



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Balkendecken

Barkhausen, Georg

Stuttgart, 1895

a) Cylindrische Kreuzgewölbe

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77494](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77494)

14. Kapitel.

Kreuzgewölbe im Besonderen.

a) Cylindrische Kreuzgewölbe.

1) Gestaltung der cylindrischen Kreuzgewölbe.

Die Gestaltung der cylindrischen Kreuzgewölbe ist in den allgemeinen Grundzügen in Art. 235 (S. 339), bzw. Art. 236 (S. 341) besprochen und in Fig. 419 bis 422 veranschaulicht worden.

238.
Gestaltung.

Bei diesen Gewölben ist im Besonderen, so weit eine einfachere Gestaltung derselben berücksichtigt wird, zu bemerken, daß

α) die Anzahl der Gewölbkappen der Seitenzahl des Grundrisses des zu überwölbenden Raumes entspricht;

β) die Stirnbogen oder Leitlinien dieser Kappen in der Regel sämtlich eine gleiche Pfeilhöhe erhalten;

γ) die Axen der Kappen gerade Linien sind, welche sämtlich in der wagrechten Kämpferebene liegen und, von den Mitten der wagrechten Projectionen der Stirnbogen auslaufend, sich in einem gemeinschaftlichen Punkte der Grundriffsfigur des Gewölbes schneiden; dieser gemeinschaftliche Punkt ist die wagrechte Projection des Gewölbescheitels; meistens fällt derselbe mit dem Schwerpunkte der Grundriffsfigur zusammen;

δ) die wagrechten Projectionen der Schnitt- oder Durchdringungslinien der Laibungsflächen der Gewölbkappen gerade Linien sind, welche von den Ecken der Grundriffsfigur nach der wagrechten Projection des Gewölbescheitels gezogen werden können; diese Schnittlinien liefern die Diagonalbogen, Gratlinien oder Grate des Kreuzgewölbes;

ε) die an den Ecken der Grundriffsfigur zusammentretenden Stirn- und Gratlinien des Gewölbes ihren Gewölbefuß in der wagrechten Kämpferebene erhalten;

ζ) die Scheitellinien der Gewölbkappen gerade Linien sind, welche vom Scheitelpunkte der Stirnbogen nach dem Scheitelpunkte des ganzen Gewölbes zu ziehen sind; diese geraden Linien sind entweder wagrecht oder nach dem Gewölbescheitel aufsteigend; im letzteren Falle ist derselbe höher liegend angenommen, als die Scheitelpunkte der Stirnbogen, so daß hierdurch das cylindrische Kreuzgewölbe mit »Stechung« oder mit »Stich« entsteht.

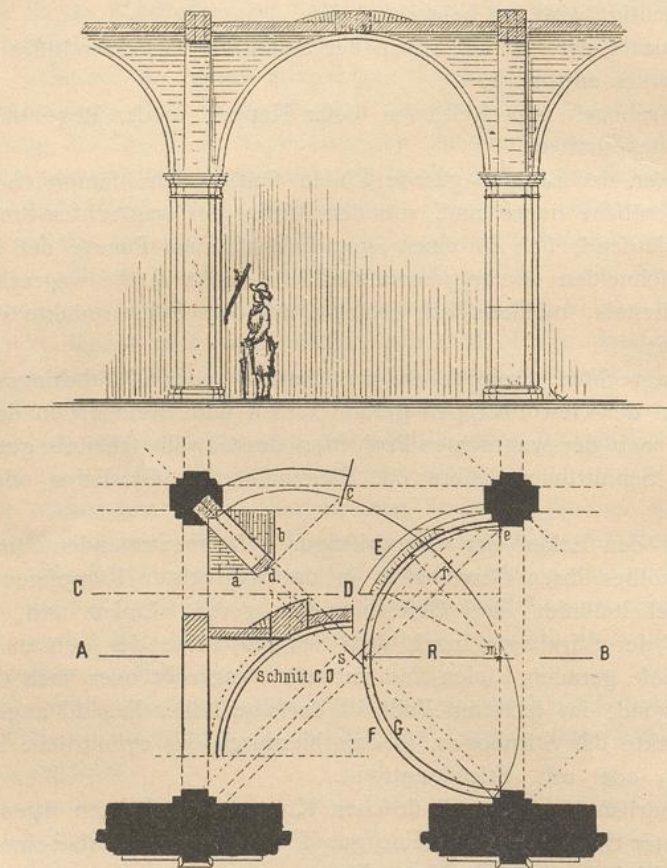
Die Grundriffsfigur eines cylindrischen Kreuzgewölbes kann irgend eine ebene geradlinige, unter Umständen auch eine gemischtlinige, also hierbei eine von geraden und krummen Linien begrenzte Figur sein.

Je nachdem die Grundriffsfigur des Kreuzgewölbes regelmäfsig oder unregelmäfsig gebildet ist, unterscheidet man auch regelmäfsige und unregelmäfsige Kreuzgewölbe.

Werden die Umfangsmauern des Raumes, welche sämtlich als Stirnmauern des Kreuzgewölbes auftreten, den Rand- oder Stirnbogen entsprechend durch Gurtbogen offen gehalten, welche ihr Widerlager an besonderen Eckpfeilern des Raumes erhalten, so entsteht das offene Kreuzgewölbe. Sind die Stirnmauern, abgesehen von darin befindlichen Thür- oder Lichtöffnungen, als eigentliche Umfangsmauern angeordnet, so erhält man das geschlossene Kreuzgewölbe.

Ist die Kämpferebene eines Kreuzgewölbes, z. B. bei Treppenanlagen, eine geneigte Ebene, so entsteht das ansteigende Kreuzgewölbe. Sind die Wölb-
linien der Gewölbkappen flache, gesetzmäßig gebildete ebene krumme Linien, so
entwickelt sich das flachbogige oder flache Kreuzgewölbe, auch Kreuzkappen-
gewölbe genannt. So mannigfach die Gestaltung des Kreuzgewölbes im Zusammen-
hange mit der Form seines Grundrisses und den grundlegenden Wölb-
linien der
cylindrischen Gewölbkappen auch vorgenommen werden kann, so bleibt doch immer-
hin die eigentliche Ausmittlung der Hauptbestandtheile des Kreuzgewölbes, d. h.
der Stirnlinien und der Gratlinien, verhältnismäßig einfach.

Fig. 429.



239.
Darstellung
des
Kreuzgewölbes. Fig. 429.

Am leichtesten sind diese Ausmittlungen bei einem cylindrischen Kreuzgewölbe
über einem quadratischen Raume zu schaffen. Ein derartiges Kreuzgewölbe zeigt

Die Stirnlinien, bezw. die Wölb-
linien der vier zusammenschneidenden Gewölbkappen mit sich
rechtwinkelig in s , dem Schnittpunkte der Diagonalen des quadratischen Grundrisses, kreuzenden Axen,
sind durch den mit R um m beschriebenen Halbkreis F bestimmt. Bei der wagrechten Lage der Scheitel-
linien der sämtlichen Gewölbkappen ergibt sich die Form der Gratlinien über den Diagonalen des
Raumes ohne Schwierigkeit je als eine halbe Ellipse E mit der großen Axe gleich der wagrechten Pro-
jection der Gratlinie und der halben kleinen Axe gleich dem Halbmesser R der Stirnlinien. Die Gurt-
bogen des hier gegebenen offenen Kreuzgewölbes sind ebenfalls Halbkreise. Dieselben sind mit dem

wird die lothrechte Projection bs , der Gratbogen bs und as in g und die lothrechte Projection es , der Scheitellinie in h von dieser Ebene geschnitten. Die hier gewonnene Schnittlinie gh sei die lothrechte Projection eines Kreisbogens, welcher in der Ebene ut als Erzeugende der Gewölbfläche I auftreten soll. Zieht man durch g und h die wagrechten Linien gf , bzw. hi , trägt man $bn = bf$ und $bk = bi$ in der lothrechten Projection des Gewölbes über der Seite ab ab, so schneidet eine durch n geführte wagrechte Linie die lothrechten Projectionen as , und bs , der Gratbogen in den Punkten p und l , während eine durch k geführte wagrechte Linie A, B , die lothrechte Projection es , der Scheitellinie der Gewölbkappe I im Punkte o trifft. Der durch die erhaltenen drei Punkte p, l und o bestimmte Kreisbogen, dessen Mittelpunkt in r auf der lothrechten s, t liegt, ist eine Erzeugende der Gewölbfläche I . In gleicher Weise ist auch für eine Ebene wx der erzeugende Kreisbogen qr mit dem Mittelpunkte z gefunden.

Die Gewölbfläche I wird hiernach eine kugelförmige (sphäroidische) Fläche.

Ein wagrecht geführter Schnitt AB , bzw. A, B , liefert die Schnittlinie $\alpha\beta\gamma$ u. s. f. Hiervon gehört die gerade Strecke $\alpha\beta$ der geraden Cylinderfläche II an, während die Curve $\beta\gamma$ der sphäroidischen Gewölbfläche I zukommt. Ein Punkt δ dieser Curve liegt im Durchstoßpunkte eines erzeugenden Kreisbogens s mit der Geraden A, B , wobei gleichzeitig dieser Kreisbogen der lothrechten Ebene y angehört.

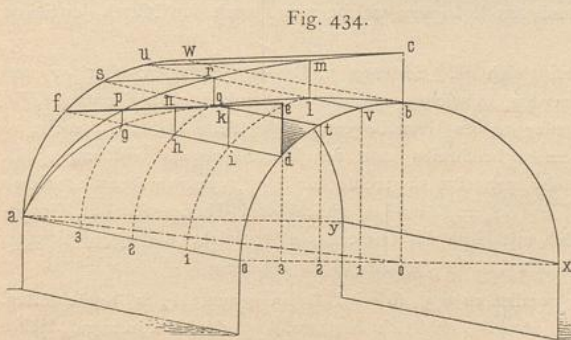
Bei dieser Anordnung der Gewölbflächen ist der Scheitelpunkt des Gewölbes in Bezug auf den höchsten Punkt des Randbogens der Gewölbkappen I um ein Maß cs , höher gelegt. Man bezeichnet dieses Ansteigen der Gewölbkappen, wie bereits gesagt, mit dem Namen Stechung oder Stich. Für die Kappen II tritt hier keine Stechung auf.

Das Maß für die Höhe der Stechung kann nach Wunsch mehr oder weniger bedeutend genommen werden, je nachdem der Scheitel des Kreuzgewölbes in Bezug auf die Scheitelpunkte der Stirnbogen desselben mehr oder weniger gehoben erscheinen soll.

Ein ungefähres Maß dieser Stichhöhe ist $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{30}$ der ganzen Weite des größten Gratbogens.

Bei den einfachen cylindrischen Kreuzgewölben, gleichgiltig, welche Grundriffsform dabei vorliegt, kann man aber jeder Gewölbkappe eine Stechung geben. Dabei nimmt man in der Regel, ausgehend von einem einzigen Stirnbogen, die Pfeilhöhen sämtlicher Stirnbogen gleich und gestaltet diese Stirnbogen vollständig abhängig vom gewählten Grundbogen. Die Erzeugenden der Gewölbflächen sind von den Stirnbogen aus ansteigende gerade Linien, welche von entsprechend liegenden Punkten der Stirnbogen auslaufen. Diese Linien liegen in lothrechten Ebenen, welche für jede Kappe parallel der Kappenaxe stehen. Sie schneiden sich in entsprechenden Punkten der Gratbogen von je zwei zusammentreffenden Kappen. Die höchsten dieser erzeugenden Linien sind die ansteigenden Scheitellinien der Kappen. Sie endigen sämtlich im Scheitelpunkte des nunmehr durchweg mit Stechung versehenen Kreuzgewölbes. Bei dieser Umformung der Gewölbflächen bleibt bei der be-

241.
Kreuzgewölbe
mit
Stechung.



stimmte vorgeschriebenen Abhängigkeit der Stirnbogen und weiter auch der Gratbogen das Wesen der cylindrischen Kreuzgewölbe noch gewahrt.

Ist $oayx$ in Fig. 434 der Grundriß der halbkreisförmigen geraden Cylinderfläche mit dem Stirnbogen awy , bzw. obx und schneidet man diese Fläche durch die lothrechte Ebene aob , so ergibt

sich als Schnittlinie die Vierteilellipse $agqlb$. Dieselbe kann als Gratlinie an einer halbkreisförmigen Kappe eines Kreuzgewölbes ohne Stechung angefehen werden.

Die höchste Erzeugende oder die Scheitellinie dieser Kappe würde die wagrechte Linie wb sein. Soll nun der Punkt b um eine Höhe bc gehoben werden, so nimmt die Scheitellinie die Lage wc an. Theilt man den Halbmesser oo in beliebig viele gleiche Theile, z. B. hier in vier Strecken, ein und legt man durch diese Theilpunkte $1, 2, 3$ lothrechte, zu oa , bezw. zur Axe der Cylinderfläche parallele Ebenen, so erhält man die wagrechten Erzeugenden uv, st, fd als Schnittlinien auf der Cylinderfläche. Läßt man nun wiederum jede dieser Erzeugenden, z. B. fd , für den Punkt d um die Höhe de gleich der für wb fest gesetzten Höhe bc heben, so ist fe eine Erzeugende der mit Stechung behafteten neuen Cylinderfläche. Die Ebene aob schneidet, gehörig erweitert, diese neue Cylinderfläche in einem Ellipsenstücke $aprmc$. Einzelne Punkte dieser Curve lassen sich leicht bestimmen. Theilt man oa ebenfalls in so viele gleiche Theile ein, als für oo genommen waren, also hier in vier Strecken, und legt man durch diese Theilpunkte lothrechte, mit der Stirnebene obx parallel stehende Ebenen, so wird die ursprüngliche Cylinderfläche nach Halbkreisen geschnitten, welche die Vierteilellipse ab der Reihe nach in den Punkten g, q und l treffen, während die Halbkreise $3, 2$ und 1 z. B. die Erzeugende fd in den Punkten g, h und i schneiden. Entsprechend der ansteigenden Erzeugenden fe , bezw. wc der neuen Cylinderfläche muß der Punkt g der Ebenen 3 und 3 um gp , der Punkt q der Ebenen 2 und 2 um $qr = hn$ und der Punkt l der Ebenen 1 und 1 um $lm = ik$ gehoben werden, um den proportionalen Theilungen der Strecken oo und oa entsprechend auch proportionale Höhen des Stechungsmaßes de , bezw. bc für die neue Schnittlinie ac , bezw. für die Erzeugenden der neuen Cylinderflächen zu erhalten. Derartige Erzeugende sind fp, sr, um und wc .

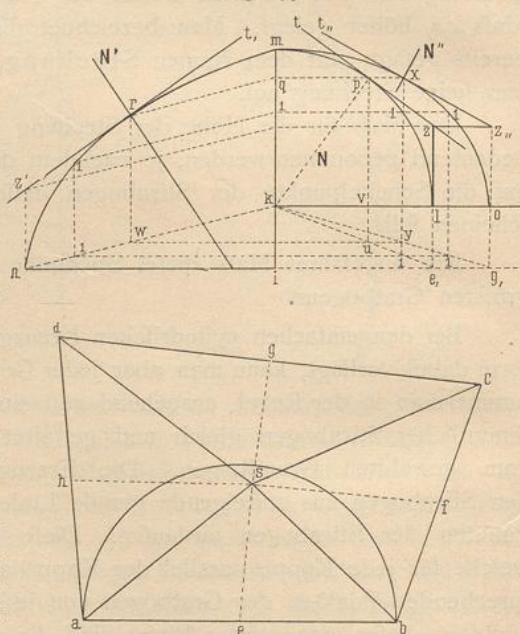
Bei cylindrischen Kreuzgewölben mit Stechung über einem unregelmäßigen Grundriß erfolgt die Ausmittlung der Stirn- und Gratbogen nach dem gewählten Grundbogen gleichfalls in der eben beschriebenen Weise. Man kann sich dabei des in Fig. 435 benutzten Verfahrens bedienen.

Das unregelmäßige Viereck $abcd$ sei der Grundriß eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung. Der Schwerpunkt s des Viereckes ist die wagrechte Projection des Scheitelpunktes des Gewölbes. Die von s nach den Ecken a, b, c und d gezogenen geraden Linien sind die wagrechten Projectionen der Gratbogen. Für eine Seite ab , deren Länge etwa der durchschnittlichen Länge von allen vier Seiten entspricht, ist der Grundbogen des Kreuzgewölbes als Halbkreis angenommen. Die Axen der Gewölbkappen se, sf, sg und sh sind gerade Linien, welche von s nach den Mitten der Seiten gezogen wurden.

Das Maß der Stechung sei gegeben und gleich ik . Soll nun z. B. der Gratbogen über cs und ein Stirnbogen für die Seite cd ausgetragen werden, so zeichne man das rechtwinkelige Axenkreuz mi, ko , wobei die Lothrechte mk gleich dem Halbmesser ea des Grundbogens für die Seite ab , die Strecke ki gleich der gegebenen Stechung ist. Mit $km = ea$ beschreibe man den Viertelkreis ml ; alsdann erhält man die Hälfte des Grundbogens. Durch i ziehe man eine wagrechte Linie ng , nehme $in = sc$ gleich der Weite des gefuchten Gratbogens über cs , und $ie = kl = km$ gleich dem Halbmesser des Grundbogens. Zieht man ke , und kn , so lassen sich mit Hilfe des Dreieckes nke , leicht die proportionalen Theilungen für den Grund- und Gratbogen, so wie für die Stechungshöhe ermitteln.

Zieht man ganz beliebig die Linie wu parallel zu ne , so wird kn in w und ke , in u geschnitten. Führt man durch diese Punkte parallele Linien zu km , so trifft der Strahl up den hier nur zur Hälfte

Fig. 435.



gezeichneten Grundbogen ml im Punkte p . Führt man durch p die Gerade pg parallel zu ne , und durch den auf km gelegenen Punkt q eine Parallele qr zu kn , so ist der Schnitt r dieses Strahles mit wr ein Gratbogenpunkt.

Ein in gleicher Weise geführter Linienzug $r \dots r$ liefert den Gratbogenpunkt r u. f. f.

Nach der Zeichnung ist $vp = wr$. Wäre keine Stechung vorhanden, so würde der Punkt r nur um das Maß wr , bezw. vp über der wagrechten Linie (Kämpferlinie) ni liegen. Beim Vorhandensein der Stechung ist aber die Strecke wr um dasselbe Maß zu vermehren, als die wagrechte Linie wu , von welcher der Punkt r abhängig ist, über der Linie ni sich erhebt. Im Punkte n ist die Stechungshöhe gleich Null; im Punkte i ist dieselbe gleich ik . Proportionale Theilungen der Strecken kn und ke , durch die Strahlen wu , rr u. f. f. liefern auch proportionale Stechungshöhen.

Für den Stirnbogen der Seite cd ist nur die Austragung seiner Hälfte nothwendig, da hiernach die andere Hälfte desselben leicht hinzugefügt werden kann. Da für diesen Bogen keine Stechung, sondern nur eine proportionale Theilung seiner Weite in Frage kommt, so wird zunächst $ko = ig = cg$ abgetragen und die Linie kg , gezogen. Der verlängerte Strahl wu schneidet kg , in y . Die Lothrechte yx wird von der verlängerten Geraden qp , wobei p dem Schnitt der Geraden wu mit ke , entspricht, im Punkte x des gefuchten halben Stirnbogens mo getroffen. In gleicher Weise ist für den Punkt r u. f. f. dieses Stirnbogens zu verfahren. Will man für die Punkte r und x , welche vom Punkte p des Grundbogens abhängig sind, die Normale N_r , bezw. N_x , fest legen, so führt man in p die Tangente tz an den Bogen ml . Diese Tangente trifft das in l auf kl errichtete Loth in der Höhe lz . Trägt man auf den Lothrechten nz , und oz , diese Höhe ab, so dafs $nz = oz = lz$ ist, zieht man alsdann die Strahlen zr , durch r und z_x , durch x , so sind dieselben Tangenten in den Elementen r und x der zugehörigen Grat-, bezw. Stirnlinie. Die in r und x auf zr , bezw. z_x , errichteten Lothe sind die gefuchten Normalen in diesen Elementen. Nach diesen Angaben sind in einem und demselben Plane sämmtliche Grat- und Stirnbogen eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung ohne Schwierigkeit zusammenzutragen.

Bemerkt sei noch, dafs beim Halbkreise als Grundbogen der hiervon abhängig gemachte Gratbogen einer Ellipse angehört, wofür bei der gewählten Stechung ik die Geraden kn und km halbe conjugirte Durchmesser sind. Die reellen Axen dieser Ellipse können nach dem in Art. 135 (S. 176) Mitgetheilten ermittelt werden. Der Stirnbogen für cd wird hier eine Halbellipse mit der halben großen Axe ko und der halben kleinen Axe km .

Wird statt der geraden Stechungslinie eine Bogenlinie in Anwendung gebracht, so entstehen Kreuzgewölbe mit »Bogenstich«. Die Gewölbflächen werden alsdann sphäroidisch.

Die Ausmittlung der Grat- und Stirnbogen könnte, wie in Fig. 433 für die Gewölbkappe I gezeigt ist, für alle Kappen durchgeführt werden, oder dieselbe wird, wie Fig. 436 angiebt, vorgenommen. In derselben ist gef eine Ecke irgend eines unregelmäßigen Kreuzgewölbes. Für die Seite ef sei ein Halbkreis als Grundbogen für das Kreuzgewölbe gewählt. Die Scheitellinie der Gewölbkappe esf sei die beliebig angenommene Bogenlinie ik ; dieselbe bestimmt den Bogenstich.

Um irgend einen Punkt o des Gratbogens C über t auf es zu bestimmen, zieht man durch t die Gerade tr parallel zur Axe si der Grundbogenkappe. Dieselbe ist die wagrechte Projection einer Erzeugenden dieser Kappe. Ihr Endpunkt am Stirnbogen besitzt die lothrechte Entfernung $rz = b$ über der Kämpferebene, während ihr Endpunkt am Gratbogen eine Höhe $to = b + y$ über dieser Ebene annimmt. Der Zuwachs y von b entspricht dem für den Gratpunkt o entstehenden Maße des Bogenstiches. Um dieses Maß zu erhalten, ist parallel zu ef eine lothrechte Ebene tw zu führen, welche für die Stechungslinie in Bezug auf is die Ordinate y liefert. Für den Stirnbogen B ergibt sich unter Benutzung der von t parallel zu sm angegebenen Erzeugenden tv sofort die Höhenlage des Punktes z als $vz = b$ über der Kämpferebene.

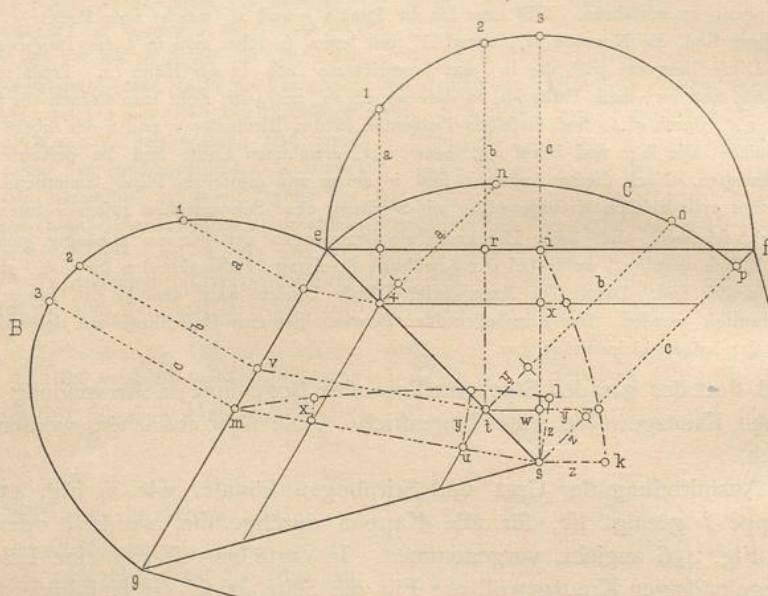
Unter Beobachtung der Bezeichnungen in Fig. 436 läßt sich die Bestimmung einer größeren Anzahl von Punkten des Gratbogens C , des Stirnbogens B und auch der Scheitellinie ml der zweiten Gewölbkappe esg ohne Weiteres treffen. Wäre hier statt der Bogenstichlinie ik eine gerade Stechungslinie gegeben, so hätte das Austragen der Grat- und Stirnlinien unter Benutzung dieser Stechungslinie nach

einem gleichen Verfahren stattfinden können. Dasselbe entspricht der bereits in Art. 135 (S. 174) erwähnten fog. Vergatterung.

242.
Kreuzkappen-
gewölbe.

Ist der Grundbogen irgend ein Flachbogen, so ist das Festlegen der Gratbogen, Stirnlinien, Scheitellinien u. f. f. für ein nun entstehendes flaches Kreuzgewölbe oder Kreuzkappengewölbe mit oder ohne Stechung unter Benutzung einer geraden oder einer bogenförmigen Stechungslinie nach dem Vorgetragenen gleichfalls zu bewirken. Bei sehr flachen cylindrischen Kreuzkappengewölben treten die Grate mit nur geringer Ausprägung vor den Wölbflächen auf, wenn nicht vorweg eine große Stechungshöhe angenommen wird. Aus diesem Grunde wählt man für derartige Gewölbe zweckmäßig einen Bogenstich, um dann sphäroidische Gewölbkappen zu schaffen, welche die Form des Kreuzgewölbes zum schärferen Ausdruck bringen, als die cylindrischen

Fig. 436.



Kappen. Für den Grundbogen dieser Gewölbe kann man passend $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ seiner Spannweite zur Pfeilhöhe annehmen.

243.
Steigende
Kreuzgewölbe.

Die steigenden Kreuzgewölbe finden bei Treppenanlagen mehrfach Anwendung. Ihre Gestaltung richtet sich vollständig, obgleich ihre Kämpferebene eine schiefe Ebene ist, nach den für das Kreuzgewölbe mit wagrechter Ebene angeführten grundlegenden Ausmittelungen.

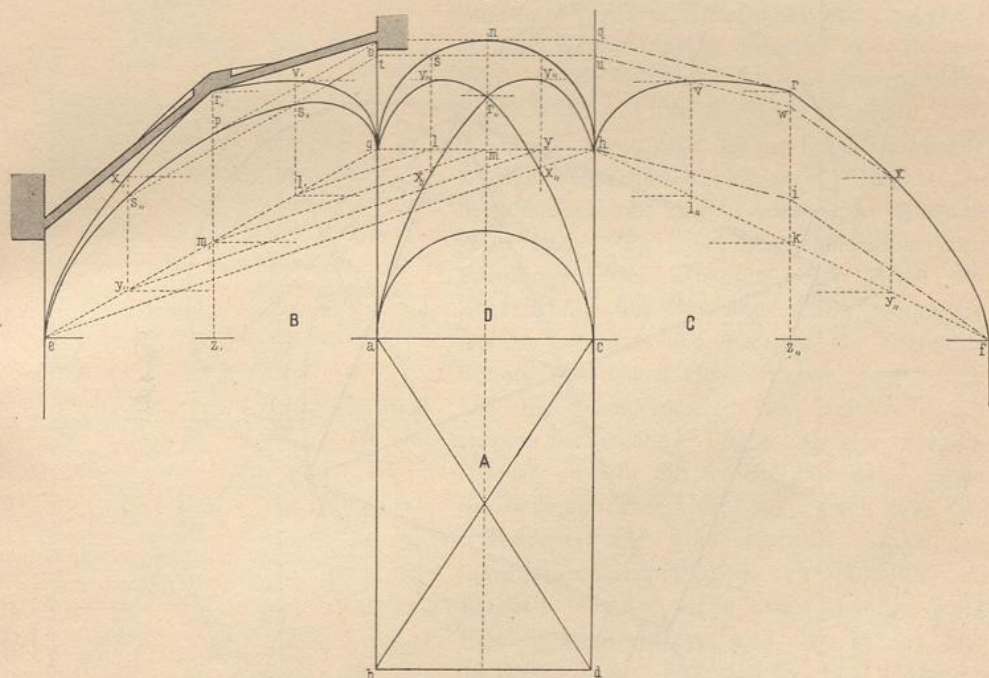
In Fig. 437 ist die Entwicklung der Hauptstücke für ein cylindrisches steigendes Kreuzgewölbe über einem rechteckigen Grundriss mit einem Halbkreise als Randbogen für die kleinen Rechteckseiten ac und bd und einer Stichhöhe ik unter Benutzung der fog. Vergatterung vollständig gegeben. Aus der Zeichnung sind ohne Weiteres die Bestimmungen der Gratbogen in C , der Stirnbogen über ab und cd in B , so wie die Anhaltspunkte für die Darstellung der Projection der Gewölbflächen in D zu entnehmen.

Steigende Kreuzgewölbe können gleichfalls eine Gestaltung als flache steigende Kreuzkappen erhalten. Dann sind jedoch hierfür wieder passender, statt cylindrischer Kappen, solche mit Bogenstich anzuwenden. Dasselbe gilt auch für steigende Kreuzgewölbe mit verhältnismäßig großer Längenausdehnung, damit alsdann bei diesen Gewölben die Gratlinien scharf ausgeprägt erscheinen.

Bei Kreuzgewölben über quadratischen Grundrissen sind beim Feststellen der sämtlichen Stirnbogen als gleiche Halbkreise die Laibungsflächen der Gewölbkappen oft zweckmäßig je für sich als Flächen eines geraden Kegels mit wagrechter, in der Kämpferebene liegender Axe einzuführen. Diese Ueberleitung der cylindrischen Gewölbflächen in Kegelflächen bietet einige Vortheile. Die Gratbogen treten mehr spitzbogenartig auf und erscheinen freier gehoben, als die Gratbogen der selbst mit

244.
Kegelförmige
Kreuzgewölbe.

Fig. 437.



Stechung behafteten cylindrischen Kreuzgewölbe über quadratischer Grundfläche. In Folge hiervon ist auch das Emporsteigen der Kappenflächen ausdrucksvoller.

In Fig. 438 ist die Gestaltung eines solchen Kreuzgewölbes für den quadratischen Grundriss $abcd$ entwickelt.

Der durch die Ecken abd des Grundrisses gelegte Halbkreis mit dem Halbmesser sa soll für die zu erzeugenden Kegelflächen maßgebend werden. Die Kegelaxe X geht durch s , d. i. durch die wagrechte Projection des Scheitelpunktes des Gewölbes, und steht rechtwinkelig auf der Seite ac . Das in s auf der Axe X errichtete Loth trifft den bezeichneten Halbkreis in e . Die durch e und a bis m auf X geführte Gerade ist eine in der Kämpferlinie liegende äußerste Seitenlinie; der Punkt m ist die Spitze des Kegels und die von m durch e bis v gezogene gerade Linie eine zweite äußerste Seitenlinie desselben.

Da außerdem durch jede rechtwinkelig zur Kegelaxe geführte Ebene der Kegel nach einem Kreise, bzw. die Kegelhälfte nach einem Halbkreise geschnitten werden soll, welcher für die Ebene ac der Stirnbogen des Gewölbes wird, so ist nunmehr die in Benutzung zu nehmende Kegelfläche vollständig bestimmt. Schneidet man diese Kegelfläche nach av in der Richtung der Gratebene, so wird die Schnittlinie eine

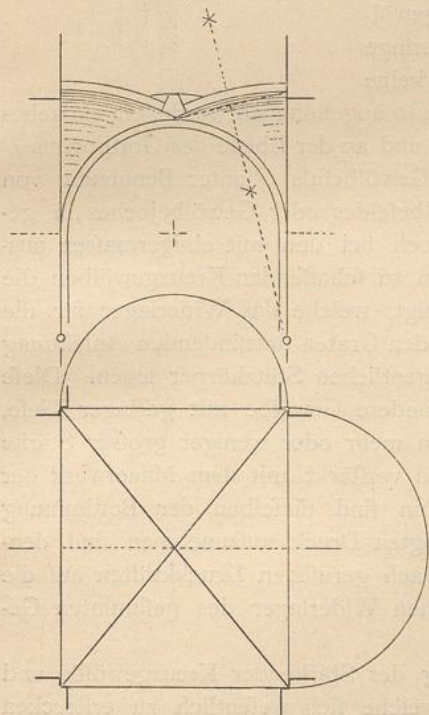
Kegelflächen leicht zu bestimmen. Bei der Gleichheit dieser Kegelflächen ist $ag = aw$. Noch sei bemerkt, daß auch $fn = fk$ ist. Die Scheitellinien der Wölbflächen sind offenbar Theile höchster Seitenlinien der Kegelflächen, und danach ist die Stechungshöhe ue auch ohne Weiteres mittels der äußeren Seitenlinie ae zu erhalten.

Will man bei rechteckigen oder auch bei unregelmäßigen Grundrissen kegelförmige Kappen mit cylindrischen oder sphäroidischen Gewölbflächen vereinigen, so betrachtet man die Kegelfläche einer einzelnen Kappe als Ausgangsfläche und bringt alle übrigen Gewölbflächen davon in Abhängigkeit. Hierbei hat man nur wiederholt das im Vorhergehenden Gefagte in Anwendung zu bringen, so daß besondere Erörterungen hierzu nicht nöthig werden.

Den Gegensatz zu den Kreuzgewölben mit Stechung, bezw. mit wagrecht liegenden Scheitellinien bilden die Kreuzgewölbe mit gefenktem Scheitelpunkte. Dieser Punkt

245.
Kreuzgewölbe
mit gefenktem
Scheitel.

Fig. 439.



liegt alsdann entweder tiefer als die Scheitelpunkte sämtlicher Stirnbogen, oder nur tiefer als die Scheitelpunkte einzelner Randbogen. Eine solche Gestaltung der Kreuzgewölbe kann wohl bei rechteckigen Räumen vorkommen, wenn alle Stirnbogen Halbkreise werden sollen und die Länge des Rechteckes seine Breite nicht zu sehr überwiegt. Alsdann kann nach Fig. 439 die Scheitelhöhe des Randbogens der schmalen Seite gleich der Scheitelhöhe des Gewölbes selbst genommen werden, so daß die Kappen der schmalen Seiten geraden Cylinderflächen angehören. Da die Scheitelpunkte der Halbkreise der langen Seiten höher liegen, als der Gewölbscheitel, so fällt die Scheitellinie der Kappen dieser Seiten vom Stirnbogen nach dem Gewölbscheitel ab. Diese Kappen werden alsdann am zweckmäßigsten mit sphäroidischen Flächen behaftet. Die Ausmittlung dieser Flächen kann entsprechend den in Art. 236 (S. 345), bezw. Art. 240 (S. 353) Gefagten erfolgen. Im Allgemeinen ist die Anordnung von cylindrischen Kreuzgewölben mit gefenktem Scheitel von weniger günstigem Eindrücke begleitet, als diejenige, wobei den Gewölbkappen eine entsprechende Stechung gegeben ist.

2) Stärke der cylindrischen Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager.

Die Gewölbkappen der cylindrischen Kreuzgewölbe sind Theile eines Tonnengewölbes, welche in der Ebene der Grate in Verbindung, bezw. in einer Schnittfläche zusammentreten oder besser an einem selbständig ausgeführten Gratkörper ihr Widerlager finden. Wie das Zusammenfügen der Gewölbkappen auch vorgenommen wird, immer wird im Wesentlichen die Summe der im Gewölbsystem eines Kreuzgewölbes durch sein Eigengewicht und seine Belastung nach gerufenen Kräfte auf den in der Kämpferebene gelegenen Fuß der Gewölbkappen übertragen. Da für

246.
Grundlagen.

die zusammengefügt Kappen die Fußflächen sich streng genommen auf eine gerade Linie herabmindern würden, so folgt, daß bei den Kreuzgewölben in der Ausführung für den Gewölbefuß nicht eine Linie, bezw. eine Schneide, sondern eine wirkliche Widerlagsfläche mit darunter befindlichem Stützkörper zu schaffen ist. Diese Stützkörper, welche immer am Fulse der zusammentretenden Stirn- und Gratabogen, also, der Gestaltung des Kreuzgewölbes gemäß, an den Ecken der mit Kreuzgewölben zu überdeckenden Räume oder an den Ecken der einzelnen Raumabtheilungen größerer Räume anzulegen sind, bilden die Widerlager der Gewölb-Construction.

Wenn nun auch bei untergeordneten Kreuzgewölben, d. h. solchen Gewölben, welchen nur eine geringe Spannweite und außer ihrem Eigengewichte keine weitere Belastung zugewiesen wird, wie nach Fig. 440 angenommen wurde, ein einfaches Zusammenfügen der Gewölbkappen *A* und *B* in und an der Ebene des Gratabogens *D* möglich ist und hiernach ein Stützkörper am Gewölbefuß *C* unter Benutzung von besonderen Gurt- oder Scheidebogen des Gewölbefeldes oder Gewölbejoches in geeigneter Weise gebildet werden kann, so ist doch bei den mit einigermaßen ausgedehnteren Spannweiten in gewöhnlichen Fällen zu schaffenden Kreuzgewölben die Herstellung von besonderen Gratkörpern angezeigt, welche das Widerlager für die Gewölbkörper auf der ganzen Strecke ihrer an den Graten stattfindenden Anlehnung bieten und in ihren Fußflächen sich auf den eigentlichen Stützkörper legen. Diese Körper der Grate werden zweckmäßig als besondere Gewölbe mit geringer Tiefe, gleichsam als Träger der Kreuzgewölbkappen, in mehr oder weniger großer Stärke selbständig für sich ausgeführt oder entsprechend verstärkt mit dem Mauerwerk der Kappen in Zusammenhang gebracht. Immerhin sind dieselben der Bestimmung unterworfen, den von den Gewölbkappen erzeugten Druck aufzunehmen und denselben in Verbindung mit den in ihnen selbst wachgerufenen Druckkräften auf die vorhin bezeichneten Stützkörper oder eigentlichen Widerlager des gefamten Gewölbsystems zu übertragen.

Aus diesen Gründen sind zur Ermittlung der Stärke der Kreuzgewölbe und ihrer Widerlager Untersuchungen anzustellen, welche sich wesentlich zu erstrecken haben auf die Stabilität:

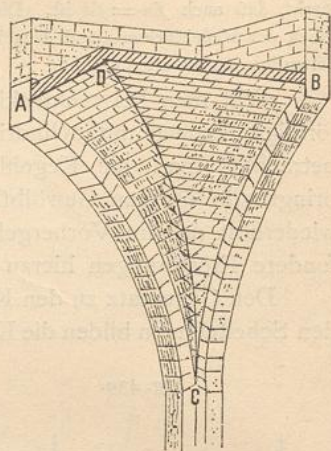
- α) der Gewölbkappen,
- β) der Gratabogen und
- γ) der Widerlager an den Ecken des Gewölbes.

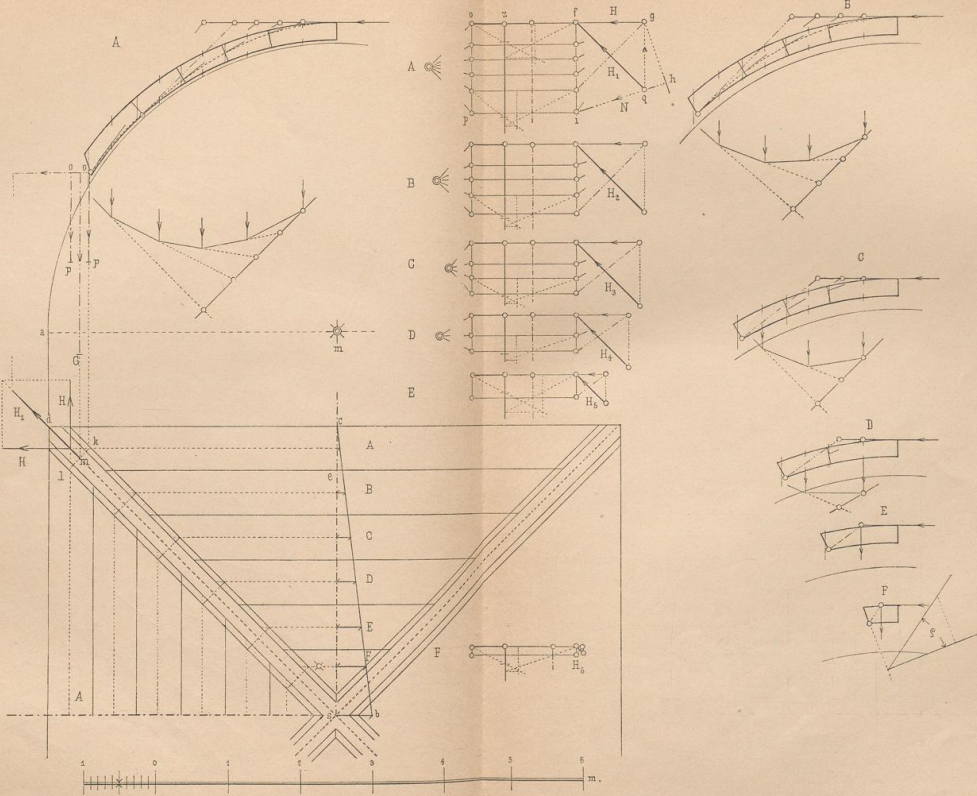
Hierzu kommt noch bei der besonderen Einwölbungsart der cylindrischen Kreuzgewölbe auf Schwalbenschwanz-Verband die Untersuchung der Stabilität der Stirnmauern des Gewölbes.

α) Stabilität der Gewölbkappen.

Bei der Einwölbung der Gewölbkappen auf Kuf zerlegt man jede Kappe, einschließlic ihrer Belastung, durch lothrechte und parallel zu ihrer Stirnmauer gestellte Ebenen in einzelne schmale Elementarstreifen. Dieselben bilden kleine

Fig. 440.





Stabilitäts-Untersuchung eines cylindrischen Kreuzgewölbes über quadratischem Grundriss.

Handbuch der Architektur. III. 2. c.

Tonnengewölbe, die ihr Widerlager an den Gratabogen finden, welche die Kappen von einander scheiden. Die statische Untersuchung jedes einzelnen Elementarstreifens kann also ganz in derselben Weise, wie beim Tonnengewölbe in Art. 136 (S. 181) gezeigt wurde, erfolgen.

Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband zerlegt man jede derselben, einschliesslich ihrer Belastung, in Elementarstreifen, welche durch lothrechte und rechtwinkelig zum Grat gestellte Ebenen begrenzt sind und sich auf der Scheitellinie jeder Kappe an einander lehnen. Jeder Elementarstreifen ist alsdann im Allgemeinen ein schmales einhäufiges Gewölbe, dessen Stabilität nach dem in Art. 146 (S. 208) Gefagten geprüft werden kann.

Die besondere Untersuchung der Gewölbkappen soll nach diesen allgemeinen Grundlagen an einzelnen Beispielen gezeigt werden.

Beispiel 1. Der Grundriss eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung (siehe die neben stehende Tafel) sei ein Quadrat von 8 m Seitenlänge. Die Stirnbogen sind für alle vier Seiten Halbkreise mit dem Halbmesser *ma*. Die Stechungshöhe des Gewölbes ist *sb*. Die Einwölbung erfolge mit Backsteinmaterial vom Eigengewicht 1,6 auf Kufverband. Die Breite der selbständig aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 ausgeführten Gratabogen *ds* sei zu 0,40 m gewählt. Von einer besonderen fremden Belastung des Gewölbes ist Abstand genommen. Ist solche vorhanden, so wird das Wesen der Untersuchung an sich nicht geändert. Die Elementarstreifen *A, B . . . F* der einzelnen Kappen mögen eine sonst beliebig genommene Breite besitzen; hier ist denselben eine gleiche Breite *ce* gegeben.

Um von vornherein die für die einzelnen Elementarstreifen bei den auf graphischem Wege zu bestimmenden Gewichtsstrecken noch durch genau und deutlich darzustellende Linien zu erhalten, selbst wenn die Breiten dieser Streifen von einander abweichen oder an sich ziemlich schmal genommen sind, oder wenn selbst das Eigengewicht der Streifen verschieden wäre, kann ein einfaches Zusammenfügen einzelner graphischer Constructionen in Anwendung gebracht werden. Da diese Constructionen auch später bei der statischen Untersuchung von Kuppelgewölben, bezw. von Kreuzgewölben mit busigen Kappen benutzt werden, so soll hier gleich eine allgemeine Behandlung der für die vorliegenden Zwecke erforderlichen graphischen Ausmittlung der Linienwerthe für den Inhalt prismatischer Körper, bezw. der Gewichtswerthe derselben eintreten.

Ein prismatischer Körper von der Breite *b* Met., der Höhe *h* Met. und der Dicke gleich 1 m besitzt den körperlichen Inhalt

$$V = b \cdot h \cdot 1 \text{ Cub.-Met.} \dots\dots\dots 226.$$

Soll dieser Werth von *V* dargestellt werden durch die Mafszahl einer Linie *x*, multiplicirt mit einer beliebig gewählten Mafszahl *B* (Basiszahl, bezw. Basis) einer anderen Linie, so mufs

$$b \cdot h \cdot 1 = Bx, \dots\dots\dots 227.$$

oder

$$\frac{x}{h} = \frac{b}{B} \dots\dots\dots 228.$$

fein. Wie in Art. 143 (S. 197) angegeben, kann hiernach *x* bei gegebener Basis *B* in bekannter Weise construirt werden. Besitzt nun ein prismatischer Körper *K* (Fig. 441) eine Breite *b* Met., eine Höhe *h* Met. und eine mittlere Dicke *d* Met., so ist sein Inhalt

$$v = b h d \text{ Cub.-Met.} \dots\dots\dots 229.$$

Soll nunmehr dieser Werth durch die Mafszahl einer Linie *w*, multiplicirt mit der fest gesetzten Basiszahl *B*, dargestellt werden, so ist

$$v = b h d = Bw \dots\dots\dots 230.$$

zu setzen. Da aber nach Gleichung 227: $b h = \frac{Bx}{1}$ ist, so wird auch

$$\frac{Bx}{1} d = Bw, \dots\dots\dots 231.$$

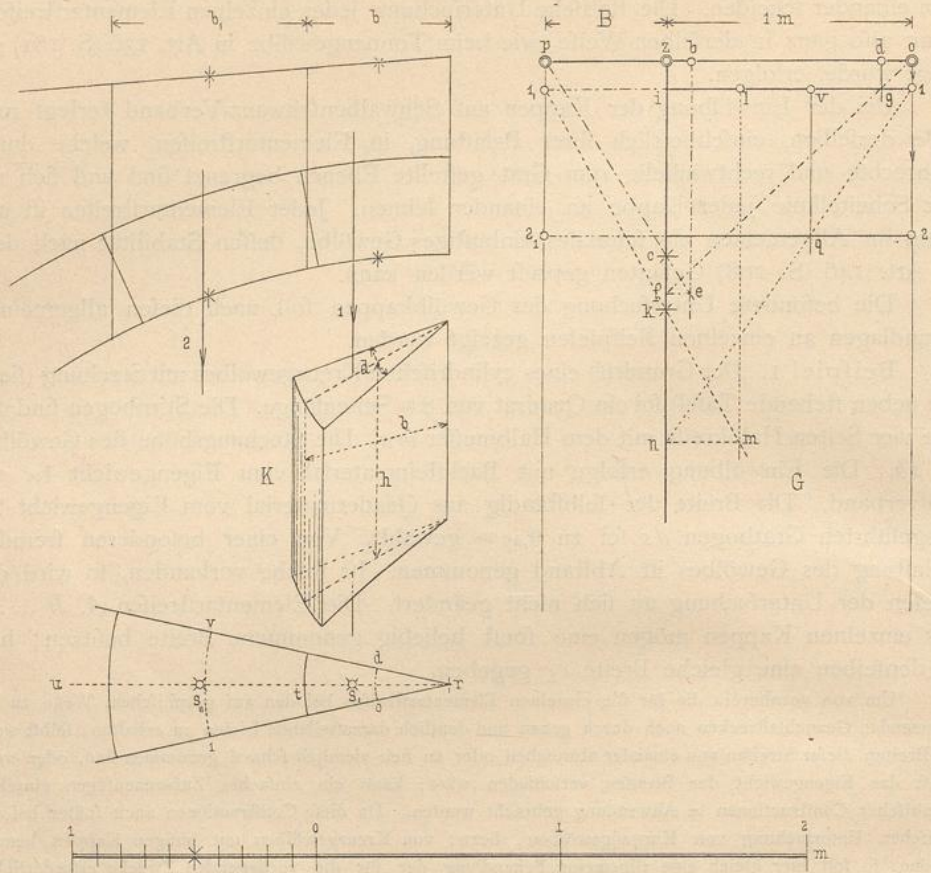
woraus

$$\frac{x}{1} = \frac{w}{d} \dots\dots\dots 232.$$

248.
Beispiel
1.

249.
Rauminhalt
prismatischer
Körper.

Fig. 441.



folgt. Sobald x gezeichnet ist, kann hiernach w gleichfalls durch Zeichnung gefunden werden. Beachtet man, das, je kleiner die Basis B genommen wird, die Länge x und danach auch die Länge w desto gröfser erhalten wird, so kann in jedem Falle ein entsprechend deutlicher Plan für jene Linienwerthe angefertigt werden. Ist weiter γ Tonnen das Gewicht von 1 Cub.-Met. des betrachteten Körpers, dessen Inhalt durch Bw ausgedrückt wird, so ist sein Gewicht

$$G = Bw\gamma \text{ Tonnen} \dots \dots \dots 233.$$

In der Zeichnung ist die Basis $B = pz = 0,5 \text{ m}$. Die Strecke zo ist gleich 1 m zu nehmen.

Durch p, z und o werden lothrechte Linien gezogen. Trägt man auf der Linie po die Breite $b = pb$ des Körpers ab, zieht man alsdann die Lothrechte be , schneidet man auf der z -Linie die Strecke zc gleich der Höhe h des Körpers ab und zieht man durch p und c einen Strahl, bis derselbe gehörig verlängert die durch b geführte Lothrechte in e schneidet, so ist be gleich dem Werthe x der Gleichung 228. Nimmt man nunmehr auf der z -Linie die Strecke $zf = be = x$, trägt man die mittlere Dicke d des Körpers auf der Linie po von o aus als $od = d$ ab und zieht man durch den Punkt d die Lothrechte, so erhält man nach Führung des Strahles of sofort auf dieser Lothrechten den Schnitt g und in der Strecke dg den Linienwerth w . Denn es ist

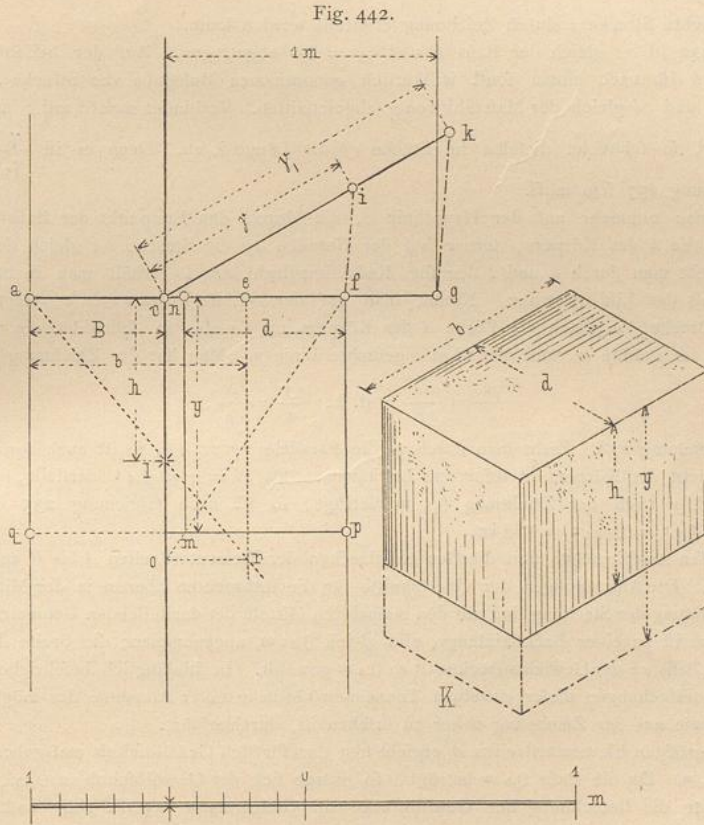
$$\frac{zf}{1} = \frac{dg}{od}, \text{ d. h. } \frac{x}{1} = \frac{w}{d},$$

entsprechend der Gleichung 232. Zieht man durch g die Parallele rr' zu po , so ist auch $or = pr' = w$.

Fährt man unter Benutzung der Linie rr' , in gleicher Weise, wie aus der Zeichnung ersichtlich, zur Bestimmung des Linienwerthes $w = vq = r2 = r,2$, für einen zweiten Körper fort, so erhält man die Aneinanderreihung der für den Inhalt der Körper maßgebenden Strecken.

Nach der Zeichnung ist $o r = w = 0,11$ m. Da $B = 0,5$ m, so ist nach Gleichung 230 $v = 0,5 \cdot 0,11 = 0,055$ cbm. Wiegt 1 cbm 1,6 t, so ist nach Gleichung 233: $G = 0,055 \cdot 1,6 = 0,088$ t = 88 kg. Hiernach ist der Plan G auch ohne Weiteres als Gewichtsplan, bezw. als Kräfteplan zu verwerthen.

Sind die Inhalte, bezw. die Gewichte von einer Reihe nach einander zusammengefügtter Körper, welche verschiedene Eigengewichte besitzen, in einem Gewichtsplane zusammenzutragen, so sind die einzelnen Gewichtstrecken auf ein und dasselbe Eigengewicht, welches irgend einem einzigen gewählten Körper angehört, zurückzuführen. Dann kann die Bestimmung der Gewichtstrecken nach Fig. 442 in folgender Weise geschehen.



Der Körper K , dessen Inhalt $V = b h d$ Cub.-Met. ist, besitze ein Gewicht γ , Tonnen für 1 cbm. Alsdann ist das Gewicht desselben

$$G = b h d \gamma, \text{ Tonnen} \dots \dots \dots 234.$$

Ist nun das zu Grunde zu legende Gewicht, welches für alle Körper bei der Ermittlung der Gewichtstrecken eingeführt werden soll, gleich γ Tonnen für 1 cbm, ist ferner der gefuchte Linienwerth y von einer solchen Größe, daß der Körper, welchem diese Strecke y zukommt, unter Multiplication mit der fest gesetzten Basiszahl B in seinem Inhalte v , entsprechend der Gleichung 230, durch $B y$ ausgedrückt erscheint, so ist sein Gewicht G , zu berechnen als

$$G = B y \gamma \text{ Tonnen} \dots \dots \dots 235.$$

Soll nun G , dieselbe Größe wie G darstellen, so muß nach den Gleichungen 234 u. 235

$$b h d \gamma = B y \gamma$$

werden. Da nach Gleichung 227: $b h = B x$ zu setzen ist, so folgt auch $B x d \gamma = B y \gamma$ oder

$$x d \gamma = y \gamma.$$

Hieraus entspringt der Ausdruck

$$\frac{x d}{y} = \frac{\gamma}{\gamma} \dots \dots \dots 236.$$

Setzt man $\frac{\gamma}{\gamma'} = \lambda$, d. h. auch

$$\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{\lambda}{1}, \dots \dots \dots 237.$$

so läßt sich λ construiren.

Nachdem λ bestimmt ist, ergibt sich nach Gleichung 236: $\frac{x d}{y} = \lambda$ nunmehr der Ausdruck

$$\frac{y}{d} = \frac{x}{\lambda}, \dots \dots \dots 238.$$

wonach die gefuchte Strecke y durch Zeichnung ermittelt werden kann.

In Fig. 442 ist ac gleich der Basis B und $cg = 1$ m abgetragen. Auf der beliebig durch c gezogenen Linie ck ist nach einem sonst willkürlich genommenen Maßstabe die Strecke ck gleich der Maßzahl von γ , und ci gleich der Maßzahl von γ' abgezeichnet. Verbindet man k mit g und zieht zu kg die Parallele if , so schneidet dieselbe im Stücke cf die Länge λ ab. Denn es ist $\frac{\gamma}{\gamma'} = \frac{cf}{1} = \frac{\lambda}{1}$, wie nach Gleichung 237 sein muß.

Nimmt man nunmehr auf der Hauptlinie c , die durch den Endpunkt der Basisstrecke B geht, cl gleich der Höhe h des Körpers, ferner auf der Geraden ag die Strecke ae gleich der Breite b des Körpers, und zieht man durch a und l den sog. Reductionsstrahl ar , so erhält man in bekannter Weise die Länge er als den Linienwerth x . Nimmt man auf der c -Linie $co = er = x$, trägt sodann aber von f aus die Strecke fn gleich der Dicke d des Körpers auf fa ab, so schneidet ein Strahl fo die Lothrechte in n im Punkte m , und nm ist die gefuchte Linie y . Man hat der Zeichnung gemäß

$$\frac{y}{d} = \frac{co}{cf}, \text{ d. h. } \frac{y}{d} = \frac{x}{\lambda},$$

entsprechend Gleichung 238. Zieht man durch m die Parallele pq zu ag , so ist auch $aq = fp = y$.

Das Gewicht des Körpers ist sofort zu bestimmen. Da $ci = \gamma = 1,6$ t darstellt, $B = 0,5$ m genommen ist und y nach der Zeichnung $0,86$ m beträgt, so ist nach Gleichung 235 dieses Gewicht $G = 0,5 \cdot 0,86 \cdot 1,6$ t = $0,688$ t = 688 kg.

250.
Beispiel
1,
Fortsetzung.

Nach diesen Ausführungen sind die Gewichtsstrecken der Elementarstreifen A bis F auf der Tafel bei S. 363 bestimmt. Die Austragungen der Querschnitte für die lothrechten Ebenen in der Mitte der Streifen unter Berücksichtigung der Stechung sind mit den einfachsten Mitteln der darstellenden Geometrie zu bewirken. Die Gewölbstärke ist zu einer Backsteinlänge, also gleich $0,25$ m, angenommen; die Breite der Streifen beträgt $0,6$ m. Die Basis oz der Gewichtsstrecken ist zu $0,5$ m gewählt. In hinlänglich beschriebener Weise sind die Stabilitäts-Untersuchungen dieser einzelnen Tonnengewölbstücke unter Annahme des möglichst kleinsten Gewölbchubes, wie aus der Zeichnung näher zu ersehen ist, durchgeführt.

Für den größten Elementarstreifen A ergibt sich der für den Gewölbchub maßgebende Werth der Linie gf zu $0,95$ m. Da die Basis $0,5$ m beträgt, so würde sich der Gewölbchub zu $0,95 \cdot 0,5 = 0,475$ qm ergeben. Um für die Berechnung der Gewölbstärke die Gleichungen 145 (S. 186) und 150 (S. 187), bezw. die Tabelle auf Seite 202 benutzen zu können, ist zu beachten, daß jene Gleichungen, bezw. jene Tabelle unter der Annahme einer Gewölbtiefe gleich der Längeneinheit (gleich 1 m) aufgestellt sind. Würde also der Streifen A statt einer Breite von $0,6$ m eine solche von 1 m besitzen, so würde sich der Gewölbchub ergeben zu

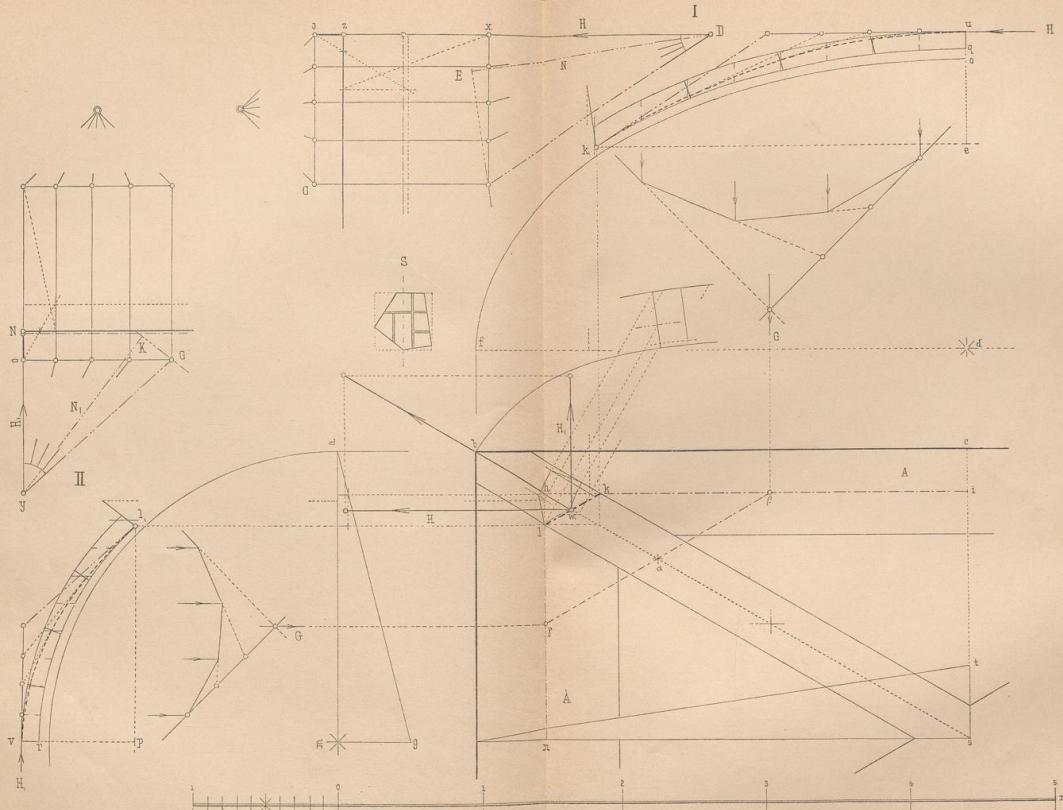
$$H = \frac{1}{0,6} \cdot 0,475 = 0,79 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert dieser Gewölbchub nicht ganz eine Backsteinlänge als Gewölbstärke.

In gleicher Art findet man den Normaldruck des Streifens A für die Widerlagsfuge unter Verwerthung der Linie $hi = 1,4$ m zu

$$N = \frac{1}{0,6} \cdot 1,4 \cdot 0,5 = 1,16 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Auch für diese Zahl giebt die Tabelle auf Seite 202 keine über $0,25$ m gehende Gewölbstärke. Die für die Kappen angenommene Gewölbstärke ist also ausreichend. Da alle übrigen Gewölbstreifen kleineren Gewölbchuben unterliegen, die Prüfung der sämtlichen Streifen den Gleichgewichtszustand gegen Drehen und gegen Gleiten (Reibungswinkel ρ bei F) bekundet, so können die Gewölbkappen als stabil gelten. Der Einfluß, welcher von den Gewölbstreifen durch ihre Gewichte und ihre Gewölbchübe auf den Grat aus-



Stabilitäts-Untersuchung eines cylindrischen Kreuzgewölbes über rechteckigem Grundriß.

geübt wird, ist ohne Weiteres für den Streifen A bei m zu erkennen. Gegen den Grat treten die beiden hier gleichen Streifen A mit einem Gewölbschube gi des Gewichtplanes A . Die Angriffspunkte k und l derselben liegen am Grat in einer wagrechten Linie kl . Zerlegt man die in k und l angreifenden Gewölbschübe gi in ihren lothrechten Kräfteebenen je in eine wagrechte Seitenkraft $H = gf = gg$ und in eine lothrechte Seitenkraft $fi = op$, so lassen sich zunächst H und H zu einer wagrechten Mittelkraft H , zusammensetzen, welche nunmehr in der lothrechten Mittelebene ds des Gratabogens liegt und deren Angriffspunkt nach m in der wagrechten Linie kl zu legen ist. Dieses Zusammensetzen der Kräfte H ist im Gewichtplane durch das Kräftedreieck ggf vorgenommen. Sodann lassen sich auch die lothrechten in k und l wirkenden Kräfte op zu einer einzigen Mittelkraft G , hier gleich $2op$, zusammensetzen, deren Richtung gleichfalls durch m geht, so dass nunmehr der Gratabogen außer seinem Eigengewichte vor allen Dingen im Punkte m , dessen Lage in jedem Falle leicht ermittelt werden kann, vom Streifen A durch die Kräfte H , und G beansprucht wird. Auf demselben Wege sind, wie in den Kräfte- oder Gewichtsplänen der einzelnen Streifen angegeben, auch alle von den Elementarstreifen herrührenden und für den Gratabogen in Rechnung tretenden Kräfte aufzufinden. Von diesen Kräften wird bei der Bestimmung der Stärke der Gratabogen unter β Gebrauch gemacht werden.

Beispiel 2. Der Grundriß eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung (siehe die neben stehende Tafel) sei ein Rechteck von 4,0 m Breite und 6,9 m Länge. Die Stirnbogen der schmalen Seite sind Halbkreise mit dem Halbmesser ma ; diejenigen der langen Seite hingegen, da sämtliche Randbogen eine gleich große Pfeilhöhe erhalten sollen, sind Halbellipsen mit der halben großen Axe bc , bezw. fd und der halben kleinen Axe $de = ma$. Die Stechungshöhe des Gewölbes ist $mg = sl = 0,5$ m. Die Einwölbung soll auf Kufverband mit Backsteinmaterial vom Eigengewicht 1,6 erfolgen. Die Grate sind gleichfalls aus Backstein von $1\frac{1}{2}$ Stein Breite und $1\frac{1}{2}$ Stein Höhe mit entsprechenden Widerlagsflächen für die Gewölbkappen herzurichten.

251.
Beispiel
2.

Da es für die Bestimmung der Gewölbstärke ausreichend ist, die am weitesten gespannten Elementarstreifen von je zwei an einem Gratabogen zusammentretenden Kappen statisch zu untersuchen, so sind hier die beiden Elementarstreifen A und A , welche unmittelbar an den Stirnbogen der Seiten des Rechteckes liegen, in Betracht gezogen. Die lothrechten Mittelebenen, welche zugleich Kräfteebenen der Streifen sind, stehen parallel zu den Stirnebenen. Sie schneiden sich in einer lothrechten Linie, welche die Gratlinie über bs in einem Punkte trifft, dessen wagrechte Projection h wird. Bei dieser Bestimmung der Kräfteebenen, welche durch die von einander abhängige Zerlegung der Kappen in ihre Elementarstreifen bedingt ist, entstehen bei einem rechteckigen Grundriße stets zwei am Grat zusammenlaufende Streifen von verschiedener Breite, wobei aber das Verhältniß der Breite b des schmalen Streifens A zur Breite B des anliegenden Streifens A , stets durch

$$\frac{b}{B} = \frac{cs}{bc} \dots \dots \dots 239.$$

auszudrücken ist. Auch für die Weite der Elementarstreifen ergibt sich ein Zusammenhang, indem aus leicht ersichtlichen Gründen

$$\frac{ki}{ln} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 240.$$

wird. Da nun außerdem vermöge der Gestaltung der Laibungsflächen der cylindrischen Kappen auch beim Vorhandensein einer Stechung die Anschlußpunkte k , bezw. l , der mittleren Wöblinien solcher Streifen A und A , an der Widerlagsfläche am Grat eine gleiche Höhenlage über der Kämpferebene erhalten, so ist die gerade Verbindungslinie dieser Punkte, deren wagrechte Projection kl ist, auch eine wagrechte Linie. Ferner ist zu beachten, dass die Pfeilhöhen oq und pr in Folge der regelrechten Ausmittelung der mittleren Wöblinie der Streifen A und A , wie solche nach der grundlegenden Gestaltung (siehe Art. 241, S. 355) der Gewölbflächen zu geschehen hat, einander gleich werden. Ist nun die Stärke beider Elementarstreifen, wie bei der Ausführung der Fall, wiederum dieselbe, so ist auch $ou = pv$, d. h. die höchsten Punkte einer gedachten Scheitelfuge der symmetrisch gebildeten kleinen Tonnengewölbe, welche für die Elementarstreifen nur zur Hälfte berücksichtigt zu werden brauchen, liegen in einer wagrechten Ebene. Weiter ist zu berücksichtigen, dass, wenn F die Größe der mittleren Schnittfläche des längeren Streifens A und f diejenige der mittleren Schnittfläche des kürzeren Streifens A , ist, auch in Abhängigkeit von der Gestaltung des Gewölbes

$$\frac{F}{f} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 241.$$

wird. Bei gleicher Stärke d der Elementarstreifen wird der Inhalt V des Körpers A von der Breite b gleich bF und der Inhalt V_1 des Körpers A_1 von der Breite B gleich Bf ; mithin ist

$$\frac{V}{V_1} = \frac{bF}{Bf},$$

d. h. unter Anwendung der Gleichungen 239 u. 241

$$\frac{V}{V_1} = \frac{cs}{bc} \cdot \frac{bc}{cs} = 1$$

oder

$$V = V_1 \dots \dots \dots 242.$$

Demnach sind bei gleichem Wölbmaterial auch die Gewichte G der beiden Gewölbstreifen A und A_1 einander gleich. Hieran würde auch nichts geändert, wenn beide Gewölbstreifen A und A_1 eine das Verhältniß $\frac{F}{f} = \frac{bc}{cs}$ nicht umgestaltende fremde Belastung über dem Rücken aufzunehmen hätten. Das

Gewicht G wirkt im Abstände βk vom Widerlagspunkte k , der Mittellinie des Streifens A , während das gleiche Gewicht G des Streifens A_1 im Abstände γl vom Widerlagspunkte l , der Mittellinie des Streifens A_1 , angreift. Wieder ist zu beachten, daß

$$\frac{\beta k}{\gamma l} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 243.$$

ist. Entsprechend Gleichung 135 (S. 183) ergibt sich der Gewölbchub H des Streifens A als

$$H = G \frac{\beta k}{ou} \dots \dots \dots 244.$$

und der Gewölbchub H_1 des Streifens A_1 als

$$H_1 = G \frac{\gamma l}{pv},$$

oder da, wie vorhin angegeben, $pv = ou$ ist,

$$H_1 = G \frac{\gamma l}{ou} \dots \dots \dots 245.$$

Aus den Gleichungen 244 u. 245 erhält man sofort $\frac{H}{H_1} = \frac{\beta k}{\gamma l}$, d. h. nach Gleichung 243

$$\frac{H}{H_1} = \frac{bc}{cs} \dots \dots \dots 246.$$

Die auf die Widerlagsflächen der Streifen am Gratbogen treffenden Gewölbchübe zerlegen sich für den Streifen A im Punkte k , bezw. k in die lothrechte Seitenkraft G und in die wagrechte Kraft H , eben so für den Streifen A_1 im Punkte l , bezw. l in eine lothrechte Seitenkraft ebenfalls gleich G und in die wagrechte Kraft H_1 . Die aus G und G entspringende Mittelkraft gleich $2G$ geht durch den Halbierungspunkt w der wagrechten Geraden kl . Der Punkt w ist aber ein Punkt der lothrechten Gratebene bs , welche die Bogenlinie des Grates enthält. Setzt man die durch k und l , bezw. k und l gehenden wagrechten Kräfte H und H_1 im Verfolg ihrer Lage in h zu einer Mittelkraft zusammen, so fällt vermöge der Beziehung 246 diese Mittelkraft gleichfalls in diese Richtungsebene bs des Gratbogens. Da schließlich h die gleiche Höhe über der wagrechten Kämpferebene des Gewölbes wie der Punkt w besitzt, so folgt, weil der Angriffspunkt der Mittelkraft aus H und H_1 in ihrer Richtung von h nach w verlegt werden darf, daß der Gratbogen in vortheilhafter Weise in seiner Richtungsebene bs , welche zugleich Kräfteebene des Grates sein soll, in dem ermittelten Punkte w durch die lothrechte Mittelkraft $2G$ und die wagrechte Mittelkraft aus H und H_1 , welche von den Gewölbdrücken der Elementarstreifen A und A_1 herrühren, beansprucht wird. Würde man in gleicher Weise für alle entsprechend geordneten Elementarstreifen der an einem Grat zusammentretenden Gewölbkappen die Ermittlung der Kräfte durchführen, so würde auch hieraus eine Beanspruchung des Grates in seiner Kräfteebene bs sich kennzeichnen.

Dieses für die Construction, bezw. für die Gestaltung und praktische Ausführung der cylindrischen Kreuzgewölbe über rechteckigen Grundrissen äußerst wichtige Ergebniss, dessen Erzielung bei der Durchführung derartiger Gewölbe eigentlich zur Forderung erhoben werden muß, hat sich in einem anderen Gewande auch durch die in Theil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 485, S. 453¹⁷⁷) dieses »Handbuches« geführten Untersuchungen herausgestellt.

¹⁷⁷) 2. Aufl.: Art. 279, S. 263.

Die auf üblichem Wege angestellte statische Untersuchung der Gewölbstreifen A und A' , unter Berücksichtigung des möglichst kleinsten Horizontalschubes ist aus den Plänen I und II der Tafel bei S. 367 zu ersehen.

Nach der Zeichnung erhält man für die Strecke Dx im Plane I die Länge von $1,60$ m, für die Strecke yo im Plane II die Länge von $0,93$ m. Hiernach ist $\frac{Dx}{yo} = \frac{1,60}{0,93} = 1,72$.

Da nun bc als halbe Rechteckseite gleich $\frac{6,9}{2} = 3,45$ m und $cs = \frac{4}{2} = 2$ m ist, so würde $\frac{bc}{cs} = \frac{3,45}{2} = 1,725$ sein; folglich sind die gemessenen Strecken Dx und yo in recht guter Uebereinstimmung erhalten.

Die Breite des Streifens A ist zu $0,60$ m angenommen, und somit ergibt sich die Breite des Streifens A , in Uebereinstimmung mit der Zeichnung nach Gleichung 239 zu $B = 0,60 \cdot \frac{3,45}{2} = 1,035$ m. Da die Dicke der Wölbstreifen $qu = rv$ für beide Stücke dieselbe ist, so erhält man auch die Gewichtsstrecken, bezw. Flächenwerthe oder Körperinhalte in beiden Plänen I und II als oG in der Zeichnung von gleicher Größe trotz verschiedener Breite der Lamellen der einzelnen Gewölbflächen, wie es nach der Rechnung, entsprechend Gleichung 242, sein soll. Der Horizontalschub H ergibt sich für den Streifen A , da die Basis os zur Reducirung der Kräfte (Gewichte) gleich $0,2$ m gewählt wurde, als $H = 1,6 \cdot 0,2 = 0,32$ Quadr., bezw. Cub.-Met., während der Horizontalschub des Streifens A , sich zu $H_1 = 0,93 \cdot 0,2 = 0,186$ Quadr., bezw. Cub.-Met. bestimmt.

Um die Gewölbstärke berechnen zu können, ist, wie im Beispiel 1, der Horizontalschub der Streifen wiederum bei jedem derselben für eine Tiefe gleich der Längeneinheit, also gleich 1 m, zu ermitteln. Hiernach wird der für den Streifen A von der Breite $0,60$ m zu beachtende Gewölb Schub

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{0,6} \cdot 0,32 = 0,533 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

und der für den Streifen A , geltende Gewölb Schub

$$\mathfrak{S}_1 = \frac{1}{1,72} \cdot 0,186 = 0,108 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert der Gewölb Schub \mathfrak{S} des Hauptstreifens der weitesten Kappe eine Stärke, welche zwischen $\frac{1}{2}$ Stein und 1 Stein als Durchschnittswerth liegt, während für einen Hauptstreifen der schmalen Kappe, dem Gewölb Schub \mathfrak{S}_1 , entsprechend, eine Gewölbstärke von $\frac{1}{2}$ Stein völlig genügt.

Für den Normaldruck \mathfrak{N} , bezogen auf die Tiefe gleich 1 m, wird für die Widerlagsfuge des Hauptstreifens der weitesten Kappe am Grat, da DE im Plan I gleich $1,74$ m, also $N = 1,74 \cdot \text{Basiszahl} = 1,74 \cdot 0,2 = 0,348$ Quadr., bezw. Cub.-Met. ist,

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{0,6} \cdot 0,348 = 0,58 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 erfordert dieser Druck eine Gewölbstärke von nicht ganz $\frac{1}{2}$ Stein. Lässt man, da der wagrechte Schub \mathfrak{S} dieses Streifens eine etwas grössere Gewölbstärke erfordert, als der Normaldruck \mathfrak{N} , bei sehr gutem Backsteinmaterial eine etwas stärkere Pressung hier als zulässig gelten, so kann auch die $6,9$ m weite Kappe des unterfuchten Gewölbes mit $\frac{1}{2}$ Stein Stärke, wie in der Zeichnung angenommen ist, beibehalten werden.

Der Normaldruck \mathfrak{N} , der schmalen Kappe wird, da yK im Plane II zu $1,38$ m gefunden ist, berechnet als

$$\mathfrak{N}_1 = \frac{1}{1,72} \cdot 1,38 \cdot 0,2 = 0,16 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Da dieser Werth nach der Tabelle auf Seite 202 keine grössere Dicke als $\frac{1}{2}$ Stein beansprucht, so bleibt diese schon für \mathfrak{S} , fest gesetzte Stärke der schmalen Kappe gültig. Der Verlauf der eingezeichneten Mittellinien des Druckes in den Plänen I und II der Tafel bei S. 367 ergibt Gleichgewichtszustand gegen Drehung und, da die resultirenden Pressungen in den einzelnen Theilfugen der Streifen mit der Senkrechten zu diesen Fugen stets Winkel einschliessen, welche kleiner bleiben als der Reibungswinkel ρ des Materials ($\text{tg } \rho$ etwa $= 0,7$), auch Gleichgewichtszustand gegen Gleiten. Auf den letzteren Punkt ist namentlich hinsichtlich der Widerlagsfugen am Grat zu achten, da, falls sich hier beim Auffinden der Mittellinie des Druckes ein Gleiten bekunden sollte, die Neigung der Ansatzfläche der Wölbstreifen am Grat S so weit abzuändern ist, dass alsdann kein Gleiten mehr möglich wird.

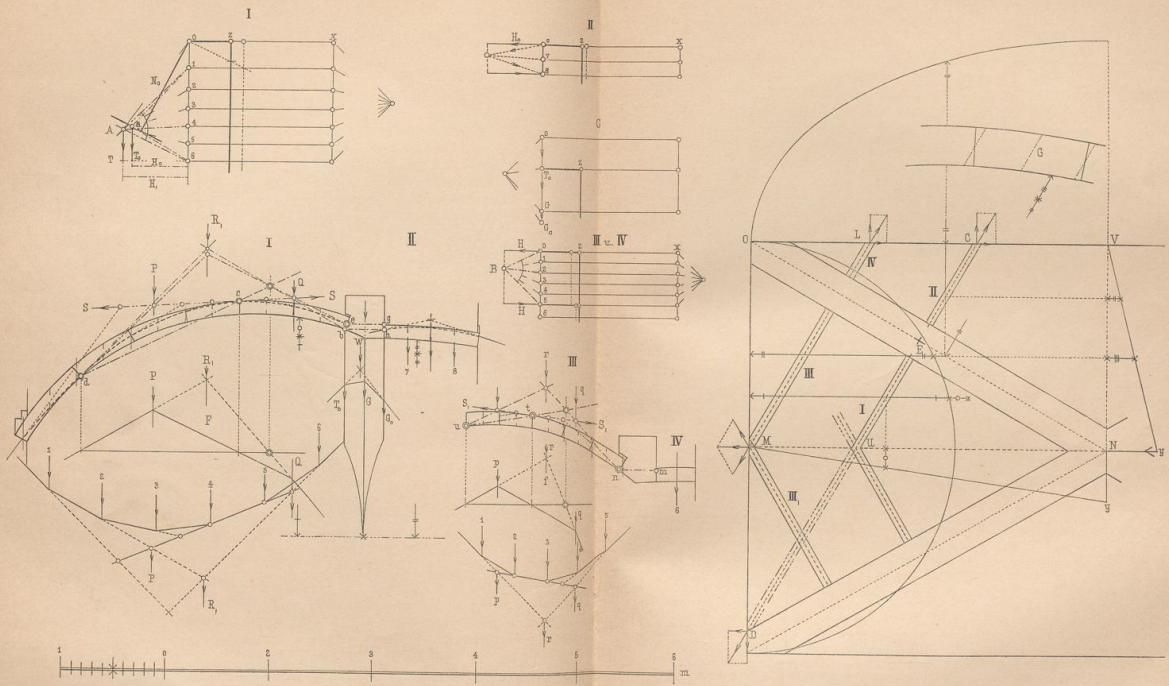
Hätte man den Hauptstreifen der weitesten Kappe 1 Stein stark ausführen wollen, während der zugehörige Hauptstreifen der antretenden schmalen Kappe nur $\frac{1}{2}$ Stein stark verbliebe, so hätte eine Uebermauerung dieses letzteren Stückes in der Art vorgenommen werden müssen, daß die Gewichte, bezw. Flächen oder Inhalte der Streifen das mehrfach erwähnte, in Gleichung 241 ausgesprochene Verhältniß beibehalten konnten. Im anderen Falle würde der Gratbogen durch die Gewölbdücke nicht in seiner Richtungsebene δs in der oben geforderten günstigen Weise beeinflusst, sondern leicht Verschiebungen, bezw. Verdrehungen ausgesetzt werden können.

252.
Beispiel
3.

Cylindrische Kreuzgewölbe mit oder ohne Stechung werden sehr häufig auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbt. Hierbei sollen, wie bei der Ausführung der Kreuzgewölbe (unter 3) noch näher gezeigt werden wird, die einzelnen Wölbstreifen oder Zonenlagen in ihren Stirnflächen Normalebene des Gratbogens angehören. Die wagrechten Projectionen der Wöblinien dieser Zonen treten als Schnittlinien jener Ebenen mit den cylindrischen Kappenflächen im Allgemeinen als elliptische Linien auf, welche in ihrem Anfangselemente an der wagrechten Projection der Gratlinie eine Tangente besitzen, deren wagrechte Projection keine Senkrechte zur Grundrisslinie des Gratbogens ist. Außerdem treffen sich, wie in Art. 181 (S. 277) bei den Kappengewölben angeführt ist, die einzelnen einander zugehörigen Streifen, sobald die Scheitellinie einer Kappe erreicht wird, in einer sog. Schnäbelung über dieser Linie. Wie die auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten gewöhnlichen Kappengewölbe in den einzelnen Wölbstreifen ihren Gewölbschub sowohl auf die Widerlagsmauern als auch auf die Stirnmauern übertragen, so wird auch bei den nach diesem Verbands gewölbten cylindrischen Kreuzgewölben von den einzelnen Wölbzonen nunmehr ein Gewölbschub auf die Gratbogen und auf die Randbogen, bezw. Stirnmauern des Gewölbes überführt, so daß Gratbogen und Randbogen, bezw. Stirnmauern in erster Linie als Widerlager dieser Kappen auftreten. Die statische Untersuchung, welche in einigen wesentlichen Gesichtspunkten sich der in Fig. 366 (S. 278) für ein gewöhnliches Kappengewölbe durchgeführten Behandlung anschließt, soll im Nachstehenden vorgenommen werden.

Beispiel 3. Der Grundriss eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Stechung (siehe die neben stehende Tafel) sei wiederum ein Rechteck von 6,9 m Länge und 4,0 m Breite. Die Stirnbogen der kurzen Seiten sind Halbkreise vom Halbmesser $MO = MD$. Die Randbogen der langen Seiten sind Halbellipsen mit einer halben großen Axe gleich VO und einer halben kleinen Axe gleich MO . Die Stechungshöhe ist $Ny = 0,5$ m. Die Grate sind aus Backstein $1\frac{1}{2}$ Stein breit und $1\frac{1}{2}$ Stein stark selbständig auszuführen; die Kappen sind $\frac{1}{2}$ Stein stark im Schwalbenschwanz-Verband zu wölben.

Wenn gleich für die Bestimmung der Richtung der einzelnen Wölbchichten die Annahme der oben bezeichneten Normalebene zum Gratbogen G maßgebend sein würde, so kann man doch, um die Stabilitäts-Untersuchung der Gewölbkappen nicht zu verwickelt zu gestalten, mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit annehmen, daß die einzelnen dünnen Wölbstreifen durch senkrechte Ebenen begrenzt sind, welche rechtwinkelig zur lothrechten Richtungsebene ON des Gratbogens stehen. Die einzelnen Gewölbstreifen bilden alsdann wiederum, wie beim Kappengewölbe in Fig. 366 (S. 278), einhüftige Gewölbe, welche ihr Widerlager am Grat und an den Randbogen oder Stirnmauern des Kreuzgewölbes finden. Somit tritt der Fall ein, daß sich zwei im Allgemeinen verschieden gestaltete und belastete Gewölbstücke gegen ein besonderes Gewölbe, den Gratbogen, legen, welcher für dieselben ein gemeinschaftliches Widerlager abgibt, während das andere Widerlager an einem



Stabilitäts-Unterfuchung eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Schwalbenfchwanz-Verband.

befonderen Baukörper auftritt, mag derselbe nun geschlossen oder unter den Stirnbogen des Gewölbes offen gehalten sein. Für den Grat werden sich demnach ähnliche Beziehungen geltend machen müssen, wie bei dem in Art. 198 (S. 294) behandelten Gurtbogen zwischen Kappengewölben. Aber auch für den Gewölbschub, welcher auf die Randbogen, bzw. Stirnmauern von den einzelnen Wölbstreifen übertragen wird, werden die Voraussetzungen, welche beim Kappengewölbe in Fig. 366 (S. 278) zur Sprache gebracht wurden, hier wiederum zu machen sein. Dies gilt hauptsächlich von der Fortpflanzung des Gewölbschubes der über der Scheitellinie der Kappen zusammentretenden, geschnäbelten Schichten. Hierfür eine Summirung der in der Scheitellinie durch Zerlegen der Schübe zu bildenden wagrechten Kräfte vorzunehmen, erscheint eben so unstatthaft, wie bei jenem gewöhnlichen Kappengewölbe. Denn schliesslich ist die Kappe des Kreuzgewölbes auch nur ein gewöhnliches Kappengewölbe. Dächte man sich die Widerlager, welche durch die Gratbogen als Begrenzung einer solchen Kappe gebildet werden, als stabile Bogenstellung äusserst lang fortgeführt, so gelangt man wiederum zu dem berechtigten Schlusse, dass die einfache Summirung jener der Scheitellinie zugewiesenen wagrechten Kräfte einen Schub für den Randbogen von äusserst bedenklicher Grösse liefern müsste, was in Rücksicht auf das in Art. 181 (S. 277) Gefagte als unzulässig angesehen werden darf. Aber auch schon bei Kreuzgewölben von üblichen und durchaus nicht aufsergewöhnlichen Weiten würde durch die erwähnte Summirung jener Pressungen in der Scheitellinie eine Beanspruchung der Randbogen in ihrer höchsten Stelle wach gerufen, welche für die Durchbildung derselben als selbständige oder offene, nicht etwa noch übermächtig durch Uebermauerung belastete Stirn- oder Schildbogen (Gurtbogen) so nachtheilig würde, dass die Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband beim Kreuzgewölbe ohne Weiteres als vollständig verwerflich hingestellt werden müsste. Der Erfahrung nach ist jedoch die geschilderte Beanspruchung der als Gurtbogen durchgeführten Randbogen bei diesem Wölbverbande gar nicht so gewaltig, dass ihre Breite im Vergleich mit den übrigen Gewölbtheilen unverhältnissmässig gross genommen werden müsste. In Folge hiervon scheinen die mehrfach erwähnten, zu Fig. 366 (S. 278) gegebenen Erörterungen auch hier bei der Stabilitäts-Untersuchung des Kreuzgewölbes am Platze zu sein.

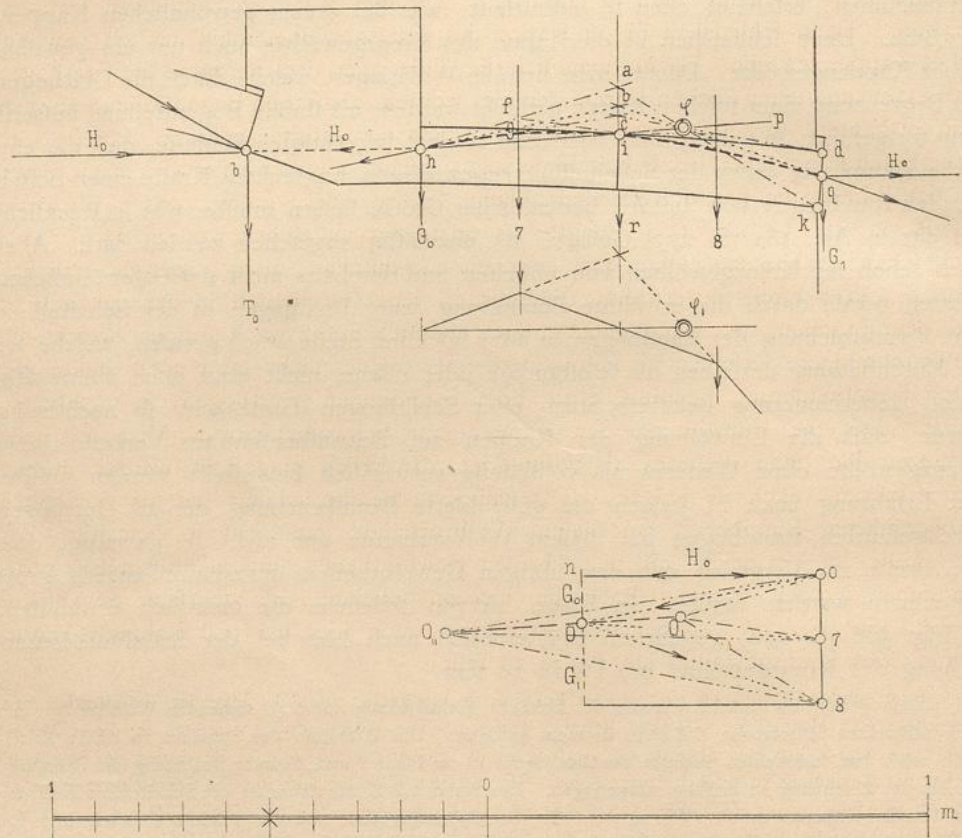
Dem gemäss ist zunächst ein von der Ecke D rechtwinkelig auf ON stehender Wölbstreifen mit einer lothrechten Mittelebene CED in Betracht gezogen. Die Wölblinie des Streifens in dieser Mittelebene nebst dem lothrechten Schnitte des Gratbogens ist im Plane I und II unter Beachtung der Stechung, wie aus der Zeichnung zu ersehen, ausgetragen. Der Streifen ED überschreitet die Scheitellinie MN der schmalen Gewölbkappe in U . Wie in Art. 181 (S. 283) angegeben, soll der Theil UD auch hier als Nebentheile des Haupttheiles EU angesehen und wiederum angenommen werden, dass diesem Nebentheile die Aufgabe zu Theil wird, den Gewölbschub des Streifens in seiner Gesamtheit von E nach D innerhalb der Gewölbkappe zu übertragen. (Vergl. den Plan II in Fig. 366, S. 278.)

Die Stärke des Gewölbstreifens ist gleich $0,12$ m. Die Breite desselben könnte beliebig gewählt werden. Da jedoch später zur Bestimmung der Gewölbstärke ein Gewölbschub für die Tiefe des Streifens gleich 1 m in Frage kommt, so soll, da in Wirklichkeit eine Zone ED nur eine Backsteindicke gleich $0,065$ m besitzt, zunächst für die Tiefe gleich 1 m die statische Untersuchung angestellt und danach die Grösse der auf die Widerlager am Grat, bzw. am Randbogen kommenden Gewölbschübe für die Tiefe gleich $0,065$ m dieser Zone berechnet werden. Dem entsprechend sind die Flächen-, bzw. Gewichtswerthe für I und II so bestimmt, dass die Basis $oz = 0,4$ m gewählt und die Strecke zx in den zugehörigen Gewichtsplänen gleich 1 m beibehalten ist.

Bei den beiden sich gemeinschaftlich gegen den Gratbogen legenden einhäufigen Gewölbstücken I und II wird das grössere Stück I im Allgemeinen einen grösseren Gewölbschub auf den Gratbogen ausüben, als das kleinere Stück II . Letzteres wird also die Rolle eines Strebe- oder Absteifungsbogens für

den Gratbogen übernehmen müssen, um schliesslich einen von feinem Eigengewicht und der ihm vom gröfseren Stücke *I* zugefügten Pressung erzeugten Druck auf sein Widerlager am Randbogen fortzupflanzen. Die zur Prüfung des Gleichgewichtszustandes des ganzen Streifenystems erforderliche Unterfuchung wird durch diejenige des Stückes *I* eingeleitet. Eine im Sinne des in Art. 146 (S. 208) Gefagten angestellte Vorunterfuchung des einhäufigen Gewölbstückes *I* giebt eine durch die Punkte *b*, *c* und *d* gehende, hier nicht weiter eingetragene Minimal-Drucklinie, welche unterhalb *d* noch eben in der Gewölbfläche verbleibt. Der Gewölbdruck in *b* ist bei dieser Drucklinie gleich *ab* des Gewichtplanes *I*. Die lothrechte Seitenkraft dieses Druckes ist gleich T_0 und die wagrechte Seitenkraft desselben ist H_0 . Die lothrechte Kraft, bezw. das Gewicht T_0 , belastet in *b* den Gratbogen. Derselbe tritt also mit als Träger dieser Last auf. Die wagrechte Seitenkraft H_0 sucht den Gratbogen seitlich zu verschieben. Diesem Verschieben hat das

Fig. 443.



Gewölbstück *II* nebst dem Widerlager am Randbogen Widerstand zu leisten. In ihrer Richtung fortgesetzt, trifft sie die Widerlagsfläche, bezw. Widerlagsfuge des Stückes *II* am Gratbogen im Punkte *h*. Dieses Stück *II* ist vermöge seiner Gestaltung, da dasselbe im Allgemeinen nicht aus zwei symmetrischen Hälften mit symmetrischer Belastung besteht, wiederum ein einhäufiges Gewölbe. Für die statische Unterfuchung desselben sind, ausser seiner Form, das Eigengewicht und die wagrechte Seitenkraft H_0 eines in *h* wirkamen Gewölbchubes massgebend, welcher für den Gleichgewichtszustand eine Mittellinie des Druckes hervorgerufen muss, die innerhalb der Gewölbfläche verbleibt.

Um die Lage und Gröfse, bezw. Richtung dieses in *b* thätigen Schubes zu finden, ist, dem allgemeinen Wege entsprechend, welcher bei der statischen Unterfuchung einhäufiger Gewölbe einzuschlagen ist, zunächst eine Mittellinie des Druckes (Fig. 443) ermittelt, welche durch den Punkt *h*, einen Punkt *i* der Rückenlinie, d. h. einen Bruchfugenpunkt, welcher durch eine Vorunterfuchung fest gelegt ist und durch den tiefsten Punkt *k* der Widerlagsfuge am Randbogen geht. Hierbei ist der durch *h* und *i*

geführte Strahl hp als Polaraxe mit dem in bekannter Weise zu findenden Fixpunkte φ benutzt. Die äußersten Seiten ah und ak gehören einem Seilpolygon für die Gewichte γ und δ mit der Resultirenden r an, welches durch die drei Punkte h , i und k geht. Zieht man im Gewichtspiane oO , parallel zu ah und so , parallel zu ak , so wird O , Schnittpunkt, so daß man in oO , GröÙe und Richtung des Gewölbdruckes in h und in o, δ GröÙe und Richtung des Gewölbdruckes in k erhält. Die mit Hilfe des Poles O , zu construierende Mittellinie des Druckes mit den Punkten h , i und k bliebe zwar innerhalb der Gewölbfläche; die wagrechten Seitenkräfte von oO , bezw. o, δ sind aber kleiner, als die vom Stücke I einwirkende wagrechte Kraft H_0 , so daß beim Vorhandensein der Gewölbdrücke oO , und o, δ im Stücke II das letztere nicht im Stande sein würde, dem Gewölbchube des Stückes I zu widerstehen. Das Stück II muß fähig erscheinen, einen größeren Gewölbchub aufzunehmen. Nimmt man zum Festlegen eines größeren Gewölbchubes den höchsten Punkt d der Widerlagsfuge dk des Stückes II unter Beibehaltung der Punkte h und i und der Polaraxe hp zur Ermittlung einer neuen Mittellinie des Druckes an, welche nun durch die Punkte h , i und d gehen soll, so erhält man in bekannter Weise, da bei dieser Ermittlung der Fixpunkt φ seine Lage nicht ändert, die Lage der gefuchten Gewölbchube in db und bh . Zieht man jetzt im Gewichtspiane oO'' , parallel zu bh und so'' , parallel zu db , so wird O'' , der Pol für ein durch die Punkte h , i und d für die Gewichte γ und δ zu legendes Seilpolygon, und man erhält in oO'' , die GröÙe, bezw. den Sinn des Gewölbdruckes in h und in o'', δ den Gewölbdruck in d . Ob die Mittellinie des Druckes für diese Gewölbdrücke innerhalb der Gewölbfläche bleibt oder dieselbe verläßt, ist hier gleichgültig, weil der Zeichnung nach die wagrechten Seitenkräfte von oO'' , und o'', δ schon viel größer als H_0 erscheinen. Derart große Gewölbchube für das Stück II erfordert aber der Gleichgewichtszustand des ganzen Systems nicht, weil dieselben nur solche GröÙe besitzen sollen und auch nur nöthig haben, bis ihre wagrechten Seitenkräfte genau der Kraft H_0 entsprechen.

Diese noch unbekanntenen Gewölbchube findet man unter Anwendung eines bekannten Satzes der graphischen Statik, wonach für die beiden Seilpolygone, welche in hfi und hgi in ihren ersten beiden Seiten hf , fi , bezw. hg , gi durch die festen Punkte h und i gehen, die Verbindungslinie oO'' , der Pole O , und O'' , ihrer zugehörigen und gleichen Kräftepolygone, hier die Gewichtstrecke $o\delta$, eine Parallele zu der durch h und i gelegten Polaraxe hp sein muß. Zieht man oO'' , so ist dieselbe thatfächlich parallel zu hp . Trägt man die wagrechte Linie $on = H_0$ ab, so schneidet die durch n parallel zu $o\delta$ geführte Gerade die Linie oO'' , in O , und dieser Schnitt liefert den Pol eines dritten Seilpolygons, welches ebenfalls in seinen ersten beiden Seiten durch die Punkte h und i gehen muß, in seiner dritten Seite aber auch durch den Fixpunkt φ geht. Hiernach findet man nun ohne Weiteres in oO den gefuchten Gewölbchub in h und in $o\delta$ den Gewölbchub, welcher für das Widerlager am Randbogen des Stückes II in Frage kommt.

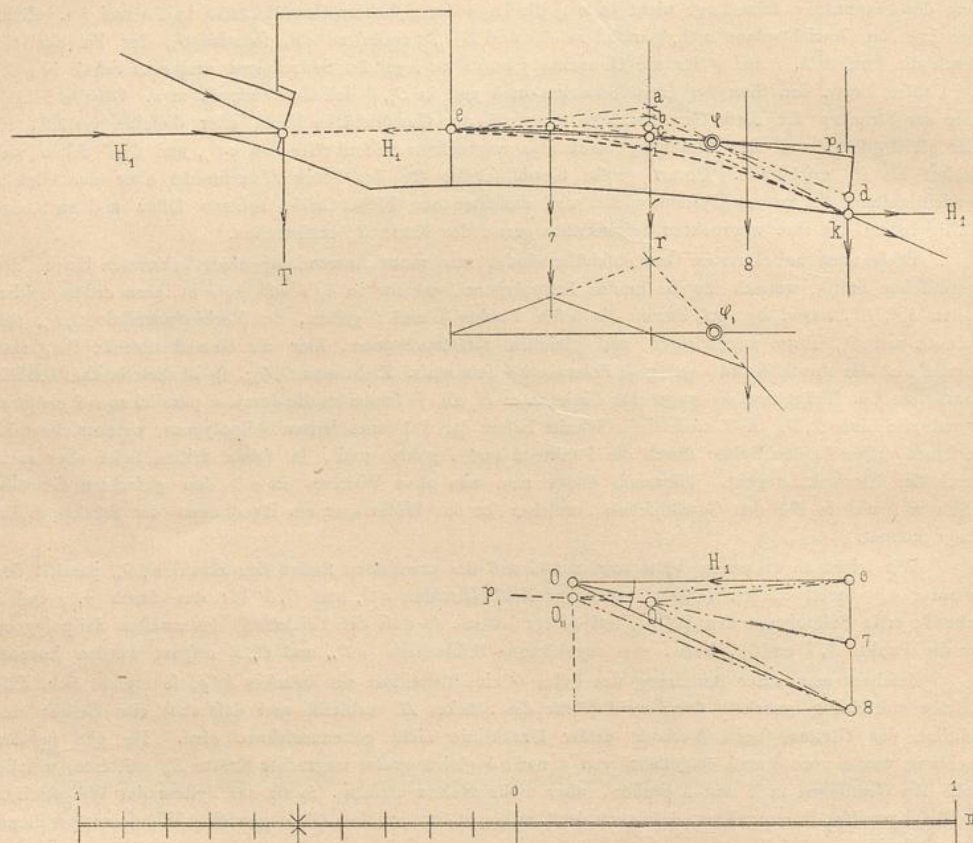
Wie leicht zu erkennen, hätte man auf Grund des erwähnten Satzes den Strahl oO'' , parallel der Polaraxe hp bereits ziehen können, nachdem die Polstrahlen oO , und o, δ für das durch h , i und k gehende erste Seilpolygon den Pol O , fest gelegt hatten, so daß die Zeichnung des zweiten Seilpolygons für die Punkte h , i und d , bezw. die zugehörigen Polstrahlen oO'' , und o'', δ erspart werden konnte.

Zeichnet man unter Benutzung des Poles O eine Mittellinie des Druckes hiq , so ergibt sich, daß dieselbe vollständig innerhalb der Gewölbfläche des Stückes II verbleibt und daß auch eine Gefahr hinsichtlich des Gleitens beim Verlaufe dieser Drucklinie nicht gekennzeichnet wird. Da nun in der Richtung von b nach h und umgekehrt von h nach b gleich große wagrechte Kräfte H_0 auftreten, welche wohl den Gratbogen in h und b pressen, aber nicht drehen können, so ist das System der Wölbstreifen im Gleichgewicht, vorausgesetzt, daß auch der Gratbogen für sich dem Gleichgewichtszustande entsprechend hergestellt ist.

Sollte bei der statischen Untersuchung des größeren Gewölbstückes I , wie zuweilen der Fall, sich eine Mittellinie des Druckes ergeben haben, welche nach der Tafel bei S. 370 mit einem Gewölbchube in e übereinstimmt, dessen wagrechte Seitenkraft die GröÙe H , besitzt und, durch die Punkte e , c und d gehend, in e einen Punkt im Widerlager am Gratbogen enthält, welcher in einer Wagrechten ge liegt, die durch den höchsten Punkt g der Widerlagsfuge des Stückes II im Querschnitte des Grates geführt werden kann, so sind offenbar g und e , wie auch b und h , Grenzpunkte für die Lage der Angriffspunkte von Gewölbchuben, deren wagrechte Seitenkräfte von gleicher GröÙe in einer solchen wagrechten Linie in einander entgegengesetzter Richtung wirken und somit für sich eine seitliche Ausweichung oder eine Drehung des Gratbogens nicht hervorrufen können. Sind diese Grenzpunkte e und g einmal in Betracht zu ziehen, so kann nach Fig. 444 die statische Untersuchung des Gewölbstückes II nach demselben Verfahren, wie bei Fig. 443 beschrieben, vorgenommen werden. Hat man auch hierbei zunächst die neue Polaraxe ep , durch einen angenommenen Bruchfugenpunkt e geführt, so ergibt sich meistens schon bei der Zeichnung eines ersten Seilpolygons

mit den äußersten Strahlen ea und ak die Erkenntnis, daß die mit diesem Seilpolygon in Abhängigkeit stehende Mittellinie des Druckes eine Bruchfuge anzeigt, welche nicht nach c , sondern oft und so auch hier äußerst nahe an den Punkt e fällt, so daß die im vorliegenden Plane schon fast wagrechte Polaxen ep , und eben so der fast wagrechte äußerste Strahl eb eines zweiten Seilpolygons ebd , welchem als Gewölbfchub in e die vorgeschriebene wagrechte Seitenkraft H , zukommt, sich überhaupt der wagrechten Richtung sehr stark nähern. Alsdann kann man mit hinreichender Genauigkeit die Mittellinie des Druckes unter Benutzung eines in e ausschließlich wagrecht liegenden Gewölbfchubes $H, = Ob$ zeichnen und prüfen, ob dieselbe dem geforderten Gleichgewichtszustande entspricht. In Fig. 444 erfüllt dieselbe als ek diese Forderung. Wäre folches nicht der Fall, so muß die Gestaltung der Wölbstreifen durch Abänderung der Stechungshöhe, bzw. der Stärke der Wölbstreifen oder der Belaftung derselben einer neuen Anordnung unterzogen werden.

Fig. 444.



Genau so, wie die auf der Tafel bei S. 370 in der Richtung CD genommenen Wölbstreifen I und II untersucht sind, werden auch alle übrigen Gewölbfstreifen auf ihre Stabilität geprüft. In der Zeichnung ist noch der Streifen III näher berücksichtigt und das Erforderliche sofort zu erkennen. Für den Streifen IV treten ähnliche Beziehungen auf, wie solche für den Streifen II sich geltend machen.

Für die Berechnung der Gewölbstärke wird selbstredend derjenige Elementarstreifen benutzt, dessen Gewölbfchub die größte wagrechte Seitenkraft liefert. Auf der Tafel ist der Streifen I als solcher anzusehen. Für denselben ist $H_0 = 0,53$ m gefunden. Da die Basis $os = 0,4$ m gewählt, die Tiefe des Gewölbfstreifens für die statische Untersuchung gleich 1 m angenommen war, so ergibt sich der für die Gewölbstärke maßgebende Werth zu

$$H_0 = 0,53 \cdot 0,4 = 0,212 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 202 ist für $H = 0,2$ eine Gewölbstärke von $\frac{1}{2}$ Stein gleich $0,12$ cm erforder-

lich. Diese Stärke kann nun auch für $H_0 = 0,212$ hier beibehalten werden. Der Normaldruck für die Widerlagstufe am Randbogen bei D ergibt sich, da N_0 nach dem Gewichtspiane I gleich 1 m ist, als

$$N_0 = 1 \cdot 0,4 = 0,4 \text{ Quadr.}, \text{ bzw. Cub.-Met.}$$

Für diesen Werth reicht also nach jener Tabelle die Gewölbstärke von $\frac{1}{2}$ Stein ebenfalls aus.

Um die Kräfte zu bestimmen, welche bei den auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten Kreuzgewölben auf die Randbogen, bzw. Stirnmauern kommen, hat man wie bei den gewöhnlichen Kappengewölben nach den Angaben zu Fig. 366 (S. 278) zu verfahren. Hier wäre z. B. die wagrechte Seitenkraft der bei M zusammentretenden Wölbflächen III und III' , nach dem Gewichtspiane III und IV auf der Tafel für die Tiefe gleich 1 m dieser Streifen, da H zu $0,35 \text{ m}$ gemessen ist,

$$H = 0,35 \cdot 0,4 \cdot 1 = 0,14 \text{ cbm.}$$

Da 1 cbm Backsteinwölbung 1600 kg wiegt, so ist $H = 324 \text{ kg}$. Der Elementarstreifen III ist aber nur $0,065 \text{ m}$ (Backsteindicke) breit; mithin kommt für denselben ein wagrechter Schub von $324 \cdot 0,065 = \approx 21 \text{ kg}$ in Rechnung. Derselbe Schub wird vom Streifen III' , nach M gebracht. Beide setzen sich, wie in der Zeichnung angegeben, zu einer wagrechten Mittelkraft zusammen, deren Größe im vorliegenden Falle, da der Winkel $OML = 30 \text{ Grad}$ ist, ebenfalls 21 kg betragen würde. Bestimmt man, wie schon früher in Art. 181 (S. 277) in ausreichender Weise erörtert, die auf die Randbogen kommenden, aus den Elementarstreifen resultirenden Kräfte, ermittelt die Höhenlagen ihrer Angriffspunkte über der Kämpferebene mit Hilfe der fest gelegten Stirnlinien des Kreuzgewölbes, so kann man sich leicht ein Bild von der Beanspruchung der Randbogen derartiger, auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführter Gewölbe verschaffen, so weit solches für die Praxis erforderlich ist. Die Beanspruchungen der Gratbogen durch die lothrechten und wagrechten Seitenkräfte der Gewölbstücke der einzelnen Streifen werden unmittelbar bei den statischen Untersuchungen, wie aus den Gewichtsplänen auf der Tafel bei S. 370 zu erkennen ist, mit klar gelegt.

β) Stärke der Gratbogen.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe, mögen dieselben auf Kuf- oder auf Schwalbenschwanz-Verband zu wölben sein, läßt sich immer unter Benutzung der Grundlagen ausführen, welche für die statische Untersuchung der Tonnengewölbe maßgebend waren.

Sind die von den Kappen auf die Gratbogen überführten Gewölbdrücke bekannt geworden, ist das Eigengewicht der Gratbogen, einschließlic einer etwa vorhandenen Belastung durch Uebermauerung oder durch Einzellasten u. s. w., bestimmt, so läßt sich, diesen äußeren, die Gratbogen angreifenden Kräften entsprechend, ein den Gleichgewichtszustand bewirkendes System von inneren nach gerufenen Kräften ermitteln und danach die Stärke, bzw. der Querschnitt der Gratbogen fest stellen.

Bei den auf Kuf gewölbten Kappen werden die auf die Gratbogen ausgeübten Gewölbdrücke nach gehöriger Vereinigung und dann nach entsprechender Zerlegung bei regelrechter Gestaltung des Gewölbes im Allgemeinen lothrechte und wagrechte Kräfte liefern, welche, wie in Art. 248 u. 249 angeführten Beispielen 1 u. 2 gezeigt ist, in der lothrechten Richtungs- oder Kräfteebene des zugehörigen Gratbogens liegen.

Bei den auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführten Kreuzgewölben sind die wagrechten Seitenkräfte jener Gewölbdrücke, wie aus dem in Art. 252 gegebenen Beispiele 3 zu entnehmen ist, bei einer fachgemäßen Anordnung der cylindrischen Laibungsflächen für sich im Gleichgewicht, so daß für den Gratbogen alsdann nur die lothrechten Seitenkräfte seiner Gewölbdrücke in Betracht zu ziehen sind.

Für das in Art. 248 (S. 363) bezeichnete Kreuzgewölbe mit Kufverband ist in der umstehenden Tafel die Stabilitäts-Untersuchung für den aus Quadermaterial vom Eigengewichte $2,4^t$ für 1 cbm herzustellenden Gratbogen G auf graphischem Wege vorgenommen. Derselbe bildet die Hälfte eines symmetrisch gestalteten und

253.
Kreuzgewölbe
mit
Kufverband.

symmetrisch durch lothrechte und wagrechte Kräfte beanspruchten Diagonalbogens, tritt also als die Hälfte eines einfachen, schmalen Tonnengewölbes auf, dessen Gewölbschub in einer angenommenen Scheitelfuge eine wagrechte Lage in der Kräfteebene besitzt.

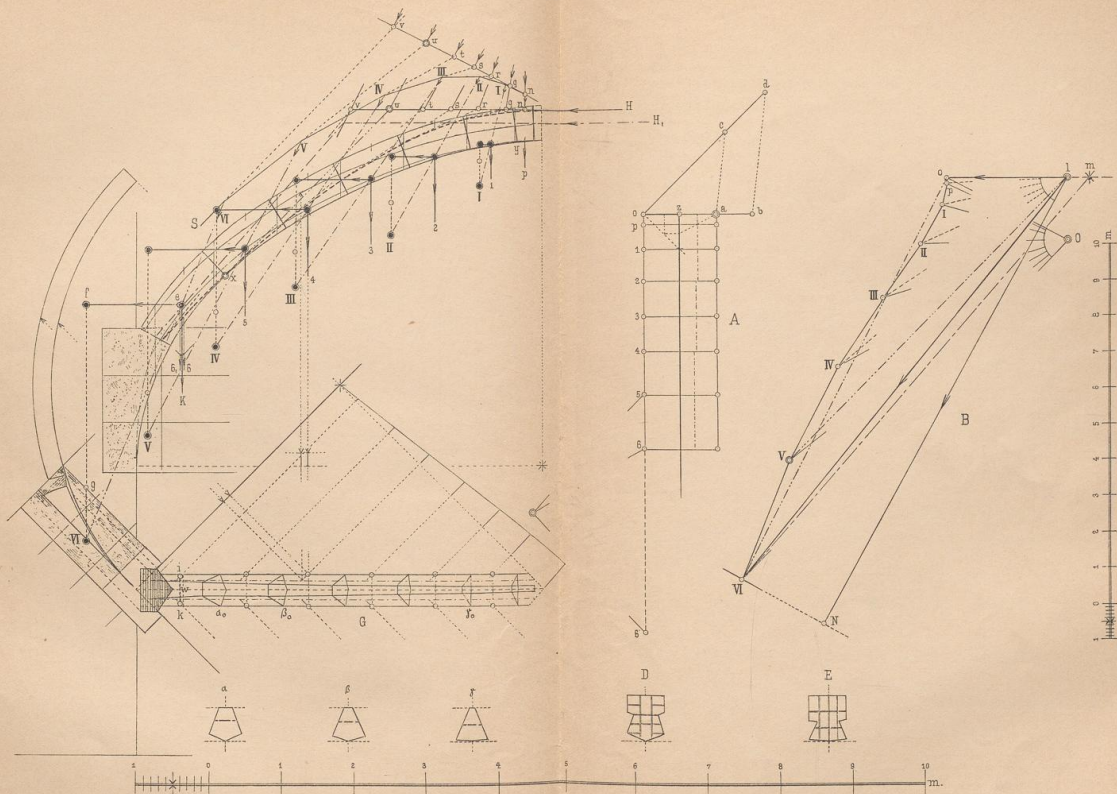
Zunächst ist nach Ausmittlung der inneren Wölblinie des Gratbogens mit Hilfe des grundlegenden Halbkreifes und der angenommenen Stechungshöhe, so wie nach Bestimmung der Normalschnitte α, β, γ , deren wagrechte Projectionen $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ sind, das Gewicht der einzelnen Theilstücke des Grates im Plane A graphisch dargestellt.

Für diese Darstellung sind die Theilstreifen im Anschlusse an die Zerlegung der am Grat zusammenstehenden beiden Gewölbkappen in ihre Elementarstreifen entsprechend begrenzt genommen. Diese Eintheilung in Lamellen ist aus dem Grund- und Aufriss des Gratbogens zu ersehen. Sie bestimmt im Abstände ihrer Theillinien die Breite der Gratstücke, wonach die mittlere Höhe derselben in bekannter Weise aus dem Aufriss zu entnehmen ist. Die Gratbogenstücke sind seitlich durch die Widerlagsflächen der Elementarstreifen der Kappen begrenzt. Die geraden Erzeugenden dieser Flächen gehören den verschiedenen Normalebene des Gratbogens an; sie besitzen verschiedene Neigungen zur Wagrechten, und in Folge hiervon ist die mittlere Dicke der Gratbogenstücke gleichfalls von einander abweichend. Die Normalschnitte α, β, γ u. f. f. dienen zur Ausmessung der einzelnen mittleren Dicken. Da endlich das Eigengewicht des Grates 2,4, das Eigengewicht des Wölbmaterials aber 1,6 beträgt, so ist auch das Gewicht der Theilstücke des Grates auf das Eigengewicht des Wölbmaterials zurückzuführen, damit ohne Weiteres, neben Gleichartigkeit in der Behandlung der zu verwerthenden Kräfte, die schon auf der Tafel bei S. 363 erhaltenen Gewölbdrücke der Elementarstreifen, also auch die für den Grat bestimmten resultirenden wagrechten und lothrechten Seitenkräfte derselben in Benutzung zu nehmen sind. Nach den Erörterungen zu Fig. 442 (S. 365) ist im Plane A die Strecke $oc = 1,6$ m, die Strecke $od = 2,4$ m aufgetragen und sonst ganz nach dem in Art. 249 (S. 363) Gegebenen, unter Beibehaltung der Basis $os = 0,5$ m, die Ermittlung der Gewichtsstrecke ob vorgenommen. Vereinigt man nun zunächst die resultirenden lothrechten Seitenkräfte der Kappendrücke mit dem Gewichte der zugehörigen Gratstücke, so erhält man die Mittelkraft aller am betreffenden Gratstücke lothrecht wirkenden Kräfte. So wirkt z. B. das Gewicht δ , gleich der Strecke ob , in der Mittellinie des letzten Theilstückes; die Gewölbdrücke der zugehörigen Kappenstreifen greifen in i , bzw. k an; das resultirende Gewicht δ , gleich der Strecke ob , aus beiden Drücken hat seinen Angriffspunkt in der Mitte w von ik in der Kräfteebene des Grates. Bei diesem Stücke ist, da ik nicht mit der mittleren lothrechten Theillinie desselben zusammenfällt, die Mittelkraft K , gleich der Strecke ob' , ihrer Lage nach noch näher bestimmt, was bei den übrigen Theilstücken hier nicht nöthig wird.

Setzt man diese lothrechten Mittelkräfte eines jeden Stückes mit den resultirenden wagrechten Seitenkräften der Gewölbdrücke, welche aus den zugehörigen Elementarstreifen der Kappen entspringen, zusammen, was leicht möglich ist, da auch diese wagrechten Kräfte in der Kräfteebene des Grates liegen, außerdem bei der statischen Untersuchung jener Elementarstreifen vollständig nach Lage, Größe und Sinn bekannt geworden sind (vergl. die Tafel bei S. 363), so erhält man nunmehr für jedes Gratstück die für die Stabilitäts-Untersuchung in Rechnung zu stellende Hauptresultirende. So ist z. B. ef die resultirende wagrechte Kraft der Gewölbstreifen für das letzte Theilstück des Grates. Da die lothrechte Resultirende $K = ob = fg + gVI$ gefunden, so giebt das Kräfte-dreieck $efVI$ in eVI die Hauptresultirende für dieses Stück. In gleicher Weise ist für die übrigen Theilstücke, wie in der Zeichnung deutlich hervorgehoben ist, jede zugehörige Hauptresultirende fest gelegt.

Beim ersten höchsten Theilstücke des Gratbogens ist im vorliegenden Falle keine wagrechte und keine lothrechte Kraft von den Elementarstreifen vorhanden, so daß nur eine lothrechte Kraft p gleich der Strecke op als Gewicht dieses Gratstückes im Schwerpunkte desselben wirkend auftritt.

Trägt man die gefundenen Hauptresultirenden op, pI, III u. f. f. bis VI zu einem Kräftezuge oVI , wie hier im Plane B , jedoch unter Benutzung eines kleineren, sonst beliebig gewählten Maßstabes geschehen, zusammen, zeichnet man unter Annahme eines Poles O das Seilpolygon S für jene Kräfte, so läßt sich genau so, wie für lothrecht gerichtete Kräfte, eine Mittellinie des Druckes für den Gratbogen darstellen. In der Zeichnung ist der höchste Punkt der Fuge y als Angriffspunkt eines etwa möglichst kleinsten wagrechten Gewölbchubes angenommen. Die mit dem gefundenen Horizontalchube H , gleich der Strecke lo , im Plane B gezeichnete Mittellinie des Druckes zeigt im Punkte x eine Bruchfuge an, bleibt aber in ihrem Verlaufe ganz innerhalb der Kräftefläche des Gratbogens. Da auch keine Gefahr gegen Gleiten sich erkennbar macht, so ist der gewählte Gratbogen standfähig. Wollte man eine Mittel-



Stabilitäts-Untersuchung des Gratbogens eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Kufverband.

linie des Druckes eintragen, welche thunlichst durch die Mitten der Theilfugen des Grates geht, so würde dieser ein Horizontalschub H , zukommen.

Die für die Bestimmung der einzelnen Drucklinien eintretenden, durch Zeichnung zu schaffenden Gebilde sind aus der Tafel zu ersehen.

Nach Ausmessung der Kraftstrecke l_0 und der für den Normaldruck der Widerlagsfuge entstehenden Kraftstrecke l_N des Planes B läßt sich bei einer gewählten Breite des Gratbogens seine Stärke (Höhe) berechnen.

Wäre der Gratbogen aus Backstein ausgeführt, so hätte man, da $l_0 = 3,4$ m und die Basis nach wie vor $0,5$ m beträgt, bei einer Breite von 2 Stein gleich $0,51$ m den Gewölbfschub \mathfrak{S}_0 , bezogen auf eine Tiefe (Breite) des Gratbogens von der Längeneinheit (1 m), sofort als

$$\mathfrak{S}_0 = 3,4 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,51} = 3,33 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Diesem Werthe entspricht nach der Tabelle auf Seite 202 eine Gewölbstärke von 2 Stein in genügender Weife, so dafs die Anordnung des Grates nach D und E in der Zeichnung erfolgen könnte. Der Normaldruck \mathfrak{N}_0 ergibt sich, da $l_N = 14$ m gefunden ist, als

$$\mathfrak{N}_0 = 14 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,51} = 13,71 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

In jener Tabelle überschreitet dieser Werth den bei einer Stärke von 2 Stein aufgeführten Normaldruck N von $11,07$ Quadr., bzw. Cub.-Met., so dafs bei einem Gratbogen aus Backstein bei dem hier unterfuchten Gewölbe mit quadratischem Grundrifs und 8 m Spannweite eine Verstärkung um $\frac{1}{2}$ Steinlänge vom Scheitel nach dem Widerlager angezeigt ist.

Der Gratbogen soll aber aus Quadermaterial vom Eigengewicht $2,4$ bestehen. Die durchschnittliche mittlere Breite oder die Dicke desselben, welche jetzt in Rechnung kommt, ist jedoch nach den Normalschnitten α , β , γ nur gleich $0,30$ m. Für die Berechnung der Stärke des Gratbogens sind die Linienwerthe $l_0 = 3,4$ m und $l_N = 14$ m des Planes B maßgebend. Dieselben sind jedoch unter Zurückführung des Eigengewichtes $2,4$ des Quadermaterials auf $1,6$ des Wölbmaterials erhalten. Aus diesem Grunde ist die Ermittlung des wagrechten Druckes \mathfrak{S} , im höchsten Punkte der Scheitelfuge y und des Normaldruckes \mathfrak{N} , in der Widerlagsfuge über dem Anfänger des Grates unter Berücksichtigung des Verhältnisses von $1,6 : 2,4$ vorzunehmen. Danach erhält man, da die Basis $os = 0,5$ m unverändert bleibt, jetzt

$$\mathfrak{S} = 3,4 \cdot \frac{1,6}{2,4} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,30} = 3,77 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

und

$$\mathfrak{N} = 14 \cdot \frac{1,6}{2,4} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,30} = 15,55 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Setzt man in Gleichung 142 (S. 185) statt H den Werth \mathfrak{S} , so ergibt sich die gefuchte Stärke des aus Quadern anzufertigenden Gratbogens als

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 3,77) 3,77} = 0,43 \text{ m,}$$

und führt man in Gleichung 148 (S. 186) für N die Größe \mathfrak{N} , ein, so erhält man

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 15,55) 15,55} = 0,50 \text{ m.}$$

Auch hiernach ist die Vornahme einer allmählichen Verstärkung des Gratbogens vom Scheitel nach dem Widerlager zweckmäßig.

In der Zeichnung war die Stärke des Gratbogens schätzungsweise zu $0,50$ m angenommen. Die Rechnung erfordert keine Vermehrung derselben, so dafs die statische Unterfuchung des Grates abgeschlossen werden kann.

In gleicher Weife würde auch die Bestimmung der Gratstärke für ein Kreuzgewölbe mit rechteckigem Grundrifs und Einwölbung auf Kuf getroffen werden können. Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband bleiben die Grundlagen für die statische Unterfuchung der Gratbogen ebenfalls bestehen. Nur ist hierbei zu beachten, dafs, wie früher bereits bemerkt, von den einzelnen Gewölbstreifen der Kappen, also hier der an einem und demselben Grat liegenden Kappen-

254.
Kreuzgewölbe
mit
Schwalben-
schwanz-
Verband.

hälften, im Allgemeinen auf den Gratbogen nur lothrecht wirkende Belastungen, wie z. B. T_0 und G_0 auf der Tafel bei S. 370, übertragen werden, welche alsdann mit dem Gewichte G des zugehörigen Gratstückes unmittelbar zu einer lothrecht wirkenden Resultirenden W zusammensetzen sind. Durch eine leicht zu treffende Gestaltung der Querschnittsfläche des Gratbogens und der damit verbundenen Schwerpunktslage desselben ist dahin zu streben, daß die sämtlichen derartigen Resultirenden für alle Theilstücke in eine und dieselbe lothrechte Ebene innerhalb des Grates fallen, welche alsdann die Kräfteebene des Gratbogens bildet.

255.
Kreuzgewölbe
ohne
Gratbogen.

Sind bei Kreuzgewölben von geringer Weite besondere Gratbogen nicht vorhanden, so ist offenbar auch keine Stabilitäts-Untersuchung für einen Grat vorzunehmen. Wohl aber machen sich in der Ebene des Zusammenschnittes der Kappen, also in der Ebene der Gratlinie, Kräfte der Elementarstreifen der Kappen in ähnlicher Weise geltend, wie bei den Kreuzgewölben mit besonderen Gratbogen. Diese Kräfte sind bei der Bestimmung der Widerlagsstärke der Gewölbe ohne selbständigen Grat eben so in Betracht zu ziehen, wie bei den mit Gratbogen versehenen Kreuzgewölben.

γ) Stärke der Widerlager.

256.
Kreuzgewölbe
mit
Gratbogen.

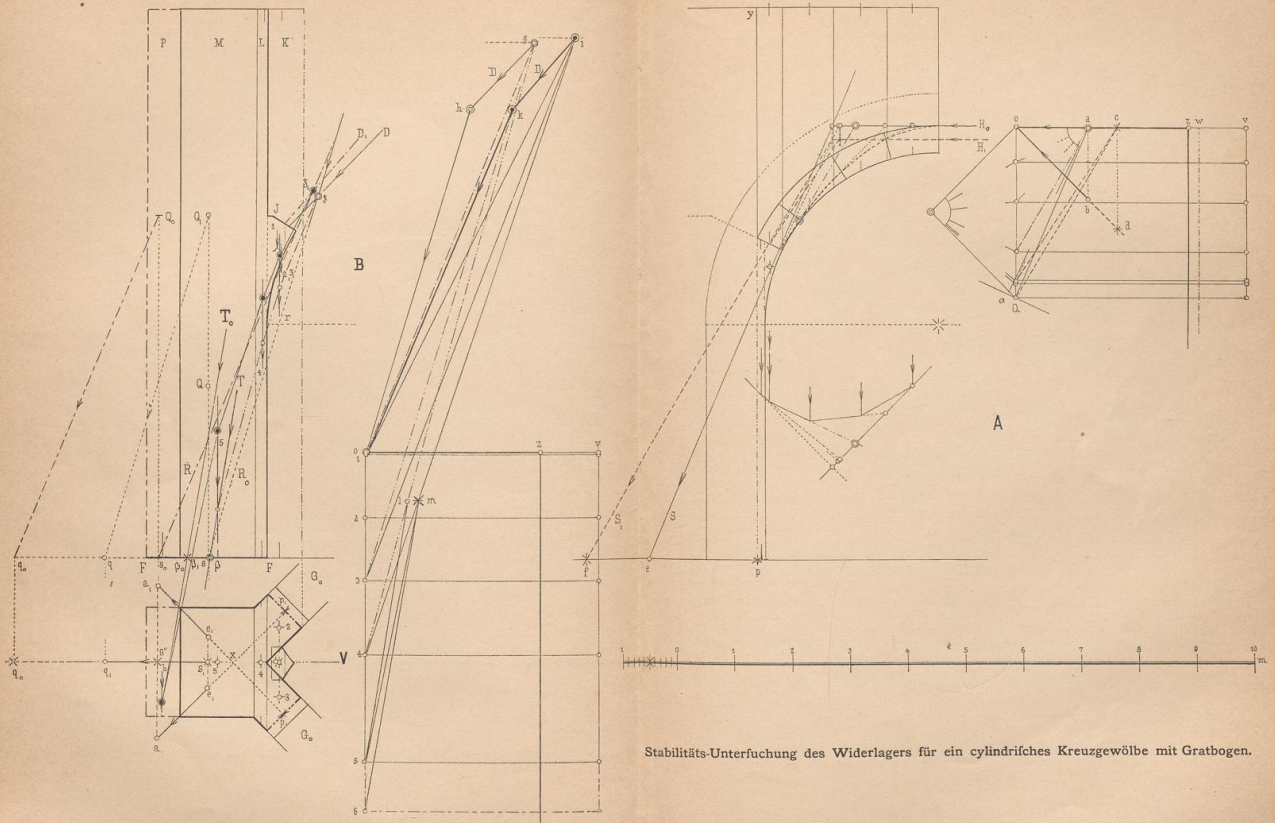
Bei den offenen Kreuzgewölben sind die Stirnmauern durch Oeffnungen frei gehalten, welche unterhalb des Randbogens der Kappen mit Gurtbogen abgeschlossen werden, deren Wöblinien den Stirnlinien des Gewölbes meistens entsprechend gekrümmt gewählt werden. Diese Gurtbogen finden mit den Kreuzgewölben selbst ein gemeinschaftliches Widerlager an den Eckpfeilern des überwölbten Raumes. Diese Eckpfeiler sind die Stützkörper des Wölbensystems. Die Stärke derselben hängt bei den offenen Kreuzgewölben also gleichzeitig von den Gewölbdrücken der ihnen zugewiesenen Gurtbogen und von den in den Gratbogen der Kreuzgewölbe wirkenden Gewölbdrücken ab. Die Vereinigung dieser beiden Gruppen von Kräften mit dem Gewichte der Widerlagspfeiler bildet den Ausgangspunkt für die statische Untersuchung und Bestimmung der Stärke dieser Stützkörper. Die maßgebenden Grundlagen für solche Untersuchungen sind bereits in Art. 143 (S. 197) beim Tonnengewölbe gegeben. Die Anwendung derselben bei den Widerlagern der offenen cylindrischen Kreuzgewölbe soll auf der neben stehenden Tafel gezeigt werden. Das hier gewählte Kreuzgewölbe entspricht in seinen Abmessungen und Anordnungen der in Art. 248 (S. 363) als Beispiel 1 gegebenen Gewölbanlage. Die halbkreisförmigen Gurtbogen G_0 sammt ihrer Aufmauerung sollen aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 bestehen, wie solches auch für die Gratbogen jenes Gewölbes vorgehen war.

Zuerst ist im Plane A der neben stehenden Tafel, unter Einführung einer beliebig gewählten Basis $oz = 3$ m, der festen Länge $zv = 1$ m und der Tiefe $vw = 0,80$ m der beiden gleichen und gleich belasteten Gurtbogen G_0 von je 6 m Spannweite, die Gewichtsstrecke oQ einer Hälfte dieser symmetrisch geformten und belasteten Tonnengewölbe bis zu der durch p geführten Lothrechten py ermittelt. Sodann ist in bekannter Weise der Horizontalschub H_0 im höchsten Punkte der Scheitelfuge, bezw. der Gewölbdrück S , welcher auf die Widerlagsfuge am Anfänger des Gurtbogens kommt, bestimmt. Berechnet man die Stärke des Gurtbogens, so ergibt sich, da $ao = H_0 = 1,25$ m mißt, der in Gleichung 142 (S. 185) für H einzusetzende Werth

$$H_0 = 1,25 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,80} = \infty 4,7 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Hiernach wird

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 4,7) 4,7} = \infty 0,46 \text{ m.}$$



Stabilitäts-Untersuchung des Widerlagers für ein cylindrisches Kreuzgewölbe mit Gratbogen.

Für den Normaldruck in der Widerlagsfuge ist $aa = 3,2$ m bestimmend. Man erhält

$$N_0 = 3,2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,80} = 12 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Für N in Gleichung 148 (S. 186) diese Zahl 12 eingesetzt, giebt

$$d, = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 12) 12} = 0,44 \text{ m.}$$

Der Gurtbogen ist also 0,48 m stark zu nehmen. In der Zeichnung war auf Grund einer nach Art. 138 (S. 190) geführten Voruntersuchung diese Stärke angenommen.

Der Gewölbschub S , abhängig von dem hier möglichen kleinsten Horizontalschub H_0 , nimmt einen kleinsten noch zulässigen Grenzwert an. Gehörig erweitert schneidet die Richtung von S die Grundebene pf des Stützkörpers in e im Abstände pe von der Lothrechten py . Für die Bestimmung der Widerlagsstärke ist nach Art. 142 (S. 197) aber dieser Gewölbschub besser abhängig zu machen von einem Horizontalschub H_1 , welcher im Mittelpunkte der Scheitelfuge angreift und mit der Belastung des Gurtbogens eine Resultierende S_1 erzeugt, welche durch den Mittelpunkt der Kämpferfuge geht. Auch dieser Gewölbschub $S_1 = cQ$ für den Horizontalschub $H_1 = co$ ist auf der neben stehenden Tafel bestimmt. Derselbe trifft die Grundebene pf des Widerlagskörpers im Punkte f .

Jeder der beiden Gurtbogen G_0 liefert also als Beanspruchung des Eckpfeilers des Kreuzgewölbes diese Gewölbschübe S , bzw. S_1 . Werden zunächst die beiden Gewölbschübe S betrachtet, so liegen ihre Angriffspunkte in der Grundebene des Eckpfeilers nach dem Plane B der neben stehenden Tafel je für sich in den Punkten e , ihrer Kräfteebenen, und pe , ist gleich pe des Planes A . Die lothrecht durch e , gerichtete Seitenkraft des Schubes S ist gleich dem Gewichte oQ und die wagrecht in e , nach e, a , gerichtete Seitenkraft von S ist gleich $H_0 = ao$. Setzt man die beiden lothrechten und gleich großen Seitenkräfte oQ der Schübe S beider Gurtbogen zu einer Mittelkraft gleich $2oQ$ zusammen, so liegt ihr Angriffspunkt im Halbirungspunkte s , der Geraden e, e , und weiter in der Richtung der lothrechten Kräfteebene V des Gratbogens des Kreuzgewölbes. Setzt man ferner die beiden wagrechten Seitenkräfte $H_0 = ao$ in x in der Grundebene des Eckpfeilers zu einer Mittelkraft zusammen, so liegt dieselbe gleichfalls in der Ebene V . Die Größe dieser Mittelkraft findet man einfach als bo des Kräfte-dreieckes $ba o$, worin $ba = ao = H_0$ ist. Verlegt man den Angriffspunkt x dieser Mittelkraft in ihrer Richtung nach s , und setzt man zum Schluß $s, q, = sq = bo$ mit $sQ, = 2 \cdot oQ$ zu einer Mittelkraft Q, q im Plane B zusammen, so erhält man in dieser Mittelkraft, welche wiederum in der Kräfteebene V des Gratbogens liegt, der Größe und dem Sinne nach den Druck, welcher von den beiden Gurtbogen G_0 auf den Eckpfeiler des Kreuzgewölbes kommt. Dieser Druck ist in feiner Abhängigkeit vom kleinsten möglichen Horizontalschub H_0 ebenfalls am kleinsten.

Genau so ist unter Benutzung des größeren Horizontalschubes $co = H_1$ der größere resultierende Druck $Q_0 q_0$ zu bestimmen. Für denselben ist $s_0 q_0 = do$ des Planes A und $s_0 Q_0$ wiederum gleich $2oQ$. Da der Angriffspunkt des Druckes Q, q in s , der Grundfläche des Eckpfeilers liegt, die lothrechte Projection dieses Punktes in s erhalten wird, so giebt der durch s parallel zu Q, q gezogene Strahl R_0 die wirkliche Lage jenes Druckes in der Kräfteebene V .

Für den größeren Druck $Q_0 q_0$ ist der Angriffspunkt s_0 in der Grundfläche der Mittelpunkt der geraden Linie a, a_0 , wofür $pa_0 = pf$ des Planes A sein muß. Die lothrechte Projection s_0 des Angriffspunktes ist ein fester Punkt für die zu $Q_0 q_0$ parallel gezogene Gerade R , welche gleichfalls die wirkliche Lage des größeren Druckes $Q_0 q_0$ in der Kräfteebene V bestimmt. In dieser Ebene herrscht nun weiter der von den Gewölbkappen auf ihren zugehörigen Grat übertragene gefammte Druck, welcher schließlich vom Gratbogen auf den Eckpfeiler weiter geführt wird.

Nach den zur Tafel gehörigen Ermittlungen kann zunächst wieder der gefundene kleinere vom Gratbogen auftretende Druck D und sodann der größere am Gratbogen bestimmte Druck D , in Betracht gezogen werden.

Nach dem Plane B auf der Tafel bei S. 376 ist D mit Hilfe der Kraftstrecke lVI , dagegen D , unter Verwerthung der Strecke mVI fest zu legen. In jener Abbildung ist $lVI = 14,4$ m und die Basis $oz = 0,5$ m, mithin die Kraftstrecke mit einer Maßzahl $14,4 \cdot 0,5 = 7,2$ behaftet. Dort waren die Gewichte auf Wölbmaterial vom Eigengewichte 1,6 zurückgeführt.

Bei der jetzt anzustellenden Untersuchung ist jedoch Quadermaterial vom Eigengewichte 2,4 zu berücksichtigen. Hiernach ist also die Maßzahl 7,2 durch Multiplication mit $\frac{1,6}{2,4}$ als $7,2 \cdot \frac{1,6}{2,4} = 4,8$ für Quadermaterial zu erhalten. Da endlich in der neben stehenden Tafel die Basis zu 3 m fest gelegt war, so ergibt sich die im Kräfteplane B einzutragende Kraftstrecke D zu $\frac{4,8}{3} = 1,6$ m gleich der Strecke gh .

Für die grössere Kraftstrecke D_1 , gleich der Strecke ik , findet man die zugehörige Mafszahl, da $m VI$ im Plane B der Tafel bei S. 376 $14,7^m$ misst, nunmehr durch den Ausdruck

$$D_1 = 14,7 \cdot \frac{0,5}{3} \cdot \frac{1,6}{2,4} = 1,63^m.$$

Unter Benutzung der Neigungswinkel $ol VI$, bezw. $om VI$ zur Wagrechten und der Lage der Angriffspunkte der Drücke $l VI$, bezw. $m VI$ in der Widerlagsfuge am Anfänger des Grathogens auf der genannten Tafel sind die Drücke D und D_1 für sich eingetragen. Aus der Zusammenfassung von $D = gh$ und $R_0 = ho$ in δ des Planes B erhält man go als kleineren Gesamtdruck für den Eckpfeiler, während durch die Zusammenfassung von $D_1 = ik$ und $R = ko$ in δ , der grössere Gesamtdruck für diesen Pfeiler durch io dargestellt wird.

Nach der Ermittlung dieser Drücke kann nun die Stabilitäts-Untersuchung des Eckpfeilers, welcher hier gleichfalls aus Quadermaterial vom Eigengewichte $2,4$ bestehen soll, ganz nach dem in Art. 143 (S. 197) Gegebenen unter Berücksichtigung der aus der Zeichnung zu ersehenden Lamellentheilung und Gewichtsbestimmung derselben ohne weitere Schwierigkeiten vorgenommen werden.

Für den kleineren Druck D tritt die Lamelle M als Grenzstreifen ein. Das Gewicht derselben ist zur Vermeidung einer zu langen Kräftefrecke in ein Viertel seiner wirklichen Länge als Strecke 45 dargestellt. Um dennoch die fehlerlose Richtung der Mittelkraft T aus dem Kräftezuge gh , ho , $o5$ zu erhalten, ist $l4$ gleichfalls ein Viertel der Länge des Strahles $g4$ zu nehmen. Der Strahl $l5$, welcher für den ihm parallelen Strahl T bestimmend wird, giebt jene Mittelkraft in ein Viertel ihrer Grösse an. Diese Endresultirende schneidet die Fußfläche des Eckpfeilers im umringelten Punkte β . Derselbe liegt von der Aufsenkante der Lamelle M so weit ab, daß, wenn die Grundfläche des Pfeilers hier näherungsweise als ein Rechteck angesehen wird, der Punkt β eben an der Grenze des sog. inneren Drittels dieses Rechteckes bleibt. Für den kleinsten Druck D würde also der Eckpfeiler mit den Theilstreifen K , L und M als standfähig gelten können.

Für den grösseren Druck D_1 , dagegen, welcher zur Herbeiführung eines üblichen Sicherheitsgrades für die Standfähigkeit dieses Eckpfeilers als wirksam angesehen werden soll, genügt die eben ermittelte Stärke nicht mehr in dem Mafse, daß eine Endresultirende 5β , parallel $m5$, innerhalb jenes inneren Drittels bleibt. Danach ist noch eine neue Lamelle P hinzuzufügen. Das Gewicht derselben ist als Strecke 56 wiederum in ein Viertel der wirklichen Länge gezeichnet, und eben so ist $m4$ gleich ein Viertel der Länge $i4$. Die Endresultirende für den Kräftezug ik , ko , $o6$ ist nunmehr das Vierfache von $m6$. Ihre Lage T_0 parallel $m6$ im Pfeiler ist leicht zu bestimmen. Diese Resultirende trifft die Fußfläche desselben im Punkte β_0 , welcher das innere Drittel des neuen Pfeilers mit den Theilstreifen K , L , M und P nicht überschreitet, so daß hiermit die Pfeilerstärke bestimmt ist. Die Breite FF beträgt $2,1^m$.

Die Spannweite des Diagonalbogens ist bei dem quadratischen Grundrisse des hier untersuchten Kreuzgewölbes von 8^m Seitenlänge gleich $8\sqrt{2} = \infty 11,3^m$; folglich ergibt sich das Verhältniß der Widerlagsstärke zu dieser Weite des ganzen Grathogens zu $\frac{2,1}{11,3}$ als nahezu gleich $\frac{1}{5}$. Beim kleineren Drucke D ist die Widerlagsstärke gleich $1,5^m$, so daß nun jenes Verhältniß in $\frac{1,5}{11,3}$, d. h. in $\frac{1}{7,5}$ umgewandelt würde.

Bei dieser Angabe einer Verhältnißzahl von Widerlagsstärke zur Spannweite eines ganzen Grat- oder Diagonalbogens muß aber, wenn dieselbe überhaupt Werth haben soll, offenbar die Tiefe des Widerlagers mit beachtet werden. Dieselbe richtet sich, wie aus dem Grundrisse des Eckpfeilers zu ersehen ist, theilweise nach der Tiefe der Gurtbogen G_0 . Im Allgemeinen sollte die Tiefe der Eckpfeiler nicht unter $\frac{2}{3}$ der in der Richtung V der Gratlinie angetragenen Stärke herabfinken.

257.
Kreuzgewölbe
ohne
Grathogen.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Eckpfeiler für Kreuzgewölbe mit selbständigen Grathogen und rechteckigem Grundrisse ist auf dem eben beschriebenen Wege gleichfalls auszuführen. Bei Kreuzgewölben ohne besondere Grathogen ist bei der Bestimmung der Widerlagsstärke das in Art. 255 (S. 378) Gefagte ohne Weiteres zu verwerthen. Hierbei fällt ein sonst vom Grathogen herrührendes Eigengewicht einfach fort. Drücke, wie D , bezw. D_1 , resultiren allein aus den Gewölbdrücken der in der Gratlinie zusammengefügteten Elementarstreifen der Kappen. Das Wesen in der

statischen Unterfuchung der Eckpfeiler für derartige Gewölbe wird dadurch nicht geändert.

Treten gegen einen Zwischenpfeiler in vollständig symmetrischer Anordnung und Belastung vier Gurtbogen und vier Gratbogen symmetrisch liegender Kappen einer Kreuzgewölbe-Anlage, so werden alle wagrechten Seitenkräfte der Drücke, welche von den Gurtbogen und Gratbogen auf den Pfeiler kommen, aufgehoben. Derselbe wird dann nur durch lothrechte Kräfte beansprucht. Die statische Unterfuchung derselben wird danach äußerst einfach und kann hier unterbleiben.

258.
Pfeiler
für vier
Gurtbogen.

Bei einer Beanspruchung der Eck- oder Zwischenpfeiler einer unsymmetrischen Kreuzgewölbe-Anlage ist die Stabilitäts-Unterfuchung der Stützkörper schrittweise von Gurtbogen zu Gurtbogen, so wie von Gratbogen zu Gratbogen zur Ermittlung der Resultierenden der den Stützkörper angreifenden äußeren Kräfte nach den Methoden der graphischen Statik, wenn auch etwas mühevoll, doch ohne sehr erhebliche Schwierigkeiten, vorzunehmen. Die Endresultierende dieser angreifenden Kräfte im Raume, wobei sich unter Umständen ein Kräftepaar geltend machen kann, ist mit dem Gewichte des Pfeilers dann weiter zu vereinigen, um Aufschluss über die Standfähigkeit des Stützkörpers zu erhalten. Durch Uebermauerung der Gewölbzwickel, bezw. der Stützkörper muß dahin gestrebt werden, ein etwa sich zeigendes Kräftepaar in seiner Wirkung wieder aufzuheben.

d) Empirische Regeln für die Gewölbstärke.

Sollte bei größeren Kreuzgewölbe-Anlagen auch stets eine gewissenhafte statische Unterfuchung und danach die Berechnung der Gewölbstärke stattfinden, so hat man doch bei den in der Praxis so häufig zur Ausführung gelangten und noch vielfach angewandten cylindrischen Kreuzgewölben der Erfahrung im Allgemeinen entsprechend die folgenden Regeln für die Bestimmung der Gewölbstärke aufgestellt.

259.
Stärke
der
Kappen.

Die Stärke der Kappen der halbkreisförmigen, bezw. elliptisch-cylindrischen Kreuzgewölbe, welche außer ihrem eigenen Gewichte besondere Belastungen nicht aufzunehmen haben, kann bei der Verwendung von gutem Backsteinmaterial, einem fehlerfreien, nicht zu langsam bindenden Mörtel und unter der Voraussetzung einer sorgfältigen Ausführung bei einer Spannweite bis zu 6 m $\frac{1}{2}$ Stein, bei einer Weite bis zu 9 m $\frac{1}{2}$ Stein im Scheitel und 1 Stein am Widerlager betragen. Geht die Spannweite über 9 m hinaus, so gibt man den Kappen zweckmäßig durchweg 1 Stein Stärke.

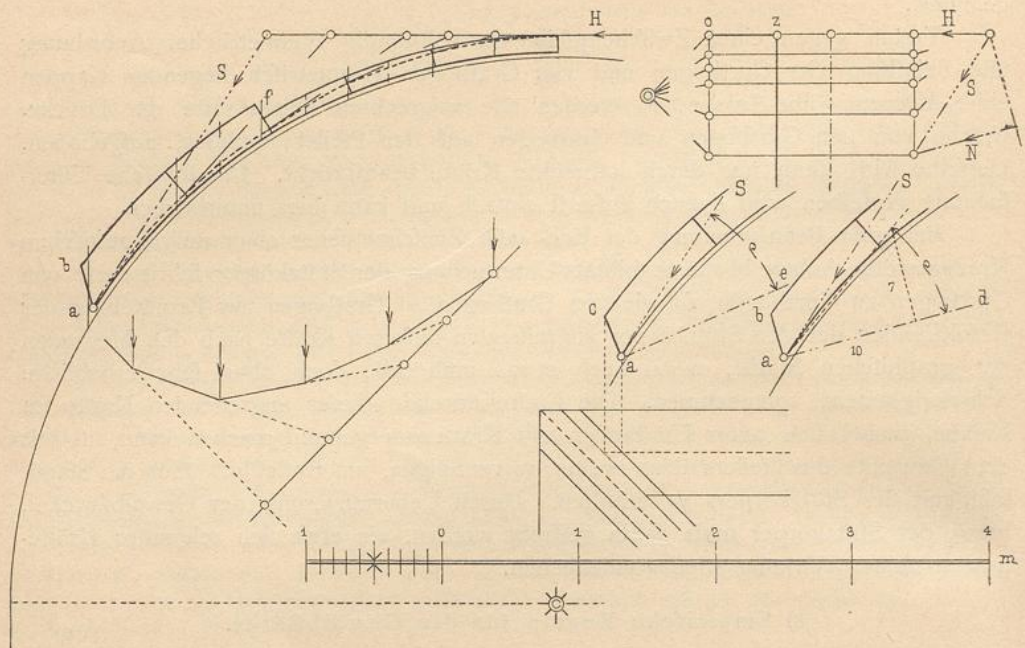
Im Hochbauwesen kommen Kreuzgewölbe, welche größere Kappenstärken als 1 Stein erfordern, selten vor.

Bei Kreuzgewölben, deren Kappen aus hinreichend festen und lagerhaften Bruchsteinen oder aus gutem Quadermaterial einzuwölben sind, kann die Kappenstärke ungefähr gleich $\frac{1}{25}$ ihrer Spannweite genommen werden.

Dafs diese nach empirischen Regeln angegebenen Stärken unter Umständen noch einer Prüfung auf ihre Stichhaltigkeit unterzogen werden sollten, mag durch Fig. 445 nachgewiesen werden.

Für das im Art. 248 (S. 363) gegebene Beispiel 1 ist bei dem mitgetheilten Kreuzgewölbe eine Spannweite von 8 m vorhanden. Hiernach könnte den vorhin angeführten Abmessungen zufolge eine Stärke der Kappen gleich $\frac{1}{2}$ Stein im Scheitel und 1 Stein bei den Schichten in der Nähe des Widerlagers genommen werden. Die in der Zeichnung vorgeführte statische Unterfuchung eines derartigen, an der Stirnmauer liegenden größten Kappenstreifens, dessen Breite hier wiederum zu 0,60 m angenommen ist,

Fig. 445.



ergibt für die Berechnung feiner Stärke, da $H = 0,55 \text{ m}$ und $N = 0,76 \text{ m}$ gefunden werden, bei der Basis $oz = 0,5 \text{ m}$

$$\mathfrak{S} = 0,55 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,60} = \infty 0,46 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

und

$$\mathfrak{N} = 0,76 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,60} = 0,633 \text{ Quadr., bzw. Cub.-Met.}$$

Ein Vergleich dieser Werthe für \mathfrak{S} und \mathfrak{N} mit den in der Tabelle auf S. 202 enthaltenen Größen H und N zeigt, daß \mathfrak{S} eine etwas größere Stärke als $\frac{1}{2}$ Stein, \mathfrak{N} aber für die Stärke am Widerlager noch keine Dicke von 1 Stein fordert.

Da $N = 0,6$ Quadr., bzw. Cub.-Met. in jener Tabelle eine Stärke von $\frac{1}{2}$ Stein gefordert, so kann man auch unter Zulassung einer etwas größeren Preflung im Scheitel für $\mathfrak{S} = 0,46$ Quadr., bzw. Cub.-Met. die Stärke von $\frac{1}{2}$ Stein füglich gelten lassen, und die Kappe in der nach der empirischen Regel empfohlenen Weise mit einer Verstärkung nach dem Widerlager gestalten.

Wohl aber sollte dabei noch geprüft werden, ob, bei der oft steil gehaltenen Anarbeitung der Widerlagsfläche am Grat, die Richtung des hier wirkenden Gewölbschubes S mit der Senkrechten auf der Fuge ab die Größe des zulässigen Reibungswinkels ρ nicht überschreitet.

Nach der ursprünglichen Annahme der Widerlagsfuge ab ist hier der Winkel Sad größer als der Winkel ρ . Hieraus folgt, daß die Widerlagsfuge, wie z. B. ac , so gerichtet sein soll, daß der Winkel Sac mindestens gleich dem Winkel ρ wird, d. h. diese Widerlagsfuge soll, um ein Gleiten des Streifens am Grat zu unterdrücken, überall nicht zu steil gestellt werden.

Außerdem sei darauf hingewiesen, daß zur geeigneten Erzielung einer stetigen Zunahme der Gewölbstärke vom Scheitel bis zum verstärkten Ansatz in der Kappe ein Ausgleich des Zwickels f durch Beton oder durch Ausfüllung mit Mörtel und Steinbrocken anzurathen ist.

Cylindrische Kreuzgewölbe von geringer Spannweite, welche etwa $3,0 \text{ m}$ bis $3,5 \text{ m}$ beträgt, erhalten, wenn keine fremde Belastung in Rechnung zu bringen ist, recht oft weder eine Verstärkung im Grat, noch besondere, selbständig ausgeführte Gratbogen. Ihre Kappen schneiden in der Ebene der Gratlinie zusammen. Solche Gewölbe sind Deckenbildungen mehr untergeordneter Art. Wird die Spannweite

größer als 3,5 m oder hat das Gewölbe noch eine Belastung durch Sandfüllung oder durch einen darüber befindlichen Fußboden aufzunehmen, so tritt bis zu Spannweiten von 6 m, je nach den obwaltenden Umständen, entweder eine Gratverstärkung, worüber unter 3 bei der Ausführung der Kreuzgewölbe noch das Nöthige gefagt werden soll, oder die Einführung selbständiger Gratbogen ein.

Bei größeren Spannweiten ist die Herrichtung solcher Gratbogen stets zweckmäßig. Bei den cylindrischen Kreuzgewölben erhalten diese Gratbogen unterhalb der Wölbfläche keine besonders gegliederten Ansätze (Profile); sie laufen vielmehr meistens in eine Schneide aus, welche dem Zusammenchnitt der angrenzenden Kappenflächen angehört. Die in lothrechten Ebenen liegenden geraden Erzeugenden der Widerlagsflächen der Kappen haben vom Fusse des Gratbogens bis zum Scheitel desselben verschiedene Neigungswinkel zur senkrechten Richtungsebene des Grates. In Folge hiervon wechselt in jedem Normalchnitt desselben auch seine mittlere Breite. Damit der Gratbogen durch die mittels Abchrägung seiner sonst lothrechten Seitenflächen zu gewinnenden Widerlagsflächen nicht zu sehr in seinem Verbaude, bezw. feinem auf Druck beanspruchten Körper geschwächt wird, darf die wagrechte Projection desselben der Breite nach nicht zu gering bemessen werden.

Bei Spannweiten der Kappen bis etwa 4 m beträgt dieselbe bei Gratbogen aus Backstein mindestens 1 Stein, die Höhe oder Stärke des Grates hierbei gleichfalls wenigstens 1 Stein. Bei größeren Spannweiten bis etwa 9 m ist die Breite der Gratbogen 1½ Stein, unter Umständen 2 Stein, ihre Stärke 1½ Stein bis 2 Stein zu nehmen. Sind Gratbogen innerhalb der Spannweiten der Kappen von 4 m bis 9 m bei 1½ Stein Breite im Scheitel 1 Stein stark angenommen, so sind dieselben nach dem Widerlager auf 1½ Stein zu verstärken.

Bei Kreuzgewölben über 9 m Spannweite giebt nur die statische Untersuchung des Wölbsystemes Aufschluss über die zu wählenden Stärken der Gratbogen, bezw. der Gewölbkappen. Werden bei Backsteinkappen bis etwa 6 m Spannweite statt der eigentlichen Gratbogen nur Gratverstärkungen eingeführt, welche mit dem Mauerwerk der Kappen im Verbaude stehen, so ist diese Verstärkung bei einer Breite von mindestens 1 Stein in ihrer Gefammthöhe, einschliesslich der Kappenstärke über der inneren Gratlinie, gleichfalls nicht unter 1 Stein zu nehmen. Gratbogen aus genügend festen Bruchsteinen oder Quadern sollten bei kleineren Kreuzgewölben bis 6 m Weite nicht unter 0,20 m Breite und 0,25 bis 0,30 m Stärke, bei größeren Gewölben aber eine Breite von 0,30 bis 0,40 m mit einer Höhe von 0,30 bis 0,30 m erhalten.

Bei den offenen cylindrischen Kreuzgewölben aus Backstein, Bruchstein oder Quadern kann unter Berücksichtigung des Verhältnisses der Breite zur Dicke des Widerlagskörpers wie 1 : 1, bezw. 2 : 3 (vergl. Art. 256, S. 380) die Stärke der Eckpfeiler in der Richtung der Gratebene etwa zu $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{4}$ der Weite des ganzen Gratbogens gewählt werden. Hierbei ist die Höhe des Widerlagers von seiner Fußfläche bis zur Kämpferebene etwa gleich 3 m vorausgesetzt. Bei einer Höhe über 3 m ist jene Stärke um etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{8}$ des ganzen Höhenmasses zu vergrößern.

Bei den geschlossenen cylindrischen Kreuzgewölben ist die Stärke der Mauerkörper an den Ecken des Raumes in der Richtung der Gratebene schätzungsweise zu $\frac{1}{7}$ der Spannweite des ganzen Gratbogens zu setzen. Bei einer Widerlagshöhe über 3 m ist diese Stärke ebenfalls entsprechend zu vergrößern.

261.
Widerlags-
stärke.

Die flachen Kreuzkappengewölbe erhalten in den meisten Fällen eine Gewölbstärke von $\frac{1}{2}$ Stein und Gratverstärkungen oder Gratbogen von 1 bis $1\frac{1}{2}$ Stein Breite mit 1 bis $1\frac{1}{2}$ Stein Höhe.

Dieselben Abmessungen gelten gewöhnlich auch für nicht sehr stark belastete ansteigende Kreuzgewölbe. Die Stärke der Widerlager dieser zuletzt erwähnten beiden Arten von Kreuzgewölben wird am besten durch eine statische Unterfuchung fest gestellt.

s) Verankerungen.

Wenn gleich die Stärke der Widerlager, d. h. der Eck- und Zwischenpfeiler der cylindrischen Kreuzgewölbe, von vornherein so groß genommen werden sollte, daß dieselben im Stande sind, dem vollen Gewölbschube mit ausreichender Sicher-

262.
Sichtbare
Ver-
ankerungen.

Fig. 446.

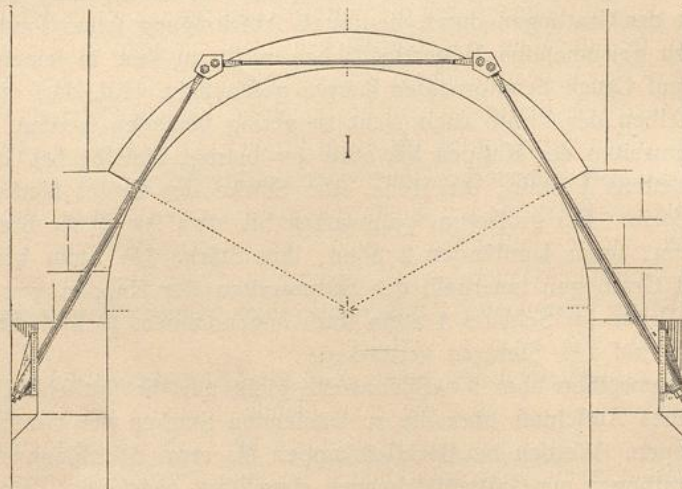
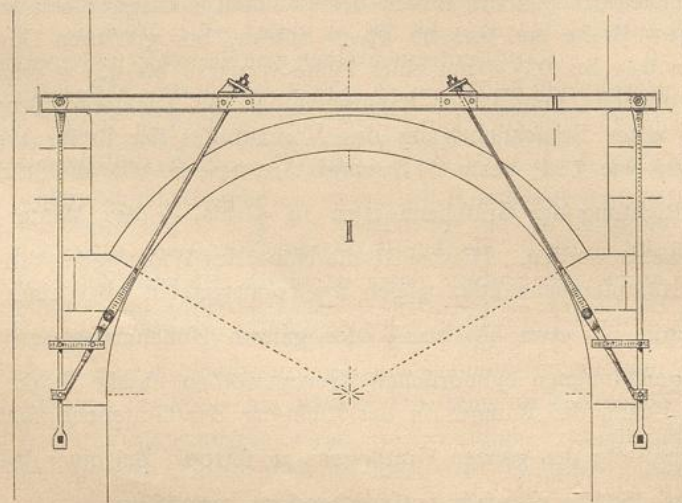


Fig. 447.



heit zu widerstehen, so können doch Umstände eintreten, welche eine besondere Verankerung und damit eine Verstärkung der Widerlagskörper, namentlich der Eckpfeiler, erforderlich machen. Immerhin dürfen diese Verankerungen bei Kreuzgewölben nur als Nothbehelfe angesehen werden.

Die aus Flach- oder Runderisen bestehenden Ankerstangen würden ihre günstigste Lage in der Kämpferebene oder wenig darüber in der Richtung der Gratlinien erhalten, um damit dem Schube der Gratbogen am besten begegnen zu können. Eine solche Anordnung würde auch in wahrheitsgetreuer Weise auf den eigentlichen Zweck der Verankerung hinweisen. Eben so könnten bei offenen Kreuzgewölben zur Verankerung der Eckpfeiler und auch der Zwischenpfeiler die einzelnen Gurtbogen durch Ankerstangen, welche in der Kämpferebene angebracht würden, kräftig verpannt werden. Für diese einfachen Verankerungen gilt das in Art. 178 (S. 268) beim Kappengewölbe über Verstärkung seiner Widerlager Gefagte ebenfalls.

Kommen auch derart angebrachte Verankerungen bei Bauwerken älterer und neuerer Bauperioden vor, so können dieselben doch in manchen Fällen bei ihrer tiefen Lage unter dem Gewölbscheitel störend sein. Alsdann sind die Verankerungen der Grat-, bezw. Gurtbogen nicht mehr sichtbar zu lassen, sondern in das Innere dieser Wölbkörper zu verlegen. Derartige Verankerungen zeigen Fig. 446 u. 447. Bei der Anordnung I ist ein Gelenksystem gebildet, um ein zweckmäßiges Einleiten von Zugspannungen, hervorgerufen vom Gewölbschube am Widerlager der Grat- oder Gurtbogen, in die einzelnen Theile zu bewirken. Für die Berechnung der Querschnitte der Zugstangen, Ankerplatten u. s. f. ist aber zweckmäßig von einem Gewölbschube auszugehen, welcher einer Maximaldrucklinie im Grat-, bezw. Gurtbogen angehört, sonst jedoch nach dem in Art. 178 (S. 268) Vorgetragenen zu verfahren. Die Verankerung II, welche in ihrer aus der Zeichnung deutlich zu erkennenden Anordnung einer von *Durm* bei einem Tonnengewölbe mit Stichkappen ausgeführten Anker-Construction¹⁷⁸⁾ entspricht, läßt sich auch bei Kreuzgewölben verwenden.

263.
Unsichtbare
Ver-
ankerungen.

3) Ausführung der cylindrischen Kreuzgewölbe.

Die Kappen und die Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe sind Bestandtheile eines Tonnengewölbes. Ihre Ausführung hat also nach den Vorschriften zu geschehen, welche in Kap. 9, unter c mitgetheilt sind. Selbst die von den Römern geschaffenen, mit großen Spannweiten behafteten Kreuzgewölbe, welche im Allgemeinen aus Backsteinmaterial in Verbindung mit Gufswerk aus Steinbrocken und Mörtel bestanden¹⁷⁹⁾, hatten die Ausführung der ähnlich hergestellten Tonnengewölbe zur Grundlage.

264.
Material.

Für die Kreuzgewölbe der Jetztzeit werden Backsteine, möglichst leichte, aber dennoch hinreichend feste, lagerhafte Bruchsteine und unter besonderen Verhältnissen leicht zu bearbeitende Quader zur Einwölbung verwendet. Als Bindemittel dient fehlerfreier Kalkmörtel, verlängerter Cementmörtel oder Cementmörtel allein. Das über diese Materialien beim Tonnengewölbe in Art. 150 (S. 218) Mitgetheilte trifft auch beim Kreuzgewölbe zu.

Cylindrische Kreuzgewölbe werden im Allgemeinen auf einer durch Lehrgerüste unterstützten Schalung eingewölbt.

265.
Lehrgerüste.

¹⁷⁸⁾ Siehe: *DURM*, J. Der neue Friedhof in Karlsruhe. *Zeitschr. f. Bauw.*, S. 3 u. Bl. 1-9.

¹⁷⁹⁾ Siehe Theil II, Band 2 dieses »Handbuches«.

Kleine Gewölbe, bis etwa 4^m Weite, ohne Stechung können, wie in Art. 152 (S. 220) angegeben ist, nach Art eines Tonnengewölbes mit rechtwinklig angefügten Stüchappen eingeschalt werden (Fig. 448). Hierbei werden an den Stirnen des Kreuzgewölbes einfache Lehrbogen

oder auch gewöhnliche Wölfscheiben als Randbogen aufgestellt. Zwei einander gegenüber liegende Randbogen tragen eine durchgehende Schalung, welche die Mantelfläche eines gewöhnlichen Tonnengewölbes liefert. Beträgt der Abstand dieser Randbogen über 2^m, so wird zur besseren Unterstützung der Schalung noch eine Wölfscheibe oder ein Lehrbogen in der Mitte zwischen den Randbogen aufgestellt. Auf der Schalung sind die Gratlinien unter Anwendung einer gefärbten Schnur genau und deutlich vorzureißen. Von denselben aus erfolgt die weitere Einschaltung der an das Gewölbe tretenden Querkappen bis zu den hierzu

gehörigen Lehrbogen oder Wölfscheiben an den beiden anderen Randbogen. Auch diese Schalung kann nach Erfordernis noch durch Wölfscheiben unterstützt werden, welche alsdann ihr Lager auf der ersten Hauptschalung finden. Je sorgfältiger diese zweite Schalung bezüglich der Gratlinien vorgenommen ist, um so scharfer kommen die Grate nach der Ausführung des Gewölbes zum Ausdruck.

Größere Kreuzgewölbe, namentlich solche, welche Stechung erhalten sollen, müssen in anderer Weise eingerüstet werden. Sowohl für die Gratbogen, als auch für die Gewölbkappen werden besondere Lehrbogen aufgestellt. Nach Fig. 449 ist mit *a* ein

ganzer, von einer Ecke zur gegenüber liegenden Ecke durchgeführter Lehrbogen für einen Gratbogen bezeichnet. Der Lehrbogen des anderen Grates besteht aus zwei Theilen *b*, welche sich gegen den Lehrbogen *a* setzen und an demselben fachgemäß befestigt werden. Wie beim Klostersgewölbe in Art. 216 (S. 322) angeführt, werden diese Gratlehrbogen auch hier an ihrer Kreuzungsstelle durch einen Pfosten (Mäkler, Mönch) unterstützt. Für die Kappen werden Randlehrbogen *c* und bei größerer Länge der Kappen noch in Entfernungen von 1,0^m bis 1,5^m Zwischenbogen *d, e* aufgestellt. Dieses Bogen-

system nimmt dann die Schalbretter oder die Schallatten auf. Sie sind zur Erzielung einer scharfen Gratlinie in ihrem Lager auf jedem Gratbogen genau zusammenzuschneiden, so daß ihre Fuge hier der Wölblinie des Grates vollständig entspricht. Das Austragen der oberen Begrenzungslinien der verschiedenen Lehrbogen erfolgt

Fig. 448.

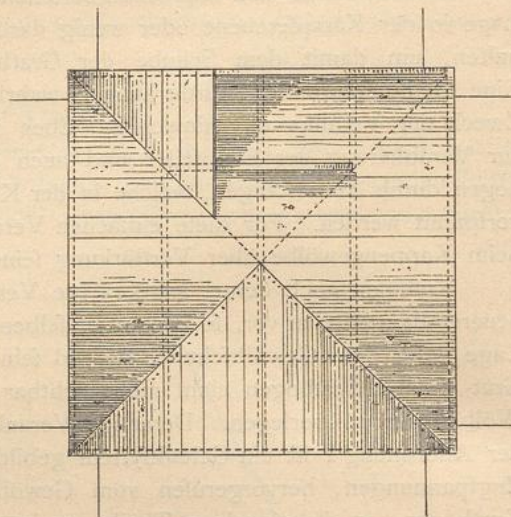
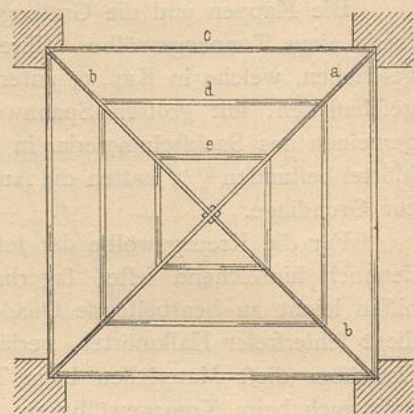


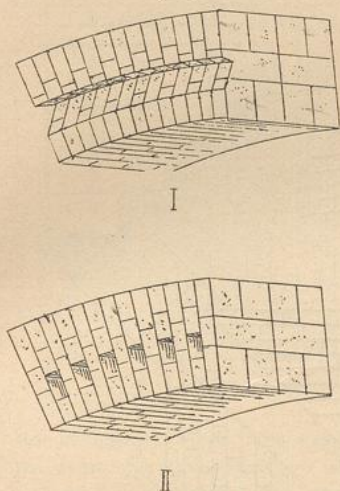
Fig. 449.



in der bei der Ausmittlung der Hauptstücke des Kreuzgewölbes gezeigten Weise. Die Construction der Lehrbogen geschieht nach den in Art. 152 (S. 220) gegebenen Mittheilungen. Eben so sind die Unterlagerungen, Ausrüstungsvorrichtungen und die Schalung des gefamnten Lehrgerüstes, wie beim Tonnengewölbe in Art. 154 bis 157 (S. 224 u. ff.) beschrieben, auch für cylindrische Kreuzgewölbe in Anwendung zu bringen. Offene Kreuzgewölbe erhalten für ihre Gurtbogen selbstredend gleichfalls eine Ausrüstung.

Sollen cylindrische Kreuzgewölbe aus Backstein oder unter Umständen auch aus leichtem Tuffstein auf Schwalbenschwanzverband errichtet werden, so kann, wenn die Einwölbung von geschickten Maurern ausgeführt wird, die Einschalung der Gewölbflächen ganz fehlen. Nur für die Grate werden Lehrbogen aufgestellt, und

Fig. 450.



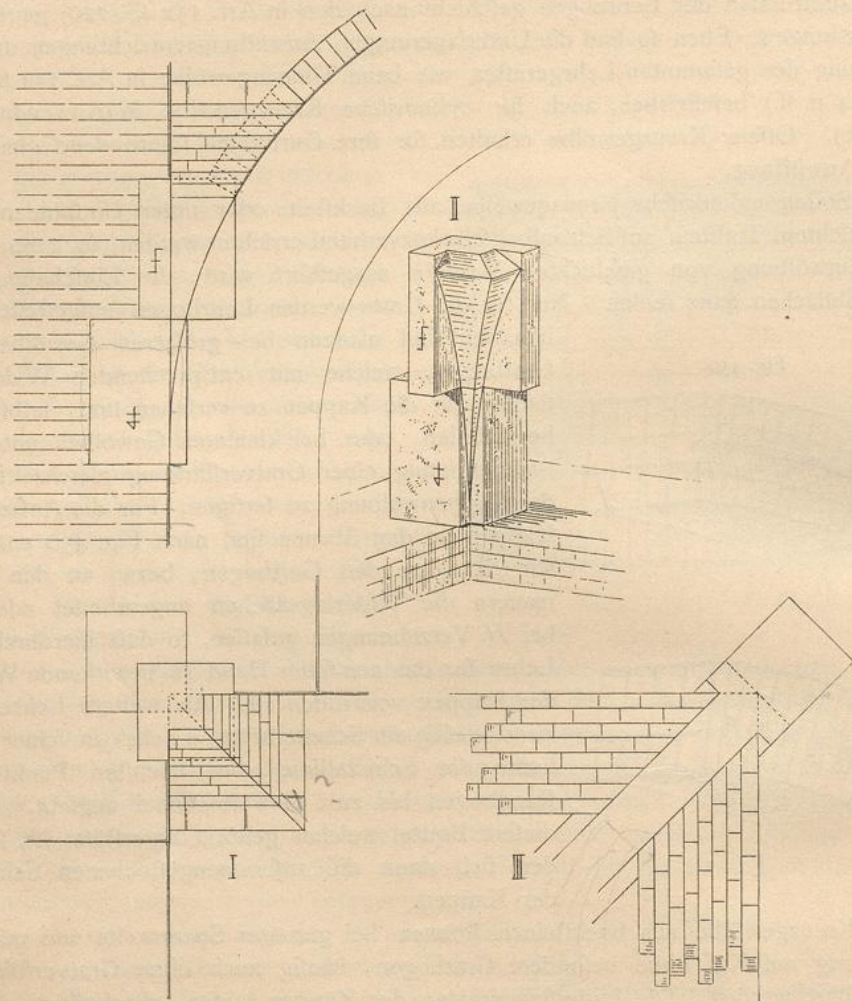
hierüber sind alsdann bei größeren Gewölben die Gratbogen, welche mit entsprechenden Widerlagsflächen für die Kappen zu versehen sind, selbständig herzustellen, oder bei kleineren Gewölben unter Berücksichtigung einer Gratverstärkung gleichzeitig mit der Kappenwölbung zu fertigen. Für die Ansätze der Kappen an den Stirnen sind nach Fig. 450 entweder wie bei *I* an den Gurtbogen, bezw. an den Stirnmauern die Widerlagsflächen angearbeitet oder wie bei *II* Verzahnungen gelassen, so daß hierdurch eine Lehre für das aus freier Hand zu bewirkende Wölben der Kappen vorhanden ist. Als weitere Lehre dient zweckmäßig ein Scheitelbrett, welches in seiner Oberkante die Scheitellinie vom höchsten Punkte der Randbogen bis zum Gewölbscheitel anliegt. Ueber diesem Brette, welches gehörig unterstützt ist, schneiden sich dann die zusammengeftochenen Schichten der Kappen.

Kreuzgewölbe aus Backsteinen können bei geringer Spannweite und mäßiger Belastung auf Kuf ohne besondere Gratbogen, häufig auch ohne Gratverstärkung, ausgeführt werden. Die Lagerfugenkanten der Kappen laufen, gleichgiltig, ob das Gewölbe eine Stechung erhält oder nicht, in ihrer wagrechten Projection parallel mit den Axen der Kappen; sie sind, wie Fig. 451 bei *I* zeigt, in den einzelnen Schichten auf Verband zu ordnen und an der Gratlinie gegenseitig zu überbinden, so daß nach der Richtung dieser Linie eine Fugenebene nicht eintritt. Die Anfänger an den Ecken des Gewölbes werden durch Auskragen in wagrechten Schichten hergestellt, bis eine geeignete Fußfläche für die Gratsteine gewonnen ist. Weit besser wird jedoch der Anfänger, wie in *II* gegeben, aus festem Quadermaterial angefertigt. In jedem Falle ist zu beachten, daß gleich bei der Ausführung der Mauerkörper, welche demnächst die herzustellenden Kreuzgewölbe begrenzen, diese Anfänger von der einen oder der anderen Art an richtiger Stelle schon mit eingefügt werden, damit von Anfang an ein gesicherter, kräftig im Mauerwerk eingebundener Gewölbefuß für jede Kappe vorhanden ist. Sollen die Grate eine Verstärkung erhalten, so kann nach Fig. 452 auch hierbei der Verband auf Kuf angewendet werden.

Sind für größere und etwa stärker belastete Gewölbe selbständige, gleichfalls auf Kuf gewölbte Gratbogen herzurichten, welche alsdann ein geeignet angearbeitetes

266.
Kreuzgewölbe
aus
Backsteinen.

Fig. 451.

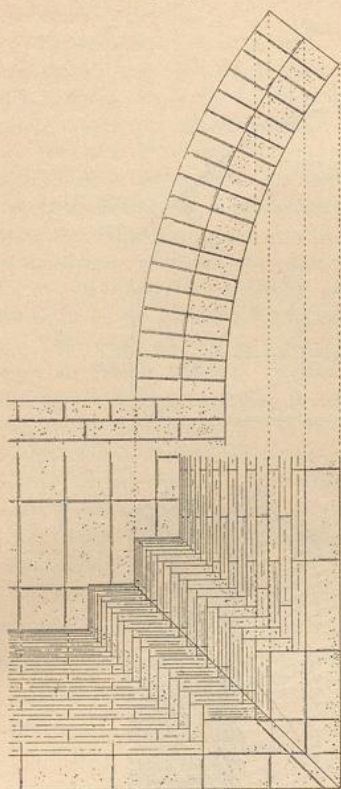


Widerlager für die Kappen bekommen, so wird hierdurch am Verbande der Kappen nichts geändert, selbst wenn dieselben einer größeren Belastung halber statt $\frac{1}{2}$ Stein 1 Stein stark werden müßten.

Beim Vorhandensein von besonderen Gratbogen kann auch die Einwölbung der Kappen im *Moller'schen* Verbande nach der Anordnung *III* in Fig. 451 stattfinden.

In den weitaus meisten Fällen wird die Einwölbung der Kappen der cylindrischen Kreuzgewölbe aus Backstein auf Schwalbenschwanz-Verband vorgenommen. Ein einigermaßen weit gespanntes Gewölbe erhält dann am besten immer selbständig auf Kufverband ausgeführte Gratbogen. Bei strenger und fachgemäßer Durchführung der Wölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband sollen die einzelnen Lagerflächen der Wölbchichten Ebenen angehören, welche rechtwinkelig zur Richtungsebene des Gratbogens und senkrecht zur Wölblinie desselben stehen. Die Schnittlinien dieser fog. Normalebene des Grates mit den Kappenflächen bilden die Wöblinien der Schichten. Die jeder Schicht zugehörige Widerlagsfuge, bezw. Widerlagsfläche

Fig. 452.



am Grat- und am Rundbogen voll fenkrecht zu den entstehenden Wöblinien gerichtet sein. Die für diese Forderungen nothwendigen zeichnerischen Ermittelungen sind in Fig. 453 ange stellt.

Für das zu Grunde gelegte Kreuzgewölbe mit rechteckigem Grundrifs ist der Stirnbogen P der kleinen Seiten ein Halbkreis, der Randbogen U der langen Seiten eine halbe Ellipse mit der großen Halbaxe δu und der kleinen Halbaxe $\delta \delta_1$ gleich dem Halbmesser γu , bzw. $\gamma \gamma_1$ des Halbkreises P . Die wagrechte Projection des Gewölbscheitels ist s ; die Geraden $s\gamma$ und $s\delta$ sind die wagrechten Projectionen der geraden Scheitellinien für die mit einer Stechung ab versehenen Kappen A und B . Die Richtungsebene des Gratbogens von der Breite $\alpha\beta$ ist Rs .

Nach den in Art. 241 (S. 355) gemachten Mittheilungen ist auf dem aus der Zeichnung ersichtlichen Wege die lothrechte Projection as_1 der Wöblinie des Grates (Gratlinie) erhalten. Dieselbe gehört hier einer Ellipse mit den halben conjugirten Durchmessern ab und δs_1 an. Sollten die reellen Axen dieser Ellipse gefunden werden, so könnte man sich des in Art. 135 (S. 174) bei Fig. 284 angegebenen Verfahrens bedienen.

Für einen beliebig angenommenen Punkt f der Gratlinie ist mit Hilfe des halben Stirnbogens $e s_1$, entsprechend dem grundlegenden Halbkreise P , eine Tangente T fest gelegt. Die in f auf T errichtete Lothrechte giebt in NE die Spur der vorhin bezeichneten Normalebene zum Grat in der lothrechten Projectionsebene, während das in E auf ad errichtete Loth EF die Spur jener Normalebene in der wagrechten Kämpferebene bestimmt.

Die Projectionen der Schnittlinien der Normalebene in f mit den Laibungsflächen der Gewölbekappen A und B ergeben

sich in folgender Weise. Die wagrechte Projection des Punktes f ist der Punkt e auf Rs . Von e laufen die wagrechten Projectionen ert und eqp dieser gefuchten Schnittlinien aus. Dieselben sind von Bedeutung, weil sie für die Richtung der Lagerfugenkanten, bzw. für die Gestalt der Wöblinien der am Gratbogen zusammentretenden Wöblschichten der Kappen A und B maßgebend werden. Um den Grenzpunkt t am Stirnbogen P zu ermitteln, ist die Schnittlinie it'' der Normalebene des Grates mit der lothrechten Stirnebene P unter Verwerthung der Höhenlage hf des Punktes f über der Kämpferebene ad gezeichnet. Für diese Schnittlinie it'' ist, wie sofort erkannt werden kann, $h_1 f_1 = hf$ und der Punkt i der Schnittpunkt der Spur EF auf der verlängerten Geraden $u\gamma$. Der Strahl if_1 trifft den Stirnbogen P im Punkte t'' . Derselbe ist die lothrechte Projection des Grenzpunktes der erwähnten Wöblinie in der Kappe A . Die wagrechte Projection desselben ist der Punkt t auf $u\gamma$.

Zur Bestimmung der Projectionen eines zwischen den Grenzpunkten e und t gelegenen Punktes folcher Schnittlinie ist der innerhalb e und t an beliebiger Stelle genommene Strahl mM parallel zur wagrechten Projection γs der Scheitellinie der Kappe A gezogen. Derselbe ist die wagrechte Projection einer geraden Erzeugenden dieser Kappe.

Die lothrechte Projection dieser, der Stechung des Gewölbes entsprechend ansteigenden Erzeugenden ist m, M , wobei M , auf der Gratlinie as , der Punkt m , über der Kämpferebene ad offenbar eben so hoch liegen muß als m , am Stirnbogen P über m auf $u\gamma$ liegt. Die lothrechte Projection m, M , der benutzten Erzeugenden durchstößt die Normalebene. Auf die lothrechte Projection dieses Durchstoßpunktes in NE ist durch die punktirte Lothrechte r , hingewiesen. Die wagrechte Projection r desselben liegt auf mM , und somit ist der Linienzug ert für die Kappe A ermöglicht. Auf demselben Wege ergibt sich der Zeichnung gemäß der zugehörige Linienzug eqp für die Kappe B , wie überhaupt mehrerer folcher Linien im Wölbgebiete $\gamma s \delta u$.

Die weiteren Wölbgebiete, welche stets durch die Scheitellinien der einzelnen Kappen getrennt werden, sind in gleicher Weise für sich zu behandeln. Auf diesen Scheitellinien treffen sich, dem Wesen des Schwalbenschwanz-Verbandes nach, die einzelnen Schnittlinien der entsprechenden Normalebenen der Gratbogen.

zutragen, welche dem Normalsschnitte mit den Spuren NE und EF zukommen, ist die erforderliche Zeichnung in Q gegeben.

Für die Wöblinien ist $y_0 = Ef$, $z = Er$, $z'' = Et$, über der lothrecht zu R_s geführten Linie L , welche danach eine Spur der wagrechten Kämpferebene des Gewölbes darstellt, abgetragen und dabei y_0 in der Richtung R_s , z in der durch r parallel zu R_s gezogenen Linie u. s. f. fest gelegt. Eben so ist $y_1 = Eq$, und $y'' = Ep$, genommen.

Hiernach erhält man in $f''''r''''t''''$, und in $f''''q''''p''''$, die wirkliche Gestalt jener Wöblinien für die Kappenschicht in A und B . Da die Breite $\alpha\beta$ und die Höhe des Gratbogens gegeben sind, so läßt sich, sobald die wirkliche Stärke der Wöblschichten oberhalb der Wöblinien angesetzt ist, mit Leichtigkeit die richtige Stellung der Widerlagsfugen senkrecht zu den betreffenden Wöblinien am Grat und an den Stirnmauern oder Randbogen eintragen und auch der wirkliche Querschnitt des Gratbogens, wie bei Q und beim Bilde R vom Anfänger des Grates gezeigt ist, fest stellen. Die lothrechte Projection a_0f_0 des Querschnittes ist in der Richtung E_0N_0 parallel EN nach der Ausmittlung in Q besonders gezeichnet.

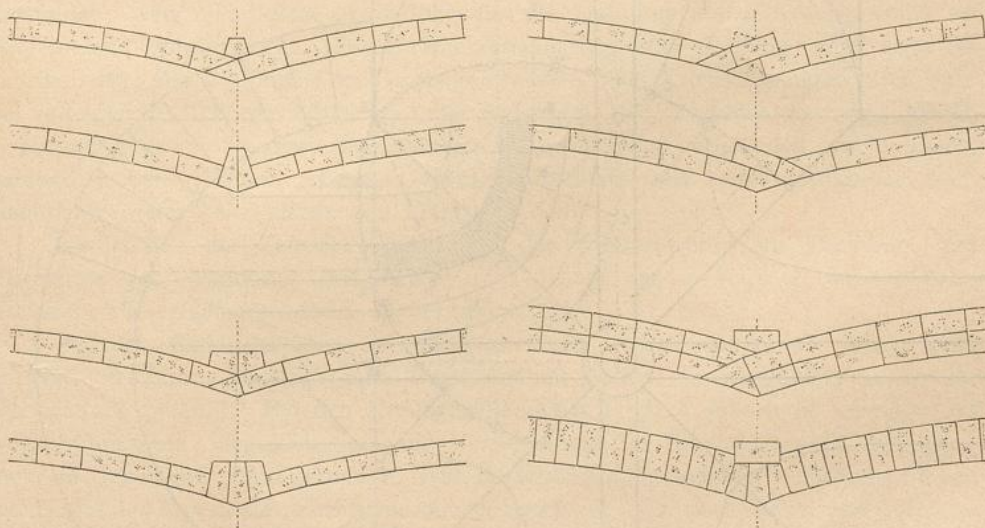
Läßt man nach der Darstellung in O die Widerlagsflächen am Grat nicht in der Form von Falzen, sondern als Flächen auftreten, welche vom Ansatz der Kappen aus nach dem Rücken des Gratbogens vollständig durchgeführt werden, so ergibt sich für den Gratkörper am Rücken zwischen den gesammten beiden Widerlagsflächen w und w , in jedem Normalsschnitte eine andere Breite, weil die Neigungswinkel der verschiedenen Normalebeneen zur wagrechten Kämpferebene in ihrer Größe stets von einander abweichen. Diesem Umstande ist bei der Ausführung der Gratbogen dadurch Rechnung zu tragen, daß mehrere Normalsschnitte für den Grat ermittelt werden. Diese Arbeit ist im Besonderen nothwendig, sobald die Gratbogen für auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführte Kreuzgewölbe aus Quadern hergestellt werden sollen.

Die gegebenen Ermittlungen der sog. Normalsschnitte der Gratbogen finden auch bei Kreuzgewölben über beliebig angeordneten regelmässigen oder unregelmässigen Grundrissen Anwendung.

Für Kreuzgewölbe ohne selbständige Gratbogen sind Gratverstärkungen stets zu empfehlen. Namentlich sind dieselben beim Schwalbenschwanz-Verbande gleich in

267.
Grat-
verstärkungen.

Fig. 454.



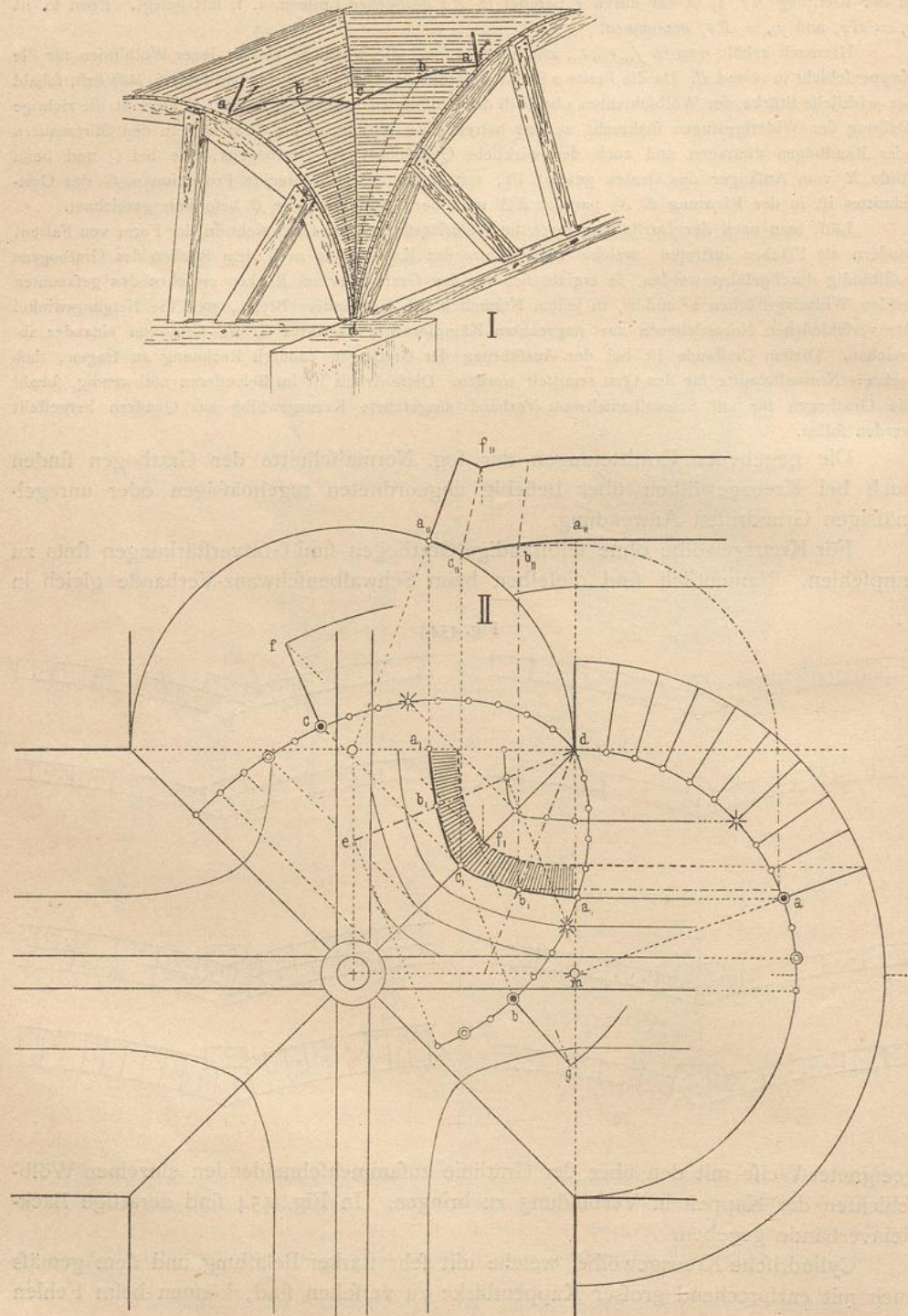
geeigneter Weise mit den über der Gratlinie zusammenschneidenden einzelnen Wöblschichten der Kappen in Verbindung zu bringen. In Fig. 454 sind derartige Backsteinverbände gegeben.

Cylindrische Kreuzgewölbe, welche mit sehr starker Belastung und dem gemäß auch mit entsprechend großer Kappenstärke zu versehen sind, können beim Fehlen

268.
Besondere
Verbandarten.

selbständiger Gratbogen oder der Gratverstärkungen in einem besonderen Kufverbande hergestellt werden, wobei die wagrechten Projectionen der Lagerfugenkanten von

Fig. 455.



zwei zusammengehörigen Wölbcharen der benachbarten Kappen nach einem bestimmten Gesetze gebildete krumme Linien sind. Ein derartiger Verband ist für quadratische Kreuzgewölbe aus Backstein von 3 Stein Stärke bei einigen Festungswerken in Mainz¹⁸⁰⁾ in Anwendung gebracht (Fig. 455).

Zur Feflegung der Lagerfugenkanten gilt ein Gesetz, wonach, entsprechend l in Fig. 455, vom Fußpunkte d eines Gratbogens aus eine unveränderliche Bogenlänge da , deren Endpunkt a irgend einer Lagerfuge des Stirnbogens angehört, an der Laibungsfläche der zusammentretenden Kappen nach der Darstellung l so um d gedreht wird, daß diese Bogenlänge stets auf der Wölbfläche verbleibt und mit dem Endpunkte a die Lagerfugenkanten abc und cba beschreibe. Mit Hilfe einer in d befestigten Schnur lassen sich derart gebildete Lagerfugen auf der Schalung des Kreuzgewölbes für alle Kappen leicht und so weit erforderlich vorreissen. Der Plan II in Fig. 455 giebt die geometrische Ermittlung solcher Lagerfugen. Für einen Fugenpunkt a am Stirnbogen ist da die zugehörige Bogenlänge. Für den nach einer beliebigen lothrechten Ebene durch d geführten Kappenschnitt ist die Bogenlänge db ebenfalls gleich jener Bogenlänge da . Dasselbe gilt auch für den Gratbogen, wobei Bogenlänge dc gleich Bogenlänge da genommen ist. Hiernach ergibt sich die dem Theilpunkte a zukommende Lagerfugenkante in der wagrechten Projection als ein Linienzug a, b, c, b, a , und in der lothrechten Projection als a, b, c, a . Die letztere Darstellung zeigt ein allmähliches Niedersinken der Lagerfugen von den Stirnbogen nach dem Gratbogen. Dieses Fallen der Fugen, welches bei ungeputzten Gewölben der Beobachtung nicht entzogen wird, schädigt das Ansehen der Kappen aber durchaus nicht.

Die den einzelnen Lagerfugenkanten angehörenden Lagerfugenflächen werden am zweckmäsigsten als Normalflächen ausgeführt, d. h. die geraden Erzeugenden derselben sollen Normalen wie cf , bg u. f. f. in den betreffenden Bogenelementen c , b u. f. f. ihrer Schnittcurven sein. Die übrige Anordnung der Lagerfugen bei den durchgeführten, geradlinig begrenzten Schlußsteinschichten ist aus der Zeichnung zu entnehmen.

Bei den Kreuzgewölben bilden sich oberhalb des Rückens und des Gewölbes an den Ecken des überwölbten Raumes stets trichterartige Vertiefungen. Die Ausfüllung dieser schachtartigen Zwickel mit Backsteinmauerwerk oder Grobmörtel (Beton) sollte bei halbkreisförmigen, bezw. halb elliptischen Kreuzgewölben immer stattfinden, weil eine solche Ausfüllung für die Stabilität dieser Kreuzgewölbe im Allgemeinen günstig wirkt. Die Zwickelausmauerung oder -füllung kann etwa bis zu ein Drittel der Wölbhöhe der Gratbogen reichen. Bei Kreuzkappengewölben oder bei ansteigenden Kreuzgewölben wird das Anbringen der Zwickelausmauerung jedoch zweckmäsig erst auf Grund einer Stabilitäts-Untersuchung entschieden, um hiernach, namentlich bei größeren Anlagen, etwaige Vortheile oder unter Umständen auch Nachtheile dieser Zwickelfüllungen klar zu stellen.

Hinsichtlich der Zeit der Ausführung der Kreuzgewölbe aus Backstein, der Vornahme der Ausrüstung derselben u. f. f. ist auf das in Kap. 9, unter c beim Tonnengewölbe Gefagte wieder zu verweisen.

Bei den Kreuzgewölben des Mittelalters ist Bruchsteinmaterial, selbst wenn dasselbe oft keine sehr lagerhafte Beschaffenheit besaß, in ausgiebiger Weise zur Verwendung gelangt. Bei den Kreuzgewölben der Jetztzeit jedoch ist vermöge des weit verbreiteten Ziegelmaterials die Verwerthung der Bruchsteine als Wölbsteine mehr in den Hintergrund gedrängt. Nur in Gegenden, in welchen zu billigen Preisen dünn-schichtige lagerhafte Bruchsteine oder hinreichend feste, aber leichte und unschwer zu bearbeitende Abarten der vulcanischen Tuffe zu gewinnen sind, werden Kreuzgewölbe aus diesem Material hergestellt. Der Verband im Mauerwerk der Kappen entspricht im Wesentlichen der Anordnung der aus Backstein ausgeführten Gewölbe.

Bei weniger lagerhaften und weniger regelmäsig gestalteten Bruchsteinen findet meistens eine Wölbung auf Kuf Anwendung, während bei sehr lagerhaften, nicht zu

269.
Zwickel-
ausmauerung.

270.
Kreuzgewölbe
aus
Bruchsteinen.

¹⁸⁰⁾ Siehe: Deutsche Bauz. 1869, S. 259.

großen Bruchsteinen mit vorwiegend regelmäßiger Form auch eine Mauerung auf Schwalbenschwanz-Verband vorgenommen werden kann.

Für Kreuzgewölbe aus Bruchsteinen ist in Rücksicht auf das leicht erfolgende Setzen (Senken) der Kappen die Annahme einer Stechung von etwa $\frac{1}{20}$ der größten Gratbogenweite vortheilhaft. Die Ausführung dieser Gewölbe erfolgt stets auf einer vollen Einrüstung mit Schalung. Auf die Verwendung eines sehr guten Mörtels, welcher die Fugen im Kappenmauerwerk vollständig füllt, ist besonders zu achten.

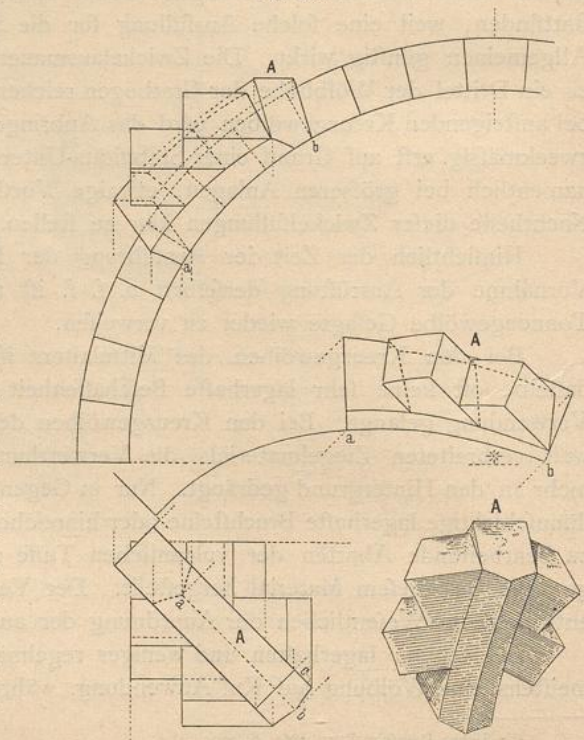
In einigen Gegenden ist es üblich, die Wölbsteine trocken auf der Schalung zu veretzen und schließlich mit flüssigem Mörtelbrei zu vergießen. Diese Einwölbungsart erfordert verhältnismäßig wenig Zeit, wohl aber die größte Aufmerksamkeit einerseits hinsichtlich der Vermeidung zu dicker Mörtelbänder, andererseits in Rücksicht auf das Herbeiführen einer vollständigen Ausfüllung der sämtlichen Fugen und einer innigen Verkittung der einzelnen Steine durch den benutzten Mörtel.

Die Ausführung erfolgt, gleichgiltig, welche Verbandart für das Gewölbe gewählt wird, wie beim Kreuzgewölbe aus Backstein, gleichzeitig und gleichmäßig fort schreitend, von allen Gewölbfüßen an den Ecken des Raumes aus anfangend, bis zum Schluss des Gewölbes. Für die Ausfüllung der Gewölbzwickel ist Art. 269 (S. 393) zu beachten.

271.
Kreuzgewölbe
aus
Quadern.

Für cylindrische Kreuzgewölbe aus Quadern tritt bei den Wölbsteinen eine besondere Bearbeitung nach genau bestimmten Brettungen ein, welche, je nach der Gestalt des Gewölbes, in mehr oder weniger einfacher Weise nach Festlegen eines zu Grunde gelegten Fugenschnittes auszutragen sind. Um das Mühsame in der Bearbeitung dieser Wölbsteine nicht unnötig zu steigern, erhalten Kreuzgewölbe aus Quadern in der Regel keine Stechung; auch behält man in den Kappen meistens und auch zweckmäßig den Verband auf Kuf bei. In Folge hiervon nehmen die Kappensteine die Form der Wölbsteine der einfachen geraden Tonnengewölbe an, so daß nur für die eigentlichen Gratsteine ein besonderer Steinschnitt sich geltend macht. Das unvermittelt eingeführte Zusammentreten der Kappensteine in einer Fugenfläche, welche der lothrechten Ebene der Gratlinie folgt, wie solches beim Fehlen selbständiger Gratsteine sich ergeben würde, ist nicht gut, weil die in der Gratebene zusammenstoßenden Wölbsteine stets an einer Seite eine scharfe Schneide erhalten, welche bei Werkstücken möglichst vermieden werden soll.

Fig. 456.

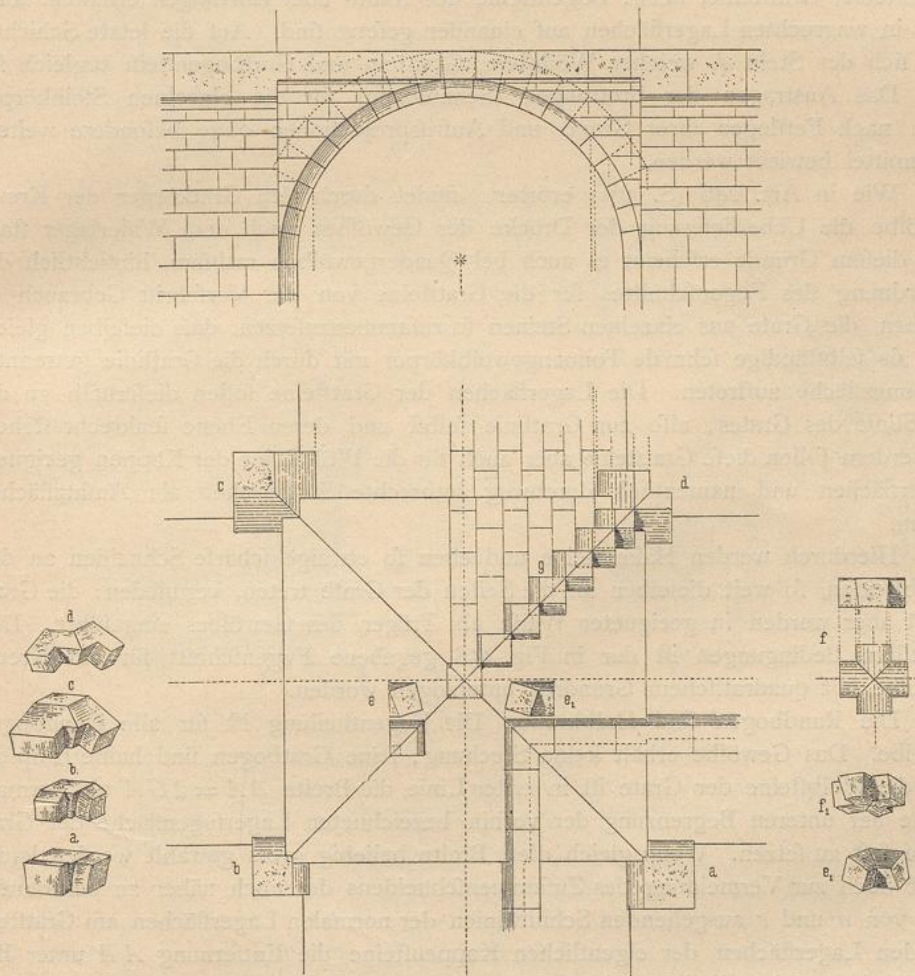


Dieser Mifsstand würde bei den Wölbsteinen auch nicht beseitigt sein, wenn die Grate, wie Fig. 456 angiebt, aus besonderen selbständigen Werkstücken *A* als für sich bestehende schmale Tonnengewölbe mit regelrechtem Fugenschnitte *a, b* u. f. f. ausgeführt würden, da deren lothrechte Seiten nur Schmieglflächen bieten, gegen welche sich die mit den Schneiden bei *c* dennoch behafteten Wölbsteine der Kappen legen.

Um Wölbsteine zu schaffen, welche sich mit lothrechten Stofsflächen und mit zur Laibungsfläche der Kappen senkrecht stehenden Lagerflächen an die Wölbkörper der Grate setzen, sind die einzelnen Gratsteine dieser Forderung entsprechend im Fugenschnitt zu behandeln.

272.
Quadrigewölbe
über
quadratischen
Grundriß.

Fig. 457.



Eine derartige Anordnung ist in Fig. 457 für ein cylindrisches Kreuzgewölbe über einer quadratischen Grundfläche gegeben. Die Gratsteine können, wie *g*, bzw. *e* zeigt, frei von besonderen, in die einzelnen Kappen reichenden Anfätzen bleiben oder, wie *e₁*, bzw. *f* und *f₁* erkennen läßt, mit derartigen Anfätzen versehen werden. In letzterem Falle entstehen sog. Hakensteine, wobei der Schlufsstein *f₁* des ganzen

Gewölbes die Kreuzform mit ihren vier Armen als Haken annimmt. Dieser letztere Fugenschnitt bedingt einen größeren Materialaufwand für die Gratsteine als der erstere, da bei der Bearbeitung der Hakensteine ein größerer Theil der Werkstücke als überflüssig fortgenommen werden muß.

Die Wölbsteine der Kappen sind regelrecht auf Kufverband zu ordnen. Der Fugenlage dieses Verbandes folgend, sind sowohl die einfachen Gratsteine e, g u. f. f., wie auch die Hakensteine e_1, f_1 u. f. f. auszubilden. Bei der Annahme von Hakensteinen ist eine über etwa 20 cm gehende Länge der Haken zu vermeiden.

Bei Quadergewölben bestehen die Anfänger zweckmäßig aus mehreren Schichten a, b, c , welche in den einzelnen Steinen nach den Angaben in Art. 266 (S. 387) nur schmale, in den höheren Schichten allmählich verbreiterte Lagerflächen für die Wölbsteine, Gratsteine, bezw. Bogensteine der Rand- oder Gurtbogen erhalten, sonst aber in wagrechten Lagerflächen auf einander gesetzt sind. Auf die letzte Schicht c legt sich der Stein d , welcher Wölbstein, Gratstein und Gurtbogenstein zugleich ist.

Das Austragen der Brettungen (Schablonen) für die einzelnen Steinkörper kann nach Festlegen ihrer Grund- und Aufrifsprojectionen ohne besondere weitere Hilfsmittel bewirkt werden.

Wie in Art. 246 (S. 361) erörtert, findet durch den Gratkörper der Kreuzgewölbe die Ueberlieferung der Drücke des Gewölbes nach dem Widerlager statt. Aus diesem Grunde erscheint es auch bei Quadergewölben rathsam, hinsichtlich der Anordnung des Fugenschnittes für die Gratsteine von der Vorschrift Gebrauch zu machen, die Grate aus einzelnen Steinen so zusammenzusetzen, daß dieselben gleichsam als selbständige schmale Tonnengewölbkörper mit durch die Gratlinie getrennter Laibungsfläche auftreten. Die Lagerflächen der Gratsteine sollen dieserhalb zu der Wöblinie des Grates, also zur Gratlinie selbst und deren Ebene senkrecht stehen. Außerdem sollen diese Gratsteine aber auch für die Wölbsteine der Kappen geeignete Lagerflächen und namentlich durchweg lothrechte Stofsflächen als Ansatzflächen bieten.

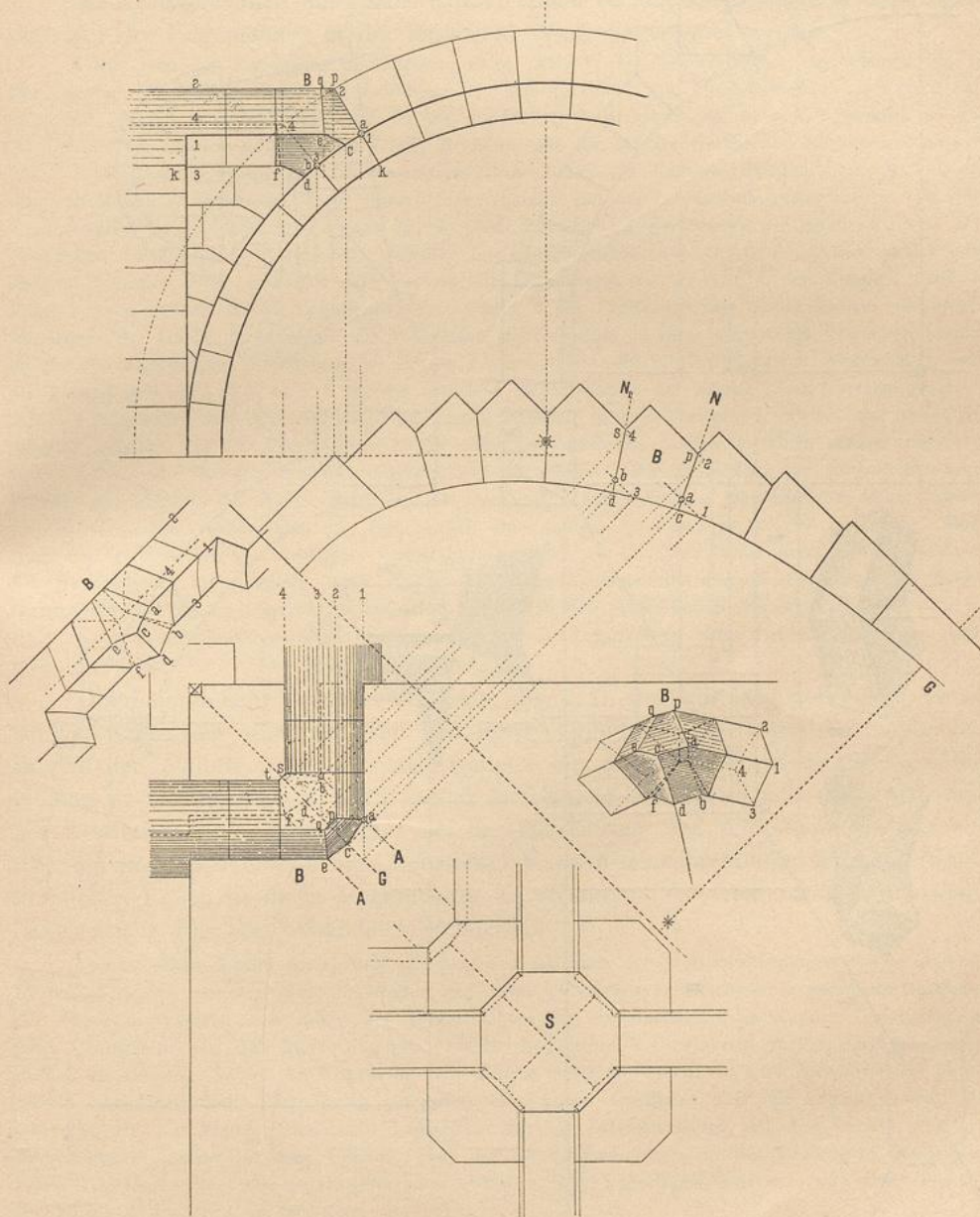
Hierdurch werden Hakensteine und eben so etwaige scharfe Schneiden an den Wölbsteinen, so weit dieselben an die Seiten der Grate treten, vermieden; die Grate selbst aber werden in geeigneter Weise als Träger des Gewölbes eingeführt. Den gestellten Bedingungen ist der in Fig. 458 gegebene Fugenschnitt für ein Kreuzgewölbe mit quadratischem Grundriss unterzogen worden.

Die Randbogen sind Halbkreise. Die Fugentheilung ist für alle Randbogen dieselbe. Das Gewölbe erhält keine Stechung; seine Gratabogen sind halbe Ellipsen. Für die Wölbsteine der Grate ist in erster Linie die Breite $AA = 2GA$ als normale Breite der unteren Begrenzung der vorhin bezeichneten Lagerfugenfläche der Gratsteine fest zu setzen. Wenn gleich diese Breite beliebig groß gewählt werden kann, so ist doch zur Vermeidung des Zusammen Schneidens der noch näher zu bestimmenden, von a und e ausgehenden Schnittlinien der normalen Lagerflächen am Gratstein mit den Lagerflächen der eigentlichen Kappensteine die Entfernung AA unter Berücksichtigung der Theilung der Stirnbogen nicht zu gering zu nehmen. Im Allgemeinen wird die Breite $AA = 25$ bis 30 cm genommen.

Um die Projectionen irgend eines Gratsteines, z. B. von B , zu bestimmen, hat man zu beachten, daß die wagrechte Lagerkante r eines Kappensteines mit der Lagerfuge 12 die in A parallel zur Richtungsebene G des Grates gedachte lothrechte Ebene im Punkte a trifft. Führt man durch a die Normalebene N zu der Gratlinie G , so schneidet dieselbe diese Gratlinie in c und die Laibungsflächen der Kappen nach den Linien ca , bezw. ce . Diese Schnittlinien können nach den Angaben in Art. 266 (S. 389) näher

fest gelegt werden. Die wagrechte Erzeugende z der Lagerfugenfläche 12 trifft die Normalebene N im Punkte p , so dafs, wie aus der Zeichnung zu erkennen, ap , bzw. eq die Schnittlinien der normalen Lagerfläche für N mit den Lagerflächen der Kappensteine werden. Begrenzt man den Gratstein B oben durch eine den Punkt p enthaltende wagrechte Ebene, so ist hiermit auch die Rückenfläche dieses Steines

Fig. 458.



bestimmt. Für die zweite normale Lagerfläche $bdfts$ desselben ist die Normalebene N_1 maßgebend. Dieselbe ist durch den Punkt b zu führen, in welchem die Lagerkante 3 der Lagerfuge 34 des betrachteten Kappensteines die vorhin erwähnte Ebene A trifft. Die Bestimmung der Schnittfläche $bdfts$ erfolgt genau in der für die Schnittfläche $aceqp$ angegebenen Weise. Führt man durch die Punkte s ,

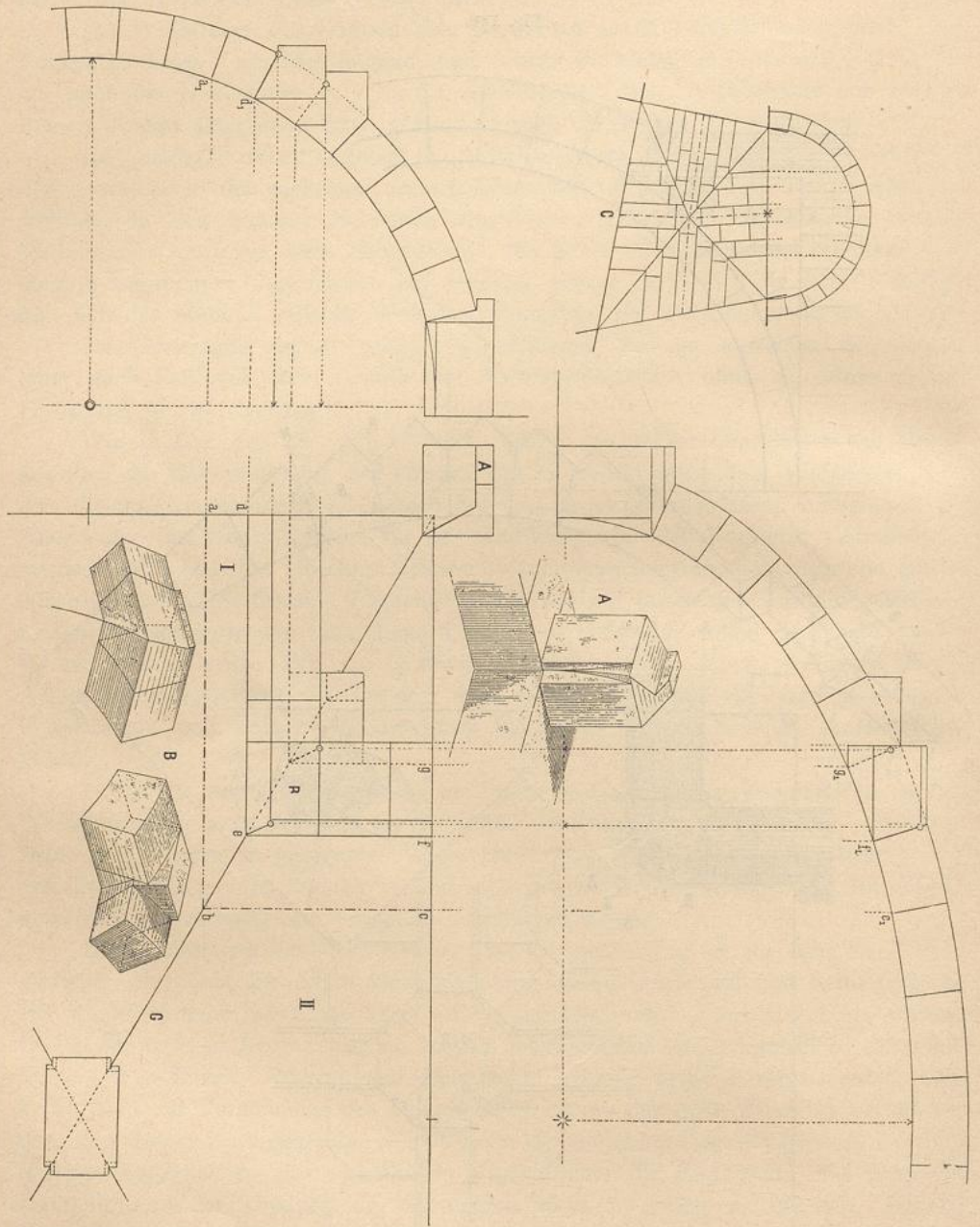


Fig. 459.

bezw. t lothrechte, parallel zu den Stirnen der am Gratstein B zusammenstossenden Kappen genommene Ebenen, so ergeben sich die Stofs- oder Ansatzflächen für die angrenzenden Kappensteine. Oberhalb der Geraden ts wird der Gratstein lothrecht abgesehnt. Aus der Zeichnung sind die sämmtlichen Projectionen dieses Steines, welche für das Anfertigen seiner Brettungen massgebend werden, zu entnehmen. Bei der Anwendung des beschriebenen Fugenschnittes nehmen sowohl die Gratsteine, deren Projectionen der Reihe nach fest zu legen sind, als auch der Schlussstein im Grundrisse eine polygonale Gestalt an.

Bei Kreuzgewölben aus Quadern über einem rechteckigen Grundrifs kann nach Fig. 459 der Fugenschnitt in der folgenden Weise angeordnet werden.

Theilt man den Randbogen der kürzeren Seite, welcher hier als Halbkreis angenommen ist, in eine ungerade Anzahl gleich grosser Wölbsteine ein und legt man, den Theilpunkten a_1, d_1 u. f. f. entsprechend, die wagrechten Projectionen der ihr zugehörigen Lagerkanten ab, de u. f. f. parallel mit der Scheitellinie der kleinen Gewölbkappe I fest, so kann man die auf der Gratlinie G liegenden Punkte b, e u. f. f. als Ausgangspunkte für die wagrechten Projectionen der Lagerfugenkanten bc, ef u. f. f. der breiteren Kappe II annehmen. Diese Kanten laufen parallel mit der Scheitellinie dieser Kappe. Da dem Kreuzgewölbe keine Stechung gegeben ist, so sind sämmtliche Lagerfugenkanten gerade Linien. Der Randbogen der Kappe II ist eine halbe Ellipse. Die Lagerfugenkanten bc, ef u. f. f. haben in der wagrechten Projection einen grösseren Abstand, als die Lagerkanten ab, de u. f. f. der Kappe I , und in Folge hiervon werden, da die Lagerkanten bc, ef u. f. f. die Theilungen der Wölbsteine am elliptischen Randbogen der Kappe II bedingen, die Wölbsteine dieser Kappe in ihrer wagrechten Projection breiter, als bei den zugehörigen Wölbsteinen der Kappe I . Aus leicht ersichtlichen Gründen werden aber auch die Bogenlängen e_1f_1, f_1g_1 u. f. f. für die einzelnen Wölbsteine der Kappe II verschieden gross, so dass der Randbogen derselben eine ungerade Anzahl ungleich grosser Theilungen erhält. Bei dieser Anordnung gestaltet sich der Fugenschnitt für die einzelnen Gratsteine, mögen dieselben hakenförmige Ansätze erhalten oder frei von denselben bleiben, äusserst einfach. Die Ermittlung der Projectionen eines beliebig gewählten Gratsteines B , welcher noch durch eine perspectivische Darstellung in seiner Vorder- und Rückseite näher verdeutlicht ist, ergibt sich ohne weitere Ausführungen aus der Zeichnung. Eben so ist die Durchbildung des Anfängers leicht zu erkennen. In derselben Weise kann der Fugenschnitt, wie die Zeichnung in C angiebt, auch für unregelmässige Kreuzgewölbe eingeführt werden. Die Lagerfugenkanten sind in der wagrechten Projection parallel zu den Scheitellinien der zugehörigen Kappen zu legen, während die Stofs-fugenkanten rechtwinkelig zu den Lagerkanten unter Beobachtung eines regelrechten Verbandes der Wölbsteine zu nehmen sind.

Der beschriebene Fugenschnitt kann aber z. B. bei sehr lang gestreckten rechteckigen oder sehr unregelmässig gestalteten Grundrifs vermöge der ungleichen Breiten der Wölbsteine in einzelnen Kappen ein unschönes Ansehen der Gewölbbildung im Gefolge haben; auch fordert derselbe, so einfach an sich die Bearbeitung der Gratsteine wird, doch immer bei der Herrichtung der Wölbsteine der mit verschiedenen grossen Wölbsteine behafteten Kappen einen erhöhten Arbeitsaufwand. In solchen Fällen ist dieser Fugenschnitt zu verlassen. An seine Stelle tritt alsdann besser der in Fig. 460 behandelte Steinschnitt.

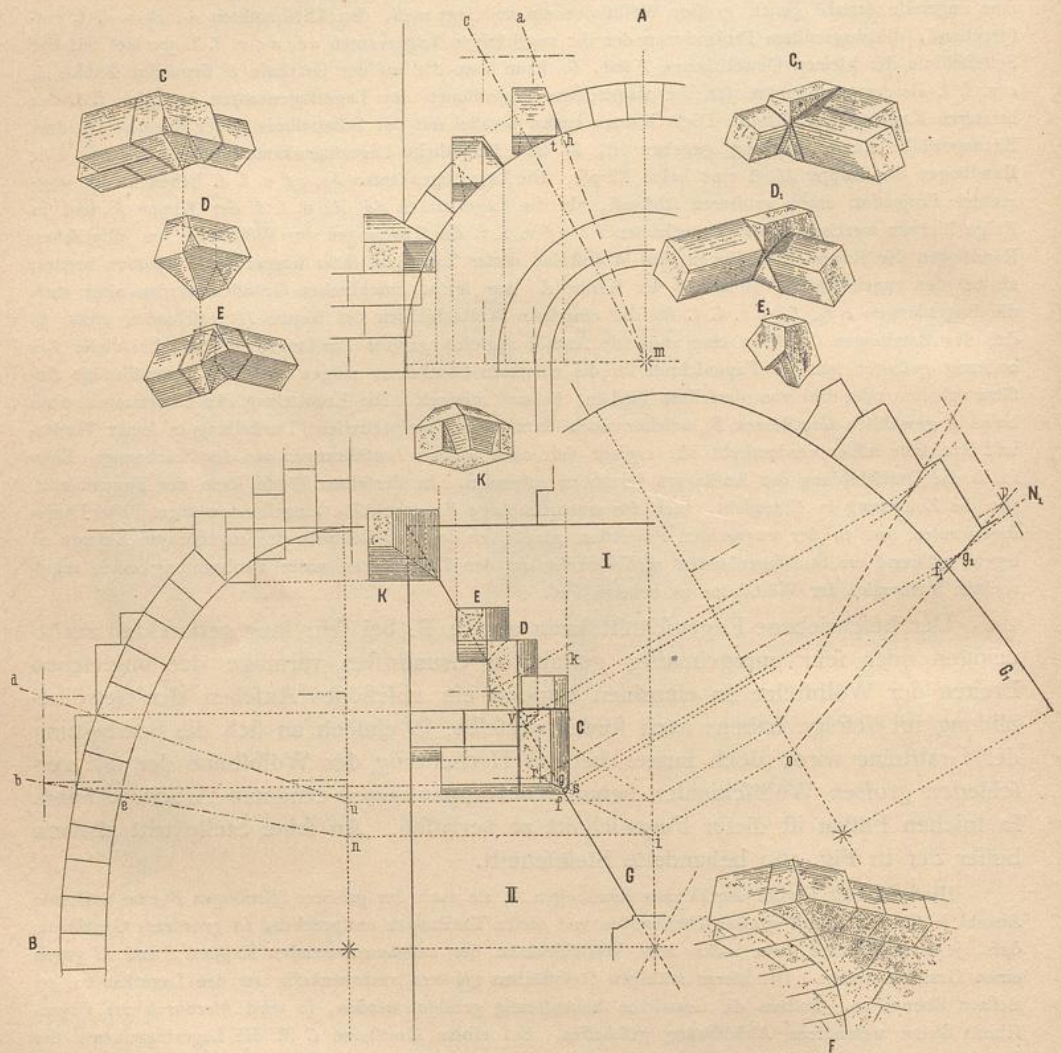
Hierbei erhält sowohl der kleinere Randbogen A , als auch der grössere Stirnbogen B eine ungerade Anzahl je für sich gleich grosser Theilbreiten und diesen Theilungen entsprechend so geordnete Gratsteine, dass, je nach Wunsch, eine oder zwei Wölbsteine der zusammentretenden Kappen I und II gegen einen Gratstein treten. Die hierzu nöthigen Stofsflächen gehören rechtwinkelig zu den Lagerkanten gestellten Ebenen an. Sollten die Gratsteine hakenförmig gebildet werden, so wird hierdurch am Fugenschnitt keine wesentliche Abänderung geschaffen. Bei einem Gratsteine C ist die Lagerfugenkante der senkrecht zum Randbogen B stehenden Lagerebene nb , im Zusammenhange mit dem Punkte e in ihrer wagrechten Projection bis zum Punkte f auf der Grundrifsprojection G des Gratbogens fortgeführt. Dieser Lagerkante liegt die Lagerfugenkante k , welcher einer Lagerfugenebene ma , also dem Punkte h der Kappe II angehört, am nächsten.

Die Ebenen ab und ma liefern eine gerade Schnittlinie, deren wagrechte Projection als ir , wie aus der Zeichnung zu sehen ist, bestimmt wird. Die Lagerfugenkanten, welche den Punkten e und h angehören, haben aber im Allgemeinen eine von einander verschiedene Höhenlage über der Kämpferebene des Gewölbes, so dass die Gerade ir nicht durch den Punkt f geht. Am Gratstein C liegt die durch f gehende Lagerkante der Kappe II tiefer, als die Lagerkante k der Kappe I . Führt man nun durch den

273.
Quadergewölbe
über
rechteckigen
Grundrifs.

tiefer gelegenen Punkt f am Gratbogen eine Normalebene, welche in der Hilfsprojection G_1 als f_1N_1 entspringt, so schneidet dieselbe von den beiden über k und f liegenden Lagerflächen ein mehr oder weniger großes, senkrecht zum Gratbogen stehendes Flächenstück ab. Die Projectionen dieses Stückes lassen sich unter Beachtung der Projection op , welche der Schnittlinie iv entspricht, im Hinblick auf die Zeichnung leicht ermitteln, sobald nur noch nach dem in Art. 266 (S. 389) Vorgeführten die Projectionen fs und th der Schnittlinie, welche die Normalebene f_1N_1 auf der Kappe I hervorruft, berücksichtigt werden. In derselben Weise ergibt sich auch die Grundriffsprojection der Normalschnittfläche v am Gratsteine C , wofür die nöthigen zeichnerischen Durchführungen noch näher in Fig. 460 mit angegeben

Fig. 460.



find. Auf gleichem Wege sind auch die Projectionen der Gratsteine D und E erhalten. Im Bilde sind diese Steine in Vereinigung mit den anstoßenden Gewölbsteinen der Kappen sowohl von der Vorderseite, wie in C, D, E , als auch von der Rückseite, wie in C_1, D_1, E_1 , noch besonders gegeben. Die Darstellung F zeigt das Zusammenfügen der Gratsteine mit den Kappensteinen, während K dem oberen Stücke des Gewölbanfängers angehört, welcher unterhalb K hier aus wagrecht über einander liegenden Schichten ausgeführt ist.

Das Veretzen der Quader bei Kreuzgewölben, das Einführen des Mörtels u. f. w. folgt dem in Art. 170 (S. 246) Gefagten.