



Balkendecken

Barkhausen, Georg

Stuttgart, 1895

b) Stärke der Kuppelgewölbe und ihrer Widerlager

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77494](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77494)

genau zu verfolgen ist, die Cassetten- und Steganlage vollständig in der Abwicklung zur Darstellung zu bringen.

Das Zurückführen der unteren und oberen Seitenlinien der Cassetten auf die Gewölbfläche wird mittels der Erzeugenden $o\varrho$ im Schnitte BC vorgenommen. Hier ist z. B. die Bogenlänge k, b , durch Benutzung kleiner Theilstrecken der Länge kb gleich der Erstreckung kb der Abwicklung abzutragen. Eben so ist die Bogenlänge b, h , so abzumessen, daß dieselbe der Erstreckung bh gleich wird. Gleiches gilt für die Stegbreiten.

Sind alle Cassettenhöhen hiernach auf $o\varrho$ im Schnitte BC bestimmt, so sind die Grundriss-Projectionen leicht anzugeben.

Sollte etwa, wie im Plane P ausgeführt ist, eine besonders geformte Cassettenanlage Platz greifen, so ist ihr Entwurf auf dem zugehörigen abgewickelten Meridianstreifen vorzunehmen und alsdann unter Einfügung von Parallelkreisen und Meridiankreisen in die Aufriss- und Grundriss-Projection der Kuppelfläche sorgsam zu übertragen. Die Vertiefungen der Cassetten werden wiederum mittels Hilfspyramiden ganz in der hinlänglich besprochenen Weise fest gestellt.

In der Zeichnung sind staffelförmige Cassetten dargestellt. Deshalb wurden für jede Cassette, wie bei K , bezw. k, h , zwei Hilfspyramiden in Anwendung gebracht. Die hierfür erforderlichen Aufriss- und Grundriss-Projectionen können nach den Angaben der Zeichnung leicht erkannt werden.

Hierbei ist nur zu beachten, daß für die inneren beiden Flächen der staffelförmigen Cassetten die um I und II beschriebenen beiden Hilfserzeugenden I und II zu berücksichtigen sind. Die abgewickelten inneren Flächen, wie z. B. DE und FG für die Cassette k, h , oder H und \mathcal{F} für die Cassette K , sind bei der angenommenen staffelförmigen Anordnung unter Benutzung der Erzeugenden I und II zu zeichnen.

Eine besondere, schiefe angeschnittene und stark unterschnittene, dreifach gestaffelte Cassetten-Anordnung ist bei der kreisrunden Kuppel des Pantheon in Rom zu bemerken. Näheres hierüber, begleitet von kritischen, sehr zu würdigenden Erörterungen ist in Theil II, Band 2 dieses »Handbuches« zu finden, worauf hier hingewiesen werden kann.

b) Stärke der Kuppelgewölbe und ihrer Widerlager.

364.
Stabilität
der Kuppel-
gewölbe.

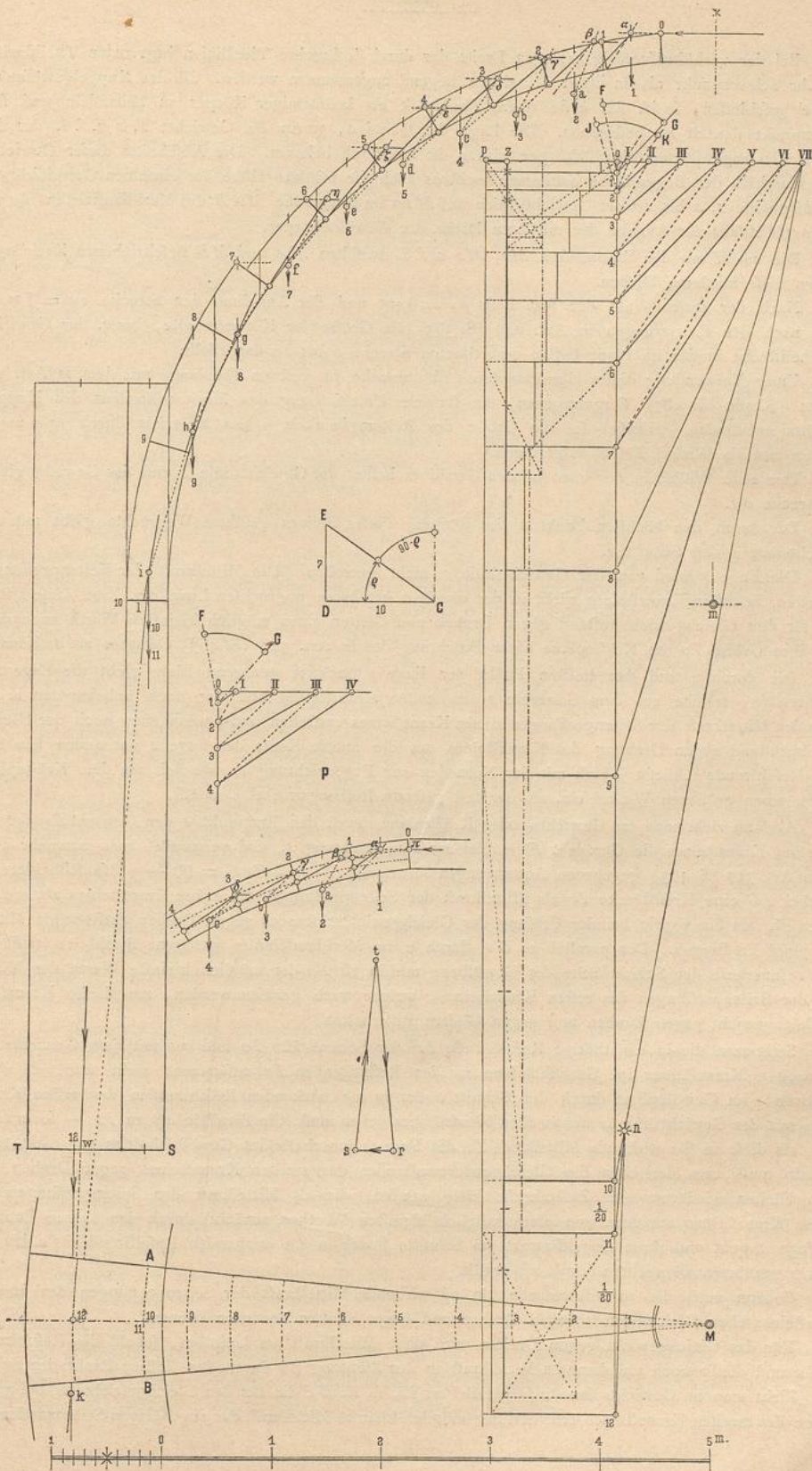
Bei der Besprechung der Stabilität der busigen Kappen der gothischen Kreuzgewölbe ist bereits in Art. 315 bis 322 (S. 460 bis 469) eine Gruppe von Grundlagen mitgetheilt, welche geradezu bei der Prüfung der Stabilität der Kuppelgewölbe ohne Weiteres wieder zu benutzen sind. Diese Grundlagen folgen dem Principe des kleinsten Widerstandes, welches *Scheffler*¹⁸⁸⁾ bewiesen hat. Hier erübrigt nur noch, unter Benutzung der soeben erwähnten, bei der Prüfung der Stabilität der busigen Kappen des gothischen Kreuzgewölbes gemachten Mittheilungen, den Gang der Stabilitäts-Untersuchung des Kuppelgewölbes näher zu erläutern.

In Fig. 563 ist ein Kuppelgewölbe aus Backsteinmaterial von 10 m Durchmesser statisch untersucht. Die Erzeugende der Kuppelfläche ist als Viertelkreis gewählt. Im Scheitel des Gewölbes bleibt eine Lichtöffnung von 1 m Durchmesser. Die Stärke des Gewölbes ist vorläufig im Scheitel zu 0,25 m, am Gewölbfusse l zu 0,38 m angenommen.

Aus der Kuppel ist der Meridianstreifen mit der wagrechten Projection MAB , dessen mittlere Dicke AB in der Widerlagsfuge io des Gewölbes 1 m beträgt, entnommen. Der nach der lothrechten Ebene Mio geführte Schnitt des Meridianstreifens ist im Aufriss dargestellt. Diese lothrechte Ebene ist Kräfteebene. Die Bogenfläche o bis io des Gewölbekörpers ist in io Theilstreifen zerlegt und für jede Theillinie nach den in Art. 143 (S. 200), gegebenen Ausführungen die zugehörige, nach m gerichtete Wölbefuge eingezeichnet.

¹⁸⁸⁾ Siehe: SCHEFFLER, H. Die Hydraulik auf neuen Grundlagen. Leipzig 1891.

Fig. 563.



Bei der verhältnismäßig geringen Breite der durch lothrechte Theillinien begrenzten Theilstreifen kann ihr Schwerpunkt als in ihrer Mittellinie liegend angenommen werden. Ist das Kuppelgewölbe im Scheitel geschlossen, so ist das erste obere Theilstück als keilförmiger Körper zu behandeln und sein Schwerpunkt danach zu bestimmen. Die Lage der Geraden, worin die Gewichte $1, 2$ u. f. f. der den Theilstreifen zugewiesenen Gewölbkörper wirken, ist hierdurch bekannt. Die Abschnitte dieser Gewichtslinien innerhalb der Bogenfläche bestimmen meistens auch die mittlere Höhe der einzelnen Gewölbkörper. Die Fußpunkte $1, 2$ bis 10 der Gewichtslinien auf $M10$ im Grundrisse MAB des Meridianstreifens dienen alsdann gleichfalls zur Angabe der mittleren Dicke der Gewölbkörper.

Die um M mit den Halbmessern $M1, M2$ u. f. f. zwischen MA und MB beschriebenen Kreisbogen ergeben diese mittleren Dicken.

Nach der freien Wahl der fog. Basis $pz = 0,2^m$ und der Annahme der Strecke $zo = 1^m$ ist genau nach den Erörterungen in Art. 249 (S. 363) die Größe der Körperinhalte, bezw. der Gewichte der Theilstücke in der im Plane bei m gezeichneten Strecke o bis 10 dargestellt.

Unter Verwendung dieses Gewichtplanes ist nunmehr, im vollsten Einklange mit dem in Art. 315 bis 321 (S. 460 bis 467) Vorgetragenen, die statische Untersuchung des Meridianstreifens des Kuppelgewölbes anzustellen. Hierbei sei die Größe des Reibungswinkels ρ des Materials durch $\text{tg } \rho = 0,7$ gegeben und als Winkel DCE aufgetragen.

Der erste Wölbstein des oben offenen Gewölbes besitzt die Gewichtslinie 1 und das Gewicht gleich der Strecke $o1$.

Die durch den höchsten Punkt o des Rückens dieses Steines geführte Wagrechte giebt mit der Gewichtslinie 1 den Schnitt α .

Die Fuge 1 wird von der Gewichtslinie 1 nicht getroffen. Die Mittelkraft der Seitenpressungen des ersten, höchsten Kranzsteines wirkt in der durch o geführten wagrechten Linie $o\alpha$. Soll diese Mittelkraft für den Gleichgewichtszustand gegen Drehen und Gleiten einen möglich kleinsten Werth annehmen, so ist ihre Größe $1o$ im Kräfteplane unter Beachtung des in Art. 318 (S. 463) Gefagten zu bestimmen.

Die durch α und den tiefsten Punkt der Fuge 1 punktirt gezogene Linie giebt die Lage der Resultirenden, welche aus dem Gewichte 1 des ersten Kranzsteines und der noch unbekanntem in $o\alpha$ wirkenden Mittelkraft der Seitenpressungen dieses Kranzsteines entstehen muß, wenn eben noch der Gleichgewichtszustand gegen Drehung des Kranzsteines um die untere Kante der Fuge 1 vorhanden sein soll. Diese Resultirende schließt jedoch mit der Normalen zur Fugenrichtung 1 , wie sich aus dem Kräfteplane ergibt, einen größeren Winkel ein, als der fest gesetzte Reibungswinkel ρ zuläßt.

Alsdann zieht man im Gewichts- oder Kräfteplane durch den Endpunkt 1 der Gewichtsstrecke $o1$ des ersten Kranzsteines die Gerade $1F$ parallel zur Fugenrichtung 1 , und verwendet man nunmehr nach den in Art. 317 (S. 463) gegebenen Ausführungen sofort den Winkel $F1G = 90 - \rho$, so schneidet der Schenkel $1G$ eine Kraftstrecke $1o$ als Mittelkraft der Seitenpressungen des ersten Kranzsteines ab, welche größer ist, als die vorhin bei der Prüfung des Gleichgewichtszustandes gegen Drehen entstehende Mittelkraft jener Pressungen. Der parallel zu GI durch α im Meridiananschnitte gezogene Strahl $\alpha\alpha$ trifft die Fuge 1 innerhalb der Schnittfläche des Gewölbes; mithin ist $1o$ der möglich kleinste Werth der Mittelkraft der Seitenpressungen des ersten Kranzsteines, welche wach gerufen werden, um diesen Kranzstein im Gleichgewicht gegen Drehen und gegen Gleiten zu erhalten.

Setzt man die in $\alpha\alpha$ thätige Resultirende 11 der Seitenkräfte $1o$ und $o1$ mit dem Gewichte 12 des zweiten Kranzsteines im Gewichtplane zu der Resultirenden 12 zusammen; zieht man, da diese Resultirende im Gewölbplane durch den Schnitt α der in $\alpha\alpha$ wirkenden Resultirenden des ersten Kranzsteines mit der Gewichtslinie 2 des zweiten Kranzsteines gehen muß, die Parallele $\alpha\beta$ zu 12 — so erkennt man, daß diese in $\beta\alpha$ wirkende Mittelkraft 12 die Fuge 2 innerhalb des Gewölbchnittes gar nicht trifft. Deshalb muß zum Herstellen des Gleichgewichtszustandes des zweiten Kranzsteines gegen Drehen und gegen Gleiten wiederum eine Zusatzkraft thätig werden, die als Mittelkraft der Seitenpressungen des zweiten Kranzsteines zur Annahme eines möglich kleinsten Werthes zunächst durch den oberen Punkt 1 der Fuge 1 geht und ihren Angriffspunkt im Schnitte β der in $\beta\alpha$ wirkenden Resultirenden 12 mit der durch 1 geführten wagrechten Linie 1β erhält.

Sodann muß die zu bestimmende, in 1β wirkende Mittelkraft der Seitenpressungen des zweiten Kranzsteines eben Gleichgewicht gegen Drehen und gegen Gleiten bewirken können.

Für das Gleichgewicht gegen Drehen wird diese Mittelkraft am kleinsten, sobald die Resultirende aus 12 und dieser noch unbekanntem Mittelkraft in der Richtung $\beta\delta$ durch den tiefsten Punkt der Fuge 2 geht. Zieht man im Gewichtplane $2II$ parallel zu $\beta\delta$, so ist $II1$ die für den Gleichgewichtszustand gegen Drehen des zweiten Kranzsteines erforderliche möglich kleinste Mittelkraft der zugehörigen Seitenpressungen.

Für das Gleichgewicht gegen Gleiten ist diese Mittelkraft aber so zu bestimmen, daß die Richtung der Resultirenden aus der Kraft I_2 und dieser noch unbekanntem Mittelkraft mit der Normalen zur Fugenrichtung z keinen den Reibungswinkel ρ überschreitenden Winkel einschließt.

Zieht man durch den Punkt z im Gewichtsebene die Gerade $z\gamma$ parallel zur Fugenrichtung z und verwendet man in bekannter Weise den Winkel $\gamma z K = 90 - \rho$, so ergibt sich, daß die durch β parallel mit zK geführte Gerade die Bogenfläche des Gewölbes innerhalb der Fuge z nicht trifft, daß daher zum Festsetzen der Mittelkraft der Seitenpressungen des zweiten Kranzsteines die Prüfung des Gleichgewichtszustandes gegen Drehung allein hier schon maßgebend wird.

Für alle folgenden Fugen tritt eine Berücksichtigung des Reibungswinkels nicht mehr ein (vergl. Art. 322, S. 473 und Fig. 528).

Für die Fuge β kommt zunächst die in βb wirkende Resultirende II_2 in Betracht. Dieselbe setzt sich alsdann in b mit dem Gewichte $z\beta$ des dritten Kranzsteines zu einer Resultirenden II_3 zusammen. Die Gerade γb parallel zu II_3 durch b im Gewölbeplane geführt, giebt ihre Lage für die Bogenfläche des Gewölbes. Sie schneidet die durch den oberen Punkt z der Fuge z gezogene Wagrechte in γ . Die durch γ und den tiefsten Punkt der Fuge β geführte Gerade γc bedingt die Lage der für das Gleichgewicht gegen Drehen des dritten Kranzsteines eintretenden Resultirenden, deren Seitenkräfte als II_3 und als die noch zu bestimmende wagrechte Mittelkraft der Seitenpressungen des dritten Kranzsteines sich geltend machen. Zieht man βIII im Gewichtsebene parallel zu γc , so ist $III II$ die gefuchte Mittelkraft der Seitenpressungen des dritten Kranzsteines.

Auf ganz gleichem Wege fährt man in der Zusammenfassung der für die folgenden Kranzsteine in Frage kommenden Kräfte fort, um in den Strecken $IV III$, $V IV$, $VI V$ und $VII VI$ die Mittelkräfte der Seitenpressungen für den 4., 5., 6. und 7. Kranzstein durch Zeichnung zu bestimmen. Für den 8. Kranzstein oberhalb der Fuge δ kommt eine wagrechte Mittelkraft von Seitenpressungen nicht mehr in Thätigkeit. Die in der Richtung ηg bis zur Fuge 7 auftretende Resultirende $VII 7$ setzt sich in g mit dem Gewichte 7δ des 8. Kranzsteines zu der Mittelkraft $VII 8$ zusammen. Die durch g parallel zu $VII 8$ geführte Gerade gh trifft bereits die Fuge δ innerhalb der Bogenfläche, so daß schon ohne Eintritt einer Mittelkraft von Seitenpressungen in der durch den oberen Punkt 7 geführten Wagrechten für diesen Kranzstein Sicherung gegen Drehen vorhanden ist.

Das Gleiche gilt für den 9. und 10. Kranzstein.

Aus dem Kräfteplane ergibt sich in $II 1$, $II 2$ u. f. f. bis $VII 7$, $VII 8$, $VII 9$ und $VII 10$ der Reihe nach jedesmal der Druck auf die entsprechende Lagerfläche der Fugen $1, 2$ u. f. f. bis $7, 8, 9$ und 10 .

Würden diese resultirenden Drücke der Lagerfugenflächen über die äußeren, in der Rückenlinie des Meridianstreifens liegenden Fugenkanten hinausfallen oder mit der Normalen der zugehörigen Fuge von unten einen Winkel einschließen, welcher größer als der Reibungswinkel ρ ist, so ist das untersuchte Kuppelgewölbe nicht standfähig, da im ersten Falle kein Gleichgewicht gegen Drehen, im letzten Falle kein Gleichgewicht gegen Gleiten vorhanden ist.

Die Resultirende aller wagrechten Mittelkräfte der Seitenpressungen der einzelnen Kranzsteine ist gleich der Summe dieser Mittelkräfte, also gleich der Strecke $VII 0$. Sie giebt die Größe des wagrechten Schubes an, welcher vom Meridianstreifen des Kuppelgewölbes in der Widerlagsfuge 10 auf den Widerlagskörper übertragen wird.

Zu bemerken ist, daß dieser resultirende wagrechte Schub seinen größten Werth $VII 0$ bereits für die Fuge 7 erreicht hat. Die Fuge, welcher überhaupt der größte resultirende wagrechte Schub zunächst zu theil wird, heißt auch beim Kuppelgewölbe Bruchfuge oder Brechungsfuge. In der Zeichnung ist also Fuge 7 die Bruchfuge. Unterhalb der Bruchfuge müssen bei einem stabilen Gewölbe die Angriffspunkte der einzelnen Lagerfugendrucke $gh = VII 8$, $hi = VII 9$ und $il = VII 10$ für die zugehörigen Fugen $8, 9$ und 10 , wie hier der Fall ist, innerhalb der Bogenflächen bleiben.

Wird die Forderung erhoben, daß sowohl die Angriffspunkte der Lagerfugendrucke, als auch die wagrechten Linien, worin die Mittelkräfte der Seitenpressungen der einzelnen Kranzsteine wirken, das Gebiet des inneren Drittels der Bogenfläche des Meridianstreifens nicht verlassen sollen, so kann, wie der Plan P in Fig. 563 sofort erkennen läßt, die Stabilitäts-Untersuchung des Kuppelgewölbes unter Beachtung des Flächenstückes, welches dem inneren Drittel der Bogenfläche entspricht, dem Wesen nach ganz so vorgenommen werden, wie im Hauptplane gezeigt ist. Zugleich kann hierbei auf Art. 320 (S. 466) verwiesen werden.

In unmittelbarem Zusammenhange mit der statischen Untersuchung des Meridianstreifens kann die Prüfung der Stabilität des Widerlagers des Kuppelgewölbes in einfacher Weise durch Zeichnung vorgenommen werden.

365.
Stabilität
der
Widerlager.

Der in Fig. 563 im Grundrisse und Schnitte dargestellte Widerlagskörper ist aus 2 Theilstreifen mit den Gewichten 11 und 12 gebildet. Die Gewichtstrecken 1011 des Theilkörpers 11 und 1112 des Stückes 12 sind im Gewichtsplane zur Vermeidung sehr langer Kräfterecken nur in $\frac{1}{20}$ ihrer sonst erforderlichen Längen aufgetragen.

Der in der Linie il auf die Widerlagsfuge gelangende Druck $VII10$ setzt sich mit dem Gewichte 11 des unterhalb der Fuge 10 vorhandenen Widerlagstheiles zu einer durch den Schnitt i der Gewichtslinie 11 mit dem Strahle il gehenden Mittelkraft zusammen. Um diese Mittelkraft zu bestimmen, muß, da das Gewicht des Theilstreifens 11 in $\frac{1}{20}$ seiner Gröfse dargestellt ist, auch die Kraftstrecke $VII10$ nur in $\frac{1}{20}$ ihrer Gröfse benutzt werden.

Die Strecke $n10$ ist $\frac{1}{20}$ der Strecke $VII10$; mithin ist $n11$ die gefuchte Mittelkraft ebenfalls in $\frac{1}{20}$ ihrer Gröfse.

Zieht man die Gerade ik parallel zur Linie $n11$, so ergibt sich in ik die Lage der fraglichen Mittelkraft. Sie trifft die Gewichtslinie 12 im Punkte k . Die Zusammensetzung von $n11$ und 1112 ergibt die Mittelkraft $n12$. Zieht man durch k die Gerade wk parallel zu $n12$, so ist im Strahle wk die Lage dieser Mittelkraft im Plane des Widerlagers bestimmt. Sie trifft die als fest vorausgesetzte Fufsebene ST des Widerlagskörpers im Punkte w . Da der Abstand Tw hier noch etwas gröfser als $\frac{1}{3} ST$ gefunden ist, so ist entsprechende Sicherheit des angenommenen Widerlagers gegen Drehung vorhanden. Da die Richtung wk mit der Normalen zu ST einen Winkel einschließt, welcher weit kleiner als der Reibungswinkel ρ bleibt, so ist auch Gleichgewicht gegen Gleiten bekundet.

Will man die Stabilität des Widerlagers unter Beachtung des inneren Drittels der Bogenfläche des Meridianstreifens prüfen, so erleidet das Wesen der hierbei zu verfolgenden Schritte, welche auferdem mit der in Art. 142 (S. 197) besprochenen Bestimmung der Widerlagsstärke des Tonnengewölbes in vollster Uebereinstimmung stehen, keine Beeinträchtigung.

366.
Gewölbstärke.

Auf Grund der Ergebnisse der statischen Untersuchung des Meridianstreifens des Kuppelgewölbes ist die Gewölbstärke in der in Art. 323 (S. 475) angegebenen Weise näher fest zu stellen.

Die größte wagrechte Mittelkraft der Seitenpressungen der einzelnen Kranzsteine ist die Kraft $IVIII$ der vierten Kranzschicht. Trägt man $sr = IVIII$ auf, zieht man durch r die Lothrechte zu MB und durch s die Lothrechte zu MA des Grundriffes MAB vom Meridianstreifen, so erhält man in st , bzw. tr die normalen Seitenpressungen des 4. Kranzsteines. Für alle übrigen Kranzsteine sind derartige Seitenpressungen kleiner, weil alle übrigen zugehörigen Mittelkräfte kleiner als $IVIII$ sind.

Aus praktischen Gründen, namentlich zur Vermeidung einer zu bedeutenden Zahl ungleich starker Wölbflächen, geht man für die Berechnung der von den normalen Seitenpressungen zunächst abhängigen Gewölbstärke von den größten dieser Pressungen aus. Diese normalen Pressungen $st = tr$ sind im Plane gemessen gleich $1,75$ m. Die Basis ist $p_2 = 0,2$ m; folglich ist die normale Pressung gleich $1,75 \cdot 0,2 = 0,35$ cbm. Die zwischen den Fugen 3 und 4 des Meridianstreifens gegebene mittlere Breite des 4. Kranzsteines mißt $0,58$ m.

Zur Anwendung der beim Normaldrucke bei einer Tiefe gleich 1 m abgeleiteten Gleichung 150 (S. 187) ist N für die Stofsflächen des 4. Kranzsteines zu berechnen als

$$N = \frac{0,35 \cdot 1}{0,58} = 0,6 \text{ cbm.}$$

Nach der eben bezeichneten Gleichung ergibt sich für Backsteinmaterial eine Stärke

$$d_1 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0,6) 0,6} = 0,12 \text{ m,}$$

d. h. gleich einer Backsteinbreite.

Der Lagerfugendruck für die Fuge 4 ist gleich $IV4$. Sieht man diesen Druck vermöge seiner nur geringen Abweichung von der normalen Stellung zur Fugenrichtung 4 sofort als zugehörigen Normaldruck an, so wird, da $IV4 = 1,25$ m mißt und die mittlere Dicke der Lagerfugenfläche 4 nach dem Grundrisse MAB des Meridianstreifens zu $0,5$ m erhalten wird, unter Beachtung der Basis $p_2 = 0,2$ m die Mafszahl des Normaldruckes der Lagerfuge 4 für die Tiefe gleich 1 m gefunden als

$$N = \frac{1,25 \cdot 0,2 \cdot 1}{0,5} = 0,5 \text{ cbm.}$$

Dieser Werth giebt nur eine Stärke

$$d_2 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0,5) 0,5} = \infty 0,11 \text{ m.}$$

Da sonach d_2 kleiner als d_1 wird, so ist in erster Linie die Stärke $d_1 = 0,12$ m zu berücksichtigen.

Für die Fuge 7 ist der Lagerfugendruck gleich VII 7 = 3,1 m und die mittlere Dicke gleich 0,8 m; folglich wird, da η_g als Parallele zu VII 7 als Normale zur Fugenrichtung 7 beibehalten werden kann, für die Tiefe gleich 1 m berechnet

$$N = \frac{3,1 \cdot 0,2 \cdot 1}{0,8} = 0,775 \text{ cbm} = \infty 0,8 \text{ cbm.}$$

Hierfür wird die Gewölbstärke

$$d_3 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 0,8) 0,8} = \infty 0,14 \text{ m,}$$

also gröfser als eine halbe Backsteinlänge.

Für die Widerlagsfuge 10 ist der Normaldruck nach Messung der Gewichtsstrecke $o 10 = 9,35 \text{ m}$ bei der mittleren Dicke gleich 1 m zu berechnen als

$$N = \frac{9,35 \cdot 0,2 \cdot 1}{1} = 1,87 \text{ cbm.}$$

Dieser Normaldruck erfordert eine Gewölbstärke

$$d_4 = \frac{1}{150} \sqrt{(540 - 1,87) 1,87} = 0,21 \text{ m,}$$

also nahezu eine Backsteinlänge.

Die im Vorstehenden berechneten Gewölbabmessungen sind durchweg kleiner als die in der Zeichnung angenommenen Stärken. Sie liefern gewisse Grenzwerte, welche bei einer nunmehr zum zweiten Male durchzuführenden Stabilitäts-Untersuchung des Kuppelgewölbes in Betracht zu ziehen sind.

Zu diesem Zwecke wird für den neuen Meridianstreifen, da für die Fuge 7 schon 0,14 m Stärke eintreten müfste, bis zur Fuge 6 eine Gewölbstärke zu $\frac{1}{2}$ Backstein, von Fuge 6 bis zur Widerlagsfuge 10 dagegen eine Gewölbstärke zu 1 Backstein angenommen und nunmehr ganz in der bei Fig. 563 angegebenen Weise die Stabilitäts-Untersuchung dieses schwächeren Meridianstreifens durchgeführt.

Im vorliegenden Falle ergibt diese hier nicht weiter dargestellte Untersuchung jedoch den Ausweis, dafs die Gewölbstärken im Allgemeinen und besonders in der Widerlagsfuge 10 wieder zu vergröfsern sind, so dafs die in Fig. 563 vorweg angenommenen Gewölbstärken zweckmäfsig beibehalten werden.

Die in Fig. 563 enthaltene statische Untersuchung des Widerlagers, abhängig gemacht von den im Meridianstreifen nach gerufenen Kräften, welche zur Herstellung des Gleichgewichtszustandes einem möglich kleinsten Werthe entsprechen, liefert das Ergebnifs der sicheren Standfähigkeit des Stützkörpers, da der Angriffspunkt w der letzten in Betracht zu ziehenden Resultirenden wk noch innerhalb des inneren Drittels der Stärke ST des Widerlagers liegt, da auferdem die Mittellinie des Druckes die Widerlagsfläche nicht verläfst und da endlich auch eine Gefahr des Gleitens nicht bekundet ist.

Sollte die Strecke Tw genau gleich $\frac{ST}{3}$ werden, so könnte die Breite des Theilstreifens 12 fogar noch etwas verkleinert werden.

Eine noch gröfsere Sicherheit für die Standfähigkeit des Widerlagers läfst sich einführen, sobald, wie im Plane P von Fig. 563 angedeutet ist, die im Meridianstreifen zu ermittelnden Pressungen unter der Benutzung des inneren Drittels der Bogenfläche bestimmt und bei der fortgesetzten statischen Untersuchung des Widerlagers in bekannter Weise derart benutzt werden, dafs der Angriffspunkt w den Abstand gleich ein Drittel der Widerlagsstärke von der Aufsenkante des Stützkörpers erhält.

In dem in der Zeichnung behandelten Falle ist die Stärke ST des Widerlagers gleich 1,25 m. Der Durchmesser des betrachteten Kuppelgewölbes ist 10 m; mithin ist die Widerlagsstärke gleich $\frac{1,25}{10} = \frac{1}{8}$ dieses Durchmessers.

Der resultirende wagrechte Schub, welcher vom Meridianstreifen bei der mittleren Dicke 1 m am Fusse in der Widerlagsfuge des Kuppelgewölbes auf den

367.
Widerlags-
stärke.

368.
Fußring.

Widerlagskörper übertragen wird, kann durch einen um den Gewölbefuß gelegten eisernen Ring aufgenommen und vernichtet werden.

Durch diesen Fußring wird die Sicherung des Gewölbefußes, bezw. die verminderte Beanspruchung des Widerlagers erreicht.

Die Berechnung des meistens rechteckig genommenen Querschnittes des Fußringes, welcher eine Zugspannung von der Größe der zu vernichtenden, normal zu den Seitenebenen des Meridianstreifens stehenden Seitenkräfte des resultierenden wagrechten Schubes aufzunehmen hat, erfolgt unter Anwendung der Gleichung 249 (S. 465)

$$p = \frac{HR}{D}.$$

Hierin ist p nunmehr als Größe der Zugspannung, welche der Querschnitt des Fußringes aufzunehmen hat, in Kilogramm zu bestimmen, indem zuvor der resultierende wagrechte Schub H in Kilogramm berechnet ist. Bei $\frac{R}{D}$ kann R als Halbmesser des Bogens AB der mittleren Dicke der Widerlagsfuge und D als diese mittlere Dicke selbst in Metern bleiben.

H wird in der Zeichnung, wie hier in *VIIo*, als Linie erhalten, welche die Höhe des Steinprismas vom Wölbmaterial angiebt, dessen rechteckige Grundfläche eine Länge von 1 m, aber eine Breite gleich der Basiszahl, welche beim Auftragen der Gewichtsstrecken der Theilstreifen des Gewölbes benutzt wird, besitzt.

Bezeichnet B die Basiszahl (in Met.), γ das Gewicht von 1 cbm des Wölbmaterials (in Kilogr.), so wird

$$p = \frac{H \cdot 1 \cdot B \gamma R}{D} \text{ Kilogr.}$$

Ist ferner f die gefuchte Querschnittsfläche (in Quadr.-Centim.), s die zulässige Zugspannung (in Kilogr.) für 1 qcm, so ist

$$p = fs = \frac{HB\gamma R}{D} \text{ Kilogr.}$$

und folglich

$$f = \frac{HB\gamma R}{sD} \text{ Quadr.-Centim.} \dots \dots \dots 250.$$

Beispiel. In Fig. 563 ist $H = VIIo$ zu 1,7 m gemessen; ferner ist $B = 0,2$ m, $\gamma = 1600$ kg, $R = 5,2$ m und $D = 1$ m; s sei = 700 kg für 1 qcm. Alsdann ist

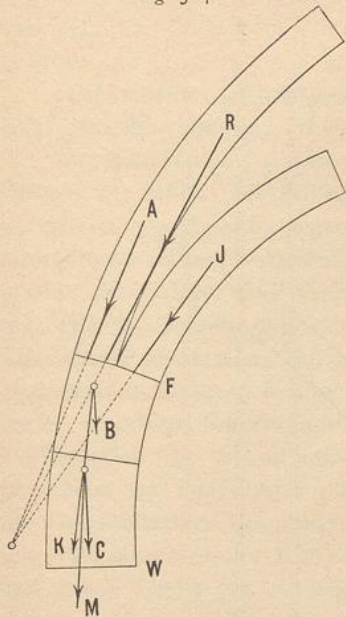
$$f = \frac{1,7 \cdot 0,2 \cdot 1600 \cdot 5,2}{700 \cdot 1} = 4,04 \text{ qcm.}$$

Ein schmiedeeiserner Fußring mit einem rechteckigen Querschnitte von 1 cm Breite und 4 cm Höhe würde den resultierenden wagrechten Schub vernichten.

369.
Doppel-
kuppel.

Bei Doppelkuppeln ist die statische Untersuchung auf dem in Art. 364 (S. 516) beschriebenen Wege für die Innen- und Aufsenkuppel besonders vorzunehmen. Vereinigen sich beide Kuppeln oberhalb ihres Gewölbefußes in einer gemeinschaftlichen Fuge F (Fig. 564), so erfolgt die getrennte statische Untersuchung der äußeren und inneren Kuppel bis zu dieser Fuge F . Ist \mathcal{Z} der resultierende Fugendruck der Innenkuppel und A der resultierende Fugendruck der Aufsenkuppel, so sind diese für die Fuge F vorhandenen Drücke zunächst zu einer Resultierenden R zusammenzusetzen, um alsdann durch ihre Vereinigung mit den Gewichten B, C u. f. f. der Theile des gemeinschaftlichen Kuppelgewölbstückes, welches zwischen der Fuge F und der

Fig. 564.



Widerlagsfuge *W* liegt, nach und nach unter Einführung der entstehenden Mittelkräfte *K*, *M* u. f. f. die Stabilitäts-Untersuchung zu vollenden.

Der resultierende wagrechte Schub, welcher vom Meridianstreifen der Doppelkuppel in der Widerlagsfuge auf den Widerlagskörper übertragen wird, ist gleich der Summe der sämtlichen wagrechten Mittelkräfte der Seitenpressungen der einzelnen Kranzstreife der Außen- und Innenkuppel. Die Prüfung der Stabilität des Widerlagers selbst erfolgt auch für Doppelkuppeln in der in Art. 365 (S. 519) angegebenen Weise. Eben so richtet sich die Bestimmung der Gewölbstärke beider Kuppeln nach dem in Art. 366 (S. 520) Vorgetragenen.

Die statische Untersuchung der Stütz- oder Hängerkuppel (Art. 353, S. 505) ist, wie beim gewöhnlichen Kuppelgewölbe, in der Weise durchzuführen, als zunächst ein am weitesten gespannter Meridianstreifen der Hängerkuppel, dessen mittlere lothrechte Meridianebene in den meisten Fällen durch eine Ecke des

als Quadrat, Rechteck oder Vieleck gegebenen Grundrisses des Gewölbes gehen muß, der erforderlichen Prüfung unterworfen wird.

Die Ergebnisse dieser Prüfung sind unmittelbar auf die weniger weit gespannten Meridianstreifen, welche natürlich in ihrer mittleren Fußdicke im Grundkreise der Kuppel und in ihrer Belastung, wie gewöhnlich der Fall, keine Abweichung vom Hauptstreifen aufweisen müßten, zu übertragen.

Hiernach treten dieselben Gesichtspunkte, welche in Art. 322 (S. 469) bei der Zerlegung der bußigen Kappen gothischer Kreuzgewölbe angeführt sind, im Wesentlichen wieder in den Vordergrund. Auch die Bestimmung der Gewölbdrücke, welche von den verschiedenen weit gespannten Meridianstreifen auf die Widerlagskörper gelangen, ist unter Beachtung des in dem bezeichneten Artikel Vorgetragenen zu treffen.

Wird das oben offene, durch den Lichtring im Scheitel begrenzte Kuppelgewölbe mit einer Laterne, dessen Träger meistens der Lichtring selbst ist, versehen, so erfährt das Kuppelgewölbe hierdurch eine besondere Belastung, welche je nach dem Gewichte der Laterne von geringem oder erheblichem Einfluß auf die Stabilität und die Stärke des Gewölbes sein kann.

Wird das auf den Kranzstein des Meridianstreifens entfallende Gewicht des zugehörigen Laternenstückes durch das Gewicht eines Steinprismas des Wölbmaterials ersetzt und mit dem Gewichte des Kranzsteines vereinigt, so ist die Belastung dieses Kranzsteines, bezw. des Theilstückes im Meridianstreifen bekannt. Die unter Beachtung dieser Belastung einzuleitende statische Untersuchung des Meridianstreifens weicht im Wesen von den zu Fig. 563 (S. 517) gegebenen Erläuterungen nicht ab.

Ist z. B. *L* in Fig. 565 die lothrechte Schwerlinie des für den zu Grunde gelegten Meridianstreifen *m* in Frage kommenden Laternenstückes, so muß diese Linie *L* auch Schwerlinie oder, genau genug, die Mittellinie des ersten Theilstreifens für den zugehörigen Kranzstein bleiben.

370.
Stütz-
oder
Hängerkuppel.

371.
Kuppel
mit
Laterne.

Man hat also den Abstand a der Lothrechten L von der bekannten ersten Theillinie o zu benutzen, um durch $b = a$ die zu bestimmende zweite Theillinie r fest zu legen. Hiermit ist die Breite $a + b = 2a$ der Steinfäule gefunden, welche das Gewicht P Kilogr. des Laternenstückes ersetzen soll. Ferner ist durch die Lage von L auch die mittlere Dicke δ des zugehörigen Kranzsteines und somit gleichzeitig dieselbe mittlere Dicke δ für die Steinfäule bestimmt.

Die Grundfläche dieser Steinfäule kann mit hinlänglicher Genauigkeit als ein wagrecht liegendes Rechteck von der Länge $2a$ Met. und der Breite δ Met. angenommen werden. Das Gewicht von 1 cbm Wölbmaterial sei γ Kilogr. Die zu berechnende mittlere Höhe x Met. der Steinfäule, welche das Gewicht P Kilogr. besitzen soll, ergibt sich aus dem Ausdruck

$$2a \delta x \gamma = P$$

mit

$$x = \frac{P}{2a \delta \gamma} \text{ Met.} \quad . \quad 251.$$

Hiermit ist die Bestimmung der Belastung der Kuppel durch die Laterne getroffen. Die auf bekanntem Wege aufzufindenden Seitenpressungen und Lagerfugendrucke der einzelnen Kranzsteine geben weiteren Aufschluss über die einzuführende Gewölbstärke.

Bei bedeutendem Gewichte der Laterne können die Seitenpressungen für den oberen Kranzstein, also für den Lichtring, eine Gewölbstärke erfordern, welche unter Umständen bei der Ausführung nicht gestattet werden soll. Alsdann ist die Durchbildung der Laterne mit geringerem Gewichte nothwendig.

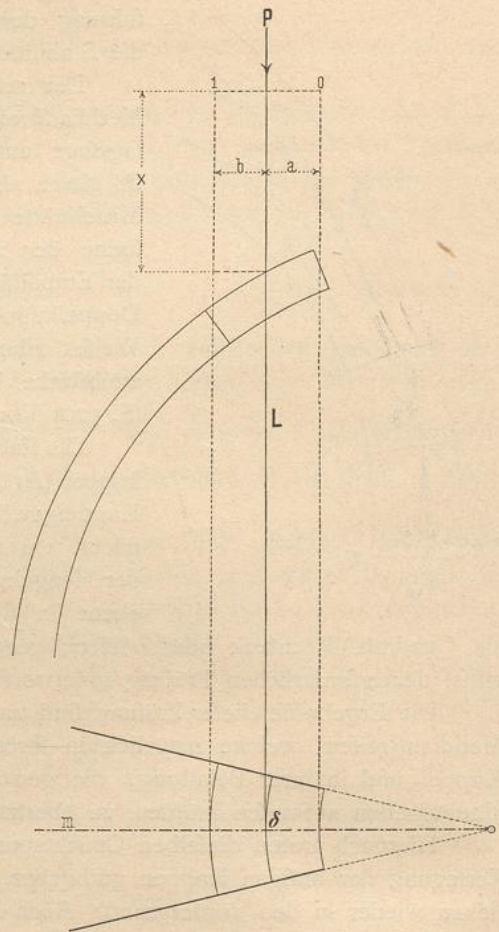
Wird ein Kuppelgewölbe in irgend einer Ringschicht durch ein Einzelgewicht belastet, so ist sein Einfluss auf die Seitenpressungen und Lagerfugendrucke der Kranzsteine in dem besonderen Meridianstreifen, dessen Symmetrieebene die lothrechte Schwerlinie der Einzelbelastung enthält, unter entsprechender Berücksichtigung von Gleichung 249 (S. 465) und unter Anwendung der sonst erforderlichen graphischen Ausführungen zu beurtheilen.

372.
Winddruck.

Frei gelegene, kräftig emporsteigende Kuppelgewölbe haben bei starken Stürmen Beanspruchungen zu erleiden, welche eine Formänderung der Kuppel und eine Aenderung der vor der Einwirkung des Windes vorhandenen Seitenpressungen und Lagerfugendrucke bewirken können.

Die genaue Bestimmung solcher Form- und Kräfteänderungen durch Winddruck ist bislang noch nicht gelungen. Man wird daher bei der statischen Unterfuchung

Fig. 565.



von Kuppelgewölben, welche neben ihrem Eigengewicht und ihrer sonstigen ruhenden Belastung noch vom Winddrucke beansprucht sind, einen Näherungsweg betreten müssen.

Die einzelnen Meridianstreifen der halben Kuppel, welche von der Windrichtung getroffen werden, erhalten durch den Winddruck ungleich große Belastungen. Der Meridianstreifen, dessen lothrechte Symmetrieebene zugleich Ebene des Windstromes ist, erfährt die größte Beanspruchung. Ermittelt man unter Berücksichtigung der in Art. 337 (S. 486) gegebenen Anleitung die auf den Rückenflächen der einzelnen Kranzsteine dieses Meridianstreifens eintretenden lothrecht stehenden, im Schwerpunkt der gedrückten Flächen angreifenden Winddrücke; setzt man dieselben einzeln mit den Gewichten und der sonst etwa vorhandenen Belastung der zugehörigen Kranzsteine zusammen, um hierdurch für jeden Kranzstein die Resultirende der ihn angreifenden äußeren Kräfte zu erhalten: so lassen sich unter nunmehriger Benutzung dieser einzelnen Resultirenden ganz im Sinne der in Art. 364 (S. 516) gegebenen Darlegungen die sämmtlichen Seitenpressungen und Lagerfugendrucke des im Allgemeinen am ungünstigsten beanspruchten Meridianstreifens ermitteln und hiernach die Gewölbstärken des durch Winddruck mit belasteten Kuppelgewölbes bemessen.

Werden mehrere Kuppelgewölbe als Stutzkuppeln neben einander angeordnet und durch Gurtbogen getrennt, so kommen für die Beanspruchung dieser Gurtbogen und ihrer gemeinschaftlichen Pfeiler ähnliche Verhältnisse in Betracht, wie solche in Art. 258 (S. 381) beim Kreuzgewölbe berücksichtigt sind. Tritt in Folge von ungleich weit gespannten und ungleich belasteten Gurtbogen, die als Widerlager einzelner, neben einander gereihter Hänge- oder Stutzkuppeln von verschiedener Spannweite dienen und gruppenweise von einem gemeinschaftlichen Gurtpfeiler getragen werden, ein ungünstiger Verlauf der Mittellinie des Druckes im Pfeiler ein, so ist auch hier, wie beim Kreuzgewölbe, durch entsprechende Ausmauerung der Gewölbzwickel oberhalb des Pfeilers eine Sicherung der Stabilität des Stützkörpers einzuführen. Die statische Untersuchung der Gurtbogen und ihrer Pfeiler erfolgt nach den bekannten Grundlagen.

Form und Belastung der Kuppelgewölbe bedingen unter Beachtung der Festigkeit und der sonstigen Eigenschaften des Wölbmaterials die Gewölbstärke. Den hierbei obwaltenden verschiedenen Verhältnissen können empirische Regeln für die Stärke der Kuppelgewölbe nicht sofort gerecht werden.

Die Ergebnisse dieser Regeln sollen im Allgemeinen nur als Ausgangswerthe dienen, welche der statischen Untersuchung und der damit zusammenhängenden Bestimmung der Stärke der Kuppelgewölbe vorläufig zu Grunde zu legen sind.

Für kleinere, mäßig belastete Kuppelgewölbe aus gutem Backsteinmaterial über quadratischem Grundriss können folgende Gewölbstärken als Ausgangswerthe Berücksichtigung finden:

Spannweite bis:	4	6	8	10 Met.
Gewölbstärke im Scheitel:	$\frac{1}{2}$	1	1	1 Backstein
» am Kämpfer:	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2 »

Aehnliche Abmessungen können auch für die Stärke kleinerer Kuppelgewölbe aus Backstein über Kreisgrundrissen gewählt werden.

Für die Ermittlung der Widerlagsstärke der Kuppelgewölbe sind die nach empirischen Regeln anzunehmenden Werthe gleichfalls nur als vorläufige Abmessungen anzusehen, welche für die Stabilitäts-Untersuchung der im Querschnitte oft nach

373.
Kuppelgewölbe
zwischen
Gurtbogen.

374.
Empirische
Regeln
für die
Gewölbstärke.

375.
Empirische
Regeln für die
Widerlagsstärke.

befonderen baulichen Verhältnissen angeordneten Widerlagskörper den ersten Anhalt gewähren.

Bei verschiedenen Grosconstructions der Kuppelgewölbe älterer und neuerer Zeit schwankt die Stärke der Widerlager zwischen $\frac{1}{6}$ bis etwa $\frac{1}{11}$ ihrer Spannweite.

Rondelet stellte die Regel auf, das dem Kuppelgewölbe die Hälfte der Widerlagsstärke des Tonnengewölbes von gleicher Spannweite als Widerlager zugewiesen werden soll.

Allgemein genommen, kann man die Widerlagsstärke der Kuppelgewölbe näherungsweise zu $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{8}$ des Kuppeldurchmessers wählen.

Wird in besonderen Fällen der in Art. 368 (S. 521) erwähnte Fußring zur theilweisen oder gänzlichen Vernichtung des in der Widerlagsfläche des Kuppelgewölbes wirkenden wagrechten Gewölbschubes angebracht, so kann die Stärke des Widerlagskörpers in geeigneter Weise herabgesetzt werden. Beruhigenden Aufschluß über die alsdann einzuführende Widerlagsstärke hat die anzustellende statische Untersuchung zu geben.

c) Ausführung der Kuppelgewölbe.

376.
Allgemeines.

Die Ausführung der Kuppelgewölbe mit über einander gelagerten concentrischen Ring- oder Kranzschichten, deren Lagerflächen durch normal zur Laibungsfläche der Kuppel gerichtete gerade Linien erzeugt werden, deren Stofsflächen lothrechten Meridianebenen des Gewölbes angehören, ist im Allgemeinen sehr einfach und in vielen Fällen bei nicht zu großen Spannweiten der Kuppeln und bei geeignetem Wölbmaterial ohne Schwierigkeiten selbst in freihändiger Mauerung zu beschaffen. Der Bildung der Lager- und Stofsugen entsprechend, erhält jeder Wölbstein im Wesentlichen eine doppelt keilförmige Gestalt.

Ueber die Ausführungsweise der Kuppelgewölbe der frühesten Zeit und der Zeit der Römer über kreisrunden und vieleckigen Räumen sind in Theil II, Band 2 dieses »Handbuches« eingehende Mittheilungen, worauf hier verwiesen werden muß, gemacht. Die dort näher gegebene Beschreibung der aus Quadern ohne oder mit Mörtel, aus Backsteinen, aus Backsteinen mit Gufsgemäuer, aus Gufsgemäuer mit Backsteinverblendung, aus Töpfen mit Gufsmauerwerk oder aus eigenartig geformten Töpfen allein hergestellten Kuppelgewölbe bietet eine Fülle von Angaben über die verschiedensten Arten ihrer Ausführung dar.

Die hauptfächlichsten Baumaterialien für Kuppelgewölbe der Jetztzeit sind gewöhnliche Backsteine, Hohl- oder Lochsteine, poröse Backsteine, Quader, lagerhafte, plattenförmige Bruchsteine, guter Kalkmörtel, verlängerter Cementmörtel oder Cementmörtel allein.

377.
Rüstungen.

Befondere Einrüstungen durch Lehrbogen mit Schalung werden wohl für größere aus Quadern oder Bruchsteinen zu wölbende Kuppeln in Anwendung gebracht. Bei Backsteinkuppeln, welche in über einander gelagerten Kranzschichten gemauert werden, ist eine derartige Einrüstung meistens nicht erforderlich.

Gehört die Laibung der Kuppel einer Kugelfläche an, so benutzt man beim Wölben die sog. Leier *l* (Fig. 566) von der Länge des Halbmessers des Kuppelgewölbes. Die Leier, eine Leiste oder Latte aus Tannenholz mit etwa 5 cm Durchmesser, ist am unteren Ende mit einem Haken in eine Oese gehängt, welche auf dem Kopfe eines fest stehenden Pfostens oder des Ständers eines Bockgerüstes genau im Mittelpunkte des Gewölbes angebracht ist.