



Dächer im allgemeinen, Dachformen

Schmitt, Eduard

Stuttgart, 1901

b) Dächer mit Bogensprengwerken.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78841](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78841)

und F aufzunehmen, hat man wohl die durchgehenden Pfettenträger $A'E'$ und $E'B'$ mit den Sprengwerksstreben CD , bzw. EF verschraubt, verzahnt oder verdübelt. Alsdann nimmt der Querschnitt des Pfettenträgers die in den Eckpunkten wirkenden Momente auf; für die Strecke CD , bzw. EF wirkt der Querschnitt der beiden miteinander verbundenen Hölzer den Momenten entgegen.

b) Dächer mit Bogensprengwerken.

107.
Verschieden-
heit.

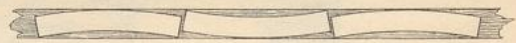
Das Bestreben, dem Dachbinder eine dem Auge angenehme Form zu geben, führte schon bei den aus einzelnen Stäben hergestellten Sprengwerkdächern zu einer dem Bogen angenäherten Vieleckform. Es ist nun auch möglich, für die tragenden Binder wirklich die Bogenform zu verwenden. Krümm gewachsene Hölzer stehen allerdings selten zur Verfügung; das Biegen starker Hölzer bietet gleichfalls Schwierigkeit. Man hat deshalb die Bogen aus einzelnen miteinander verbundenen Bohlen hergestellt, und zwar sind zwei verschiedene Anordnungen üblich:

- 1) Bogen aus lotrecht gestellten Bohlen und
- 2) Bogen aus wagrecht gelegten Bohlen.

108.
Bogen aus
lotrecht
gestellten
Bohlen.

Die Bogen aus lotrecht gestellten Bohlen sollen zuerst von *Philibert de l'Orme* 1561 ausgeführt sein; doch wird behauptet¹⁶⁷⁾, daß sie schon mehrere Jahrhunderte früher in Gebrauch gewesen seien. In der neueren Praxis sind sie unter dem Namen »de l'Orme'sche Bogendächer« bekannt. Die Bogenstücke werden aus genügend breiten, 4 bis 6^{cm} starken Brettern oder Bohlen ausgeschnitten, wobei innere und äußere Krümmung dem gewählten Halbmesser entspricht. Von diesen Stücken werden nunmehr, je nach Stützweite und Krümmung, mehr oder weniger Lagen aufeinander gelegt und miteinander durch hölzerne, zunächst den Fugen durch eiserne Nägel verbunden, wobei die Stoffsugen der einzelnen Lagen gegeneinander verwechselt werden müssen. Bei drei Lagen würde man z. B. die Fugen der zweiten und dritten Lage stets mit dem ersten, bzw. zweiten Drittel der Länge der zur ersten Lage verwendeten Bohlenstücke zusammenfallen lassen. Die eisernen Nägel werden an der einen Seite umgeschlagen. Die Länge der einzelnen Bohlenstücke richtet sich nach dem Halbmesser des Bogens und der Breite der verfügbaren Bretter; man schneidet aus diesen die einzelnen Stücke nach einer Schablone, welche man, um Holz zu sparen, abwechselnd umkehrt (Fig. 356). Man kann auch, wenn es die Architektur des Gebäudes gestattet die innere Begrenzung der Bohlenstücke geradlinig lassen. Die Länge der einzelnen Bohlenstücke beträgt 1,25 bis 2,50^m.

Fig. 356.



Ein Nachteil dieser Konstruktion ist, daß die Längsfasern des Holzes außen und unter Umständen auch innen durchschnitten werden; es ist vorteilhaft, wenn möglichst viele Fasern nicht durchschnitten werden.

109.
Bogen aus
wagrecht
gelegten
Bohlen.

Die Bogen aus wagrecht gelegten Bohlen sind von *Emy* erfunden und im Jahre 1828 bekannt gemacht. Die Bohlen werden in mehreren Lagen übereinander gelegt und in die gewünschte Form über einer Lehre gebogen; dabei werden die einzelnen Lagen durch Schraubenbolzen und Bügel miteinander zu einem Ganzen verbunden. Als größte Pfeilhöhe kann man bei Fichten- und

¹⁶⁷⁾ Siehe: LANG, G. Zur Entwicklungsgeschichte der Spannwerke des Bauwesens. Riga 1890. S. 18.

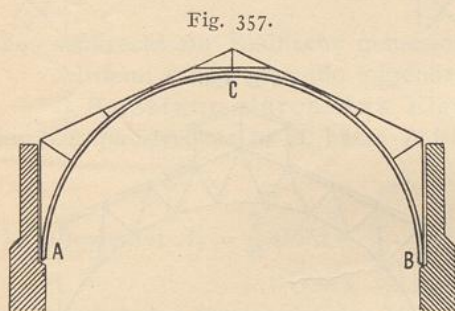
Tannenholz $\frac{1}{25}$, bei Eichenholz $\frac{1}{40}$ der Bohlenlänge nehmen. Auch hier nagelt man die einzelnen Bretter aufeinander und versetzt die Stöße. Als Vorteil dieser Konstruktion vor der älteren ist hervorzuheben, daß man keinen Verschnitt hat, daß die Längsfasern der Bohlen nicht durchschnitten werden und daß man die Bretter, bzw. Bohlen in ihrer vollen Länge verwenden, ja bei vorübergehenden Bauten nach dem Abbrechen wieder zu anderen Zwecken gebrauchen kann. Nachteilig sind die zwischen den einzelnen Bohlen auftretenden Schubspannungen, welche aber durch die Schraubenbolzen und Bügel unschädlich gemacht werden können.

Man verwendet die Bohlenbogen sowohl als Sparren, so daß also die einzelnen Gebinde sämtlich einander gleich sind und in geringen Abständen stehen (0,80 bis 1,50 m), sowie auch als Binder. Im letzteren Falle tragen die Bogen Pfetten und diese wieder Sparren in der sonst üblichen Weise.

Die Bohlenbogen sind Sprengwerke von unendlich vielen Seiten, d. h. von kontinuierlicher Krümmung; sie üben, wie alle Bogen, auf die Stützen (auch bei nur lotrechten Belastungen) schiefe Drücke aus, selbst wenn sie sich mit lotrechten Tangenten auf die Stützpunkte setzen. Bei der Berechnung ist dies zu beachten; die Ansicht, daß keine wagrechte Seitenkraft in dem auf die Seiten-

110.
Statische
Verhältnisse.

stütze übertragenen Drucke vorhanden sei, ist unrichtig, es sei denn, daß ein Stützpunkt wagrecht frei beweglich ist. Die Seitenmauern müssen also zur Aufnahme der schiefen Kräfte genügend stark sein. Bei der üblichen Konstruktionsart kann man den Bogen als einen solchen mit zwei Kämpfergelenken berechnen. Der Bogen ist statisch unbestimmt.



Ein Bogen bildet, wie auch ein Sprengwerk, nur für eine ganz bestimmte Belastungsart die Gleichgewichtsform; sobald die Belastung sich irgendwie ändert, wird er das Bestreben haben, seine Form zu ändern, d. h. die der neuen Belastung entsprechende Gleichgewichtsform anzunehmen. Diese Formänderung darf nicht eintreten; der Bogen muß auch bei geänderter Belastung seine alte Form behalten. Um dies zu erreichen, macht man entweder den Querschnitt des Bogens so groß, daß er den auf die Formänderung hinwirkenden Momenten ohne unzulässige Beanspruchung widerstehen kann, oder verbindet den Bogen mit einem aus Dreiecken zusammengesetzten Fachwerk.

Die einfachste Anordnung ist in Fig. 357 angegeben: der tragende Bogen ACB ist als steifer Bohlenbogen gedacht; nach außen soll das Dach ein Satteldach sein; deshalb sind Gurtsparren angeordnet und mit dem Bohlenbogen durch Zangen verbunden. Wenn Bogen und Gurtsparren in sehr innige Verbindung gebracht werden, so kann man den Querschnitt der Sparren für die Berechnung des Bogens teilweise mit in Betracht ziehen.

Man kann auch, wie in Fig. 358 angedeutet ist, ähnlich wie bei den neueren Eisendächern, ein richtiges Fachwerk herstellen, dessen innere Begrenzung die Bogengurtung bildet und dessen obere Gurtungen parallel den Dachflächen sind. Die Stäbe der oberen Gurtung werden zweckmäßig als durchlaufende Hölzer, das Gitterwerk mit nach dem Bogenmittelpunkt laufenden Pfosten und

gekreuzten Schrägstäben in jedem Felde hergestellt. Statt dieses Gitterwerkes kann man auch Netzwerk nach Fig. 359 wählen. Für sehr weit gespannte Hallen empfiehlt es sich vielleicht, Bogen mit zwei gleich laufenden Gurtungen zu verwenden, welche durch Gitterwerk miteinander verbunden sind und zweckmäßig bis zum Sockelmauerwerk herabreichen (Fig. 360). Beide Bogen können als Bohlenparren und die radialen Pfosten als Doppelzangen hergestellt werden. Auch ist nicht ausgeschlossen, daß man mit Zuhilfenahme des Eisens bei den Fußpunkten des Bogens zwei Kämpfergelenke und im Scheitel ein drittes Gelenk anbringt, wodurch der Bogen für die Ermittlung der Kämpferdrücke statisch bestimmt würde.

111.
Berechnung
der
Bohlenbogen.

Bei der Berechnung muß der Bohlenbogen als elastischer Bogen angesehen und nach der Theorie der krummen Träger berechnet werden. Der Querschnitt des Bogens wird auf seine ganze Länge konstant ausgeführt, und die Verhältnisse liegen theoretisch ebenso, wie beim freitragenden Wellblechdach, für welches der Verfasser der vorliegenden Kapitel die Berechnung durchgeführt und Formeln aufgestellt hat¹⁶⁸⁾. Bei dieser Berechnung sind allerdings Durchzüge angenommen, welche die wagrechten Kräfte der beiden Stützpunkte ausgleichen; man sieht aber leicht, daß, wenn die elastische Veränderung der Zugstange gleich Null gesetzt wird, die dann erhaltenen Formeln genau unserer Annahme fester Kämpferpunkte entsprechen müssen. Ferner trifft die dort bezüglich des Winddruckes gemachte Annahme hier nicht stets zu. Dort ist angenommen, daß das Dach nach der Cylinderfläche geformt sei, welche dem Bogen entspricht, daß also der Winddruck auf die Dachfläche stets radial wirke. Wenn aber über dem Bogen Gurtsparrn liegen, welche mit dem Bogen durch radiale Zangen verbunden sind, so kann man mit genügender Genauigkeit annehmen, daß die Winddrücke auch hier radial wirken, und wird bei Benutzung der a. a. O. entwickelten Formeln keinen großen Fehler machen. Will man jedoch auch hier genauer rechnen, so kann man auf dem in der genannten Schrift gezeigten Wege auch diese Rechnung ohne besondere Schwierigkeit durchführen.

Fig. 358.

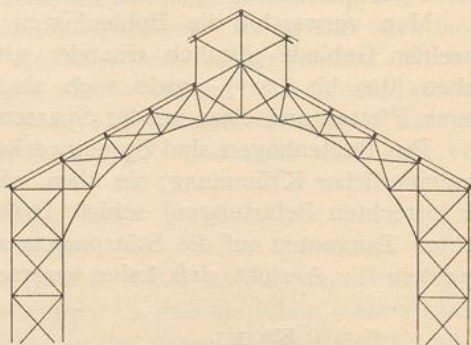


Fig. 359.

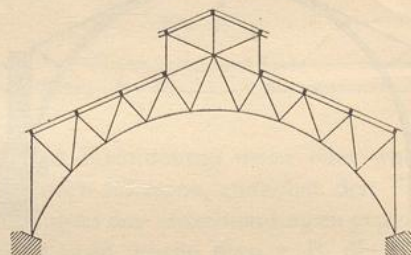
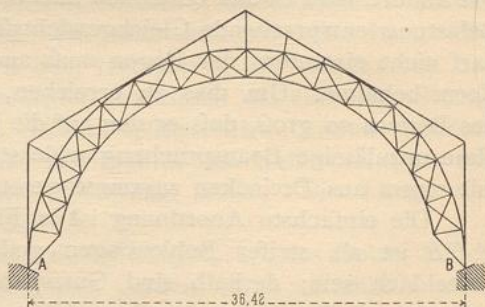
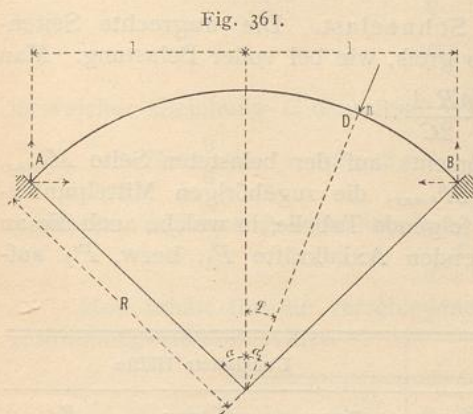


Fig. 360.



¹⁶⁸⁾ Siehe: LANDSBERG, TH. Berechnung freitragender Wellblechdächer. Zeitschr. f. Bauw. 1891, S. 381. — Auch als Sonderabdruck erschienen: Berlin 1891.

Der Berechnung sind nun die folgenden Annahmen und Bezeichnungen zu Grunde gelegt. Der Bogen ist ein Kreisbogen (Fig. 361) vom Halbmesser R ; beide Auflager liegen gleich hoch und wirken wie Kämpfergelenke; der Mittelpunktswinkel des ganzen Bogens ist 2α . Das Eigengewicht ist für das lauf. Meter der Grundfläche des Bogens gleich groß eingeführt und für das Quadr.-Meter der Grundfläche mit g bezeichnet.



Die Schneelast p für das Quadr.-Meter der Grundfläche ist einmal als das ganze Dach, sodann als nur eine Dachhälfte gleichmäßig belastend eingeführt.

Die Windbelastung ist für das Quadr.-Meter schräger Dachfläche, welche den Winkel φ mit der Wagrechten einschließt, also in einem Punkte D sein Mittelpunktswinkel φ ist,

$$n = \alpha \sin \varphi.$$

Die Stützweite des Bogens wird mit $2l$ bezeichnet. Alle Formeln beziehen sich auf ein Stück Dach, welches senkrecht zur Bildfläche gemessen 1^m lang ist.

Alsdann erhält man die folgenden Rechnungsergebnisse:

1) Belastung durch das Eigengewicht. Die wagrechte Seitenkraft des Kämpferdruckes in A , bzw. B ist

$$H_g = \frac{g R A_1}{C}.$$

$$\text{Darin bedeutet } A_1 = \frac{7}{6} \sin^3 \alpha - \frac{\alpha}{2} \cos \alpha + \alpha \cos^3 \alpha - \frac{\sin \alpha}{2},$$

$$C = \alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \alpha \cos^2 \alpha.$$

Im Scheitel des Bogens ist das Moment

$$M'_{g \max} = g R^2 \left[\frac{\sin^2 \alpha}{2} - \frac{A_1}{C} (1 - \cos \alpha) \right].$$

Ein negativer Größtwert des Momentes findet für den Mittelpunktswinkel φ_{\max} statt und hat die Größe

$$M''_{g \max} = -g R^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{A_1}{C} \right)^2 - \frac{A_1}{C} \cos \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{2} \right].$$

Für die verschiedenen Werte von α , also für die verschiedenartigen Bogen ist die folgende Tabelle ausgerechnet; der Bogen mit $\alpha = 90$ Grad würde z. B. dem Halbkreise entsprechen.

α	A_1	C	H_g	$M'_{g \max}$	$M''_{g \max}$	φ_{\max} abgerundet
25	0,00385	0,00407	0,9460	0,00067	-0,00079	18°54'
30	0,00914	0,00996	0,9382	0,00070	-0,00260	20°14'
35	0,01893	0,02112	0,8965	0,00236	-0,00299	26°18'
40	0,03488	0,04028	0,8660	0,00399	-0,00499	30°
45	0,05893	0,07080	0,8323	0,00622	-0,00784	33°40'
50	0,09273	0,11658	0,7954	0,00928	-0,01165	37°18'
60	0,19386	0,27176	0,7134	0,01832	-0,02276	44°30'
75	0,41232	0,73437	0,5615	0,05036	-0,04579	55°51'
90	0,66667	1,57080	0,4244	0,07559	-0,09006	64°53'
Grad			$\cdot g R$	$\cdot g R^2$	$\cdot g R^2$	

Man sieht, die absolut genommen ungünstigsten Momente sind die Werte M_{gmax}^u an den Stellen, welche den Mittelpunktswinkeln φ_{max} entsprechen. Die Momente werden in Kilogr.-Met. und die Werte H_g in Kilogr. erhalten.

2) Belastung durch volle Schneelast. Die Werte für H und ungünstigstes Moment werden aus den unter 1 entwickelten Gleichungen erhalten, indem man einfach p anstatt g einführt.

3) Belastung durch einseitige Schneelast. Die wagrechte Seitenkraft H_p der Kämpferdrücke ist halb so groß, wie bei voller Belastung. Man erhält daher

$$H_p = \frac{p R A_1}{2C}$$

Nennt man den Größtwert des Moments auf der belasteten Seite M_{pmax} , denjenigen auf der unbelasteten Seite M'_{pmax} , die zugehörigen Mittelpunktswinkel φ_{max} und φ'_{max} , so erhält man die folgende Tabelle, in welche auch die an den Maximalstellen der Momente wirkenden Axialkräfte P_p , bezw. P'_p aufgenommen sind.

α	H_p	Belastete Hälfte			Unbelastete Hälfte		
		φ_{max}	M_{pmax}	P_p	φ'_{max}	M'_{pmax}	P'_p
25	0,4730	11°48'	0,0110	0,4831	12°35'	— 0,0114	0,4846
30	0,4691	14°	0,0145	0,4835	14°55'	— 0,0168	0,4856
35	0,4483	15°33'	0,0201	0,4653	17°44'	— 0,0212	0,4706
40	0,4330	17°5'	0,0252	0,4529	20°22'	— 0,0268	0,4620
45	0,4162	18°20'	0,0304	0,4384	23°	— 0,0325	0,4520
50	0,3977	19°20'	0,0356	0,4215	26°2'	— 0,0391	0,4430
60	0,3567	20°30'	0,0462	0,3808	31°15'	— 0,0516	0,4170
90	0,2122	18°48'	0,0778	0,2220	49°40'	— 0,0780	0,3280
Grad	$p R$		$\cdot p R^2$	$\cdot p R$		$\cdot p R^2$	$\cdot p R$

Bei den Bogen mit großen Mittelpunktswinkeln sind diese Ergebnisse nur richtig, wenn die Dachneigung nicht dem Bogen folgt, weil sonst auf den steilen, nahe den Kämpfern gelegenen Bogenteilen der Schnee nicht liegen bleibt. Für die meist üblichen Anordnungen aber sind die Tabellenwerte richtig. Man sieht, daß die größten Momente auf der nicht belasteten Seite stattfinden. Der Vergleich mit der Tabelle unter 1 lehrt ferner, daß mit Ausnahme des Wertes $\alpha = 90$ Grad für alle Bogen die einseitige Schneelast ungünstiger ist als die beiderseitige; nur für den Halbkreisbogen und die diesem nahe kommenden Bogen ist volle Schneelast die ungünstigere.

4) Belastung durch Winddruck. Da beide Kämpfer hier als fest gelten, so ist nur der Fall in das Auge zu fassen, welcher in der eingangs erwähnten Schrift zuerst behandelt ist, daß nämlich die Belastung durch Wind von der Seite des festen Auflagers stattfindet. Man erhält für die Windbelastung der einen Seite die lotrechten und wagrechten Seitenkräfte der Auflagerdrücke (Fig. 362):

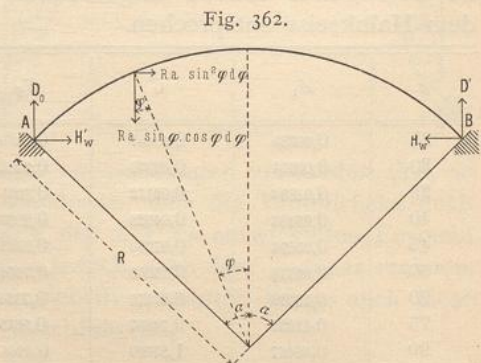


Fig. 362.

$$D_0 = \frac{Ra}{2} \left(\frac{2 \sin^3 \alpha - \sin \alpha + \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} \right),$$

$$D' = \frac{Ra}{4} \left(\frac{\sin \alpha - \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} \right),$$

$$H_w - H'_w = \frac{Ra}{2} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha),$$

$$H_w = \frac{BaR}{2C},$$

in welcher Gleichung C denselben Wert hat, wie auf S. 141, und

$$B = \frac{9}{4} \sin^2 \alpha - 2 + 2 \cos \alpha + \frac{\alpha^2}{4} + \alpha^2 \cos^2 \alpha - \frac{5}{2} \alpha \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

bedeutet. Abkürzungsweise werde $\frac{B}{2C} = \rho$ gesetzt; alsdann ist

$$H_w = \rho a R.$$

Man erhält für die verschiedenen Werte α die in nachstehender Tabelle zusammengestellten Werte.

α	B	C	$\rho = \frac{B}{2C}$
25°	0,00065	0,00407	0,0795
30°	0,00189	0,00996	0,0950
35°	0,00468	0,02112	0,1108
40°	0,01019	0,04028	0,1260
45°	0,02010	0,07080	0,1420
50°	0,03671	0,11658	0,1574
60°	0,10219	0,27176	0,1880
90°	0,86685	1,57080	0,2760

Aus dieser Tabelle können nun leicht die wagrechten Seitenkräfte H_w und H'_w , welche von den Bogen auf die Seitenmauern als Schub übertragen werden, entnommen und mit den lotrechten Seitenkräften D_0 und D' zusammengesetzt werden.

Die größten durch den Winddruck an den beiden Seiten erzeugten Momente finden bezw. in den zu den Mittelpunktswinkeln φ_{max} und ψ_{max} gehörigen Bogenpunkten statt; dieselben haben die in nachstehender Tabelle zusammengestellten Werte.

α	Windseite			Vom Winde abgewendete Seite		
	φ_{max}	M_{wmax}	P	ψ_{max}	M'_{wmax}	P
25	16°	0,0032	0,0753	11°26'	-0,0023	0,0811
30	18°40'	0,0055	0,0878	13°46'	-0,0039	0,0978
35	21°50'	0,0090	0,0997	16°6'	-0,0058	0,1150
40	24°50'	0,0135	0,1096	18°26'	-0,0093	0,1330
45	27°50'	0,0192	0,1190	20°42'	-0,0135	0,1520
50	31°	0,0264	0,1257	23°2'	-0,0186	0,1710
60	36°45'	0,0459	0,1320	27°44'	-0,0328	0,2120
90	53°7'	0,1620	0,0900	42°10'	-0,1224	0,3700
Grad		$\cdot R^2 a$	$\cdot R a$		$\cdot R^2 a$	$\cdot R a$

Die an den Maximalmomentstellen auftretenden Achsialkräfte P sind in die umstehende Tabelle gleichfalls aufgenommen.

Für andere Werte von α , als die in die Tabellen aufgenommenen, genügt es, zu interpolieren; doch macht auch eine genaue Berechnung nach den Formeln der erwähnten Arbeit keine Schwierigkeit.

112.
Beispiel.

Beispiel. Es soll ein Bogendach von 16 m Stützweite zwischen den Kämpfern konstruiert werden; die Bogenform soll ein Halbkreis vom Halbmesser $R=8$ m sein. Das Dach ist nach außen als Satteldach ausgebildet mit der Dachneigung $\frac{h}{L} = \frac{1}{4}$; das Dach ist mit Pappe gedeckt. Das Eigengewicht auf das Quadr.-Met. Grundfläche wird zu $g = 60$ kg angenommen; ferner ist $\alpha = 90$ Grad.

1) Eigengewicht für 1 lauf. Met. Dachlänge:

$$H_g = 0,4244 g R = 0,4244 \cdot 60 \cdot 8 = \sim 204 \text{ Kilogr.};$$

$$D_0 = D' = 8 \cdot 60 = 480 \text{ Kilogr.};$$

$$M'_{g \max} = -0,09006 g R^2 = -0,09006 \cdot 60 \cdot 64 = -345,83 \text{ Kilogr.-Met.} = -34\,583 \text{ Kilogr.-Centim.}$$

2) Belastung durch Schnee. Volle Schneelast erzeugt ein größeres Moment ($-0,09006 p R^2$), als einseitige Schneelast ($-0,078 p R^2$). Demnach soll erstere der Berechnung zu Grunde gelegt werden. Man erhält, wenn $p = 75$ kg ist,

$$H_p = 0,4244 p R = 0,4244 \cdot 75 \cdot 8 = \sim 255 \text{ Kilogr.};$$

$$D_0 = D' = 8 \cdot 75 = 600 \text{ Kilogr.};$$

$$M'_{p \max} = -0,09006 p R^2 = -0,09006 \cdot 75 \cdot 64 = -432,29 \text{ Kilogr.-Met.} = -43\,229 \text{ Kilogr.-Centim.}$$

3) Belastung durch Winddruck. Der Winddruck für das Quadr.-Met. winkelrecht getroffener Fläche sei $a = 120$ kg. Dann ist

$$H_w = \rho a R = 0,276 \cdot 120 \cdot 8 = \sim 265 \text{ Kilogr.};$$

$$H'_{w'} = -\frac{Ra}{2} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) + H_w = -\frac{8 \cdot 120}{2} 1,57 + 265 = -489 \text{ Kilogr.};$$

$$H'_{w''} = -489 \text{ Kilogr.};$$

$$D_0 = \frac{8 \cdot 120}{2} = 480 \text{ Kilogr.}, \text{ und } D' = \frac{8 \cdot 120}{4} = 240 \text{ Kilogr.}$$

Das größte Moment findet auf der Windseite statt; dasselbe ist positiv; da aber das durch Eigengewicht und Schneedruck erzeugte Maximalmoment nahe bei dieser Stelle negativ ist, so hebt es sich mit dem positiven Windmoment zum Teile auf. Gefährlicher ist demnach das negative Windmoment auf der vom Winde abgewendeten Seite, welches sich mit den negativen Momenten durch Eigengewicht und Schnee addiert. Dasselbe ist

$$M_{w \max} = -0,1224 R^2 a = -0,1224 \cdot 64 \cdot 120 = -940 \text{ Kilogr.-Met.} = -94\,000 \text{ Kilogr.-Centim.}$$

4) Querschnittsbestimmung. Nimmt man nun, etwas ungünstiger als in Wirklichkeit, an, daß alle Größtmomente an demselben Bogenpunkte stattfinden, und addiert sie einfach, so erhält man als ungünstigstenfalls auftretendes Größtmoment:

$$M_g + M_p + M_w = -(34\,583 + 43\,229 + 94\,000) = -171\,812 \text{ Kilogr.-Centim.},$$

also

$$M_{\max} = -171\,812 \text{ Kilogr.-Centim.}$$

Dieses Maximalmoment kommt auf die Dachlänge von 1 m. Bei einem Binderabstand e entfallen auf jeden Binder e Met. Dachlänge; das von einem Binder aufzunehmende Moment ist alsdann (e in Met. einzuführen)

$$M_{\max} = -171\,812 e \text{ Kilogr.-Centim.}$$

Ist der Binderabstand $e = 3$ m, so wird (absolut genommen)

$$M_{\max} = 515\,436 \text{ Kilogr.-Centim.},$$

und ohne Rücksicht auf die Achsialkraft muß

$$\frac{f}{a} = \frac{M_{\max}}{K}$$

sein. K kann hier wegen der nur ganz ausnahmsweise gleichzeitig auftretenden ungünstigsten Belastungen ziemlich hoch angenommen werden; wir setzen $K = 120$ Kilogr. für 1 qcm und nehmen den Querschnitt rechteckig mit der Breite b und der Höhe h an. Dann wird

$$\frac{b h^2}{6} = \frac{515\,436}{120} \text{ und } h^2 = \frac{515\,436}{120} \cdot \frac{6}{b} = \frac{25\,771}{b}.$$

Ist $b = 20$ cm, so wird

$$h^2 = \frac{25771}{20} = 1288 \text{ und } h = 35,9 \approx 36 \text{ Centim.}$$

Man kann also den Bogen aus 9 übereinander gelegten Lagen von je 4 cm starken und 20 cm breiten Brettern konstruieren.

5) Wirkung des Dachbinders auf die Seitenstützen. Die verschiedenen Belastungen rufen in den Kämpferpunkten Stützdrücke hervor, deren wagrechte, bezw. lotrechte Seitenkräfte auf Grund vorstehender Rechnungen in nachstehender Tabelle zusammengestellt sind, wenn e den Binderabstand (in Met.) bezeichnet.

Belastungsart	Linker Kämpfer		Rechter Kämpfer	
	D_0	H	D'	H
Eigengewicht	480 e	204 e	480 e	204 e
Volle Schneelast . . .	600 e	255 e	600 e	255 e
Winddruck links . . .	480 e	-489 e	240 e	265 e
Winddruck rechts . . .	240 e	265 e	480 e	-489 e

Kilogr.

Die wagrechte Seitenkraft des bei linksseitigem Winddruck im linken Kämpfer entstehenden Druckes ist nach außen gerichtet; dies bedeutet das Minuszeichen. Da nun, nach dem Gesetze von Wirkung und Gegenwirkung, der vom Binder auf die Stütze ausgeübte Druck stets demjenigen genau entgegengesetzt wirkt, welcher von der Stütze auf den Binder wirkt, so erstrebt der von links kommende Winddruck Umsturz der linksseitigen Mauer nach innen. Ungünstigste Stützenbeanspruchung findet demnach bei der angenommenen Belastung auf der rechten Seite statt, wo die wagrechten durch alle drei Belastungen erzeugten Seitenkräfte in gleichem Sinne wirken, d. h. auf die Binder nach innen, auf die Stützen nach außen. Die ungünstigsten Werte der Seitenkräfte sind:

$$\Sigma(D') = (480 + 600 + 240) e = 1320 e.$$

$$\Sigma(H_{rechts}) = (204 + 255 + 265) e = 724 e.$$

Daraus kann nun in einem jeden Falle leicht das Umsturzmoment bestimmt und die Stabilität des Mauerpfeilers ermittelt werden. Nur kurz erwähnt zu werden braucht, daß bei von rechts kommender Windbelastung der linke Kämpfer in derselben Weise wirkt, wie oben der rechte.

Bei voller Schneebelastung, ohne Winddruck, ergibt sich

$$\Sigma(H_{links}) = \Sigma(H_{rechts}) = 459 e \text{ und } \Sigma(D_0) = \Sigma(D') = 1080 e.$$

Die gefährlichen wagrechten Schubkräfte, soweit sie nicht von den Winddrücken herkommen, kann man von den Seitenstützen durch eiserne Durchzüge fernhalten, welche die beiden Kämpfer oder zwei über den Kämpfern symmetrisch zur lotrechten Mittelachse gelegene Bogenpunkte verbinden. Man verwandelt durch diese Eisenstäbe eigentlich das Sprengwerksdach in ein Balkendach; denn nunmehr heben sich die wagrechten Seitenkräfte der Kämpferdrücke gegenseitig auf, und es bleiben nur die lotrechten Auflagerdrücke. Dennoch muß der Sprengwerks-, bezw. Bogenbinder wie ein Sprengwerk, bezw. Bogen berechnet werden; denn für den Dachbinder selbst macht es keinen grundlegenden Unterschied, ob die schiefe Auflagerkraft R

113.
Sprengwerks-
bogen mit
Durchzügen.

Fig. 363.



als Mittelkraft der von der Stütze geleisteten Seitenkräfte H und D_0 auftritt oder als Mittelkraft des lotrechten Stützdruckes D_0' und der Stabspannung S (Fig. 363). Die Binder der Sprengwerksdächer mit Durchzug können also ebenfalls hier mit behandelt werden.

Auf die Stützpunkte der Binder werden nach vorstehendem nur lotrechte Kräfte und die durch den Winddruck erzeugten wagrechten Seitenkräfte übertragen. Dieselben werden berechnet, wie bei den Balkendächern¹⁶⁹⁾ angegeben

114.
Berechnung.

¹⁶⁹⁾ Siehe Teil I, Band 1, zweite Hälfte (Art. 416, S. 380; 2. Aufl.: Art. 205, S. 187; 3. Aufl.: Art. 206 bis 209, S. 208 ff.) dieses »Handbuches«.

ist. Eine Ungewissheit erhebt sich dadurch, daß nicht, wie dort angenommen ist, bei den Holzdächern ein Auflager als beweglich ausgeführt wird. Man kann für überschlägliche Rechnungen annehmen, daß jedes der beiden Auflager die Hälfte der wagrechten Seitenkraft des gesamten Winddruckes übernimmt.

Was den Bogen anbelangt, so berechne man, wie bei den Bogen ohne Durchzug gezeigt worden ist; die wagrechte Kraft H , welche am Kämpfer wirkend dort vom Seitenmauerwerk auf den Bogen übertragen wurde, wirkt hier als Seitenkraft der Spannung des Durchzuges. Dabei wird die elastische Formänderung des Durchzuges unberücksichtigt gelassen, was meistens zulässig ist. Aus der Größe des Wertes H , der demnach als bekannt angenommen werden kann, erhält man nun leicht die Spannung im Durchzuge.

Für irgend eine Belastungsart sei (Fig. 364) R die Mittelkraft, welche von der Stütze geleistet werden muß, d. h. Mittelkraft der oben mit D_0 , bzw. H bezeichneten Seitenkräfte; alsdann muß R durch den lotrechten Auflagerdruck, der hier mit D_0' bezeichnet werde, und durch die Spannung S_0 des nächsten Durchzugstabes geleistet werden. Da H und D_0 bekannt sind, so auch R , und man sieht leicht, daß stattfindet:

$$S_0 = \frac{H}{\cos \gamma_0} \text{ und } D_0' = D_0 - H \operatorname{tg} \gamma_0.$$

Für $\gamma_0 = 0$ wird $S_0 = H$ und $D_0' = D_0$.

Die Spannungen der einzelnen Stäbe des Durchzuges und der lotrechten Hängestäbe folgen leicht aus den Gleichgewichtsbedingungen an den Knotenpunkten des Durchzuges. Es ist

$$S_1 = \frac{H}{\cos \gamma_1}, \quad S_2 = \frac{H}{\cos \gamma_2}, \quad V_1 = H(\operatorname{tg} \gamma_0 - \operatorname{tg} \gamma_1), \quad V_2 = H(\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \gamma_2).$$

Die vieleckige Form des Durchzuges hat zur Folge, daß in den Anschlußpunkten der Hängestäbe an den Bogen auf diesen die Spannungen dieser Stäbe als Lasten übertragen werden; dadurch wird die Rechnung verwickelter. Die Kräfte V sind aber bei geringem Pfeil des Durchzuges so klein, daß man dieselben für die Berechnung des Bogens unbeachtet lassen kann.

Für genauere Berechnung muß man die Formänderung des Durchzuges berücksichtigen, zumal wenn derselbe stark nach oben gekrümmt ist.

Wenn der Durchzug wagrecht ist, so sind

$$S_0 = S_1 = S_2 \dots = H \text{ und } V_1 = V_2 = V_3 \dots = \text{Null.}$$

Man ordne aber auch bei wagrechtem Durchzug einige Hängestäbe an, da sonst der Durchzug infolge seines Gewichtes durchhängt.

Der Durchzug wird am zweckmäßigsten nach den beiden Kämpfern, den Fußpunkten des Bogens geführt (vergl. die schematische Darstellung in Fig. 365).

Fig. 364.

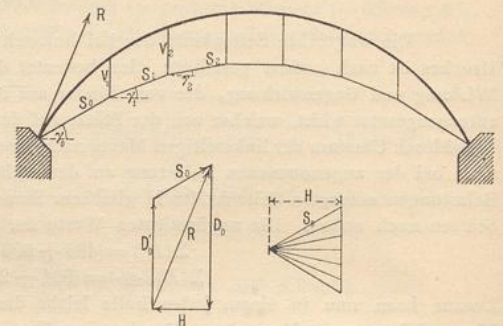
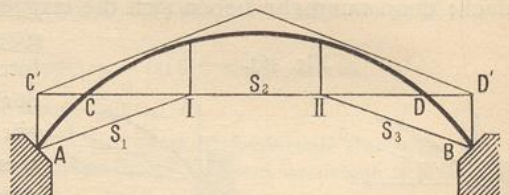


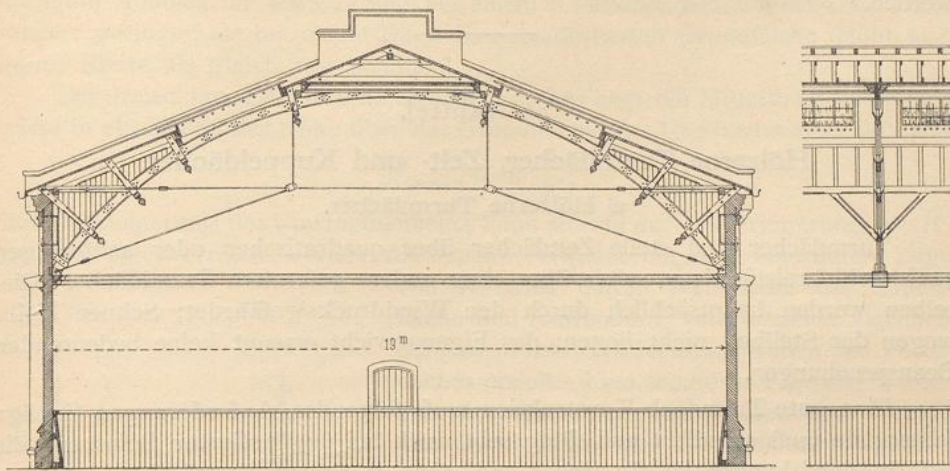
Fig. 365.



115.
Verschiedene
Konstruktionen.

In Fig. 366¹⁷⁰⁾ und 367¹⁷¹⁾ sind zwei Dachstühle dargestellt, in denen außer von den Kämpferpunkten aus auch noch von den höher gelegenen Bogenpunkten *C* und *D* Verbindungsstäbe auslaufen. Dadurch wird die Kraftwirkung unklar. Diese Stäbe *CI* und *IID* (Fig. 365) dienen wohl dazu, den Schub der auf die Bogen

Fig. 366.

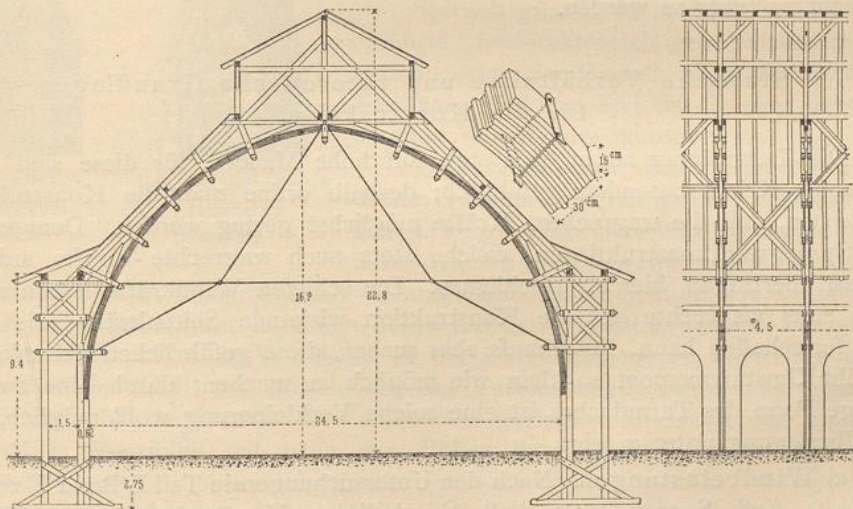


Vom Tattersall zu Mannheim¹⁷⁰⁾.

$\frac{1}{2000}$ w. Gr.

Arch.: *Manchot*.

Fig. 367.



Von der Festhalle für das Mittelrheinische Turnfest zu Darmstadt 1893¹⁷¹⁾.

$\frac{1}{1575}$ w. Gr.

gelegten besonderen Gurtungssparren aufzuheben; man lasse sie bei *C* und *D* um den Bogen herumgreifen und nach *C'*, bezw. *D'* laufen. Die Spannung in *AI*

¹⁷⁰⁾ Nach freundlichen Mitteilungen des Herrn Professor *Manchot* in Frankfurt a. M. — Vergl. auch: Centralbl. d. Bauverw. 1890, S. 117.

¹⁷¹⁾ Nach: Deutsche Bauz. 1893, S. 577.

ist nach vorstehendem leicht zu finden; aus derselben ergeben sich diejenigen in *I II*. Zu der Spannung in *I II*, welche hierdurch erzeugt wird, kommt noch diejenige hinzu, welche in *C' I* herrscht.

Die in Fig. 358, 359 u. 360 (S. 140) vorgeführten Bogendächer, bei denen der Bogen als ein Gitterwerk gebildet ist, können auch mit Durchzügen hergestellt werden.

28. Kapitel.

Hölzerne Turmdächer, Zelt- und Kuppeldächer.

a) Hölzerne Turmdächer.

116.
Einleitung.

Turmdächer sind steile Zeltdächer über quadratischer oder achteckiger, auch wohl kreisförmiger, selten über einer anders geformten Grundfläche. Dieselben werden hauptsächlich durch den Winddruck gefährdet; Schnee bleibt wegen der Steilheit nicht liegen; das Eigengewicht erzeugt keine bedeutenden Beanspruchungen.

Eine gute Turmdach-Konstruktion muß folgenden Anforderungen Genüge leisten: sie muß standfest und fähig sein, auch bei ungünstigster Belastung die auf sie einwirkenden Kräfte sicher und, ohne merkbare Formänderung zu erleiden, in das unterstützende Mauerwerk zu leiten; sie muß der Zerstörung durch Feuchtigkeit und Faulen möglichst wenig Angriffspunkte bieten; sie muß leichten und sicheren Aufbau gestatten, bequemes Ausbessern und Auswechseln etwa schadhaft gewordener Hölzer ermöglichen; sie darf nicht zu viel Holz erfordern, um nicht zu teuer zu werden.

1) Statische Verhältnisse und theoretische Grundlagen für die Konstruktion.

117.
Kräfte.

Die Turmdächer setzen sich stets auf hohe Mauern; für diese sind aber wagrechte Kräfte besonders gefährlich; deshalb ordne man die Konstruktion stets so an, daß die wagrechten Kräfte möglichst gering werden. Demgemäß sind Sprengwerkkonstruktionen, welche stets auch wagrechte Kräfte auf die Mauern übertragen, hier ausgeschlossen. Die schiefen Windkräfte haben allerdings stets wagrechte auf die Konstruktion wirkende Seitenkräfte, die man nicht fortschaffen kann. Man muß aber suchen, diese gefährlichen Seitenkräfte und ihr Umsturzmoment so klein wie möglich zu machen; durch eine zweckmäßige Form des Turmdaches ist eine solche Verkleinerung wohl möglich, wie die Überlegung unter α zeigt.

118.
Wind-
belastungen.

α) Windbelastungen. Nach den Untersuchungen in Teil I, Band I, zweite Hälfte (2. Aufl., S. 23 u. 24; 3. Aufl., S. 25) dieses »Handbuches« ist der Winddruck gegen ein achtseitiges Prisma kleiner als derjenige gegen ein vierseitiges Prisma; das Gleiche gilt für die Pyramide. Nennt man die Höhe des Turmdaches h , den Winddruck auf das Flächenmeter senkrecht getroffener Fläche p , die Seite des Quadrates, bzw. des Grundquadrats der Grundfläche B , nimmt man den Winddruck als wagrecht wirkend an und berechnet (mit geringem Fehler) so, als ob die Seitenflächen lotrecht ständen, so erhält man als die auf Umsturz des ganzen Turmdaches wirkende Kraft W :