Siehe auch: SCHEFFLER, H. Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken. Braunschweig 1857.

RIETTER, A. Lehrbuch der Ingenieurmechanik. Hannover 1876.

136.
Stärke
unbelasteter
halb-
kreisförmiger
Tonnengewölbe.

Ein unbelastetes halbkreisförmiges Tonnengewölbe mit concentrischer Rückenlinie ist, wenn von der Adhäsion des Mörtels in den Wölbsteinfugen abgesehen wird, eben noch im Zustande des Gleichgewichtes, sobald die Gewölbstärke $d = \frac{1}{17,544}$ der Spannweite s beträgt, oder, da s gleich dem Zweifachen des Halbmessers r der Erzeugenden dieses Gewölbes ist, wenn

$$d = \frac{2r}{17,544} \text{ oder rund } d = \frac{r}{9}$$

wird.

Bei dieser Abmessung verläuft die dem möglichst kleinsten Horizontalstuhbe H entsprechende Mittellinie des Druckes (Stützlinie) nach Fig. 292 als Curve $ABCDE$, welche in den Punkten B und D die innere Wölblinie berührt und an diesen Stellen die sog. Bruchfuge kennzeichnet. Der Bruchwinkel α beträgt 54 Grad 10 Minuten oder nahezu 60 Grad mit dem Scheitellothe Cm ; die Curve selbst nähert sich stark einer Parabel.

Auch bei einem belasteten halbkreisförmigen Tonnengewölbe, bei welchem die Gewölbzwickel ausgemauert oder bei welchem noch außerdem eine Uebermauerung, bezw. eine gleichförmig vertheilte Ueberlast angebracht ist, ergibt sich die Lage der erwähnten Bruchfuge durch einen Bruchwinkel von nahezu 60 Grad.

Hieraus folgt für die praktische Ausführung der Halbkreis-Tonnengewölbe schon die beachtenswerthe Anordnung, dass zweckmäfsig die unteren Wölbstücke BA und DE gar nicht als Gewölbe in Mitleidenschaft gezogen, vielmehr mit dem Wider-

Fig. 292.

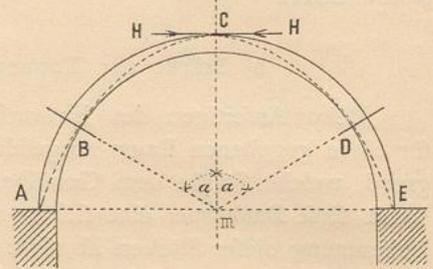
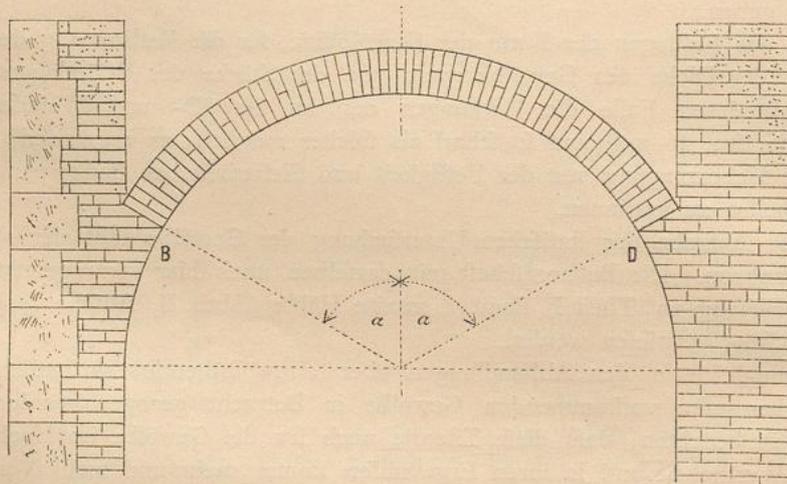


Fig. 293.



lagskörper vereinigt und in wagrechten (Fig. 293) oder noch besser in winkelrecht zur Curve AB , bezw. DE gerichteten Schichten (Fig. 294 u. 295) gemauert werden. Durch diese Construction wird die Spannweite des Gewölbes vermindert; die Gewölbstärke wird sich dadurch geringer gestalten und die Widerlagsstärke sich ebenfalls

Fig. 294.

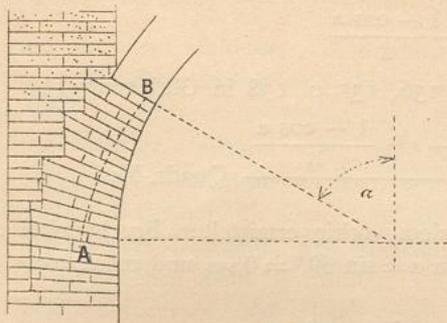
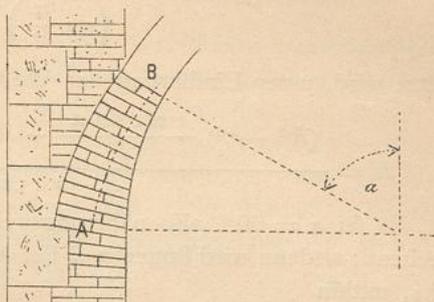


Fig. 295.

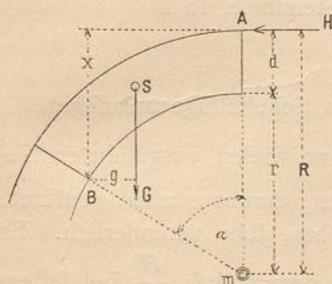


verkleinern. Da die Form der Mittellinie des Druckes von der Form der Gewöblinie wesentlich mit abhängt, die erstere aber sich bei Halbkreisgewölben von der Parabel nicht weit entfernt, so folgt, daß bei einer Parabel als Gewöblinie von vornherein auch eine günstige Mittellinie des Druckes in einem Parabel-Tonnengewölbe entspringen wird (vergl. Art. 127, S. 153).

Von Wichtigkeit für die Bestimmung der Gewöblstärke und später der Dicke des Widerlagers ist die Ermittlung der Gröfse des Gewölbfehues H . Für eine

beliebige, unter einem Winkel α zur Wagrechten geneigte Fuge B (Fig. 296) eines unbelasteten Halbkreisgewölbes hat der in der Scheitelfuge wirkende wagrecht gerichtete Gewölbfehues H mindestens einen Werth, welcher sich nach den Bezeichnungen in Fig. 296 berechnen läßt aus der Gleichung 367 in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (S. 451 ¹⁶²) dieses »Handbuches«

Fig. 296.



$$H = \frac{G g}{x} \dots \dots \dots 135.$$

Ist nun, wie in üblicher Weise angenommen wird, die Tiefe des Gewölbes rechtwinkelig zur Zeichenfläche gleich der Längeneinheit des Zeichenmaßstabes und ferner das Gewicht der Raumeinheit des Wölbmaterials gleich der Kräfteinheit, so läßt sich das Gewicht G des Ringstückes AB gleich dem Flächeninhalte dieses Stückes setzen, d. h.

$$G = \frac{R^2 - r^2}{2} \alpha \text{ Quadr.-Met.} \dots \dots \dots 136.$$

Da nun die wagrechte Entfernung g des Schwerpunktes S des Ringstückes vom Punkte B sich als

$$g = r \cdot \sin \alpha - \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}{\frac{\alpha}{2}} \text{ Met.} \dots \dots \dots 137.$$

bestimmt und da ferner der lothrechte Abstand x des Angriffspunktes A des Gewölbfehues H vom Fugenpunkte B als

$$x = (R - r \cdot \cos \alpha) \text{ Met.} \dots \dots \dots 138.$$

¹⁶²) 2. Aufl.: Art. 274 (S. 258).

erfcheint, fo erhält man, wenn in Gleichung 137

$$\left(\sin \frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

gefetzt wird, unter Einführung der Werthe 136, 137 u. 138 in Gleichung 135,

$$H = \frac{(R^2 - r^2) \frac{r \alpha \cdot \sin \alpha}{2} - (R^3 - r^3) \frac{1 - \cos \alpha}{3}}{R - r \cdot \cos \alpha} \text{ Quadr.-Met.} \quad 139.$$

Es fei $\alpha = 60^\circ$, also näherungsweise dem vorhin ermittelten Bruchwinkel entsprechend; alsdann wird Bogen $\alpha = 1,0472$, $\sin \alpha = \sin 60^\circ = 0,866$ und $\cos \alpha = \cos 60^\circ = 0,5$, mithin

$$H = \frac{0,4534 (R^2 - r^2) r - 0,166 (R^3 - r^3)}{R - 0,5 r} \text{ Quadr.-Met.} \quad 140.$$

Wäre nun die Scheitelfärke d des Gewölbes bekannt, fo würde sich die Gröfse von H zahlenmäfsig feft ftellen laffen, da bei gegebenem r der Werth $R = r + d$ wird. Anderfeits würde dann auch bei der Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit, z. B. = 1 m, die Fläche der gedachten Scheitelfuge gleich d Quadr.-Met. fein, und endlich würde, wenn die Gröfse H noch mit 1 multiplicirt wird, dieselbe auch foft als H Cub.-Met. ausgedrückt werden können. Denkt man sich diefe H Cub.-Met. als eine Steinfäule des Wölbmaterials auf der Fläche d Quadr.-Met. angebracht und ermittelt man bei dem als bekannt geltenden Eigengewicht γ Kilogr. einer Raumeinheit des Wölbmaterials das Gewicht der erwähnten Steinfäule, fo ift

$$\frac{H}{d} \gamma \text{ Kilogr.}$$

als mittlerer Druck für die Flächeneinheit der gedachten Scheitelfuge anzufehen.

Der Werth $\frac{H}{d}$ ift, wie zahlreiche Berechnungen an vielen ausgeführten Gewölben, namentlich bei Brückengewölben, ergeben haben, durchaus nicht constant; im Gegentheil ift derfelbe, wie *Scheffler* nachgewiefen hat, fehr veränderlich. Er nimmt mit dem Wachfen des Gewölbschubes zu, aber derart, dafs $\frac{H}{d}$ bei feftem Wölbmaterial bei kleinen Gewölben dem Gewichte einer Steinfäule von etwa 3 m Höhe, bei den gröfsten Gewölben dem Gewichte einer Steinfäule von etwa 60 m Höhe entspricht.

Ift z. B. für ein fehr großes Gewölbe $H = 90$ gefunden, fo müfte, um die Höhe 60 m der entsprechenden Steinfäule nicht zu überfchreiten,

$$\frac{H}{d} = 60 \text{ oder } d = 1,5 \text{ m}$$

werden. Alsdann ift, wenn 1 cbm diefer Steinfäule 2200 kg wiegt, die mittlere Prefung $\frac{90 \cdot 2200}{1,5 \cdot 1} = 132000$ kg für 1 qm oder 13,2 kg für 1 qcm, während bei einem kleineren Gewölbe, für welches $H = 2$ und $d = 0,3$ fich ergeben hat, die mittlere Prefung $= \frac{2 \cdot 2200}{0,3 \cdot 1} = 11333$ kg für 1 qm oder nur 1,1333 kg für 1 qcm wird.

Im letzteren Falle wäre die Höhe x der Steinfäule zu finden aus $0,3 \cdot 1 \cdot x = 2 \cdot 1$, d. h. $x = 6,66$ m.

Bei dem zur Widerlagsfuge von der Stärke d_1 fenkrecht gerichteten Gewölbdrucke N treten in Rückficht auf den Werth $\frac{N}{d_1}$ ähnliche Zustände auf. Aber *Scheffler* hat ermittelt, dafs der mittlere Druck $\frac{N}{d_1}$ für die Flächeneinheit der

Widerlagsfuge meistens weit größer ist als der Werth $\frac{H}{d}$, und zwar oft um das Drei- und Vierfache desselben, d. h. daß dieser Druck bei kleinen Gewölben dem Gewichte eines Steinprismas von etwa 9 bis 12^m Höhe, bei den größten Gewölben jedoch dem Gewichte eines solchen von 180^m bis sogar 240^m Höhe entspricht.

Der wichtige Umstand nun, daß auf Grund der an ausgeführten Gewölben vorgenommenen Berechnungen und Beobachtungen die Annahme eines gleichen Festigkeits-Coefficienten für Druck auf die Flächeneinheit nicht statthaft erscheint, so wie der fernere Umstand, daß auch eine gleichförmige Vertheilung des Druckes in den Fugenflächen nicht stattfindet, wie die klaffenden Fugen bei einem etwas mangelhaft construirten und gleich nach der Ausführung ausgerüsteten Gewölbe zeigen, ohne daß ein Einsturz dieses Gewölbes erfolgt, verschaffen der Annahme Raum, daß selbst bei den größten Gewölben in der gedachten Scheitelfuge keine größere mittlere Pressung entstehen soll, als solche dem Gewichte einer Steinfäule von 60^m Höhe entspricht und daß ferner die Widerlagsfuge bei solchen großen Gewölben bei Weitem nicht durch einen Normaldruck beansprucht werden soll, welchen eine Steinfäule von $3 \cdot 60 = 180$ m liefern würde, daß vielmehr nur ein mittlerer Normaldruck zulässig sein soll, welcher durch das Gewicht eines Steinprismas von höchstens 86^m Höhe hervorgerufen wird.

Im weiteren Verfolge dieser Annahmen sind von *Scheffler* Tabellen zur Bestimmung der Gewölbstärken berechnet, und wiewohl dieselben, wie schon oben bemerkt, vorzugsweise für Brückengewölbe ermittelt sind, so lassen sich doch bei den übereinstimmenden Eigenschaften, welche Gewölbe, gleichgiltig, welchen Zwecken sie dienen sollen, immer aufweisen, die sorgfältig erzielten Ergebnisse auch füglich für die Gewölbe des Hochbauwesens verwerthen.

Ohne hier eine Umrechnung der von *Scheffler* gegebenen Tafel zur Bestimmung der Gewölbstärke vorzunehmen, ist in Rücksicht auf die Gewölbe des Hochbauwesens das folgende Verfahren eingeschlagen.

Trägt man die absoluten Werthe von H als Abscissen und die jedem einzelnen H entsprechenden Gewölbstärken d als Ordinaten auf und verbindet man die Endpunkte dieser Ordinaten, so erhält man eine krumme Linie. Sucht man die Gleichung einer Curve, welche sich mit größter Wahrscheinlichkeit jener krummen Linie nähert, so findet man, daß die gesuchte Curve der Scheitelgleichung einer Ellipse entspricht, deren halbe große Axe der Zahl 90, deren halbe kleine Achse der Zahl 1,5 entspricht, d. h. jenen oben erwähnten Grenzwerten $\frac{H}{d} = \frac{90}{1,5} = 60$ m.

Da die Scheitelgleichung einer Ellipse mit den Halbachsen a und b bekanntlich

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{(2a - x)x}$$

ist, so wird, wenn $y = d$, $a = 90$, $b = 1,5$ und $x = H$ gesetzt wird,

$$d = \frac{1,5}{90} \sqrt{(180 - H)H} \dots \dots \dots 141.$$

oder

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - H)H} \dots \dots \dots 142.$$

Nach dem vorhin bezeichneten Grenzwerte der Höhe des Steinprismas zu

60 m ist in Gleichung 142 für H höchstens 90 in Rechnung zu bringen. Für $H > 90$ müßte

$$d = \frac{H}{60} \dots \dots \dots 143.$$

werden, also im geraden Verhältnisse mit H wachsen. Für Gewölbe im Hochbauwesen ist auf diesen Fall füglich nicht zu rechnen.

Die im Vorhergehenden bezeichnete Zahl 60 m gilt für sehr festes Steinmaterial. Im Hochbauwesen kommt jedoch in den meisten Fällen für den Gewölbebau Backsteinmaterial zur Verwendung, welches im Allgemeinen nicht die Festigkeit gegen Druck besitzt, wie das oben angenommene Steinmaterial. Aus diesem Grunde ist es rathsam, für Backsteingewölbe den Werth

$$\frac{H}{d} = 50$$

zu setzen, d. h. die Höhe des Backsteinprismas nur zu höchstens 50 m anzunehmen.

Da H die Größe 90 beibehält, so ergibt sich nunmehr

$$d = \frac{90}{50} = 1,8 \text{ m.}$$

Beträgt das Gewicht von 1 cbm Backsteinmaterial 1600 kg, so wird die mittlere Preßung $\frac{90 \cdot 1600}{1,8 \cdot 1} = 80000 \text{ kg}$ für 1 qm oder 8 kg für 1 qcm.

Unter Anwendung der Werthe für $d = 1,8$ und dem zugehörigen $H = 90$ erhält man entsprechend der Gleichung 141 nun für Backsteinmaterial

$$d = \frac{1,8}{90} \sqrt{(180 - H) H} \dots \dots \dots 144.$$

oder

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - H) H} \dots \dots \dots 145.$$

Würde im besonderen Falle H größer als 90, so müßte

$$d = \frac{H}{50} \dots \dots \dots 146.$$

genommen werden.

Ein gleicher Zusammenhang, wie zwischen H und d , besteht auch zwischen dem Normaldruck N und der hierfür auftretenden Gewölbstärke d_1 , wenn nur zuvor in Rücksicht gezogen wird, daß, wie vorhin erwähnt, $\frac{N}{d_1}$ höchstens $= 3 \cdot 60 \text{ m} = 180 \text{ m}$ werden soll.

Man erhält ähnlich wie in Gleichung 141, sobald in der Ellipsen-Gleichung 3a statt a gesetzt wird,

$$d_1 = \frac{1,5}{3 \cdot 90} \sqrt{(2 \cdot 3 \cdot 90 - N) N} \dots \dots \dots 147.$$

d. h.

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - N) N} \dots \dots \dots 148.$$

als allgemeinen Ausdruck für die von N abhängige Gewölbstärke. Da aber bei größeren Gewölben höchstens

$$\frac{N}{d_1} = 86 \text{ m}$$

werden soll und dieser Werth nach Ausweis derartiger ausgeführter Gewölbe für N nahezu gleich 114 eintritt, so ergibt sich

$$d_1 = \frac{114}{86} = 1,34 \text{ m}$$

und gleichzeitig für N ein Grenzwert bei der Anwendung von Gleichung 148.

Für $N \geq 114$ ist $d_1 = \frac{1,34}{114} N$, d. h.

$$d_1 = \frac{1}{8,6} N \dots \dots \dots 149.$$

zu nehmen, während für kleinere Werthe von N die Stärke d_1 nach Gleichung 148 ermittelt werden kann.

Bei Backsteingewölben ist es aus denselben Gründen, wie solche vorhin bei diesen Baukörpern angegeben sind, zweckmäßig, den Factor $\frac{1}{180}$ in Gleichung 148 herabzumindern, wie solches in Gleichung 145 für d geschehen ist, und denselben auf $\frac{1}{3,50} = \frac{1}{150}$ zu bringen. Danach wird

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - N) N}, \dots \dots \dots 150.$$

worin N höchstens bis 114 eintreten soll.

Für $N \geq$ als 114 wird fahgemäß $\frac{N}{d_1}$ nicht mehr gleich 86, sondern geringer genommen, so dass $\frac{N}{d_1} = 72$ m gesetzt wird.

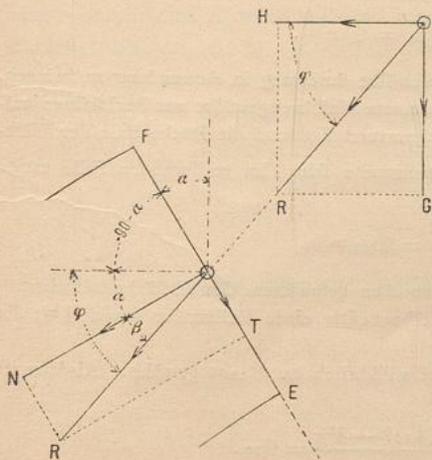
Hiernach wird bei dem Grenzwert $N = 114$

$$d_1 = \frac{114}{72} = 1,58 \text{ m}$$

und nunmehr für $N \geq 114$ die Stärke $d_1 = \frac{1,58}{114} N$, d. h. genau genug

$$d_1 = \frac{1}{72} N \dots \dots \dots 151.$$

Fig. 297.



Wenn im Hochbauwesen bei Tonnengewölben die Gleichung 151 wohl nicht in Anwendung kommt, so ist doch bei größeren Kuppelgewölben ihre Benutzung nach Ermittlung des Normaldruckes, welchen die Kuppel auf ihrer Basis hervorruft, unter Umständen für die Bestimmung der Gewölbstärke der Kuppel an ihrem Fufse erforderlich.

Für die Anwendung der für d , bzw. d_1 gegebenen Gleichungen ist noch das Folgende zu beachten.

Liefert der Normaldruck N kleinere oder gleiche Werthe als der Gewölbschub H , so ist der für H gefundene Werth d durchweg für das ganze Gewölbe beizubehalten. Entsteht

dagegen für N eine gröfsere Stärke d_1 , als die für den Gewölbschub H gefundene Dicke d ist, so tritt vom Gewölbscheitel bis zur Widerlagsfuge eine stetig von d bis d_1 wachsende Verstärkung des Gewölbes ein.

Die Gröfse des Normaldruckes N ergibt sich nach Fig. 297 als

$$N = R \cdot \cos \beta = R \cdot \cos (\varphi - \alpha),$$

d. h.

$$N = R (\cos \varphi \cdot \cos \alpha + \sin \varphi \cdot \sin \alpha).$$

Da $\cos \varphi = \frac{H}{R}$ und $\sin \varphi = \frac{G}{R}$, so wird

$$N = H \cos \alpha + G \sin \alpha \quad \dots \dots \dots 152.$$

Für $\sphericalangle \alpha = 60$ Grad ist

$$N = 0,5 H + 0,866 G \quad \dots \dots \dots 153.$$

Beispiele: 1) Ein unbelastetes, aus Backsteinen auszuführendes Halbkreisgewölbe von 2 m Halbmesser sei bis zur Bruchfuge (Bruchwinkel α gleich 60 Grad angenommen) in wagrechten Schichten aufgeführt. Für das verbleibende Gewölbstück ist die Stärke zu berechnen.

Die unbekannte Gewölbdicke im Scheitel möge zunächst gleich $\frac{1}{2}$ Backsteinlänge, also gleich 0,12 m gesetzt werden. Da $r = 2$ m und $d = 0,12$ m ist, so ist $R = 2,12$ m, und es wird nach Gleichung 140

$$H = \frac{0,4534 (2,12^2 - 2^2) 2 - 0,166 (2,12^3 - 2^3)}{2,12 - 0,5 \cdot 2} = 0,173.$$

Hiernach erhält man unter Benutzung von Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 0,173) 0,173} = 0,1115 \text{ m.}$$

Die ursprünglich für d gewählte Abmessung 0,12 m weicht von der berechneten Gröfse nur ganz wenig ab. Da ausserdem aus praktischen Gründen die Stärke von einer halben Backsteinlänge nicht ohne Verhauen der Steine herzustellen ist, so kann die geführte Rechnung für d abgeschlossen und danach die Gewölbstärke zu 0,12 m beibehalten werden.

Die Gröfse des Normaldruckes N wird nach Gleichung 153

$$N = 0,5 \cdot 0,173 + 0,866 G$$

oder, da sich nach Gleichung 136, worin für $\sphericalangle \alpha = 60$ Grad und $\alpha = 1,0472$ zu setzen ist,

$$G = \frac{2,12^2 - 2^2}{2} 1,0472 = 0,259$$

ergiebt,

$$N = 0,31$$

gefunden. Unter Einführung dieses Werthes in Gleichung 150 wird

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0,31) 0,31} = 0,083 \text{ m.}$$

Da d_1 kleiner ist als d , so ist die Stärke d für das Gewölbe durchweg in Anwendung zu bringen.

Nach einer empirischen Regel, welche *Rondelet* für kleinere Halbkreisgewölbe aus Backsteinen aufgestellt hat, soll, wenn die Gewölbe bis zur halben Höhe hintermauert sind und die Rückenlinie der Wölblinie concentrisch ist, die Gewölbstärke gleich $\frac{1}{36}$ der Spannweite sein. Im vorliegenden Falle würde hiernach

$$d = \frac{2r}{36} = \frac{2 \cdot 2}{36} = \frac{1}{9} = 0,111 \text{ m}$$

werden, mithin sich in recht guter Uebereinstimmung mit der oben gefundenen Gewölbstärke befinden.

2) Das in gleicher Weise auszuführende Halbkreisgewölbe besitze einen Halbmesser r von 4 m; die Gewölbstärke soll ermittelt werden.

Die noch unbekannte Gewölbstärke sei vorläufig und willkürlich zu 0,12 m gewählt. Alsdann ist $R = r + 0,12 = 4,12$ und ferner nach Gleichung 140

$$H = \frac{0,4534 (4,12^2 - 4^2) 4 - 0,166 (4,12^3 - 4^3)}{4,12 - 0,5 \cdot 4} = 0,37.$$

Bringt man diesen Werth in Gleichung 145, so ist

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 0,37) 0,37} = 0,16 \text{ m},$$

womit ein erster Näherungswerth für d berechnet ist. Unter Benutzung desselben wird weiter nach Gleichung 140

$$H = \frac{0,4534 (4,16^2 - 4^2) 4 - 0,166 (4,16^3 - 4^3)}{4,16 - 0,5 \cdot 4} = 0,48.$$

Für diesen Gewölbchub liefert Gleichung 145 die Gewölbstärke $d = 0,18 \text{ m}$.

Da die Untersuchung zeigt, daß die Gewölbstärke d einen größeren Werth als $d = 0,12 \text{ m}$ beansprucht, so möge jetzt $d = 0,20 \text{ m}$ genommen werden. Hierdurch erhält man nach Gleichung 140 den Gewölbchub $H = 0,59$ und dann nach Gleichung 145 die Gewölbstärke $d = 0,206 \text{ m}$, welche nur noch wenig von $d = 0,20 \text{ m}$ abweicht, so daß hiermit die Rechnung ihren Abschluß findet.

Hätte man d statt $0,20 \text{ m}$ zu $0,25 \text{ m}$ eingeführt, so hätte man durch das Ausrechnen für d nur nahezu $0,23 \text{ m}$ und damit die Anzeige erhalten, daß die Gewölbstärke kleiner als $0,25 \text{ m}$ zu nehmen wäre.

Für den Normaldruck N ergibt sich nach Gleichung 153, da $H = 0,59$ ist,

$$N = 0,5 \cdot 0,59 + 0,866 G,$$

worin nunmehr

$$G = \frac{4,2^2 - 4^2}{2} 1,0472 = 0,859$$

wird, so daß man

$$N = 1,04$$

erhält. Mit Benutzung von Gleichung 150 ergibt sich weiter

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 1,04) 1,04} = 0,15 \text{ m}.$$

Da nun auch in diesem Beispiele d_1 kleiner als d wird, so ist wiederum das Gewölbe in gleicher Stärke auszuführen. Da man aber statt $d = 0,20 \text{ m}$ in der Praxis d entsprechend der Backsteinlänge zu $0,25$ nimmt, so ergibt sich hierdurch von selbst noch eine etwas erhöhte Gewölbstärke.

Nach der von *Rondelet* herrührenden empirischen Regel würde sich $d = \frac{2 \cdot 4}{36} = 0,22 \text{ m}$ ergeben haben.

Ein ohne Hintermauerung und nicht mit wagrecht vorgemauerten Anfängern verfehenes, frei im Widerlager aufstehendes, unbelastetes Halbkreisgewölbe mit einem Halbmesser $r = 4 \text{ m}$, müßte, so lange noch nicht auf eine kräftige Verkittung der Wölbsteine durch den Fugenmörtel gerechnet werden darf, nach den früher gemachten

Angaben mindestens $\frac{2r}{17,544} = \frac{2 \cdot 4}{17,544} = 0,456 \text{ m}$ stark werden, um bei dieser Stärke sich im Grenzzustande des Gleichgewichtes gegen Drehung und Gleiten zu befinden. Statt der Dicke d von $0,456 \text{ m}$ würde man selbstverständlich die Stärke von zwei Backsteinlängen, d. h. einschließlic der Fuge $0,51 \text{ m}$ zur Ausführung bringen.

Fig. 298.



Aus dem Vergleiche dieser Gewölbstärke mit der im zweiten Beispiele geführten Rechnung ist wiederum deutlich der Vortheil zu erkennen, welcher sich für den Gewölbkörper mit den bis zur Bruchfuge in wagrechten Schichten ausgeführten Gewölbanfängern herausstellt.

Eine solche in wagrechten Schichten aufgemauerte Construction des Gewölbanfängers ist auch bei Tonnengewölben aus Quadern nach Fig. 298 in jeder Beziehung anzurathen. Hierbei treten zur Vermeidung von spitzen Winkeln kurze, senkrecht zur Wölblinie stehende Fugen a auf, welche an ihren vorderen Kanten eine geringe Abschragung, den sog. Druckschlag erhalten. Dieser Druckschlag verhindert in vielen Fällen das Absprengen der Steinkanten

137.
Gewölbe-
anfänger.

durch diejenigen Pressungen, welche unter Umständen bestrebt sind, sich im Gewölbkörper der Wöblinie zu nähern.

Treten zwei Tonnengewölbe gegen eine gemeinschaftliche Widerlagsmauer, so ist der Gewölbanfänger, gleichgiltig, welches Material zum Gewölbe benutzt wird, nach Fig. 299 für beide Baukörper gemeinsam in wagrechten Schichten bis zu den Bruchfugen auszuführen. Eine Anordnung nach Fig. 300 ist in hohem Grade zu tadeln, da der im Gewölbzwinkel auftretende Mauerkörper als ein durch die obere Belastung stark eingefügter Keil auftritt, welcher nachtheilig auf das Baufystem einzuwirken vermag.

Bei Backsteinmaterial ist das Verhauen der Steine im Anfänger an der Laibungsfläche (Fig. 301) unnöthig, da, falls ein Verputzen des Gewölbes im Inneren vorgenommen werden soll, dieselbe, wie bei *a*, sich in die fog. Ueberkragungen der Steine legt. Für derartige Gewölbe, deren Laibungsflächen keinen Putz erhalten sollen, ist die Anwendung von Formsteinen nach Fig. 302 empfehlenswerth.

Tonnengewölbe, wie Gewölbe überhaupt, welche nur als fog. unbelastete Gewölbe ihr Eigengewicht zu tragen haben, kommen allerdings bei Deckenbildungen im Hochbauwesen vor. Recht oft jedoch erfahren derartige Gewölbe noch weitere Belastungen durch Hintermauerung, d. i. Ausfüllung der Gewölbzwinkel, durch vollständige Uebermauerung, durch darüber liegende Fußboden-Constructionen, durch Aufschüttungen und durch ab und zu auftretende veränderliche Belastungen, welche häufig ein bedeutendes Gewicht ergeben.

Denkt man sich die gesammte in Frage kommende fernere Belastung des Gewölbes ersetzt durch einen Steinkörper von gleichem Material, woraus das Gewölbe besteht, so erscheint der Querschnitt des Gewölbes mit seiner Belastung unten und oben begrenzt durch die innere Wöblinie und die obere Belastungslinie, welche zwischen sich die Belastungsfläche enthalten. Da nach dieser Zurückführung der auf das Gewölbe kommenden Belastung auf eine Masse, welche dasselbe Eigengewicht besitzt, wie das Gewölbmaterial, Gleichartigkeit vorhanden ist, so kann man nach Festlegen der Belastungsfläche, bei der Annahme der Gewölbetiefe gleich der Längeneinheit, ohne fernere Umrechnungen des Gewichtes der Belastung sofort der Stabilitätsuntersuchung des Gewölbes näher treten und sich hierbei der Rechnung oder vielfach kürzer der einschlägigen Verfahren der graphischen Statik bedienen.

Fig. 299.

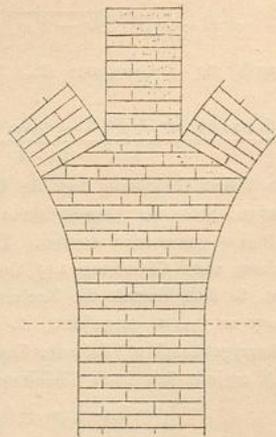
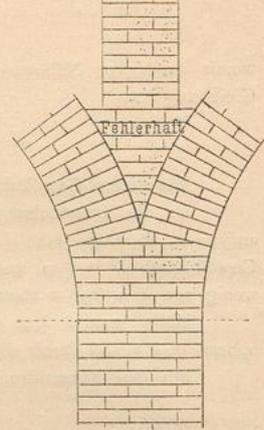


Fig. 300.



138.
Stärke
belasteter
halbkreis-
förmiger
Tonnien-
gewölbe.

Fig. 301.

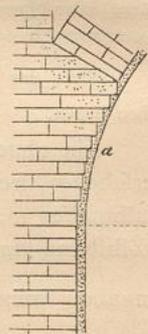
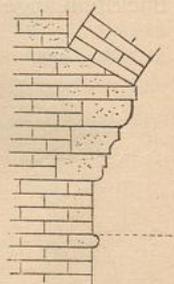


Fig. 302.



Angriffspunkt von H sowohl, als auch der Punkt B von der Gewölbkante aus mehr in das Innere der Gewölbfläche rücken muß, so hat man das statische Moment des Gewölbchubes H als $H(d+f)$ für den Gleichgewichtszustand gegen Drehung dem Werthe \mathfrak{M} in Gleichung 158 gleich zu setzen und erhält danach

$$H = \frac{s^2}{12(d+f)r^2} \left\{ r^2 [6(d+h)+f] - 6(d+h+f)d_1^2 \right\} . \quad 159.$$

Nun ist $s = r \cdot \sin \alpha$ und $f = r - t = r(1 - \cos \alpha) = 2r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2$.

Führt man diese Werthe in Gleichung 159 ein, so ergibt sich

$$H = \frac{\sin^2 \alpha}{6 \left[d + 2r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right]} \left\{ r^2 \left[3(d+h) + r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right] - 3 \left[d+h + 2r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 d_1^2 \right] \right\} . \quad 160.$$

und außerdem erhält man unter Benutzung der für s und f gegebenen Ausdrücke nach Gleichung 157

$$G = r \sin \alpha \left\{ d+h + \frac{2}{3} r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 + \left[d+h + 2r \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \right] \frac{d_1}{r} \right\} . \quad 161.$$

Mit Hilfe der Gleichung 160 kann für ein belastetes Halbkreisgewölbe mit wagrechter Belastungslinie, welche im Scheitel für eine Belastungshöhe h ermittelt und fest gelegt ist, der Gewölbchub H bestimmt werden, indem man zunächst d willkürlich oder schätzungsweise annimmt, ferner d_1 vorläufig gleich d setzt, endlich den Winkel α entsprechend den früheren Erörterungen gleich einem Bruchwinkel von 60 Grad einführt und dann mittels der Gleichung 142, bezw. 145 die Gewölbstärke berechnet. Den Normaldruck N findet man, sobald G und H bestimmt sind, nach Gleichung 152, bezw. 153 und hiernach die Stärke d_1 unter Benutzung der Gleichung 148, bezw. 150.

Beispiel. Für ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe aus Backstein sei $r = 3$ m und $h = 0,3$ m; diese Höhe entspricht, wenn dieselbe über der vollen Ausmauerung der Zwickel des Gewölbes beständig bleibt, einer gleichförmig vertheilten Ueberlast von 480 kg für 1 qm Grundrißfläche. Der Bruchwinkel $\alpha = 60$ Grad; die Gewölbstärke ist zu berechnen.

Setzt man vorweg und ganz willkürlich $d = 0,12$ m und ebenfalls $d_1 = 0,12$ m, so erhält man nach Gleichung 160, da $\sin \alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$ und $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ist,

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6 \left(0,12 + 6 \frac{1}{4} \right)} \left\{ 9 \left[3(0,12 + 0,3) + 3 \frac{1}{4} \right] - 3 \left[0,12 + 0,3 + 6 \frac{1}{4} 0,12^2 \right] \right\} = \infty 1,29 ;$$

mithin nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 1,29) 1,29} = 0,303 \text{ m};$$

sonach war die Gewölbstärke d ursprünglich viel zu gering genommen.

Setzt man jetzt, da das Gewölbe stärker als eine Backsteinlänge werden muß, aus praktischen Gründen sofort die Dicke des Gewölbes zu $1\frac{1}{2}$ Backsteinlängen, d. i. zu 0,38 m und behält man $d = d_1$ bei, so wird nun

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6 \left(0,38 + 6 \frac{1}{4} \right)} \left\{ 9 \left[3(0,38 + 0,3) + 3 \frac{1}{4} \right] - 3 \left[0,38 + 0,3 + 6 \frac{1}{4} 0,38^2 \right] \right\} = 1,49 ,$$

wofür sich nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 1,49) 1,49} = 0,326 \text{ m}$$

ergibt.

Dieses Ergebnis zeigt, daß die zu 0,38 m angenommene Scheitelfstärke des Gewölbes etwas zu groß sein würde. Da jedoch ohne unnützes Verhauen der Backsteine die Herabminderung der Stärke nicht fachgemäß eintreten kann, so wird die Dicke von 0,38 m für die Ausführung des Gewölbes genommen.

Nachdem H genau genug zu 1,49 bestimmt und d zu 0,38 m bekannt geworden ist, läßt sich der Normaldruck N für die Bruchfuge mit dem Winkel $\alpha = 60$ Grad nach Gleichung 153 als

$$N = 0,5 \cdot 1,49 + 0,866 G$$

finden.

Nach Gleichung 161 wird unter Einführung der bekannten Größen und bei der Annahme $d = d_1$ nunmehr

$$G = 3 \cdot 0,866 \left[0,38 + 0,3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(0,38 + 0,3 + 6 \cdot \frac{1}{4} \right) \frac{0,38}{3} \right] = 3,778$$

und somit

$$N = 0,745 + 3,272 = \infty 4;$$

folglich wird nach Gleichung 150

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 4) 4} = 0,326 \text{ m.}$$

Da diese Größe den Werth von 0,38 m für d nicht erreicht, so ist eine Vermehrung der Gewölbstärke nach der Bruchfuge zu nicht erforderlich.

Wird das in Frage stehende Tonnengewölbe in seinen Anfängern bis zur Bruchfuge nicht in wagrechten Schichten aufgemauert, so ist noch zu prüfen, ob der Normaldruck, welcher die wagrechte Widerlagfuge trifft, nicht eine größere Gewölbstärke verlangt, als die bis jetzt fest gesetzte ist. Da für diese Fuge Winkel α gleich 90 Grad wird, so erhält man nach Gleichung 152 sofort $N = G$ und weiter nach

Gleichung 161, da $\sin \alpha = \sin 90 = 1$ und $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 45 \text{ Grad} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, also $(\sin 45) ^2 = \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right) ^2 = \frac{1}{2}$ ist,

$$G = 3 \left[0,38 + 0,3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \left(0,38 + 0,3 + 6 \cdot \frac{1}{2} \right) \frac{0,38}{3} \right] = \infty 6,44.$$

Bringt man $G = N = 6,44$ in Gleichung 150, so folgt

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 6,44) 6,44} = 0,33 \text{ m.}$$

Diese Stärke weicht nur um 1 cm von der früher erhaltenen Stärke ab, so daß d füglich durchweg beibehalten werden könnte. Die Untersuchung lehrt aber, daß für Halbkreisgewölbe bei der Bestimmung der Gewölbstärke mit Voricht verfahren werden muß, daß wiederum wagrecht aufgemauerte Anfänger rathsam erscheinen oder daß bei größeren Tonnengewölben das Verlassen der als Halbkreis auftretenden Erzeugenden und Ersetzen derselben durch einen Parabelbogen, dessen Mittellinie eine mögliche Mittellinie des Druckes ist, sich als erwünscht und als rathlich zeigt.

Ist bei halbkreisförmigen Tonnengewölben in der angegebenen Weise die Gewölbstärke zu berechnen, so kann dasselbe Verfahren der Untersuchung auch bei Tonnengewölben, deren Erzeugende elliptische Bogen, Korbbogen, Parabelbogen oder Spitzbogen sind, und ferner auch bei flachbogigen, so wie bei einhüftigen Gewölben zur Anwendung kommen. Da hierbei die Bestimmung des Gewölbschubes H Hand in Hand geht mit dem Festlegen der Form der Wöblinie, der Gewölbstärke und gleichzeitig beeinflusst wird durch die in der Belastungsfläche ausgedrückte Ueberlast des Gewölbes, so wird zur Vermeidung vielfacher oder umständlicher Rechnungen die erste Ermittlung von H am einfachsten auf graphischem Wege vorgenommen¹⁶³⁾.

Allerdings ist auch hierbei vorweg eine Gewölbstärke schätzungsweise anzunehmen. Um diese Schätzung zu erleichtern, bedient man sich wohl der empirischen Formeln, welche aber, wie ausdrücklich hier betont werden mag, ein weiteres genaueres Festlegen der Gewölbstärke in jedem einzelnen Falle durchaus nicht ausschließen dürfen. Von derartigen empirischen Regeln spielen in der Literatur des Bauwesens immer noch die von *Rondelet* aufgestellten Formeln eine Rolle, wovon die folgenden hier angeführt werden mögen.

139.
Stärke
anders
geformter
Gewölbe.

140.
Rondelet's
Formeln
für die
Gewölbe-
stärke.

¹⁶³⁾ Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte dieses „Handbuchs“, Art. 483, S. 453 (2. Aufl.: Art. 264, S. 260).
Handbuch der Architektur. III. 2, c.

Für Gewölbe mit halbkreisförmiger und auch mit elliptischer Wölblinie und Quadern als Wölbmaterial, so wie unter der Voraussetzung, daß diese Gewölbe im Widerlager doppelt so stark sind wie im Scheitel, soll, wenn d die Schlussteinstärke und s die Spannweite (in Met.) bezeichnen, sein:

- 1) für unbelastete Gewölbe: $d = 0,01 s + 0,08$ Met.,
- 2) für mittelstark belastete Gewölbe: $d = 0,02 s + 0,16$ Met. und
- 3) für stark belastete Gewölbe: $d = 0,04 s + 0,32$ Met.

So würde z. B. das zuletzt untersuchte, mittelstark belastete Tonnengewölbe mit dem Halbmesser von 3 m, also der Spannweite von 6 m, wenn dasselbe statt aus Backsteinmaterial aus Quadern ausgeführt werden sollte, nach der Regel 2 eine Scheitelstärke $d = 0,02 \cdot 6 + 0,16 = 0,28$ m erhalten.

Nach Gleichung 142, welche für Quadergewölbe zu benutzen ist, würde, da H in dem erwähnten Beispiele zu 1,49 gefunden worden ist, welcher Werth auch hier beibehalten werden kann,

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 1,49) 1,49} = 0,272 \text{ m}$$

sich ergeben haben, mithin nur eine äußerst geringe Abweichung aufweisen.

Für die Stärke am Widerlager würde nach der *Rondelet'schen* Regel die Abmessung d_1 sich zu $2d = 0,56$ m fest stellen, welche als reichlich groß anzusehen ist. Für den Normaldruck in der Widerlagsfuge würde nach Gleichung 152 sich $N = G$ ergeben. Bei einer gleichmäßigen Stärke $d = 0,28$ m wird nach Gleichung 161, worin $\alpha = 90$ Grad zu setzen ist,

$$G = 3 \left[0,28 + 0,3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + \left(0,28 + 0,3 + 6 \cdot \frac{1}{2} \right) \frac{0,28}{3} \right] = \infty 5,75 = N.$$

Unter Benutzung von Gleichung 148 erhält man

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 5,75) 5,75} = 0,308 \text{ m}$$

als Näherungswerth, also weit kleiner, als die nach der Regel von *Rondelet* gefundene Stärke am Widerlager. Aber selbst, wenn G auf 7 anwachsen würde, so würde d_1 erst gleich 0,34 m werden.

Wie nun aber auch die Gewölbstärke für ein auszuführendes Gewölbe bestimmt sein mag, immer ist es zur Gewinnung der Ueberzeugung von der Sicherheit und Haltbarkeit desselben anzurathen, durch Construction der Mittellinie des Druckes das Gewölbe auf seine Standfähigkeit einer Prüfung zu unterziehen, um danach, wenn die Belastung des Gewölbes, was meistens der Fall ist, nicht geändert werden darf, entweder die Gewölbstärke oder die Form der Wölblinie je für sich allein oder auch unter besonderen Umständen beide gleichzeitig zu ändern, damit man für die Standfähigkeit des Gewölbes günstige Ergebnisse erziele. Die dazu nöthigen Verfahren werden hier als bekannt vorausgesetzt. Nur auf einen Punkt möge noch die Besprechung geführt werden.

Bei den oben angestellten Untersuchungen ist zur Berechnung des möglichst kleinsten Gewölbschubes H der Angriffspunkt desselben im höchsten Punkt der gedachten Scheitelfuge angenommen, und eben so ist auch der in der Wölblinie gelegene vordere Punkt der Bruchfuge, bzw. der Widerlagsfuge als ein Angriffspunkt der Mittelkraft, welche aus dem Gewölbschube und aus dem von der gedachten Scheitelfuge bis zur Bruchfuge entstehenden Gesamtwicht des Gewölbkörpers entspringt, angesehen, so daß diese beiden Punkte als Punkte auftreten würden, welche einer mit dem Gewölbschube H gezeichneten Mittellinie des Druckes angehören. Bei dieser Annahme würde ein Druck von endlicher Größe auf eine Linie, also auf eine Fläche von unendlich kleiner Größe kommen, d. h. der Druck für eine Flächeneinheit würde an den angenommenen Angriffstellen einen unendlich großen Werth annehmen, welchem kein Material Widerstand leisten kann, da dasselbe nicht absolut starr, sondern in gewissem Grade pressbar ist. Die Folge von der

Preßbarkeit oder der Elasticität des Wölbmaterials ist, daß die Angriffspunkte der bezeichneten Kräfte sich von den äußersten Kantenpunkten zurückziehen und mehr nach dem Inneren der Gewölbfläche verlegen. Wie weit dieses Zurückziehen eintritt, ist mit Bestimmtheit nicht zu sagen; daß dasselbe aber in mehr oder weniger hohem Grade der Fall ist, zeigen viele ausgeführte, als vollständig stabil geltende Gewölbe, namentlich Halbkreisgewölbe und gedrückte Tonnengewölbe nach der Ausrüstung an den sog. gefährlichen Stellen in der Nähe des Scheitels, der Bruchfuge und der Widerlagsfuge, indem in der Nähe des Scheitels in den Fugen an der Stirn nach unten zu leichte Haarrisse wahrzunehmen sind, während in der Nähe der Kanten oben am Rücken des Gewölbes die Steine sich scharf an einander pressen. Eben solche Erscheinungen treten an den Bruchfugen ein, wobei die Steine vorn an der Fugenkante in der inneren Wöblinie sich scharf pressen und in den Fugen jene Haarrisse in der Nähe der Rückenlinie sich bilden, während an den Widerlagsfugen, je nachdem der durch die Mittellinie des Druckes, welche für den möglichst kleinsten Gewölbschub ermittelt ist, gefundene Pressungspunkt der inneren oder der äußeren Wöblinie am nächsten liegt, die Pressungen zwischen den Steinen in der nächst gelegenen Wöblinie, die Haarrisse in den Fugen nach der entgegengesetzten Richtung sich kund geben. Hiernach lehrt diese Erfahrung, daß bei den meisten als Wölbmaterial benutzten Steinen im Ganzen die Mittellinie des Druckes an jenen bezeichneten Stellen sich doch nur in mäßiger Größe von den Kanten der Wölbsteine zurückzieht.

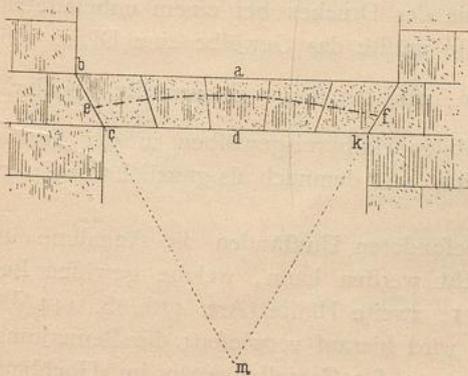
Scheffler sagt¹⁶⁴⁾, daß es für die Ausführung der Gewölbe hinreichende Sicherheit gewähren möchte, wenn von der Voraussetzung ausgegangen wird, daß die Mittellinie des Druckes bis auf den vierten Theil der Gewölbstärke in den vorhin gekennzeichneten Fugen zurückgedrängt werden könne und wenn ferner die Wöblinie, so wie die Stärke des Gewölbes so genommen werden, daß nach Abzug eines inneren und eines äußeren Streifens, von denen jeder den vierten Theil der Gewölbstärke zur Breite hat, der verbleibende innere Gewölbstreifen, welcher noch eine Breite gleich der halben Gewölbstärke behält, nach den Gesetzen für die Mittellinie des Druckes mit dem möglichst kleinsten Gewölbschube, welcher für diesen inneren Streifen nebst der auf denselben kommenden Gesamtbelastung eintritt, auf seine Stabilität untersucht wird, wobei je nach den bei dieser Untersuchung sich ergebenden Resultaten noch durch etwaige Aenderung der Form der Wöblinie, der Gewölbstärke oder gleichzeitige Aenderung beider Stücke zweckmäßige Vorkehrungen für die Stabilität des Gewölbes getroffen werden können.

Von Vielen wird verlangt, daß ein Gewölbe eine solche Form der Wöblinie und eine solche Stärke erhalten soll, daß eine Mittellinie des Druckes in die Gewölbfläche eingezeichnet werden kann, welche an jeder Stelle mindestens um ein

Drittel der Gewölbstärke von den betreffenden Kanten der Steine zurückbleibt¹⁶⁵⁾. Ob aber in Wirklichkeit die nach diesen Annahmen gezeichnete Mittellinie des Druckes auch nach der Ausführung und Ausrüstung sonst stabiler und nicht mit unnöthiger Stärke versehener Gewölbe eine solche Lage beibehält, ist in hohem Grade ungewiß und unter Umständen unmöglich.

Betrachtet man z. B. ein scheidrechttes Gewölbe (Fig. 304), welches als unbelasteter Sturz für eine Oeffnung von nur 1,5 m Weite aus Quadermaterial in einer Scheitelfstärke von 0,3 m ausgeführt und wobei $cm = ck$ genommen ist, so bekundet die Unter-

Fig. 304.



¹⁶⁴⁾ In seiner »Theorie der Gewölbe« etc. Braunschweig 1857. S. 69.

¹⁶⁵⁾ Siehe Theil I, Band 1, zweite Hälfte dieses »Handbuches«, Art. 479, S. 448 (2. Aufl.: Art. 272, S. 257).

Fig. 305.

fuchung dieses Sturzes keine Stabilität. Für denselben ist auch eine Mittellinie des Druckes ef im inneren Drittel möglich.

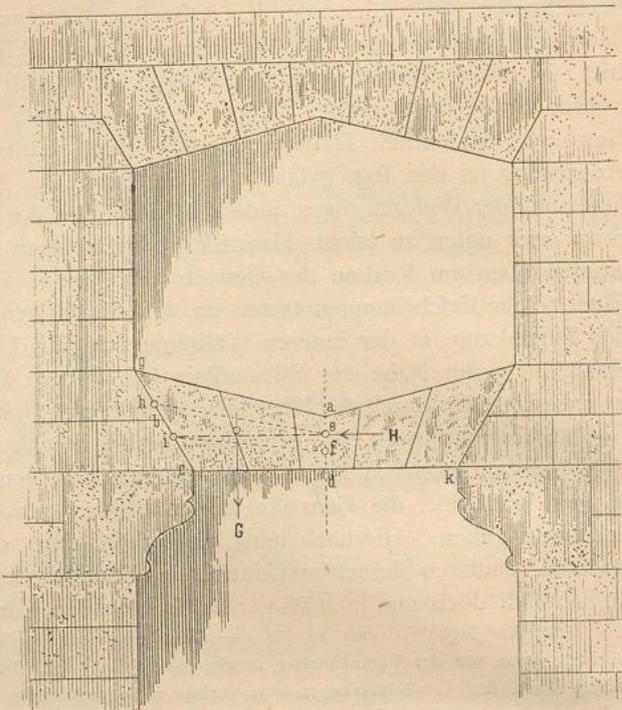
Benutzt man einen solchen Sturz nach Fig. 305 als unteren Abschluss einer Lichtöffnung in der Weise, dass jetzt, unter Beibehaltung der Scheitelfärke $ad = 0,3$ m, die Stärke ceg am Widerlager gleich dem Doppelten von der früheren Stärke cb würde, und wären in der gedachten Scheitelfuge ad die Strecken $ae = ef = fd = \frac{ad}{3}$ und eben so

die Strecken $gh = hi = ic = \frac{gc}{3}$, wobei hier absichtlich bei g die sonst nicht günstige Schneide am Kämpferfeine gelassen ist, so würde, wenn die Mittellinie des Druckes im inneren Drittel $efih$ bleiben sollte, diese Linie eine wagrechte gerade Linie ei sein, welcher ein unendlich großer Gewölbschub und demnach eine unendlich große Scheitelfärke zukommen würde, was vollständig ungereimt ist. Die in Wirklichkeit auftretende Mittellinie

des Druckes wird sich den Kanten in a und c nähern und das innere Drittel verlassen müssen, da H einen endlichen Werth und im vorliegenden Falle fogar einen solchen von ziemlich geringer Größe annehmen muss.

Verfuche mit Modellen von unbelasteten Halbkreisgewölben bekunden gleichfalls eine nahezu an den Kanten der fog. gefährlichen Stellen des Gewölbes eintretende Lage der Mittellinie des Druckes. Bei der mittels des möglichst kleinsten Gewölbschubes gezeichneten derartigen Linie ergibt sich, wie schon in Art. 136 (S. 182) angeführt, dass bei einem solchen Gewölbe mit gleicher Dicke die Stärke eine Abmessung von $\frac{1}{17,544}$ der Spannweite haben muss, wenn das Gewölbe eben noch im Gleichgewichtszustande sein soll. Hiernach angestellte Verfuche zeigen dasselbe Ergebnis. Sollte nun eine Mittellinie des Druckes bei einem unbelasteten Halbkreisgewölbe im inneren Drittel liegen, so müsste das Gewölbe eine Dicke von etwa $\frac{1}{5,85}$ der Spannweite desselben besitzen, also bei 5,85 m Spannweite 1 m stark werden, ein Ergebnis, welches den bei stabilen Halbkreisgewölben in der Praxis gewonnenen Erfahrungen vollständig widerspricht und demnach als gänzlich unzulässig gelten muss.

Wie in gegebenen Fällen und unter besonderen Umständen die Annahme für die Lage einer möglichen Mittellinie gemacht werden kann, welche gewissen Bedingungen entspricht, ist in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 476, S. 444¹⁶⁶) dieses »Handbuches« näher erörtert, und es wird hierauf verwiesen; die Bemerkung möge jedoch noch gemacht werden, dass, wenn für Gewölbebauten im Hochbau-



¹⁶⁶) 2. Aufl.: Art. 265, S. 250.

wesen nur sehr preßbares Material, welches allerdings bei der Ausführung von einigermaßen größeren und belasteten Deckengewölben, wenn irgend thunlich, nicht benutzt werden sollte, zur Anwendung gelangt, die Gewölblinie und die Gewölbstärke zweckmäßig so bestimmt werden, daß eine Mittellinie des Druckes möglich wird, welche mit der Mittellinie der Stirnfläche des Gewölbes, also mit der Axe dieser Fläche sich ganz oder nahezu deckt. Eine solche Mittellinie des Druckes besitzt jedoch sehr große Aehnlichkeit mit einer Parabel, deren Axe mit der Scheitel-Lothrechten des Gewölbes zusammenfällt, so daß auch in einem solchen Falle die Parabel als Bogenlinie vortheilhaft auftritt.

Verhältnißmäßig einfach ist die Bestimmung der Stärke der Widerlager der Gewölbe. Sobald der auf die Widerlagsfuge (Kämpferfuge) kommende Kämpferdruck auf Grund der für die Gewölbstärke gegebenen Erörterungen und durch die statischen Untersuchungen des eigentlichen Gewölbkörpers bekannt geworden ist, so ist dieser Druck mit dem Gewichte des Widerlagskörpers, dessen Tiefe wiederum rechtwinkelig zur Bildfläche gemessen, wie es beim Gewölbe der Fall war, gleich der Längeneinheit genommen wird, zusammenzusetzen, um eine Mittelkraft zu bestimmen, welche die Aufricht- oder Fußfläche der Widerlagsmauer in einem Punkte schneidet, welcher von der äußeren Seitenkante noch einen genügend großen Abstand besitzt. Dieser Abstand, von der als Drehkante des Widerlagskörpers auftretenden Begrenzungslinie der Grundfläche aus gemessen, liegt in der Kräfteebene und beträgt zweckmäßig $\frac{1}{3}$ der Widerlagsstärke d .

Um für den Gewölbeschub H bei der Ermittlung der Widerlagerstärke einen Werth zu erhalten, welcher thunlichst vortheilhaft noch gleichsam mit einem Sicherheits-Coefficienten behaftet ist, nimmt man an, daß H nicht im höchsten Punkte, sondern im Mittelpunkte der Scheitelfuge angreift und daß der Mittelpunkt der Kämpferfuge der Angriffspunkt des Kämpferdruckes ist, hervorgegangen aus H und dem Gewichte G des Gewölbes mit seiner Belastung.

Da die Stärke des Widerlagers noch unbekannt, die Höhe desselben aber in den meisten Fällen vorgeschrieben ist, so hat man zunächst eine Widerlagsstärke zu wählen und darauf die Stabilitätsuntersuchung des als Widerlager auftretenden Stützkörpers entweder durch Rechnung oder oft einfacher und durchsichtiger auf graphischem Wege vorzunehmen. Bei dem zuletzt genannten Wege wird eine Mittellinie des Druckes auch im Querschnitte des Widerlagers eingezeichnet und diese läßt erkennen, ob dieselbe bei der gewählten Stärke für jede Fuge im Widerlager bei der rechteckig gedachten Fugenfläche den bezeichneten äußeren Abstand $\frac{1}{3}$ der Stärke, von der Drehkante aus gemessen, überschreitet oder denselben entsprechend innehält. Nach diesen Prüfungen sind, wenn erforderlich, etwaige Veränderungen in den Stärkeabmessungen des Widerlagers vorzunehmen.

In welcher Weise die Stabilitätsuntersuchung eines Tonnengewölbes und seines Widerlagers unter Benutzung der Verfahren der graphischen Statik vorgenommen werden kann, möge an einem Beispiele gezeigt werden.

Ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe, dessen Spannweite, gegebenen Gebäudeaxen entsprechend, 6^m betragen muß, hat von der festen Baufohle ab nach außen frei stehende Widerlager, deren Höhe mit der Oberkante des Fußbodens über dem Gewölbe in wagrechter Ebene abgegrenzt ist. Ueber dem Gewölbe ist ein leichter Schuppen vorhanden, welcher nur in den Binderfüßen das Widerlager belastet. Auf dem Gewölbe lagert durchgängig und gleichförmig vertheilt als Brennstoff zu verwendende Coke

142.
Widerlags-
stärke.

143.
Beispiel.

in einer Schütthöhe von 1,50 m. Das Gewölbe ist in den Zwickeln ausgemauert, sonst mit Sandfüllung und Fußbodenpflaster versehen, so daß die Oberfläche des letzteren 0,20 m über dem höchsten Rückpunkte des Gewölbes liegt.

Für die Ausführung des Gewölbes und der Widerlager ist Backsteinmaterial bestimmt.

Da das Eigengewicht der Coke gleich 0,42 und jenes des Backsteinmauerwerkes gleich 1,6 ist, so beträgt das Gewicht der gefüllten Coke 420 kg für 1 cbm, dasjenige des Backsteinmauerwerkes 1600 kg für 1 cbm.

Um für die Stärke, welche dem Gewölbe gegeben werden muß, einen Anhalt zu gewinnen, sind die Gleichungen 160 u. 145 zu benutzen, nachdem die Gewölbebelastung durch das gleich große Gewicht von Backsteinmauerwerk ersetzt gedacht ist. Da für die Ausmauerung der Gewölbzwickel, für die Bettung des Fußbodenpflasters und für das letztere selbst das Eigengewicht nahezu gleich demjenigen des Backsteinmauerwerkes angenommen werden kann, so ergibt sich für diese Theile zunächst eine Belastungshöhe von 0,20 m über dem Gewölbrücken im Scheitelloth und hierdurch eine erste wagrechte Belastungslinie.

Die Cokefüllung ist in 1,5 m Höhe wagrecht abgeglichen, und es kann bei der vorläufigen Rechnung von den Seitenböschungen dieser Schüttung abgesehen, also die Schütthöhe für den ganzen Querschnitt des Gewölbes beibehalten werden. Der Abstand x der zugehörigen Belastungslinie, entsprechend dem Backsteinmaterial, von der fest gelegten ersten Belastungslinie ergibt sich offenbar durch den Ausdruck

$$1 \cdot 1 \cdot 1,5 \cdot 420 = 1 \cdot 1 \cdot x \cdot 1600$$

als

$$x = \frac{1,5 \cdot 420}{1600} = 0,394 \text{ m,}$$

wofür $x = 0,4$ m gesetzt werden soll. Somit entsteht eine gefamnte Belastungshöhe

$$h = 0,2 + 0,4 = 0,6 \text{ m}$$

und demnach weiter, wenn die Gewölbfstärke $d = d_1$ vorläufig zu 0,38 m gewählt, wenn ferner die wagrechte Aufmauerung des Widerlagers bis zum Bruchwinkel α von 60 Grad ausgeführt wird, beim Halbmesser $r = 3$ m, sofort nach Gleichung 160

$$H = \frac{\frac{3}{4}}{6 \left(0,38 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \right)} \left\{ 9 \left[3 \left(0,38 + 0,6 \right) + 3 \cdot \frac{1}{4} \right] - 3 \left(0,38 + 0,6 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0,38^2 \right) \right\} = 1,97$$

und folglich nach Gleichung 145

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 1,97) 1,97} = \frac{18,727}{50} = 0,3745 \text{ m.}$$

Hiernach ist d zu 0,38 m fest zu setzen.

Für die Berechnung der Stärke d_1 der Widerlagsfuge ergibt sich vorweg nach Gleichung 161

$$G = 3 \cdot 0,866 \left[0,38 + 0,6 + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(0,38 + 0,6 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \right) \frac{0,38}{3} \right] = 4,88,$$

so dann nach Gleichung 153

$$N = 1,97 \cdot 0,5 + 4,88 \cdot 0,866 = 5,2$$

und endlich nach Gleichung 150

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 5,2) 5,2} = \frac{52,7}{150} = 0,35 \text{ m,}$$

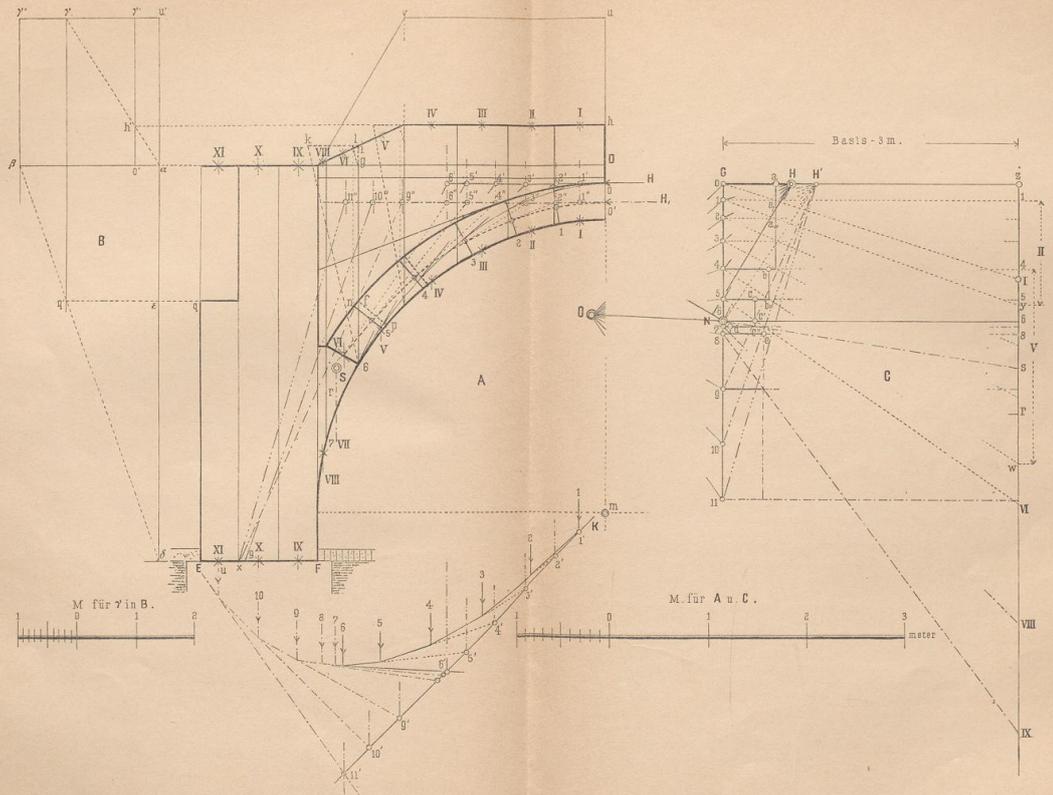
also kleiner als d , so daß $d_1 = d$ angenommen und das Gewölbe in gleicher Stärke ausgeführt werden kann.

Die Stärke des Gewölbe-Widerlagers soll einstweilen noch unbestimmt bleiben.

Nach diesen vorläufigen Ermittlungen ist auf der neben stehenden Tafel im Plane A das Gewölbe sammt seiner Belastung unter der Annahme aufgetragen, daß die Gewölbtiefe senkrecht zur Bildfläche gleich der Längeneinheit sei und daß auf der Widerlagsmauer für diese Tiefe keine weitere Last der Construction des über dem Gewölbe befindlichen Schuppens ruhe.

Die Verwandlung der Cokefüllung in Backsteinmauerung ist unter Berücksichtigung der Böschung dieser Schüttung im Plane B durch Zeichnung vorgenommen.

Ist allgemein γ das Eigengewicht des Wölbmaterials W , γ_1 das Eigengewicht des Belastungsmaterials S , so besitzt ein Körper des Materials S , dessen Grundfläche 1 qm, dessen Höhe h Met. beträgt, ein Gewicht $G_1 = 1 \cdot h \cdot \gamma_1 \cdot 1000$ kg und ein Körper des Materials W bei einer Grundfläche von 1 qm und einer Höhe x Met. ein Gewicht $G = 1 \cdot x \cdot \gamma \cdot 1000$ kg.



Stabilitäts-Untersuchung eines symmetrischen Tonnengewölbes und seines Widerlagers.

Soll nun G gleich G_1 werden, so folgt

d. h.

$$x\gamma = h\gamma_1,$$

$$\frac{x}{h} = \frac{\gamma_1}{\gamma},$$

wonach x als die fog. reducirte oder ersetzte Belastungshöhe leicht zu construiren ist.

Nimmt man im Plane B die Länge $u_1\gamma$ nach einem beliebigen Mafsstabe gleich der Mafszahl γ , hier gleich 1,6, und eben so $u_1\gamma_1$ nach demselben Mafsstabe gleich der Mafszahl γ_1 , hier gleich 0,42, so wird, sobald auf dem aus der Zeichnung ersichtlichen Wege $u_1\alpha$ gleich der Schütthöhe Du des Planes A abgetragen und die gerade Linie $\alpha\gamma$ gezogen ist, in der Länge o_1h_1 der durch γ_1 zu $u_1\alpha$ geführten Parallelen γ_1o_1 die reducirte Belastungshöhe erhalten; denn es ist

$$\frac{o_1h_1}{u_1\alpha} = \frac{\gamma_1}{\gamma}.$$

Diese reducirte Belastungshöhe ist, da uv wagrecht liegt, bis zu einer durch v im Plane A geführten Lothrechten beizubehalten, während von hier ab bis zur inneren Kante des Widerlagers die Belastungslinie zufolge der Böschung der Cokeschüttung geneigt in gerader Linie abfällt. Ist die obere Begrenzungslinie der gegebenen Belastung von irgend welcher Gestalt, welche verschiedene Höhen bedingt, die nach und nach zu reduciren sind, so bleibt für jede einzelne Höhe das angegebene Verfahren dasselbe. Die Verbindung der Endpunkte der reducirten Höhen liefert die gefuchte Belastungslinie.

Die Fläche des Gewölbquerchnittes nebst der reducirten Belastungsfläche, wobei die Zwickelmauerung und der Fußbodenbelag mit Bettung einer weiteren Reduction, wie vorhin angegeben, nicht bedurften, ist vermöge der vom Scheitellothe aus symmetrisch auftretenden Form und Belastung des Gewölbes nur zur Hälfte dargestellt. Durch lothrechte Theillinien ist dieselbe in Einzelstreifen oder Lamellen zerlegt, wobei eine Theillinie mit der durch v ziehenden Lothrechten zusammenfallend angenommen ist. Links von derselben sind noch 3 Lamellen von verschiedener Breite eingefügt, von denen die eine mittlere durch Lothrechte begrenzt wird, welche durch die Grenzpunkte der Widerlagsfuge geführt sind, eine Anordnung, welche in den meisten Fällen für diese Fuge zweckmäßig ist. Rechts von der durch v laufenden Theillinie sind bis zum Scheitellothe hm noch beliebig viele Lamellen, hier vier derselben, von gleicher Breite genommen.

Die von den Theillinien begrenzten Theilstreifen können in ihren Flächen, da im Allgemeinen verhältnismäßig schmale Stücke in der Zeichnung auftreten, für die praktische Untersuchung mit genügender Genauigkeit als Rechtecksflächen behandelt werden. Vielfach, und namentlich bei flachen Bogen, können auch die Strecken dieser Theillinien, welche innerhalb der Gewölbfläche liegen und hier von der inneren Wölklinie und der Rückenlinie abgeschnitten erscheinen, schon als Fugenlinien in so fern gelten, als in denselben die der Mittellinie des Druckes zukommenden Punkte in der Gewölbfläche aufgefucht werden. Bei den im Hochbauwesen auftretenden Tonnengewölben jedoch oder auch bei den Flachbogensgewölben selbst, welche ab und an nur eine geringe oder fast gar keine Ueberlast aufzunehmen haben, ist diese Behandlung der Abschnitte der Theillinien als Stücke, in welchen die Punkte der zu zeichnenden Mittellinie des Druckes aufgefucht werden, weniger angezeigt. Eben so ist es in den erwähnten Fällen auch nicht ganz rathsam, die Fugen, in welchen die Punkte der Drucklinie ermittelt werden sollen, geradezu von den Schnittpunkten der Theillinien mit der Rückenlinie, z. B. als Fuge fp , auslaufen zu lassen, zumal mit Leichtigkeit in jedem Falle eine Gewölbefuge ermittelt werden kann, welche von der auf ihr ruhenden Belastung in möglichst richtiger Weise getroffen und in welcher dann ebenfalls in möglichst zutreffendem Grade der zugehörige Punkt der Mittellinie des Druckes zu bestimmen ist.

Sollte z. B. (Fig. 306) eine Fuge kl für eine beliebige Theillinie fe so gefunden werden, daß die Gewölbfläche mit der Belastungsfläche von der Größe $bafe$ das auf diese Fuge kl kommende Gewicht möglichst genau wiedergiebt, so kann die folgende Ueberlegung Platz greifen. Es sei kl die richtige Fuge. Alsdann ruht auf derselben ein Gewicht entsprechend der Fläche $apklb$. Diese Fläche müßte der bei der Bestimmung der Mittellinie des Druckes in Rechnung oder hier im Sinne der graphischen Statik in Behandlung genommenen Fläche $bafce$ gleich sein. Damit dies der Fall ist, müßte die Fläche leq gleich Fläche $qfph$ sein. Dann würde auch Fläche leq + Fläche $eqkn$ = Fläche $qfph$ + Fläche $eqkn$ sein müssen, oder was dasselbe ist, das als rechtwinkelige Dreiecksfläche anzusehende Stück lnk würde gleich sein müssen dem als schmalen Parallelogramm zu behandelnden Streifen $efpn$, welcher auch genügend genau als Rechtecksfläche von der Breite fi gelten darf. Danach ist

$$\frac{nl \cdot kl}{2} = ef \cdot fi;$$

mithin auch

$$\frac{nl}{ef} = \frac{fi}{\frac{1}{2}kl}$$

Hierin ist kl die normale Dicke des Gewölbes in l , aber streng genommen, wie auch nl noch unbekannt. Zieht man jedoch durch den Schnittpunkt e der Theillinie ef mit der Rückenlinie des Gewölbes eine Hilfsfuge cd , so ist ohne nennenswerthe Abweichung auch $cd = kl$ und $ed = nl$ zu nehmen, so dass nun weiter

$$\frac{ed}{ef} = \frac{fi}{\frac{1}{2}cd}$$

wird. Nach diesem Ausdrucke lässt sich fi und dann die Lage der Fuge kl , welche der Theillinie ef zugehört, einfach durch Zeichnung ermitteln. Zieht man durch den gemeinschaftlichen Punkt f der Theil-

Fig. 306.

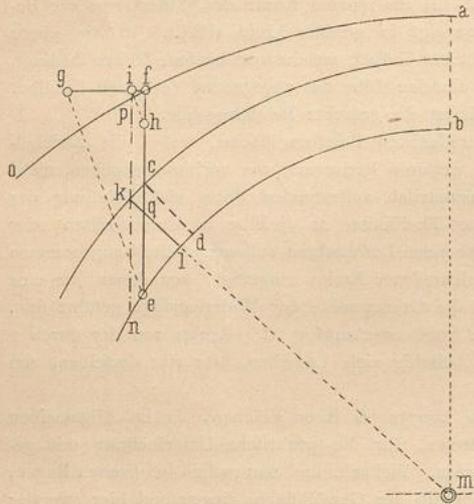
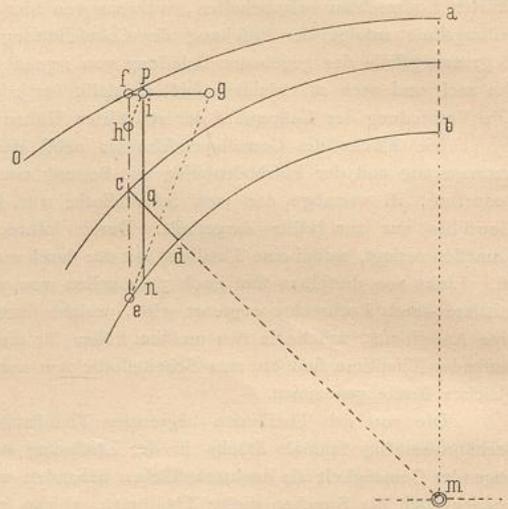


Fig. 307.



linie ef und der Belastungslinie die Gerade fg von der Länge gleich ed , trägt man auf der Theillinie ef die Strecke $fh = \frac{1}{2}cd$ ab, zieht man eg und hierzu durch h die Parallele hi , so wird fi die gefuchte Breite des vorhin erwähnten Streifens $efpn$. Zieht man zuletzt durch i die Parallele in zu ef , so trifft dieselbe den Gewölbrücken im Punkte k , durch welchen die gefuchte Fuge kl normal zur inneren Wölblinie zu führen ist.

Ist umgekehrt eine Fuge cd (Fig. 307) gegeben, so wird auf Grund der gegebenen Ausführungen zunächst durch den Punkt c eine lothrechte Hilfstheillinie ef gelegt, $fg = ed$ und $fh = \frac{1}{2}cd$ abgetragen, nunmehr eg und die hierzu parallele Linie hi gezogen, um zuletzt in der durch i geführten Lothrechten pn die gefuchte Theillinie zu erhalten. Nach diesen Angaben sind auf der umstehenden Tafel im Plane A die Fugen 1 bis 5 des Gewölbes eingetragen.

Zur graphischen Ermittelung der Flächenwerthe der einzelnen im Allgemeinen als Paralleltreapez erscheinen Theilstreifen sind die mittleren Höhen II , III u. f. f. derselben bestimmt, und hierauf ist die Verwandlung der Theilflächen in Rechtecksflächen mit einer beliebigen Basis oz , hier zu 3^m gewählt, im Plane C vorgenommen.

Diese Verwandlung oder die sog. Reduction der Theilstreifen auf eine bestimmte Basis hat den Zweck, die durch Linien darzustellenden Flächen-, bezw. Gewichtswerthe der Lamellen in einer für die weitere zeichnerische Behandlung geeigneten Länge zu erhalten.

So ist im Plane C auf der lothrechten z -Linie die Strecke zI gleich der mittleren Höhe II des ersten Theilstreifens, dessen Gewicht für die Gewölbefuge 1 in Betracht kommt, abgesetzt; auf der wagrechten Linie oz ist die Länge oa gleich der Breite dieses ersten Theilstreifens abgeschnitten, durch a

die Parallele zu zI gelegt und hierauf die Linie oI gezogen, welche auf der Linie a die Strecke aa_1 als reducirte Höhe des ersten Theilstreifens abschneidet.

Die durch a_1 parallel zu oz gezogene Linie liefert auf der Gewichtslinie G die Strecke oI , welche nach dem für die Zeichnung der Pläne A und C benutzten Maßstabe zu messen und mit der Basiszahl, hier 3 m , zu multipliciren ist, um sofort den Flächeninhalt des ersten Theilstreifens in Quadr.-Met., oder auch, da die Gewölbteufe zu 1 m angenommen war, den körperlichen Inhalt dieses Theilstreifens in Cub.-Met. zu liefern.

Denn mit Bezugnahme auf die Zeichnung ist

$$\frac{aa_1}{oa} = \frac{zI}{oz},$$

d. h.

$$aa_1 \cdot oz = oa \cdot zI$$

oder

$$aa_1 \cdot 3\text{ qm} = oa \cdot zI \text{ Quadr.-Met.}$$

gleich der Fläche des ersten Streifens.

Die Zeichnung liefert $aa_1 = oI$ zu $0,17\text{ m}$; daher besitzt der erste Theilstreifen einen Flächeninhalt von $0,17 \cdot 3 = 0,51\text{ qm}$ und bei der Tiefe von 1 m auch $0,51\text{ cbm}$.

Da 1 cbm Backsteinmauerwerk 1600 kg wiegt und alle Abmessungen für die in Rechnung zu bringenden Gewölbe- und Belastungsflächen auf Backsteinmauerwerk zurückgeführt sind, so würde der Körper des ersten Theilstreifens ein Gewicht von $0,51 \cdot 1600 = 861\text{ kg}$ besitzen.

In gleicher Weise ist auch die zweite Lamelle auf die gewählte Basis reducirt; die mittlere Höhe III ist auf der z -Linie nun von I bis $y = II$ abgetragen, der Reductionsstrahl von der G -Linie aus als xy geführt, und da die Breite der zweiten Lamelle ebenfalls $= oa = Ia_1$ ist, die reducirte Höhe $a_1a_2 = I2$ sofort abgeschnitten. Bei der fünften Lamelle ist eine Aenderung der Breite zu bemerken. Für diesen Streifen ist die mittlere Höhe VV von 4 bis w auf der z -Linie abgetragen, die Breite $4b$ auf der wagrechten Linie 44 abgeschnitten und vermittels des Reductionsstrahles $4w$ die reducirte Höhe $bb_1 = 45$ bestimmt.

Für die eigentliche Gewölbfläche kommen im Ganzen sechs Theilstreifen in Frage. Die Summe aller zugehörigen reducirten Höhen ist gleich der Strecke ob im Plane C . Die Strecke ob mißt $1,4\text{ m}$; mithin wird $1,4 \cdot 3 = 4,2\text{ qm}$ als gesammter Flächeninhalt der Gewölbfläche mit Belastung gefunden.

Bei der vorläufigen Berechnung von G , welche Größe an die Stelle des gesammten Flächeninhaltes zu treten hatte, wurde hierfür ohne Rücksicht auf die Seitenböschung der Schüttung $4,88\text{ qm}$ ermittelt.

Nach dem Festlegen der einzelnen Theilstreifen, welche in den zugehörigen Schwerpunkten derselben angreifen, ist weiter eine Mittellinie des Druckes für das Gewölbe construiert, welche vorweg dem möglichst kleinsten Gewölbschub entspricht. Hierbei ist das folgende Verfahren beobachtet.

Bei der an und für sich geringen Breite der Lamellen kann die trapezartige Fläche derselben ohne wesentlichen Fehler als Rechteck angesehen werden, so daß der Schwerpunkt dieser Flächen in der Mittellinie derselben liegt.

Zeichnet man nun für die in II , III u. f. f. wirkenden Gewichte, bezw. für die Linienstrecken, welche dieselben als oI , $I2$ u. f. f. im Plane C darstellen, unterhalb des Planes A ein Hilfs-Seilpolygon mit Benutzung des an sich willkürlich außerhalb der G -Linie gewählten Poles O , so erhält man auf dem äußersten Seilstrahle K in z' einen Punkt, durch welchen das resultirende Gewicht aus I und 2 , in z'' einen Punkt, durch welchen das resultirende Gewicht aus I , 2 und 3 u. f. f., im Punkte $6'$ einen Punkt, durch welchen das resultirende Gewicht aller Einzelgewichte von I bis 6 in lothrechter Richtung wirken muß.

Für den möglichst kleinsten Gewölbschub H , welcher im vorliegenden Falle wagrecht gerichtet ist, weil das Gewölbe in Bezug auf das Scheitelloth symmetrisch geformt und symmetrisch belastet ist, und welcher bei näherer Untersuchung eine mögliche Mittellinie des Druckes liefert, ist der höchste Punkt o der gedachten Scheitelfuge als Angriffspunkt genommen, während gleichzeitig als Durchgangspunkt der aus dem Schube H und dem Gesamtgewichte G entstehenden resultirenden Pressung der tiefste Punkt der Widerlagsfuge 6 angenommen ist. Um die Größe von H unter diesen Annahmen zu ermitteln, ist durch o die wagrechte, durch 6_1 der Linie K die lothrechte Linie geführt, welche sich auf der ersteren im entsprechenden Punkte $6'$ schneiden. Zieht man im Plane A , von der Vorderkante 6 der Widerlagsfuge aus, den Strahl $66'$, so ist hiermit die Lage der Mittelkraft aus H und G bestimmt.

Führt man hierauf im Plane C durch den Punkt 6 der Linie G die Parallele zu jenem Strahle $66'$, so ergibt sich im Abschnitte Ho auf der durch o geführten Wagrechten oz der gesuchte Gewölbschub H . Nach dem Maßstabe bestimmt, ist die Strecke $Ho = 0,67\text{ m}$, folglich Ho selbst gleich $0,67$ -mal Basiszahl, also $Ho = 0,67 \cdot 3 = 2,01\text{ qm}$, bezw. $2,01\text{ cbm}$.

Setzt man nunmehr H nach und nach mit den auf die einzelnen Fugen des Gewölbes gelangenden

Gewichten zusammen, so erhält man für die Fuge 1 ein Gewicht $1 =$ Strecke $o1$ im Plane C . Der Punkt $1'$ auf der Linie Ho im Plane A entspricht der Richtungslinie des Gewichtes $o1$. Zieht man im Plane C den Strahl $H1$ und hierzu durch den Punkt 1 im Gewölbplane die Parallele, bis die Fuge 1 getroffen wird, so ist dieser Punkt ein Punkt der Mittellinie des Druckes.

Bis zur Fuge 2 kommen die Gewichtsstrecken $o1 + 12$ in Betracht; das aus beiden resultierende Gewicht wirkt in der Lothrechten $2'2'$; mithin geht die resultierende Preßung, welche im Plane C durch den Strahl $H2$ ausgedrückt wird, durch den Punkt $2'$ der Linie Ho im Plane A . Zieht man also durch diesen Punkt $2'$ die Parallele zu dem bezeichneten Strahle $H2$, bis dieselbe die Fuge 2 trifft, so ist ein zweiter Punkt der Mittellinie des Druckes gefunden. Das hiermit angegebene Verfahren wird in gleicher Weise für alle Fugen beobachtet. Die für Ho erhaltene Mittellinie des Druckes ob verbleibt der Zeichnung zu Folge ganz in der Gewölbfläche, so das Gleichgewicht gegen Drehung vorhanden ist.

Da die auf die einzelnen Fugen kommenden Preßungen mit den Senkrechten zu den Fugen, je für sich betrachtet, Winkel einschließen, welche weit kleiner bleiben, als der Reibungswinkel des Materials, welcher im Allgemeinen zu 35 Grad, bezw. in besonderen Fällen bei frischem Mörtel zu 27 Grad angenommen werden kann, so ist auch Gleichgewicht gegen Gleiten vorhanden. Die letztere Unterfuchung ist in der Zeichnung nicht besonders mitgetheilt, auch für die Ausführung hier weniger von Bedeutung, weil die Gefahr, das ein Gewölbe in Folge des Gleitens der Wölbsteine nicht standfähig ist, selten vorhanden ist, außerdem aber auch leicht durch entsprechende Anordnung des Fugenschnittes, z. B. senkrecht zur Mittellinie des Druckes, beseitigt werden könnte.

Das untersuchte Gewölbe wird also als stabil gelten, vorausgesetzt, das für den nun auf graphischem Wege gefundenen Gewölbschub $Ho = 2,01$ die früher durch vorläufige Rechnung für den Gewölbschub $H = 1,97$ erhaltene Gewölbstärke von $0,38$ m auch zutreffend ist.

Nach Gleichung 145 würde nunmehr

$$d = \frac{1}{50} \sqrt{(180 - 2,01) 2,01} = 0,378 \text{ m}$$

oder abgerundet $d = 0,38$ m werden, also mit dem angenommenen Werthe in Uebereinstimmung bleiben. Um den Normaldruck N für die Widerlagsfuge b zu erhalten, ist im Plane C durch den Punkt b nur die Parallele bN zu dieser Widerlagsfuge zu ziehen und das Loth HN von H auf bN zu fallen. Als dann ist $N = HN$ -mal Basiszahl.

In der Zeichnung ist $HN = 1,56$ m; mithin wird $N = 1,56 \cdot 3 = 4,68$ qm, bezw. $4,68$ cbm. Da früher unter Vernachlässigung der Böschung der Cokeschüttung N zu $5,2$ qm, also größer gefunden wurde und für diesen Werth die Stärke d_1 schon unter $0,38$ m blieb, so ist auch nach der neuen Unterfuchung d_1 zu $0,38$ m, also gleich d beizubehalten.

Da für Backsteingewölbe die Gewölbstärke im Scheitel nach Steinlängen bestimmt wird, so empfiehlt es sich, nach Gleichung 145, bezw. Gleichung 150 für die verschiedenen derartigen Stärken d die Grenzwerte von H und N zu berechnen. In der folgenden Tabelle sind die zugehörigen Werthe von H und N für d von $1/2$ bis $2 1/2$ Steinfärke zusammengestellt.

d	$1/2$ Stein = 0,12 m	1 Stein = 0,25 m	$1 1/2$ Stein = 0,38 m	2 Stein = 0,51 m	$2 1/2$ Stein = 0,64 m	
H	0,2	0,37	2,03	3,69	5,88	Quadr.-Met.
N	0,6	2,61	6,09	11,07	17,64	

Aus dieser Tabelle ergibt sich für das untersuchte Gewölbe, welches einem Gewölbschube von $2,01$ qm ausgesetzt ist, das im Falle einer größeren Belastung für das Gewölbe, wie solche durch die Cokeschüttung gegeben war, der für $0,38$ m Stärke eintretende Grenzwert $2,03$ für H überschritten würde und das dann die Gewölbstärke im Scheitel schon zu 2 Steinlängen genommen werden müßte.

Da ein Gewölbe unbedingt stabil ist, wenn für dasselbe eine Mittellinie des Druckes möglich ist oder eintreten kann, welche die Mittelpunkte aller Fugen trifft, so ist im Plane A noch zur weiteren Prüfung des Gewölbes eine Mittellinie des Druckes gezeichnet, wobei der Mittelpunkt o_1 der gedachten Scheitelfuge und der Mittelpunkt VI der Widerlagsfuge als Endpunkte dieser neuen Mittellinie des Druckes angenommen sind.

Auf der wagrechten Linie $H_1 o_1$ sind alsdann die den Punkten $1' 2'$ u. f. f. der Linie $H o$, bezw. der Linie K entsprechenden Punkte $1''$, $2''$ u. f. f. bis $6''$ fest gelegt. Der Gewölbschub $H' o$, welcher für die Mittellinie des Druckes $o_1 VI$ maßgebend wird, ist bestimmt, sobald im Plane A der Strahl $6'' VI$ und hierzu parallel im Plane C der Strahl $6 H_1$ gezogen wird. Derselbe beträgt $0,95 \cdot 3 = 2,85 \text{ qm}$, ist also um das $\frac{2,85}{2,01}$ -fache oder etwa 1,4-fache größer, als der Gewölbschub $H o$.

Die Construction der Mittellinie des Druckes erfolgt in gleicher Weise, wie früher, nur daß jetzt die durch $1''$ geführte Pressungslinie der Fuge 1 parallel mit $H_1 1$, die durch $2''$ geführte Pressungslinie der Fuge 2 parallel mit $H_1 2$ läuft u. f. f.

Die hiernach gezeichnete Mittellinie des Druckes geht nahezu durch die Fugenmitten, so daß nunmehr die Prüfung der Stabilität des Gewölbes abgeschlossen werden kann.

Zur Auffindung der Stärke des Widerlagers ist vorweg angenommen, daß die Grundfläche desselben in der Ebene EF als fest gilt und daß der Endpunkt x einer im Widerlager von einem Gewölbschube $H_1 o$ abhängigen Mittellinie des Druckes die Widerlagerfuge in einem Abstände $Ex = \frac{1}{3} EF$ von der äußersten durch E gehenden Drehkante trifft. Selbstredend ist die Tiefe des Widerlagers wie beim Gewölbe gleich der Längeneinheit. Die Höhe desselben ist durch die mit D zusammenfallende wagrechte Ebene gegeben.

Bei Ausführung des bis zur Bruchfuge wagrecht vorgemauerten Kämpferstückes ist dieses nebst dem darüber liegenden schmalen Streifen mit zum Widerlager zu rechnen. Ueber 67 im Plane A liegt eine als Dreiecksfläche aufzufassende Theilfläche, deren Schwerpunkt S leicht zu bestimmen, deren Grundlinie gleich r und deren Höhe gleich der Breite des Streifens VI ist, welche im Plane C als $6 c_1$ eingetragen war. Der Flächeninhalt dieses Dreieckes ist also $\frac{1}{2} r \cdot 6 c_1$. Da diese Fläche auf die gewählte Basis zu reduciren ist, d. h. in ein Rechteck verwandelt werden muß mit der bestimmten Basis oz und einer noch unbekanntem Höhe η , so muß $\eta \cdot oz = \frac{1}{2} r \cdot 6 c_1$ oder

$$\frac{\eta}{\frac{1}{2} r} = \frac{6 c_1}{oz}$$

fein. Trägt man daher die Länge r als Strecke $6r$ auf der z -Linie ab, halbirt dieselbe in s , zieht den Reductionsstrahl $6s$, so wird auf der durch c_1 geführten Lothrechten die Strecke $c_1 c_1$ abgeschnitten und $67 = c_1 c_1$, ergibt das Gewicht der Dreiecks-Lamelle VII . Endlich ist auch noch die Strecke 78 als Gewicht der schmalen Lamelle $VIII$ in der genügend angegebenen Weise bestimmt. Seitlich von der durch F geführten Lothrechten beginnt der Widerlagskörper. Zunächst ist eine Lamelle IX von beliebiger, aber nicht übertriebener Breite angenommen und das Gewicht im Plane C als Strecke 89 ermittelt. Setzt man nun die Zeichnung des Hilfs-Seilpolygons für die Gewichte 7 , 8 und 9 fort, so wird auf der Linie K der Punkt q' erhalten. Durch q' zieht die Lothrechte, welche der Lage des resultirenden Gewichtes aller Einzelgewichte von o bis 9 der Gewichtslinie G entspricht. Der Schnittpunkt q'' auf der Linie $H_1 o_1$ ist Angriffspunkt der resultirenden Pressung. Zieht man im Plane C den Strahl $H_1 q$, so erhält man dieselbe in diesem Strahle. Führt man im Plane A die Gerade $q'' q$ parallel zu $H_1 q$, so fällt der Punkt q der Richtung jener Pressung über die Grenzlinie der Lamelle hinaus; folglich würde bei der ersten Lamelle noch kein Gleichgewicht gegen Drehen auf der Ebene EF vorhanden sein. Fügt man deshalb noch eine zweite Lamelle X , deren Breite hier gleich der Lamellenbreite von IX genommen ist, dem Widerlager hinzu und verfährt in der angegebenen Weise, so trifft die durch $10''$ parallel zu $H' 10$ resultirende Pressung die Fuge EF nahezu an der Grenzlinie der Lamelle X , so daß nunmehr beim Gewölbschub $H_1 o$ eben Gleichgewicht gegen Drehung eintreten würde.

Fügt man endlich noch eine oder mehrere Theilstreifen hinzu und stellt dem gegebenen Verfahren gemäß die Schnittpunkte x auf der Fuge EF der zugehörigen resultirenden Pressungen fest, so gelangt man schließlich dahin, die Lage des Punktes x so zu erhalten, daß $Ex = \frac{1}{3} EF$ wird.

In der Zeichnung trat dieser Fall ein, nachdem noch die dritte Lamelle XI hinzugefügt war, so daß EF die gefuchte Widerlagsstärke ist. Dieselbe beträgt $1,2 \text{ m}$, also bei der Spannweite des Gewölbes von 6 m genau $\frac{1}{5}$ dieser Weite.

Sollte die Außenseite des Widerlagers in der Stärke von durchschnittlich $0,4 \text{ m}$, entsprechend der

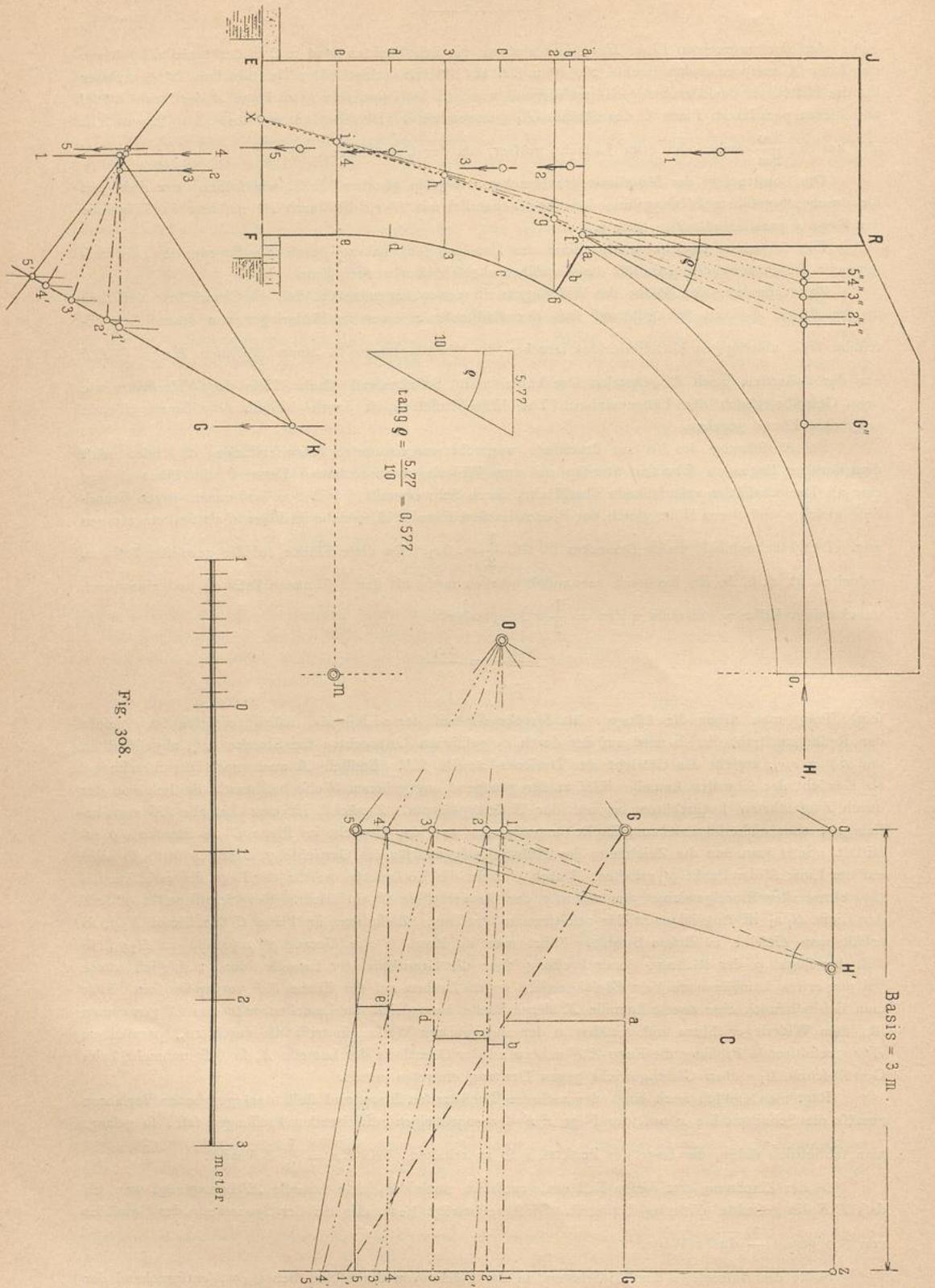


Fig. 308.

Breite des letzten Theilstreifens, aus Sandsteinquadern vom Eigengewichte $\gamma'' = 2,4$ ausgeführt werden, so würde, wenn weder die Größe des Gesamtgewichtes o bis II , noch die Lage des Punktes x verändert werden dürfte, die Höhe Eg dieser Quaderbekleidung mit Hilfe des Planes B sich einfach bestimmen lassen. Hierin ist $\delta\alpha$ die Höhe des vollständig aus Backsteinmauerwerk hergestellten Widerlagers. Trägt man auf der wagrechten Linie $\alpha\beta$ die Strecke $\alpha\beta = 2,4$ ab, zieht man hierauf $\delta\beta$, so schneidet dieser Strahl die lothrechte Linie γ im Punkte q_1 ; die durch q_1 parallel zu $\alpha\beta$ geführte Linie giebt auf der Lothrechten $\delta\alpha'$ den Schnittpunkt ε , und man erhält alsdann in $\delta\varepsilon$ die gefuchte Höhe Eg der Quaderverkleidung. Das Gewicht dieses Quaderstückes ist gleich dem Gewichte des aus Backsteinmauerwerk bestehend gedachten Theilstreifens XI ; denn es ist bei gleicher Grundfläche der beiden Körper

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta\alpha} = \frac{\gamma}{\gamma''}, \text{ also } \delta\alpha\gamma = \delta\varepsilon\gamma'',$$

wie es sein soll. Oberhalb q entstände ein Sockelabfatz von der Breite der Lamelle XI und danach könnte das Backsteinmauerwerk wieder beginnen.

Das Mauerwerk des Widerlagers wird jedoch in den meisten Fällen in wagrechten Schichten ausgeführt, und es entsteht dann die Frage, wie sich bei folcher Anordnung die Mittellinie des Druckes im Widerlagskörper gestaltet.

In Fig. 308 ist für das bereits seiner Stärke nach ermittelte, aus Backsteinmauerwerk bestehende Widerlager die Mittellinie des Druckes $fg hix$ für wagrechte Schichten eingezeichnet. Auf der wagrechten Fuge aa ruht der Körper $aaR\mathcal{F}$. Sein Gewicht r wirkt in der Schwerlinie r . Ferner kommt für diese Fuge das Gewicht G der Gewölbhälfte mit seiner Belastung und der Gewölbschub H_1o in Betracht, welche sofort von der Tafel bei S. 198 entnommen sind, so dass, unter Beibehaltung derselben Verwandlungsbasis $oz = 3^m$, nun auch oG der Strecke ob , H_1o der Strecke H_1o entsprechend wieder benutzt sind. Die Gewichtsstrecke G_I des bezeichneten Theilstückes ist im Plane C in bekannter Weise ermittelt. Nach der Zeichnung des Hilfs-Seilpolygons mit Benutzung des beliebigen Poles O ergibt sich auf dem Strahle K der Punkt r' , durch welchen die Mittelkraft aus oG und G_I zieht. Die Zusammensetzung derselben mit dem durch den Mittelpunkt o_1 der gedachten Scheitelfuge gerichteten wagrechten Gewölbschube H_1o erfolgt im Punkte r'' . Der Strahl $r''f$ parallel zu H_1r des Planes C geführt, giebt in f einen Punkt der Mittellinie des Druckes im Widerlager.

Ueber der Fuge ab gefellt sich dem Gewichte von $aaR\mathcal{F}$ noch das Gewicht des Theilstreifens $abaa$ mit der mittleren Breite bb hinzu. Der Schwerpunkt desselben ist leicht zu bestimmen. Im Plane C ist für die Reduction dieser Breite gemäß $ib = bb$ genommen, r_2' auf der Linie z gleich der Höhe za des Streifens abgetragen und durch den Reductionsstrahl r_2' die Gewichtsstrecke $bc = r_2$ erhalten. Im Seilpolygon ist die weitere Zusammensetzung der Gewichte oG, G_I und r_2 zu einer durch z' der Linie K gehenden Mittelkraft bewirkt und diese in z'' mit dem Gewölbschube H_1o vereinigt. Die dann sich ergebende resultirende Pressung ist für die Fuge ab gleich und parallel H_1z des Planes C . Zieht man $z''g$ dem entsprechend parallel H_1z , so erhält man in g einen Punkt der Mittellinie des Druckes für die Fuge ab .

Nach diesem Verfahren ist, wie aus der Zeichnung ersichtlich wird, für jede weiter folgende Fuge der zugehörige Punkt der Mittellinie des Druckes, welche als Linienzug $fg hix$ auftritt, im Widerlager gefunden. Hier sei noch bemerkt, dass die Lage des Punktes x auf der Fuge EF der Grundfläche mit derjenigen auf der Tafel bei S. 198 übereinstimmen, dass ferner die Strecke G_5 wieder gleich der Strecke o_1r jener Figur gefunden werden muss, weil an der Gesamtheit des Querschnittes vom Gewölbe und vom Widerlager keine Aenderung eingetreten ist.

Die gefundene Mittellinie des Druckes verbleibt ganz innerhalb der Fläche des Widerlagers. Die resultirenden Pressungen für die einzelnen Fugen schliessen mit den ihnen zugehörigen Senkrechten einen Winkel ein, welcher, wie bei der Fuge aa für die am stärksten geneigte Pressungslinie $r''f$ gezeigt ist, kleiner bleibt, als der hier zu 30 Grad angenommene Reibungswinkel ρ , wofür $\text{tg } \rho = 0,577$ ist, so dass für das Widerlager sich Gleichgewicht gegen Drehung und gegen Gleiten ergibt.

In besonderen Fällen, wenn z. B. die als Gurtbogen auftretenden kürzeren Gewölbe aufer einer stetig oder unstetig vertheilten Belastung noch an bestimmten Stellen grössere Einzelgewichte als Belastung aufzunehmen haben, ist stets eine sorgfältige Prüfung der Stabilität dieser Gewölbe erforderlich und immer die Ermittlung der Mittellinie des Druckes für das Gewölbe nebst Widerlager angezeigt.

Eine derartige Untersuchung ist in Fig. 309 ausgeführt.

Das aus Backstein auszuführende Gewölbe ist 4 m weit gespannt und trägt außer der durch CF begrenzten Ueberlast noch in der Scheitel eine Einzellaft von $Q = 2,4$ Tonnen, rechts und links von dem Scheitellothe noch je eine Last $P = 4,8$ Tonnen, so dass dieses Gewölbe symmetrisch geformt und symmetrisch belastet ist. Die Gewölbstärke sei zu 2 Steinflärten $= 0,51$ m angenommen. Die Unterfuchung ist wieder unter der Annahme einer Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit geführt. Da die Einzellaften durch das gleiche Gewicht einer Steinfäule von quadratischer Grundfläche, deren Seitenlänge beliebig genommen werden könnte, hier aber zu 1 m genommen werden soll und einer Höhe x ersetzt werden müssen, so erhält man, da 1 cbm Backsteinmauerwerk 1600 kg $= 1,6$ t wiegt, für die Last Q sofort

$$x \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,6 = 2,4, \text{ also } x = 1,5 \text{ m}$$

und für die Last P danach

$$x \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,6 = 4,8, \text{ d. h. } x = 3 \text{ m.}$$

Die Lage von Q und P darf nicht geändert werden, und aus diesem Grunde wird am zweckmäßigsten eine zugehörige Theillinie C , bezw. a durch den Angriffspunkt der Einzellaften gelegt und diesen Theillinien entsprechend auch die zugehörige Gewölbefuge, unter Beibehaltung der Belastungslinie CF der ursprünglichen, stetigen oder unstetigen, hier wagrecht abgegrenzten Belastung, wie früher angegeben, gezogen.

Von der in der gedachten Scheitelfuge Do wirkenden Einzellaft Q kann hier nur die Hälfte, also $\frac{1,5}{2} = 0,75$ m, oder, da die Grundfläche der gedachten Steinfäule 1 m als vordere Seitenlänge besitzen soll, $0,75$ qm, bezw. $0,75$ cbm in Betracht genommen werden, weil der symmetrischen Anordnung halber nur eine Gewölbhälfte zur Unterfuchung zu kommen braucht.

Sind diese Punkte fest gesetzt, so erfolgt das weitere Zerlegen der Gewölbe- und Belastungsfläche D_4EFC in beliebig viele, auch beliebig breite Theilstreifen nebst Angabe der ihren Theillinien zukommenden Gewölbefugen, gleichgiltig, ob diese Fugen mit jenen später bei der Ausführung des Gewölbekörpers zusammenfallen werden oder nicht, und hierauf, ganz wie im Vorhergehenden erörtert, auch die Reducirung ihrer Flächen auf eine gewählte Basis. Hierbei ist nur zu beachten, dass auch die Gewichte der Einzellaften in richtiger Reihenfolge vor der antretenden Lamelle eingefügt und gleichzeitig auf jene Basis reducirt werden. So ist das Gewicht $\frac{Q}{2}$ entsprechend $0,75$ qm als erster Bestandtheil in folgender Weise reducirt.

Auf der z -Linie des Planes B ist $zc = 0,75$ m, auf der Linie oz dagegen $od = 1$ m abgetragen. Der Reducirungsfrahl oc liefert die Gewichtsstrecke dd_1 gleich der Strecke o bis $\frac{Q}{2}$. Hierauf sind die Gewichtsstrecken für die Lamellen I und II von $\frac{Q}{2}$ bis 1 und von 1 bis 2 bestimmt, und sodann ist die Reducirung der Einzellaft $P = 3$ qm entsprechend bewirkt.

Statt hierbei eine Länge von 3 m und eine Breite von 1 m zu benutzen, ist, um das Auftragen einer großen Länge zu vermeiden, welche unter Umständen nicht mehr auf die Zeichenfläche gebracht werden könnte, eine Länge zt auf der z -Linie gleich $\frac{3}{n}$, hier $= \frac{3}{2} = 1,5$ m und auf der Linie zz eine Breite z bis $g = n \cdot 1$ Met., also hier, da $n = 2$ gewählt ist, gleich 2 m abgezeichnet. Der Reducirungsfrahl zt liefert nun ebenfalls die richtige Gewichtsstrecke $gg_1 = 2P$ für die Einzellaft P . Endlich sind noch die Theilstreifen III und IV reducirt, und es ist in o bis 4 im Plane B die gesammte Gewichtsstrecke fest gelegt.

Wie für die Tafel bei S. 198 beschrieben, ist nunmehr die Construction einer Mittellinie des Druckes $okln_4$ für den möglichst kleinsten, in o angreifend genommenen Gewölbschub Ho und ferner eine solche $o_1plq VI$ für einen Gewölbschub H_1o ausgeführt, wobei die Endpunkte dieser Mittellinie des Druckes die Halbirungspunkte der Scheitelfuge Do und der Widerlagsfuge $4E$ bilden. In der Fig. 309 treffen die von z' und S' nach der Fuge z laufenden Richtungen der Pressungen, abgesehen davon, dass auch die von o_1 ausgehende Mittellinie des Druckes durch diesen Punkt zieht, ganz nahe im Punkte l zusammen.

Dieses Zusammentreffen ist jedoch häufig nicht der Fall. Die Mittellinie des Druckes bleibt aber vermöge der Pressbarkeit des Materials stetig und würde etwa bei der Fuge z den im Plane A unterhalb der Fuge z angegebenen Verlauf uvw nehmen. Für die Unterfuchung des Widerlagers dieses Gewölbes möge auf die Tafel bei S. 198 u. Fig. 308 verwiesen werden.

Noch erübrigt die Prüfung der Gewölbstärke. Der Gewölbschub Ho wird nach der Zeichnung gefunden als $Ho = 0,9 \cdot 3 = 2,7$ qm, während der Normaldruck für die Widerlagsfuge $4E$

$$HN = 2,28 \cdot 3 = 6,84 \text{ qm}$$

wird. Nach der Tabelle auf S. 202 muß also das Gewölbe durchgängig 2 Stein stark genommen werden, da bei $1\frac{1}{2}$ Stein Stärke H nur 2,03 qm, N nur 6,09 qm ist. Da die Mittellinie des Druckes für H ganz in der Gewölbfläche verbleibt, auch in den Fugen der Reibungswinkel nicht überschritten wird, so ist das entworfene und unterfuchte Gewölbe stabil.

145.
Empirische
Regeln
für die
Widerlags-
stärke.

Damit für die Widerlagsstärke von vornherein ein ungefährender Werth Berücksichtigung finden kann, benutzt man wohl einige empirische Regeln, und zwar nimmt man bei Tonnengewölben, wobei die Oberkante der Widerlager in einer durch den höchsten Punkt des Gewölbrückens gelegten wagrechten Ebene begrenzt ist, die Stärke der Widerlager:

bei einer Halbkreisbogenlinie zu $\frac{1}{5}$ der Spannweite;

bei gedrückten Bogenlinien (Ellipsen, Korbbogen) mit bis $\frac{1}{4}$ Pfeilverhältniss zu $\frac{1}{4}$ der Spannweite;

bei gedrückten Bogenlinien mit weniger als $\frac{1}{4}$ Pfeilverhältniss zu $\frac{2}{7}$ der Spannweite, und

bei überhöhten Bogenlinien zu $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{7}$ der Spannweite.

Ist dabei aber die Höhe der Widerlager von ihrer Aufflandfläche bis zu der erwähnten Ebene größer als 2,5 m, so werden die angegebenen Abmessungen etwa $1\frac{1}{6}$ bis $1\frac{1}{8}$ -mal so stark genommen.

Die gegebenen Werthe sollen aber nur als Näherungswerthe angesehen werden; sie schliessen also die bezeichnete Stabilitätsuntersuchung des Widerlagskörpers nicht aus.

Bei der Prüfung der Stabilität des Widerlagers durch Rechnung ist im oben gedachten Halbbande (2. Aufl., Art. 277, S. 262) dieses »Handbuches« das Erforderliche gegeben, und es ist mit Bezug auf die in Fig. 310 eingeführten Bezeichnungen der Abstand x des Angriffspunktes E der Mittelkraft aus dem Gewölbschube H , dem Gewichte G des Gewölbes nebst seiner Belastung und dem Gewichte G_1 des Widerlagskörpers von der äußeren Kante am Fusse der Widerlagsmauer berechnet zu

$$x = \frac{G_1 g' + G(d - e) - Hr}{G + G_1}$$

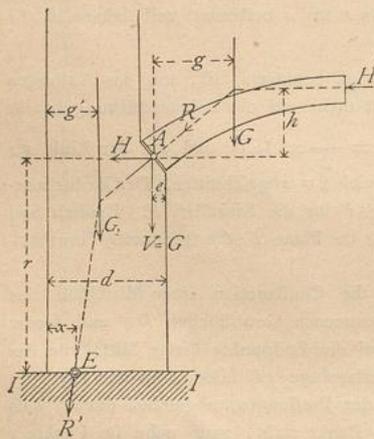
Ist demnach zuvor die Stärke d gewählt, so läßt sich G_1 als abhängig von d ermitteln und da dann auch bei berechnetem g_1 , H und G , so wie bei den gegebenen Werthen von e und r die Größe x zu finden ist, so kann man prüfen, ob die gewählte Stärke d einen Werth für $x = \frac{1}{3} d$ liefert,

oder ob ein neuer Werth von d , welcher nach der ersten Rechnung sich jedoch un schwer angeben läßt, eingeführt werden muß oder nicht.

Eine besondere Betrachtung erfordern noch die fog. einhüftigen Gewölbe. Ein einhüftiges Gewölbe ist, in seinem Stirnschnitte genommen, ein fog. unsymmetrisches Gewölbe, da dasselbe in Bezug auf sein Scheitelpunktsloth zwei von einander verschiedene, nicht congruente Stücke der ganzen Stirnfläche besitzt. Diese beiden

146.
Einhüftige
Gewölbe.

Fig. 310.



Stücke erhalten auch meistens von einander verschieden große Belastungen, so daß neben den unsymmetrischen Gewölbbögen noch unsymmetrische Belastung vorhanden ist. Da vielfach außer den eigentlichen einhüftigen Gewölben, welche z. B. zur Unterstützung von Treppenläufen dienen, derartige Gewölbe von geringer Axenlänge als sog. Strebebögen zur Sicherung des Widerlagers anderer Gewölbe, namentlich der gothischen Kreuzgewölbe, benutzt werden, so ist die Stabilitäts-Untersuchung der einhüftigen Gewölbe, bezw. der Strebebögen von Bedeutung. In einigen Punkten weicht, wie aus dem in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 476, S. 446¹⁶⁷) Gefagten zu entnehmen ist, diese Untersuchung von derjenigen des geraden Tonnengewölbes ab, und es soll deshalb eine graphostatische Stabilitäts-Untersuchung eines einhüftigen Gewölbes gegeben werden.

Als Beispiel ist ein einhüftiges, aus Backsteinmaterial herzustellendes Gewölbe gewählt, welches zum Tragen eines Treppenarmes dient. Dasselbe ist in Fig. 311 dargestellt. Die Wölblinie ist ein um m beschriebener Kreisbogen ab ; die Gewölbstärke ist gleichmäßig zu $0,38\text{ m}$ angenommen. Der Treppenlauf ist eingetragen, und gleichzeitig ist unter Berücksichtigung der zufälligen Belastung und unter Zurückführen des Stufenmaterials und der erwähnten Belastung auf das Eigengewicht des Wölbmaterials die Belastungslinie CD eingezeichnet.

Streng genommen würde diese Linie stufelförmig auftreten, wenn für jede Stufe eine gleichförmig vertheilte Ueberlast für die Flächeneinheit gelten soll. In Rücksicht auf Stöße, welche bei der Benutzung der Treppe eintreten können, ist hier jedoch diese Ueberlast parallel mit der Steigungslinie der Treppe angenommen und hierdurch noch als etwas ungünstiger für das Gewölbe in Betracht gezogen.

Die Belastungsfläche $abCD$ ist in sieben Theilstreifen zerlegt, wovon der Streifen I der schmalere ist, während die Streifen II bis VII eine gleich große Breite aufweisen.

Die Tiefe des Gewölbes ist gleich der Längeneinheit angenommen. Den Theillinien entsprechend sind die Fugenlinien x, z, y u. f. f. in der eigentlichen Gewölbfläche gezogen.

In bekannter Weise (vergl. Art. 143, S. 201) ist zur Ermittlung der Flächen, bezw. der Gewichte der Theile eine Reduktion der Flächen derselben auf eine Basis gleich 2 m ausgeführt, so daß im Gewichtsplane die Strecken $o1, 12$ u. f. f. die Größen der zugehörigen Flächen ergeben, sobald die ihnen zukommende Maßzahl mit der Maßzahl 2 der Basis multiplicirt wird. Die Strecke $o7$ mißt $2,8\text{ m}$; folglich besitzt die Belastungsfläche $2,8 \cdot 2 = 5,6\text{ qm}$, und das in Frage kommende Gesamtgewicht des Gewölbekörpers, einschl. der Belastung beträgt, bei der Gewölbetiefe von 1 m und dem Gewicht von 1600 kg , für 1 cbm Backsteinmaterial $5,6 \cdot 1 \cdot 1600 = 8960\text{ kg}$. Dieser Werth entspricht der Mittelkraft R .

Die Einzelgewichte wirken, wie früher schon erörtert, in den Mittellinien ihrer Theilstreifen, welche durch kleine Sterne in der Zeichnung angedeutet sind.

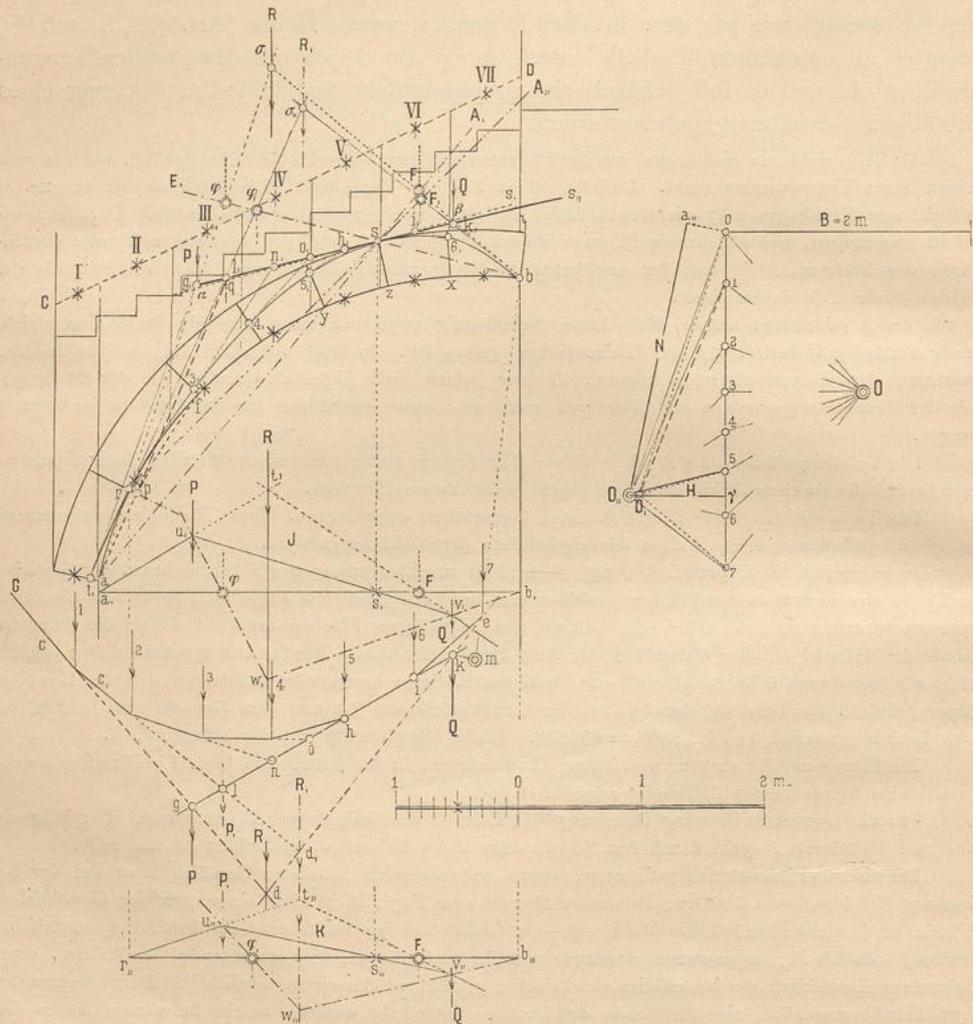
Für die Gewichte ist unter Benutzung des Poles O das Seilpolygon G gezeichnet. Die lothrecht gerichtete Mittelkraft R geht durch den Schnittpunkt d der äußersten Seilstrahlen cd und ed .

Bei einem unsymmetrisch geformten, bezw. unsymmetrisch belasteten Gewölbe kann bei der Bestimmung der Mittellinie des Druckes von vornherein eine Fuge, in welcher ein wagrechter Gewölbschub wirksam wird, nicht ohne weitere Rechnung, wie solches bei symmetrischen Gewölben mit symmetrischer Belastung möglich ist, angenommen werden; vielmehr muß für die hier auftretende Gewölbform, einer allgemeinen Eigenschaft der Mittellinien des Druckes gemäß, welche einem möglichst kleinsten wagrechten Gewölbschube angehört, eine Mittellinie des Druckes aufgesucht werden, welche bei einem stabilen Gewölbe innerhalb der Gewölbfläche verbleibt und zwei Punkte mit der inneren Wölblinie und einen Punkt mit der Rückenlinie gemeinschaftlich hat. Diese drei Punkte sind vorweg noch unbekannt. Wählt man jedoch einstweilen beliebig, z. B. die Punkte a und b auf der inneren Wölblinie, den dazwischen liegenden Punkt s auf der Rückenlinie, so läßt sich eine Mittellinie des Druckes als Probeline ermitteln, welche diese drei Punkte enthält, im Allgemeinen aber noch nicht innerhalb der Gewölbfläche verbleibt. Aus ihrem Verlaufe erkennt man aber dort, wo dieselbe sich am weitesten von den Wölblinien entfernt, diejenigen Punkte, durch welche eine neu gezeichnete Mittellinie des Druckes gehen müßte, wenn dieselbe in der Gewölbfläche liegen soll. In den meisten Fällen sind nur wenige derartige Untersuchungen erforderlich, die außerdem unter Anwendung der Verfahren der graphischen Statik ziemlich einfach sind.

¹⁶⁷⁾ 2. Aufl.: Art. 267, S. 253.

Um eine vorläufige Mittellinie des Druckes zu zeichnen, welche durch die gewählten 3 Punkte a, s, b geht, die zugleich den im Gewölbefchnitte für die Theillinien eingezeichneten Fugenlinien angehören, hat man zu beachten, daß von der Fuge sz , bezw. von der ihr zukommenden Theillinie aus für den Gewölbkörper von s bis a die Gewichtssumme gleich der Strecke os , von s bis b die Gewichtssumme gleich der Strecke sb des Gewichtplanes in Frage kommt. Die Lage dieser resultirenden Gewichte ist im Seilpolygon G zu ermitteln, indem für die durch die Fuge sz von einander getchiedenen Gewichte

Fig. 311.



durch Erweitern des gemeinschaftlichen Seilstrahles hi die Schnittpunkte g und k mit den äußersten Seilstrahlen c und e bestimmt werden. Durch g zieht die lothrechte Resultirende $P = os$, während durch k die Lothrechte $Q = sb$ geht.

Da außerdem die Lage der Mittelkraft R von P und Q bekannt ist, so läßt sich für die Gewichte P und Q ein Seilpolygon b, β, s, α, a mit den äußersten Strahlen $b\sigma_1$ und $a\sigma_1$ im Gewölbeplane fest legen, welches durch die 3 Punkte a, s, b geht, und worin die in $\beta\alpha$, bezw. $\alpha\beta$ wirkenden Seilspannungen als in s thätige Gewölbschübe auftreten. Zur Ermittlung dieses Seilpolygons ist ein bekannter Satz der graphischen Statik benutzt, welcher sagt:

Wenn sich die drei Ecken α, σ_1, β , welche einem Seilpolygon $\alpha\sigma_1\beta$ mit den fortgeführten beiden äußersten Strahlen $\alpha\sigma_1$ und $\beta\sigma_1$ angehören, auf drei gegebenen Strahlen P, R, Q bewegen, wenn ferner

zwei Seiten des Seilpolygons, z. B. $a\sigma_1$ und $\alpha\beta$, sich um zwei feste Punkte a , bezw. s drehen, so dreht sich auch die dritte Seite $\beta\sigma_1$ stets um einen und denselben festen Punkt F , den sog. Fixpunkt, welcher immer auf der durch die beiden festen Punkte a und s geführten geraden Linie, der sog. Polaraxe liegt. Zur Bestimmung jenes Fixpunktes F und auch des zur weiteren genaueren Durchführung der Zeichnung zu benutzenden zweiten Fixpunktes φ einer zweiten Polaraxe E_1 , braucht man nur, um die zeichnerischen Darstellungen dafür im Gewölbeplane ganz zu vermeiden, bei der lothrechten Richtung von P , R und Q aus leicht ersichtlichen Gründen die Projectionen der Fixpunkte F und φ zu ermitteln und diese auf die Polaraxe A_1 (Gerade durch a und s) für F , bezw. auf die Polaraxe E_1 (Gerade durch b und s) für φ unmittelbar zu übertragen. Solches ist im Hilfsplane \mathcal{J} geschehen. Auf der beliebig, hier wagrecht gezogenen Geraden a_1b_1 sind gemäß der lothrechten Richtung von P , R und Q durch lothrechtes Projiciren die den Punkten a, s, b entsprechenden Punkte a_1, s_1, b_1 fest gelegt. Die Gerade a_1b_1 ist die Projection der Polaraxe A_1 , und eben so ist b_1a_1 die Projection der Polaraxe E_1 .

Zieht man durch a_1 einen sonst beliebigen, die Geraden P und R in u_1 , bezw. t_1 schneidenden Strahl, legt hierauf, durch u_1 und s_1 bestimmt, eine Gerade fest, welche die Linie Q in v_1 schneidet, und fügt man zuletzt den Strahl v_1t_1 ein, so ist der Schnittpunkt F derselben mit a_1b_1 die Projection von dem auf der Polaraxe A_1 liegenden Fixpunkte. Um den Fixpunkt φ zu erhalten, ist von b_1 ausgehend dasselbe Verfahren zu beobachten; man kann aber unter Benutzung der schon im Plane \mathcal{J} vorhandenen Strahlen die Gerade b_1v_1 bis w_1 auf R ziehen, die Gerade v_1u_1 unberührt lassen und w_1 mit u_1 verbinden, um im Schnittpunkte φ dieses Strahles mit der Geraden b_1a_1 die Projection des Fixpunktes der Polaraxe E zu ermitteln.

Ueberträgt man im Gewölbeplane den Punkt F nach F auf A_1 und den Punkt φ nach φ auf E_1 , so sind $a\varphi$ und bF die Richtungen der äußersten Strahlen des durch as und b gehenden Seilpolygons. Sie treffen die Richtungen von P und Q in den Punkten α , bezw. β , und die durch die Punkte α und β ziehende Gerade s_1 , welche nothwendig auch durch s gehen muß, ist die dritte Seilseite des nunmehr bestimmten Seilpolygons für die Punkte α, s und b . Als Probe für die Richtigkeit dient noch der Umstand, daß die Strahlen $\alpha\alpha$, bezw. $\beta\beta$, gehörig erweitert, sich in einem gemeinschaftlichen Punkte σ_1 auf der Linie der Mittelkraft R schneiden müssen.

In der Linie s_1 wirkt der Gewölbschub für den Gewölbeheil sa in der Richtung $s\alpha$, für den Gewölbeheil sb in der Richtung $s\beta$. Die Größe desselben erhält man im Gewichtsplane sofort, wenn man durch den Punkt o eine Parallele oO_1 zu $a\varphi$ und durch den Punkt γ eine Parallele γO_1 zu bF zieht; beide treffen sich im Punkte O_1 , und die Länge des Strahles $O_1\delta$ liefert, da δ der Endpunkt der Gewichtsstrecke P und der Anfangspunkt der Gewichtsstrecke Q ist, die gesuchte Größe des Gewölbschubes. Zur Prüfung der Zeichnung dient, daß $O_1\delta$ parallel mit der Geraden $\alpha\beta$ sein muß.

Um nun für diesen Gewölbschub eine vorläufige Mittellinie des Druckes zu zeichnen, verfährt man in folgender Weise. Das Gewicht γ , welches von s aus bis zur Fuge y in Frage kommt, greift auf der Linie s_1 in h_1 an; zieht man im Gewichtsplane die Linie $O_1\lambda$ und hierzu eine Parallele durch h_1 , bis die Fuge y getroffen wird, so ergibt sich hier ein Punkt jener Drucklinie. So wirken bis zur Fuge r die Gewichte $2, 3, 4$ und 5 . Die Lage des resultirenden Gewichtes P_1 gleich der Strecke 1δ ergibt sich durch den Schnittpunkt l der Seilstrahlen e_1 und hi des Seilpolygons G ; bringt man den Angriffspunkt von P_1 entsprechend l nach q auf s_1 , zieht man O_1r und hierzu eine Parallele qp , so ist p ein Punkt der gesuchten Probelinie. Führt man die Zeichnung derselben nach diesen Angaben für das ganze Gewölbe durch, was in Fig. 311 nicht weiter kenntlich gemacht ist, so findet man, daß diese Probelinie in der Gewölbläche $s\delta b$ verbleibt, die Gewölbläche $s\alpha a$ jedoch in dem Stücke fpa verläßt, daß mithin diese Drucklinie noch nicht für die Stabilitäts-Untersuchung des Gewölbes maßgebend wird. Der am weitesten von der Wölblinie entfernte Punkt p dieser Probelinie giebt ein Erkennungszeichen für die Lage einer gefährlichen Stelle (Bruchfuge) im Gewölbe an. Der dem Punkte p zugehörige Punkt dieser Bruchfuge ist in r bekannt geworden. Die Punkte s und b bleiben unverändert, weil von s bis b die Probelinie in der Fläche bleibt.

Ermittelt man nunmehr ein Seilpolygon, welches durch die Punkte r, s und b für die Gewichte von s bis r und von s bis b geht, so weiß man zunächst, daß das resultirende Gewicht P_1 des Stückes von s bis zur Fuge r gleich 1δ ist und lothrecht durch l zieht, daß ferner das resultirende Gewicht des Stückes von s bis zur Fuge b wiederum gleich $Q = \gamma\delta$ ist und lothrecht durch k zieht und daß endlich für das bezeichnete Seilpolygon die durch r und s geführte Gerade A_1 , eine Polaraxe wird, während die zweite Polaraxe im vorliegenden Falle als der durch b und s gelegte Strahl E_1 verbleibt.

Ermittelt man im Hilfsplane K in der früher angegebenen und aus der Zeichnung näher ersichtlichen Weise die Projectionen der Fixpunkte F_1 und φ_1 und überträgt man dieselben nach F_1 auf die

Polaraxe A_{11} , bezw. nach φ_1 für die Polaraxe E_1 , so sind $r\varphi_1$ und bF_1 die äußersten Strahlen des zu berücksichtigenden Seilpolygons. Man kann schon hiernach bei genauer Zeichnung, unbekümmert um näheres Festlegen des Seilpolygons, ohne Weiteres die eindeutige Bestimmung des jetzt sich geltend machenden Gewölbchubes vornehmen.

Zieht man, da $P_1 = r\varphi_1$ und $Q = s\gamma$ ist, durch r im Gewichtsplane eine Linie rO_{11} parallel zu $r\varphi_1$ und ferner hier durch γ einen Strahl γO_{11} parallel zu bF_1 , so ergibt sich der gemeinschaftliche Schnittpunkt O_{11} dieser Linien. Zieht man $O_{11}s$, so ergibt dieser Strahl die Größe des neuen Gewölbchubes und zugleich die Neigung desselben zur Lothrechten an. Führt man durch s im Gewölbeplane eine Gerade s_{11} parallel zu $O_{11}s$, so ist hiermit die Lage des Gewölbchubes gegeben. Als Probe für die Richtigkeit der Zeichnung dient, daß der Punkt h_1 , als Schnittpunkt der Lothrechten P_1 mit dem Strahle $r\varphi_1$, der Punkt k_1 , als Schnittpunkt der Richtung Q mit der Linie bF_1 , und der Punkt s Elemente von einer und derselben Geraden s_{11} sein müssen; daß ferner auch die Strahlen $r\varphi_1$ und bF_1 , gehörig erweitert, sich auf der Richtungslinie der durch d_1 des Seilpolygons G gehenden Refultirenden R_1 von P_1 und Q in einem gemeinschaftlichen Punkte σ_{11} schneiden.

In der Geraden s_{11} wirkt in der Richtung sg_1 der Gewölbchub sO_{11} , in der Richtung sk_1 der Gewölbchub $O_{11}s$. Setzt man den Gewölbchub für die beiden Theile links und rechts von der Fuge sz unter Benutzung der aus dem Seilpolygon auf s_{11} übertragenen Angriffspunkte h entsprechend h_1 , o für o_1 u. f. f. mit den bis auf die einzelnen Fugen kommenden refultirenden Gewichten zusammen, so erhält man, wenn z. B. h_1s_1 parallel $O_{11}h$, o_1s_1 parallel $O_{11}o$ u. f. f. des Gewichtsplanes gezogen wird, in s_1 , s_1 u. f. f. Punkte der Mittellinie des Druckes in der Fläche sz_a und eben so, wenn i_1 durch i , k_1 durch k auf s_{11} übertragen ist, durch Ziehen der Strahlen i_1b_1 parallel $O_{11}b$, k_1b parallel $O_{11}k$ in b_1 , b Punkte der Drucklinie in der Fläche sz_b .

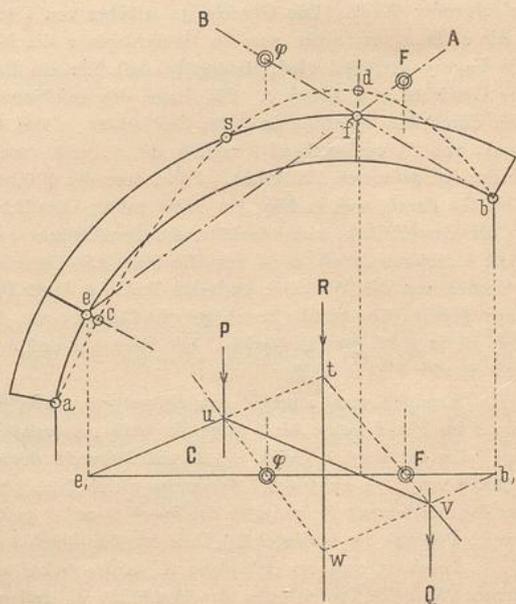
Die gezeichnete Mittellinie des Druckes $r_1s_1a_1s_1b_1b$ bleibt vollständig in der Gewölbfläche, hat mit der inneren Wöblinie nur die beiden Punkte r und b und mit der Rückenlinie nur den einen Punkt s gemein, ist also eine Drucklinie mit dem möglichst kleinsten Horizontalchube. Derselbe ist gleich der wagrechten Seitenkraft von $o_{11}s$, d. h. gleich $H = O_{11}\gamma$ im Gewichtsplane.

Der Werth von $H\gamma$ bestimmt sich durch Messung zu $0,8$ m. Da die Basiszahl $B = 2^m$ ist, so wird $H = 0,8 \cdot 2 = 1,6$ qm, bezw. auch $= 1,6$ cbm. Dieser Werth liegt nach der Tabelle auf S. 202 zwischen der Gewölbstärke $d = 1$ Stein und $d = 1\frac{1}{2}$ Stein, so daß für die Ausführung des untersuchten Gewölbes die Stärke von $1\frac{1}{2}$ Stein zu nehmen ist. Der größte Fugendruck entsteht für die Kämpferfuge a als Strecke oO_{11} . Zieht man $o a_{11}$ parallel der Fuge a und bestimmt man in N die normale Seitenkraft des Fugendruckes, so mißt $O_{11}a_{11}$ nach dem Zeichenmaßstabe $2,28$ m; mithin ist der größte Normaldruck durch die Zahl $2,28 \cdot 2 = 4,56$ Quadr.- bezw. Cub.-Met. bestimmt. Nach derselben Tabelle würde d auch hierfür die Stärke von $1\frac{1}{2}$ Stein zuzuweisen sein, so daß die Gewölbstärke überall gleich groß bleiben kann.

In vielen Fällen zeigt sich bei der Stabilitäts-Untersuchung einhüftiger Gewölbe, daß sich für die drei zuerst gewählten Punkte a, s, b eine Probelinie herausstellt, welche, wie in Fig. 312 angegeben, die Gewölbfläche mehrfach, häufig einmal unterhalb, ein zweites Mal oberhalb dieser Fläche verläßt. Dann werden durch die am weitesten abtiefenden Punkte c und d dieser Linie von der inneren, bezw. äußeren Wöblinie Bruchfugen gekennzeichnet, deren Grenzpunkte e , bezw. f in Gemeinschaft mit einem unveränderten Punkte b nunmehr an die Stelle der zuerst angenommenen drei Punkte zu treten haben. Die Polaraxen werden die durch e und f , so wie durch b und f geführten Strahlen A , bezw. B .

Die diesen Polaraxen angehörigen Fixpunkte F und φ werden in der Hilfsfigur C nach dem mitgetheilten Verfahren unter Anwendung der Gewichte P für den Theil $f e$, und Q für den Theil $f b$

Fig. 312.



nebst ihrer Mittelkraft R aufgefucht, und dann wird die neue, durch b, f und e gehende Drucklinie in der vorhin beschriebenen Weise gezeichnet. Bei einem überhaupt stabilen Gewölbe wird man bald zum Abschluß derartiger Untersuchungen gelangen.

Ist die Wölblinie eines einhäufigen Gewölbes kein Kreisbogen, sondern irgend eine der in Art. 135 (S. 175) angegebenen Curven, so erfährt die Stabilitäts-Untersuchung in ihren Grundlagen keine Aenderung.

Noch möge bemerkt werden, daß auch bei geraden Tonnengewölben mit unsymmetrischer Belastung das Verfahren der Ermittlung der Mittellinie des Druckes genau der eben behandelten Untersuchungsart eines einhäufigen Gewölbes entspricht. Selbst wenn einhäufige Gewölbe außer lothrecht wirkenden Gewichten noch durch zur Wagrechten geneigt gerichtete Kräfte, wie bei Strebebogen der Kreuzgewölbe, die auf ihrer Rückenfläche z. B. noch vom Winddruck getroffen, also dadurch mit beansprucht werden können und wovon später noch das Nöthige gefagt werden wird, bleibt das Wesen des Verfahrens dasselbe.

Schließlich ist noch eines für die Praxis wichtigen Falles zu gedenken, bei welchem Tonnengewölbe von verschiedener Spannweite und von verschiedener Belastung sich gegen ein gemeinschaftliches Widerlager setzen und dieses durch ihre resultirenden Kämpferdrücke beanspruchen, welche nach Lage, Größe und Richtung von einander verschieden sind. Es handelt sich deshalb hier noch um die statische Untersuchung derartiger Gewölbanlagen, besonders des Widerlagers, wofür Fig. 313 in Benutzung genommen werden soll.

Die beiden ungleich weiten, auch ungleich belasteten geraden Tonnengewölbe G und G_1 , deren Belastung, bei jedem Gewölbe für sich betrachtet, eine zu ihrem Scheitellothe L , bezw. L_1 gleichmäßig auftreten möge, stützen sich gegen ein und dasselbe Widerlager VI .

Da jedes Gewölbe für sich ein symmetrisches Gewölbe mit symmetrischer Belastung in Bezug auf das Scheitelloth bildet, so wirkt in einer gedachten Scheitelfuge jedes Gewölbkörpers G , bezw. G_1 ein wagrecht gerichteter Gewölbeschub. Aus diesem Grunde wurde nur je eine Hälfte der Gewölbe, wofür die Tiefe gleich der Längeneinheit ist, dargestellt.

In bekannter Weise ist, nachdem die Flächen der sämtlichen Theilstreifen auf eine Basis $oB = 1,5$ m reducirt wurden, für das größere und stärker belastete Gewölbe G eine Mittellinie des Druckes für den möglichst kleinsten Gewölbeschub H ermittelt, welche dem gemäß durch den höchsten Punkt der Scheitelfuge und den tiefsten Punkt h einer unter 60 Grad geneigten Bruchfuge geht. Diese Bruchfuge ist hier zugleich Kämpferfuge. Wäre dies nicht der Fall, so müßte die Bruchfuge zuvor, wie bei Fig. 312 angegeben ist, bestimmt werden. Dasselbe gilt auch für das kleine Gewölbe G_1 .

Die für G gezeichnete Mittellinie des Druckes verbleibt ganz innerhalb der Gewölbfäche. Der zugehörige Gewölbeschub H ist im Gewichtsplane als Do dargestellt. Aus diesem Gewölbschube und dem Gewichte $o\beta$ entspringt der durch c_1h der Lage nach bestimmte Kämpferdruck von der Größe $D\beta$. Der Widerlagskörper VI nebst dem darauf ruhenden Gewölbanfänger IV und seiner Uebermauerung V besitzt ein Gewicht gleich der Strecke βb im Gewichtsplane. Dieses resultirende Gewicht wirkt in der Lothrechten W , welche mit Hilfe des Seilpolygons S ihrer Lage nach, als durch d gehend, gefunden wird. Mit dem Gewichte βb läßt sich der Kämpferdruck $D\beta$ sofort zu einer Hauptmittelkraft $D\delta$ zusammensetzen. Ihre Lage im Gewölbplane erhält man, indem die Parallele M zu $D\delta$ durch den Schnittpunkt l der gehörig erweiterten Linie c_1h mit der Linie W gezogen wird. Die Mittelkraft $D\delta$, welche in dieser Hauptlinie M wirkt, trifft die Ebene EE , worin die als fest angenommene Fußfläche des Widerlagskörpers enthalten ist, in einem Punkte m außerhalb der durch w gehenden Seitenkante der rechteckigen Grundfläche des Stützkörpers VI . Hierdurch zeigt sich, daß der Gewölbeschub H des großen Gewölbes, wenn dasselbe allein ausgeführt werden sollte, den Stützkörper um die durch w gehende Kante drehen würde und daß kein Gleichgewicht gegen Drehung stattfände. Um zunächst ein solches Gleichgewicht herbeizuführen, muß das kleine Gewölbe einen Gegendruck liefern, welcher mindestens die Größe und Lage annehmen muß, daß die Mittelkraft $D\delta$, im Strahle M angreifend, mit diesem noch völlig unbekanntem Gegendruck des Gewölbes G_1 zusammengesetzt, eine neue Mittelkraft giebt, welche so weit zurückgedrängt wird, daß dieselbe wenigstens durch den Punkt w der Drehkante des Widerlagers geht, um damit einen Grenzzustand des Gleichgewichtes gegen Drehen in der Voraussetzung herbeizuführen, daß die von $D\delta$ und jenem unbekanntem Gegendrucke im Widerlagskörper abhängige Mittellinie des Druckes ganz in der lothrechten Schnittfläche dieses Körpers bleibt. Von einer Gefahr hinsichtlich des Gleitens in den wagrechten Lagerfugenflächen dieses Körpers möge keine Rede sein.

Um für den erwähnten Gegendruck des kleinen Gewölbes zunächst Grenzwerte zu ermitteln, ist

147.
Tonnengewölbe
von
verschiedenen
Spannweiten.

Systems gegen Drehung einen größeren Gegendruck des kleineren Gewölbes, als solcher in Folge des möglichst kleinsten Gewölbschubes H_0 sich darbot, wachrufen wird, das also statt $H_0 = \delta r$ ein größerer Gewölbschub für G_1 eintreten muß. Da für diesen neuen Gewölbschub nur die allgemeine wagrechte Richtung bekannt ist, während sein Angriffspunkt und seine Größe noch vollständig unbekannt sind; so kann man, da ein Wachsen dieses Schubes sich unbedingt als erforderlich herausgestellt hat, da ferner der wagrechte Gewölbschub für G_1 aber überhaupt vermöge der symmetrischen Form und Belastung des Gewölbes nothwendig seinen Angriffspunkt innerhalb der Scheitelfuge desselben haben muß, sofort zu einer weiteren Grenzbestimmung für denselben übergehen.

Nimmt man zu diesem Zwecke eine Mittellinie des Druckes an, welche einem möglichst größten Gewölbschube angehört und welche man mit dem Namen Maximal-Drucklinie bezeichnet, so geht dieselbe bei dem vorliegenden Gewölbe G_1 durch den tiefsten Punkt der Scheitelfuge und den höchsten Punkt i der Bruchfuge. Die wagrechte Richtung des Gewölbschubes H_1 schneidet die resultirende Gewichtslinie R_1 des Gewölbstückes G_1 im Punkte e_1 . Die Richtung $e_1 i$ giebt die Lage des nun entstehenden Kämpferdruckes an. Zieht man im Gewichtsebene δs parallel zu $e_1 i$, so erhält man $q s$ als Horizontalschub H_1 und δs als Kämpferdruck. Die Maximal-Drucklinie für H_1 ist in bekannter Weise im Gewölbplane eingezeichnet; dieselbe verbleibt innerhalb der Gewölfläche, so das hiernach für H_1 keine weitere Unterfuchung nöthig wird. Vereinigt man nun wiederum den Druck $D\delta$ mit dem Kämpferdruck δs zu der Mittelkraft Ds , zieht man $e_1 i$ im Gewölbplane bis zum Schnitte p mit der Hauptlinie M , führt man ferner durch p einen Strahl $p q$ parallel zu Ds , so zeigt sich, das dieser Strahl, welcher nunmehr die Mittelkraft aus dem Drucke $D\delta$ und dem neuen größeren Kämpferdrucke δs des Gewölbes G_1 enthält, durch den Punkt q innerhalb der Fußfläche des Widerlagskörpers geht und das somit kein Drehen um die Seitenkanten dieser Fußfläche eintreten kann, oder das bei der früher hinsichtlich der Lage einer Mittellinie des Druckes im Widerlager gemachten Voraussetzung das System stabil ist.

Hiernach ist also gefunden, das der durch die Maximal-Drucklinie bedingte Gegendruck, sobald solcher in diesem Maße im kleinen Gewölbe durch das große Gewölbe nach gerufen würde, im Stande ist, die Standfähigkeit des ganzen Systemes herbei zu führen. Dieser hier eingetretene, der Maximal-Drucklinie entsprechende Gegendruck kann aber füglich bei einer anderen Form der Gewölblinien oder einer anderen Art der sonst symmetrischen Belastung der verschiedenen Gewölbe oder einer anderen Gewölbfürke eben so gut auch über die andere Drehkante w_1 der Fußfläche des Widerlagers hinausfallen, und damit wäre dann offenbar ein Zeichen dafür gegeben, das der Schub des großen Gewölbes G eines derart großen Gegendruckes nicht bedurfte, um die Standfähigkeit des Systemes herzustellen.

Würde in einem anderen Falle aber der Punkt q noch innerhalb der Strecke mw vor der Drehkante w gefunden, so ist auch der Gegendruck, welcher der Maximal-Drucklinie des Gewölbes G_1 zukommt, nicht fähig, dem Schube des großen Gewölbes G den nöthigen Widerstand zu leisten, und ein solcher Fall würde dann bekunden, das das gegebene System nicht standfähig wäre.

Aus der hier mitgetheilten Unterfuchung ergiebt sich, entsprechend den Grenzwerten von H_0 und H_1 , auch eine Grenzlage für die Punkte o und q in der Ebene EE . So gut nun zwischen den Grenzen H_0 und H_1 noch zahllose Werthe des Horizontalschubes für das Gewölbe G_1 , nur größer als H_0 und kleiner als H_1 , sich einführen ließen, ebenso gut würden noch zahllose Kämpferdrücke und zahllose, zwischen o und q liegende Schnittpunkte der aus diesen Drücken und des in der Hauptlinie M wirkenden Schubes $D\delta$ mit der Ebene EE zu finden sein.

Um nun den Gewölbschub H_1 des kleinen Gewölbes zu finden, welcher eine, jedoch in der Gewölfläche verbleibende Mittellinie des Druckes liefert, die einem solchen Kämpferdrucke zukommt, der im Stande ist, mit dem Schube $D\delta$ eine Mittelkraft zu erzeugen, welche die Ebene EE genau im Grenzpunkte w der Drehkante zwischen o und q trifft, kann man in folgender Weise vorgehen. Denkt man sich den Angriffspunkt des in der Hauptlinie M wirkenden Schubes $D\delta$ nach m in EE verlegt, eben so z. B. den Angriffspunkt des Kämpferdruckes δr der Minimal-Drucklinie durch Fortführen der Geraden $e_0 k$ nach t in EE gebracht, so kann man den Schub $D\delta$ hier zerlegen in eine lothrechte Seitenkraft P , deren Größe offenbar gleich der Strecke $o\delta$ im Gewichtsebene ist, und in eine wagrechte Seitenkraft, deren Größe gleich $D\delta$ ebendasselbe erhalten war; gleichfalls kann man in t den Kämpferdruck δr in seine lothrechte Seitenkraft Q gleich der Strecke δq und in seine wagrechte Seitenkraft von der Größe $H_0 = q r$ zerlegen. Die Mittelkraft Dr aus $D\delta$ und δq hat in o ihren Angriffspunkt auf EE ; diese kann in eine lothrechte Seitenkraft V und in eine wagrechte Seitenkraft zerlegt werden. Da nun für den Gleichgewichtszustand das Kräftepolygon $o\delta r D$ geschlossen und mit ununterbrochenem Richtungssinn verfahren sein soll, so tritt die Strecke Dr in o im Sinne rD , aber in gleicher Größe von Dr auf. Ihre lothrechte Seitenkraft ist also $V = q o$.

Die algebraische Summe aller in E liegenden wagrechten Seitenkräfte muß gleich Null sein, wie auch die algebraische Summe der lothrechten Seitenkräfte gleich Null ist. Das für die drei lothrechten Seitenkräfte P, Q und die diese beiden verzehrende Kraft V mit einer wagrechten Schlufsseite mt verfehene Seilpolygon muß äußerste Strahlen αm und αt besitzen, welche sich auf V in einem beliebigen Punkte α schneiden, und außerdem für den Gleichgewichtszustand geschlossen sein.

Da die Größen $P = ob$, $Q = b\gamma$ und $V = g\delta$ bekannt sind, so wird, wenn man im Gewichtsebene oO_1 parallel zur Seilseite $m\alpha$ und bO_1 parallel zu mt zieht, in O_1 der Pol des Seilpolygons $m\alpha t$ erhalten; die Gerade $O_1\gamma$ wird der zu αt gehörige Polstrahl, also parallel mit αt .

Soll nun eine Gleichgewichtslage für das ganze System herbeigeführt werden, wobei für irgend einen möglichen, zwischen i und k der Bruchfuge des Gewölbes G_1 auftretenden Kämpferdruck und dem Schube $D\delta$ des Gewölbes G eine Mittelkraft entstehen soll, welche durch einen gegebenen Punkt w geht, so läßt sich der Schnittpunkt F der Richtungslinie eines solchen Kämpferdruckes mit EE überhaupt folgendermaßen fest legen.

Die durch den Punkt g im Gewichtsebene geführte wagrechte Linie gs enthält stets den Endpunkt des von D nach dieser Linie zu ziehenden Kämpferdruckes, weil $ob = P$ und $b\gamma = Q$ unveränderlich bleiben; eben so können Do und die wagrechte Lage der Linie gs keine Aenderung erfahren.

Aus diesem Grunde bleibt auch og stets unverändert gleich V . Endlich ist auch der Punkt m der Hauptlinie M in EE unverrückbar, wie auch der Pol O_1 nebst den Polstrahlen oO_1 , $o_1\delta$, $o_1\gamma$ nicht veränderlich wird.

Geht nun die Lothrechte V durch einen beliebigen Punkt auf EE , z. B. durch w , so trifft der äußerste Seilstrahl, welcher nach wie vor parallel $O_1\delta$ ist, diese Lage von V in β . Durch diesen Punkt zieht auch, wie früher bemerkt, nothwendig die zu $O_1\gamma$ parallele zweite äußerste Seilpolygonseite. Legt man also durch β einen Strahl βF parallel $O_1\gamma$, so wird die wagrechte Schlufsseite des Seilpolygons $m\beta F$ im festen Punkte F geschnitten. Durch diesen Punkt F muß der mit der lothrechten Seitenkraft Q behaftete mögliche Kämpferdruck gehen, welcher die durch w gehende, vorhin bezeichnete Mittelkraft bedingt. Von den zahllosen Linien, welche durch F , zwischen i und k der Bruchfuge des Gewölbes G_1 liegend, gezogen werden können und welche sämtlich zwischen diesen Grenzen i und k einen Kämpferdruck enthalten können, welcher der gestellten Forderung entspricht, ist eine vorhanden, welche den jetzt möglichst kleinsten Kämpferdruck für G_1 enthält.

Zieht man zur Bestimmung dieser Linie durch F und den höchsten Punkt i der Bruchfuge einen Strahl, so schließt derselbe den größten Winkel mit der Wagrechten ein, der in Bezug auf die Punkte i und k möglich wird, steht also am steilsten und wird deshalb, innerhalb des Dreiecks o_1rs zur Führung einer durch o gezogenen Parallelen benutzt, einen kleineren Abschnitt auf der wagrechten gs hervorrufen, als jeder andere von F nach der Fuge ik gezogene Strahl, d. h. einen möglichst kleinen Gewölbschub für G_1 veranlassen.

Zieht man im Gewichtsebene $o\zeta$ parallel zu Fi , so ist $o\zeta$ der gefuchte Kämpferdruck und $g\zeta$ der zugehörige Horizontalschub des Gewölbes G_1 . Verlängert man den Strahl Fi bis zum Schnitte x mit der Lothrechten R_1 und legt man durch x eine Wagrechte, so trifft diese die Lothrechte L_1 der Scheitelfuge in y . Dieser Punkt wird Angriffspunkt für den Horizontalschub $H_{,,}$. Zeichnet man für diesen Schub eine Mittellinie des Druckes $y\gamma\delta i$, so bleibt dieselbe ganz innerhalb der Gewölbsfläche. Der Strahl Fi schneidet die Hauptlinie M im Punkte z . Die Mittelkraft aus $D\delta$ und dem zuletzt ermittelten Kämpferdrucke $o\zeta$ ist Dv . Führt man durch z eine Parallele zu Dv , so trifft dieselbe in der That und wie es sein soll den Punkt w auf EE .

Hiernach ist der in xi durch F ziehende Kämpferdruck $o\zeta$ ein solcher, welcher, von dem hierfür möglichst kleinsten in der Wagrechten xy wirkenden Horizontalschube $H_{,,} = g\zeta$ mit bedingt, fähig ist, den Grenzzustand des Gleichgewichtes des ganzen Systemes gegen Drehung um die Kante w der Fußfläche des Widerlagers VI hervorzurufen.

Soll bei einer derartigen Stabilitäts-Untersuchung die Pressbarkeit des Materials berücksichtigt werden, so ist beim Gewölbe G der Angriffspunkt von H etwas tiefer, der Punkt k in der Bruchfuge etwas nach innen zu rücken. Eben so wäre beim kleinen Gewölbe der Angriffspunkt von H_0 etwas tiefer, von H_1 etwas höher zu legen, auch die Punkte i und k ebenfalls je etwas in das Innere auf der Bruchfuge ki zu verrücken. Der Punkt w kann gleichfalls nach g zu verlegt werden. Am eigentlichen Verfahren der Stabilitäts-Untersuchung wird hierdurch keine Aenderung herbei geführt.

Nach den an der Zeichnung ausgeführten Messungen ergibt sich für das Gewölbe G der Werth H zu $0,75 \cdot 1,5 = 1,125 \text{ qm}$, welchem für Backsteinmaterial nach der Tabelle auf S. 202 eine Gewölbfstärke von $1\frac{1}{2}$ Stein zuzuweisen ist. Für das kleine Gewölbe G_1 wird der hier zu berücksichtigende Horizontalschub $H_{,,} = 0,4 \cdot 1,5 = 0,6 \text{ qm}$, wonach die Gewölbfstärke zu 1 Stein fest zu setzen ist.

Hätte man $H_1 = 0,56 \cdot 1,5 = 0,84 \text{ m}$ in Betracht gezogen, so würde auch hierfür die Gewölbstärke gleich 1 Stein fein. Die normalen Kämpferdrücke erfordern im vorliegenden Falle keine größeren Stärken.

Die Fußfläche des Pfeilers wird von einem lothrechten Drucke $oq = 3,3 \cdot 1,5 \cdot 1 = 4,95 \text{ cbm}$ getroffen. Bei der Lage des Angriffspunktes desselben in q für die Maximal-Drucklinie in G_1 , welcher nahezu mit dem Schwerpunkte der Fußfläche von $0,5 \text{ m}$ Breite und 1 m Tiefe zusammenfällt, ergibt sich die Beanspruchung der Steine an der Grundfläche bei einem Eigengewicht von 1600 kg für 1 cbm zu $\frac{4,95 \cdot 1600}{100 \cdot 50} = 1,58 \text{ kg}$ für 1 qcm .

Liegt der Angriffspunkt der Gesammt-Resultirenden aller Drücke des Systemes in der Kräfteebene in einer Hauptaxe der Grundfläche des Widerlagers im Abstände ξ vom Schwerpunkte dieser Grundfläche, so ist für einen Punkt C im Abstände z von diesem Schwerpunkte die Spannung N nach der Gleichung¹⁶⁸⁾

$$N = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{F \xi z}{\mathcal{Y}} \right)$$

zu bestimmen. Hierin bezeichnen P die gegebene lothrechte Kraft, F die Querschnittsfläche und \mathcal{Y} das Trägheitsmoment, bezogen auf eine Schwerpunktsaxe, welche rechtwinkelig zur Hauptaxe steht, worin der Angriffspunkt o von P liegt.

Sind hier b die Breite des Pfeilers mit rechteckiger Grundfläche und t die Tiefe desselben, so ist $\mathcal{Y} = \frac{1}{12} t b^3$ für die zu der Seite t parallel genommene Schwerpunktsaxe. Alsdann ist $F = b t$, und man erhält

$$N = \frac{P}{t b} \left(1 + \frac{12 \xi z}{b^2} \right).$$

Nach der Zeichnung ist $b = 50 \text{ cm}$ und $t = 100 \text{ cm}$; P ergibt sich zu $4,95 \cdot 1600 = 7920 \text{ kg}$. Liegt der bezeichnete Angriffspunkt von P im Abstände $\xi = \frac{b}{2}$, also in w und ist dann für die Kantenpressung N der Abstand z ebenfalls gleich $\frac{b}{2}$, so wird

$$N = \frac{7920}{100 \cdot 50} \left(1 + \frac{12 \cdot 25 \cdot 25}{25 \cdot 25} \right) = \infty 20,6 \text{ kg für } 1 \text{ qcm}.$$

Diese Beanspruchung ist für Backsteinmaterial viel zu groß, und es müßte dieserhalb für das Widerlager eine größere Breite oder festeres Material angenommen werden. In jedem Falle ist es zweckmäßig, die Breite des Widerlagers zu vergrößern, damit schon für dasselbe eine Mittellinie des Druckes eintreten kann, welche für den Gewölbchub des großen Gewölbes thunlichst nur abhängig gemacht wird von einem Kämpferdrucke des kleinen Gewölbes, welcher durch die Minimal-Drucklinie für H_0 bedingt ist und wobei alsdann die Drucklinie im Widerlager im inneren Drittel seiner lothrechten Fläche bleibt.

c) Ausführung der Tonnengewölbe.

Zur Ausführung der Tonnengewölbe werden im Allgemeinen wesentlich Backstein, Bruchstein und, wenn auch in weniger häufigen Fällen, Quader (Werkstücke, Haufteine) als Hauptbaustoffe benutzt, je nachdem in den einzelnen Gegenden dieses oder jenes von den genannten Materialien als vorherrschendes zur Verfügung steht und je nachdem die Durchbildung der als Tonnengewölbe ausgeführten Decke eines Raumes in architektonischer Beziehung mehr oder weniger reich, mehr oder weniger gegliedert in die Erscheinung treten soll. Waren in frühester Zeit die Tonnengewölbe bei der Decken-Construction über größeren Räumen von hohem Werthe und in ihrer Ausführung oft so kühn behandelt, daß die Reste derselben noch heute die Bewunderung der Kunst- und Sachverständigen, ja jedes gebildeten Menschen wach rufen, so ist nach weiterer Entwicklung des Gewölbbauwes überhaupt doch die Anwendung des Tonnengewölbes zur Ueberdeckung größerer Räume, um als wichtiger Factor bei monumentalen Bauwerken aufzutreten, mehr und mehr in den Hinter-

148.
Allgemeines.

¹⁶⁸⁾ Siehe: Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Gleichung 50 auf S. 273; 2. Aufl.: Gleichung 69 auf S. 86) dieses Handbuchs.