



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Balkendecken**

**Barkhausen, Georg**

**Stuttgart, 1895**

β) Stärke der Gratbogen

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77494](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77494)

lich. Diese Stärke kann nun auch für  $H_0 = 0,212$  hier beibehalten werden. Der Normaldruck für die Widerlagstufe am Randbogen bei  $D$  ergibt sich, da  $N_0$  nach dem Gewichtspiane  $I$  gleich  $1 \text{ m}$  ist, als

$$N_0 = 1 \cdot 0,4 = 0,4 \text{ Quadr.}, \text{ bzw. Cub.-Met.}$$

Für diesen Werth reicht also nach jener Tabelle die Gewölbstärke von  $\frac{1}{2}$  Stein ebenfalls aus.

Um die Kräfte zu bestimmen, welche bei den auf Schwalbenschwanz-Verband eingewölbten Kreuzgewölben auf die Randbogen, bzw. Stirnmauern kommen, hat man wie bei den gewöhnlichen Kappengewölben nach den Angaben zu Fig. 366 (S. 278) zu verfahren. Hier wäre z. B. die wagrechte Seitenkraft der bei  $M$  zusammentretenden Wölbflächen  $III$  und  $III'$ , nach dem Gewichtspiane  $III$  und  $IV$  auf der Tafel für die Tiefe gleich  $1 \text{ m}$  dieser Streifen, da  $H$  zu  $0,35 \text{ m}$  gemessen ist,

$$H = 0,35 \cdot 0,4 \cdot 1 = 0,14 \text{ cbm.}$$

Da  $1 \text{ cbm}$  Backsteinwölbung  $1600 \text{ kg}$  wiegt, so ist  $H = 324 \text{ kg}$ . Der Elementarstreifen  $III$  ist aber nur  $0,065 \text{ m}$  (Backsteindicke) breit; mithin kommt für denselben ein wagrechter Schub von  $324 \cdot 0,065 = \approx 21 \text{ kg}$  in Rechnung. Derselbe Schub wird vom Streifen  $III'$ , nach  $M$  gebracht. Beide setzen sich, wie in der Zeichnung angegeben, zu einer wagrechten Mittelkraft zusammen, deren Größe im vorliegenden Falle, da der Winkel  $OML = 30 \text{ Grad}$  ist, ebenfalls  $21 \text{ kg}$  betragen würde. Bestimmt man, wie schon früher in Art. 181 (S. 277) in ausreichender Weise erörtert, die auf die Randbogen kommenden, aus den Elementarstreifen resultirenden Kräfte, ermittelt die Höhenlagen ihrer Angriffspunkte über der Kämpferebene mit Hilfe der fest gelegten Stirnlinien des Kreuzgewölbes, so kann man sich leicht ein Bild von der Beanspruchung der Randbogen derartiger, auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführter Gewölbe verschaffen, so weit solches für die Praxis erforderlich ist. Die Beanspruchungen der Gratbogen durch die lothrechten und wagrechten Seitenkräfte der Gewölbstücke der einzelnen Streifen werden unmittelbar bei den statischen Untersuchungen, wie aus den Gewichtsplänen auf der Tafel bei S. 370 zu erkennen ist, mit klar gelegt.

### 3) Stärke der Gratbogen.

Die Stabilitäts-Untersuchung der Gratbogen der cylindrischen Kreuzgewölbe, mögen dieselben auf Kuf- oder auf Schwalbenschwanz-Verband zu wölben sein, läßt sich immer unter Benutzung der Grundlagen ausführen, welche für die statische Untersuchung der Tonnengewölbe maßgebend waren.

Sind die von den Kappen auf die Gratbogen überführten Gewölbdrücke bekannt geworden, ist das Eigengewicht der Gratbogen, einschließlic einer etwa vorhandenen Belastung durch Uebermauerung oder durch Einzellasten u. s. w., bestimmt, so läßt sich, diesen äußeren, die Gratbogen angreifenden Kräften entsprechend, ein den Gleichgewichtszustand bewirkendes System von inneren nach gerufenen Kräften ermitteln und danach die Stärke, bzw. der Querschnitt der Gratbogen fest stellen.

Bei den auf Kuf gewölbten Kappen werden die auf die Gratbogen ausgeübten Gewölbdrücke nach gehöriger Vereinigung und dann nach entsprechender Zerlegung bei regelrechter Gestaltung des Gewölbes im Allgemeinen lothrechte und wagrechte Kräfte liefern, welche, wie in Art. 248 u. 249 angeführten Beispielen 1 u. 2 gezeigt ist, in der lothrechten Richtungs- oder Kräfteebene des zugehörigen Gratbogens liegen.

Bei den auf Schwalbenschwanz-Verband ausgeführten Kreuzgewölben sind die wagrechten Seitenkräfte jener Gewölbdrücke, wie aus dem in Art. 252 gegebenen Beispiele 3 zu entnehmen ist, bei einer sachgemäßen Anordnung der cylindrischen Laibungsflächen für sich im Gleichgewicht, so daß für den Gratbogen alsdann nur die lothrechten Seitenkräfte seiner Gewölbdrücke in Betracht zu ziehen sind.

Für das in Art. 248 (S. 363) bezeichnete Kreuzgewölbe mit Kufverband ist in der umstehenden Tafel die Stabilitäts-Untersuchung für den aus Quadermaterial vom Eigengewichte  $2,4 \text{ t}$  für  $1 \text{ cbm}$  herzustellenden Gratbogen  $G$  auf graphischem Wege vorgenommen. Derselbe bildet die Hälfte eines symmetrisch gestalteten und

253.  
Kreuzgewölbe  
mit  
Kufverband.

symmetrisch durch lothrechte und wagrechte Kräfte beanspruchten Diagonalbogens, tritt also als die Hälfte eines einfachen, schmalen Tonnengewölbes auf, dessen Gewölbschub in einer angenommenen Scheitelfuge eine wagrechte Lage in der Kräfteebene besitzt.

Zunächst ist nach Ausmittlung der inneren Wölblinie des Gratbogens mit Hilfe des grundlegenden Halbkreises und der angenommenen Stechungshöhe, so wie nach Bestimmung der Normalschnitte  $\alpha, \beta, \gamma$ , deren wagrechte Projectionen  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  sind, das Gewicht der einzelnen Theilstücke des Grates im Plane  $A$  graphisch dargestellt.

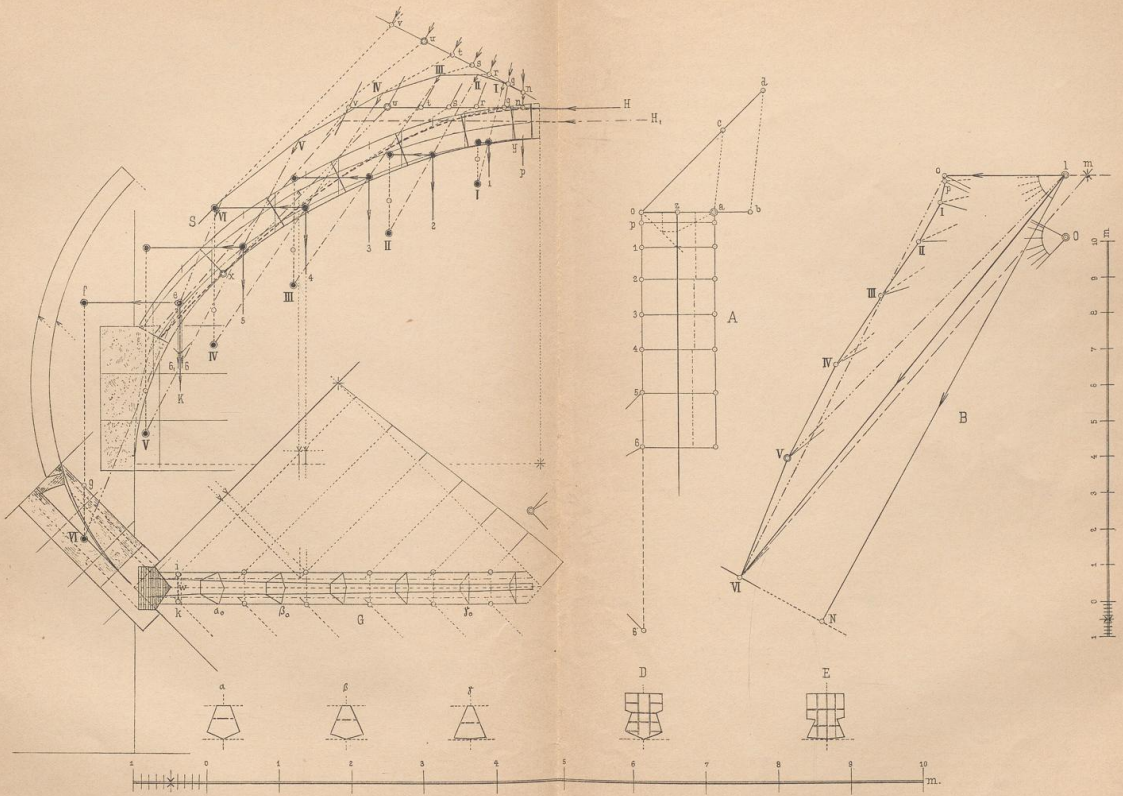
Für diese Darstellung sind die Theilstreifen im Anschlusse an die Zerlegung der am Grat zusammenstehenden beiden Gewölbkappen in ihre Elementarstreifen entsprechend begrenzt genommen. Diese Eintheilung in Lamellen ist aus dem Grund- und Aufriss des Gratbogens zu ersehen. Sie bestimmt im Abstände ihrer Theillinien die Breite der Gratstücke, wonach die mittlere Höhe derselben in bekannter Weise aus dem Aufriss zu entnehmen ist. Die Gratbogenstücke sind seitlich durch die Widerlagsflächen der Elementarstreifen der Kappen begrenzt. Die geraden Erzeugenden dieser Flächen gehören den verschiedenen Normalebene des Gratbogens an; sie besitzen verschiedene Neigungen zur Wagrechten, und in Folge hiervon ist die mittlere Dicke der Gratbogenstücke gleichfalls von einander abweichend. Die Normalschnitte  $\alpha, \beta, \gamma$  u. f. f. dienen zur Ausmessung der einzelnen mittleren Dicken. Da endlich das Eigengewicht des Grates 2,4, das Eigengewicht des Wölbmaterials aber 1,6 beträgt, so ist auch das Gewicht der Theilstücke des Grates auf das Eigengewicht des Wölbmaterials zurückzuführen, damit ohne Weiteres, neben Gleichartigkeit in der Behandlung der zu verwerthenden Kräfte, die schon auf der Tafel bei S. 363 erhaltenen Gewölbdrücke der Elementarstreifen, also auch die für den Grat bestimmten resultirenden wagrechten und lothrechten Seitenkräfte derselben in Benutzung zu nehmen sind. Nach den Erörterungen zu Fig. 442 (S. 365) ist im Plane  $A$  die Strecke  $oc = 1,6$  m, die Strecke  $od = 2,4$  m aufgetragen und sonst ganz nach dem in Art. 249 (S. 363) Gegebenen, unter Beibehaltung der Basis  $os = 0,5$  m, die Ermittlung der Gewichtsstrecke  $ob$  vorgenommen. Vereinigt man nun zunächst die resultirenden lothrechten Seitenkräfte der Kappendrücke mit dem Gewichte der zugehörigen Gratstücke, so erhält man die Mittelkraft aller am betreffenden Gratstücke lothrecht wirkenden Kräfte. So wirkt z. B. das Gewicht  $\delta$ , gleich der Strecke  $ob$ , in der Mittellinie des letzten Theilstückes; die Gewölbdrücke der zugehörigen Kappenstreifen greifen in  $i$ , bzw.  $k$  an; das resultirende Gewicht  $\delta$ , gleich der Strecke  $ob$ , aus beiden Drücken hat seinen Angriffspunkt in der Mitte  $w$  von  $ik$  in der Kräfteebene des Grates. Bei diesem Stücke ist, da  $ik$  nicht mit der mittleren lothrechten Theillinie desselben zusammenfällt, die Mittelkraft  $K$ , gleich der Strecke  $ob'$ , ihrer Lage nach noch näher bestimmt, was bei den übrigen Theilstücken hier nicht nöthig wird.

Setzt man diese lothrechten Mittelkräfte eines jeden Stückes mit den resultirenden wagrechten Seitenkräften der Gewölbdrücke, welche aus den zugehörigen Elementarstreifen der Kappen entspringen, zusammen, was leicht möglich ist, da auch diese wagrechten Kräfte in der Kräfteebene des Grates liegen, außerdem bei der statischen Untersuchung jener Elementarstreifen vollständig nach Lage, Größe und Sinn bekannt geworden sind (vergl. die Tafel bei S. 363), so erhält man nunmehr für jedes Gratstück die für die Stabilitäts-Untersuchung in Rechnung zu stellende Hauptresultirende. So ist z. B.  $ef$  die resultirende wagrechte Kraft der Gewölbstreifen für das letzte Theilstück des Grates. Da die lothrechte Resultirende  $K = ob = fg + gVI$  gefunden, so giebt das Kräfte-dreieck  $efVI$  in  $eVI$  die Hauptresultirende für dieses Stück. In gleicher Weise ist für die übrigen Theilstücke, wie in der Zeichnung deutlich hervorgehoben ist, jede zugehörige Hauptresultirende fest gelegt.

Beim ersten höchsten Theilstücke des Gratbogens ist im vorliegenden Falle keine wagrechte und keine lothrechte Kraft von den Elementarstreifen vorhanden, so daß nur eine lothrechte Kraft  $p$  gleich der Strecke  $op$  als Gewicht dieses Gratstückes im Schwerpunkte desselben wirkend auftritt.

Trägt man die gefundenen Hauptresultirenden  $op, pI, III$  u. f. f. bis  $VI$  zu einem Kräftezuge  $oVI$ , wie hier im Plane  $B$ , jedoch unter Benutzung eines kleineren, sonst beliebig gewählten Maßstabes geschehen, zusammen, zeichnet man unter Annahme eines Poles  $O$  das Seilpolygon  $S$  für jene Kräfte, so läßt sich genau so, wie für lothrecht gerichtete Kräfte, eine Mittellinie des Druckes für den Gratbogen darstellen. In der Zeichnung ist der höchste Punkt der Fuge  $y$  als Angriffspunkt eines etwa möglichst kleinsten wagrechten Gewölbchubes angenommen. Die mit dem gefundenen Horizontalchube  $H$ , gleich der Strecke  $lo$ , im Plane  $B$  gezeichnete Mittellinie des Druckes zeigt im Punkte  $x$  eine Bruchfuge an, bleibt aber in ihrem Verlaufe ganz innerhalb der Kräftefläche des Gratbogens. Da auch keine Gefahr gegen Gleiten sich erkennbar macht, so ist der gewählte Gratbogen standfähig. Wollte man eine Mittel-





Stabilitäts-Untersuchung des Gratbogens eines cylindrischen Kreuzgewölbes mit Kufverband.



linie des Druckes eintragen, welche thunlichst durch die Mitten der Theilfugen des Grates geht, so würde dieser ein Horizontalschub  $H$ , zukommen.

Die für die Bestimmung der einzelnen Drucklinien eintretenden, durch Zeichnung zu schaffenden Gebilde sind aus der Tafel zu ersehen.

Nach Ausmessung der Kraftstrecke  $l_0$  und der für den Normaldruck der Widerlagsfuge entstehenden Kraftstrecke  $l_N$  des Planes  $B$  läßt sich bei einer gewählten Breite des Gratbogens seine Stärke (Höhe) berechnen.

Wäre der Gratbogen aus Backstein ausgeführt, so hätte man, da  $l_0 = 3,4$  m und die Basis nach wie vor  $0,5$  m beträgt, bei einer Breite von 2 Stein gleich  $0,51$  m den Gewölbfschub  $\mathfrak{S}_0$ , bezogen auf eine Tiefe (Breite) des Gratbogens von der Längeneinheit (1 m), sofort als

$$\mathfrak{S}_0 = 3,4 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,51} = 3,33 \text{ Quadr.-, bzw. Cub.-Met.}$$

Diesem Werthe entspricht nach der Tabelle auf Seite 202 eine Gewölbstärke von 2 Stein in genügender Weife, so dafs die Anordnung des Grates nach  $D$  und  $E$  in der Zeichnung erfolgen könnte. Der Normaldruck  $\mathfrak{N}_0$  ergibt sich, da  $l_N = 14$  m gefunden ist, als

$$\mathfrak{N}_0 = 14 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,51} = 13,71 \text{ Quadr.-, bzw. Cub.-Met.}$$

In jener Tabelle überschreitet dieser Werth den bei einer Stärke von 2 Stein aufgeführten Normaldruck  $N$  von  $11,07$  Quadr.-, bzw. Cub.-Met., so dafs bei einem Gratbogen aus Backstein bei dem hier unterfuchten Gewölbe mit quadratischem Grundrifs und  $8$  m Spannweite eine Verstärkung um  $\frac{1}{2}$  Steinlänge vom Scheitel nach dem Widerlager angezeigt ist.

Der Gratbogen soll aber aus Quadermaterial vom Eigengewicht  $2,4$  bestehen. Die durchschnittliche mittlere Breite oder die Dicke desselben, welche jetzt in Rechnung kommt, ist jedoch nach den Normalschnitten  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  nur gleich  $0,30$  m. Für die Berechnung der Stärke des Gratbogens sind die Linienwerthe  $l_0 = 3,4$  m und  $l_N = 14$  m des Planes  $B$  maßgebend. Dieselben sind jedoch unter Zurückführung des Eigengewichtes  $2,4$  des Quadermaterials auf  $1,6$  des Wölbmaterials erhalten. Aus diesem Grunde ist die Ermittlung des wagrechten Druckes  $\mathfrak{S}$ , im höchsten Punkte der Scheitelfuge  $\gamma$  und des Normaldruckes  $\mathfrak{N}$ , in der Widerlagsfuge über dem Anfänger des Grates unter Berücksichtigung des Verhältnisses von  $1,6 : 2,4$  vorzunehmen. Danach erhält man, da die Basis  $os = 0,5$  m unverändert bleibt, jetzt

$$\mathfrak{S} = 3,4 \cdot \frac{1,6}{2,4} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,30} = 3,77 \text{ Quadr.-, bzw. Cub.-Met.}$$

und

$$\mathfrak{N} = 14 \cdot \frac{1,6}{2,4} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{0,30} = 15,55 \text{ Quadr.-, bzw. Cub.-Met.}$$

Setzt man in Gleichung 142 (S. 185) statt  $H$  den Werth  $\mathfrak{S}$ , so ergibt sich die gefuchte Stärke des aus Quadern anzufertigenden Gratbogens als

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 3,77) 3,77} = 0,43 \text{ m,}$$

und führt man in Gleichung 148 (S. 186) für  $N$  die Größe  $\mathfrak{N}$ , ein, so erhält man

$$d_1 = \frac{1}{180} \sqrt{(540 - 15,55) 15,55} = 0,50 \text{ m.}$$

Auch hiernach ist die Vornahme einer allmählichen Verstärkung des Gratbogens vom Scheitel nach dem Widerlager zweckmäßig.

In der Zeichnung war die Stärke des Gratbogens schätzungsweise zu  $0,50$  m angenommen. Die Rechnung erfordert keine Vermehrung derselben, so dafs die statische Unterfuchung des Grates abgeschlossen werden kann.

In gleicher Weife würde auch die Bestimmung der Gratstärke für ein Kreuzgewölbe mit rechteckigem Grundrifs und Einwölbung auf Kuf getroffen werden können. Bei der Einwölbung der Kappen auf Schwalbenschwanz-Verband bleiben die Grundlagen für die statische Unterfuchung der Gratbogen ebenfalls bestehen. Nur ist hierbei zu beachten, dafs, wie früher bereits bemerkt, von den einzelnen Gewölbstreifen der Kappen, also hier der an einem und demselben Grat liegenden Kappen-

254.  
Kreuzgewölbe  
mit  
Schwalben-  
schwanz-  
Verband.

hälften, im Allgemeinen auf den Gratbogen nur lothrecht wirkende Belastungen, wie z. B.  $T_0$  und  $G_0$  auf der Tafel bei S. 370, übertragen werden, welche alsdann mit dem Gewichte  $G$  des zugehörigen Gratstückes unmittelbar zu einer lothrecht wirkenden Resultirenden  $W$  zusammensetzen sind. Durch eine leicht zu treffende Gestaltung der Querschnittsfläche des Gratbogens und der damit verbundenen Schwerpunktslage desselben ist dahin zu streben, daß die sämtlichen derartigen Resultirenden für alle Theilstücke in eine und dieselbe lothrechte Ebene innerhalb des Grates fallen, welche alsdann die Kräfteebene des Gratbogens bildet.

255.  
Kreuzgewölbe  
ohne  
Gratbogen.

Sind bei Kreuzgewölben von geringer Weite besondere Gratbogen nicht vorhanden, so ist offenbar auch keine Stabilitäts-Untersuchung für einen Grat vorzunehmen. Wohl aber machen sich in der Ebene des Zusammenschnittes der Kappen, also in der Ebene der Gratlinie, Kräfte der Elementarstreifen der Kappen in ähnlicher Weise geltend, wie bei den Kreuzgewölben mit besonderen Gratbogen. Diese Kräfte sind bei der Bestimmung der Widerlagsstärke der Gewölbe ohne selbständigen Grat eben so in Betracht zu ziehen, wie bei den mit Gratbogen versehenen Kreuzgewölben.

#### γ) Stärke der Widerlager.

256.  
Kreuzgewölbe  
mit  
Gratbogen.

Bei den offenen Kreuzgewölben sind die Stirnmauern durch Oeffnungen frei gehalten, welche unterhalb des Randbogens der Kappen mit Gurtbogen abgeschlossen werden, deren Wöblinien den Stirnlinien des Gewölbes meistens entsprechend gekrümmt gewählt werden. Diese Gurtbogen finden mit den Kreuzgewölben selbst ein gemeinschaftliches Widerlager an den Eckpfeilern des überwölbten Raumes. Diese Eckpfeiler sind die Stützkörper des Wölbensystems. Die Stärke derselben hängt bei den offenen Kreuzgewölben also gleichzeitig von den Gewölbdrücken der ihnen zugewiesenen Gurtbogen und von den in den Gratbogen der Kreuzgewölbe wirkenden Gewölbdrücken ab. Die Vereinigung dieser beiden Gruppen von Kräften mit dem Gewichte der Widerlagspfeiler bildet den Ausgangspunkt für die statische Untersuchung und Bestimmung der Stärke dieser Stützkörper. Die maßgebenden Grundlagen für solche Untersuchungen sind bereits in Art. 143 (S. 197) beim Tonnengewölbe gegeben. Die Anwendung derselben bei den Widerlagern der offenen cylindrischen Kreuzgewölbe soll auf der neben stehenden Tafel gezeigt werden. Das hier gewählte Kreuzgewölbe entspricht in seinen Abmessungen und Anordnungen der in Art. 248 (S. 363) als Beispiel 1 gegebenen Gewölbanlage. Die halbkreisförmigen Gurtbogen  $G_0$  sammt ihrer Aufmauerung sollen aus Quadermaterial vom Eigengewicht 2,4 bestehen, wie solches auch für die Gratbogen jenes Gewölbes vorgehen war.

Zuerst ist im Plane  $A$  der neben stehenden Tafel, unter Einführung einer beliebig gewählten Basis  $oz = 3$  m, der festen Länge  $zv = 1$  m und der Tiefe  $vw = 0,80$  m der beiden gleichen und gleich belasteten Gurtbogen  $G_0$  von je 6 m Spannweite, die Gewichtsstrecke  $oQ$  einer Hälfte dieser symmetrisch geformten und belasteten Tonnengewölbe bis zu der durch  $p$  geführten Lothrechten  $py$  ermittelt. Sodann ist in bekannter Weise der Horizontalschub  $H_0$  im höchsten Punkte der Scheitelfuge, bezw. der Gewölbdrück  $S$ , welcher auf die Widerlagsfuge am Anfänger des Gurtbogens kommt, bestimmt. Berechnet man die Stärke des Gurtbogens, so ergibt sich, da  $ao = H_0 = 1,25$  m mißt, der in Gleichung 142 (S. 185) für  $H$  einzusetzende Werth

$$H_0 = 1,25 \cdot 3 \cdot \frac{1}{0,80} = \infty 4,7 \text{ Quadr., bezw. Cub.-Met.}$$

Hiernach wird

$$d = \frac{1}{60} \sqrt{(180 - 4,7) 4,7} = \infty 0,46 \text{ m.}$$