



## **Dächer im allgemeinen, Dachformen**

**Schmitt, Eduard**

**Stuttgart, 1901**

a) Hölzerne Turmdächer.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78841](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78841)

ist nach vorstehendem leicht zu finden; aus derselben ergeben sich diejenigen in *I II*. Zu der Spannung in *I II*, welche hierdurch erzeugt wird, kommt noch diejenige hinzu, welche in *C' I* herrscht.

Die in Fig. 358, 359 u. 360 (S. 140) vorgeführten Bogendächer, bei denen der Bogen als ein Gitterwerk gebildet ist, können auch mit Durchzügen hergestellt werden.

## 28. Kapitel.

### Hölzerne Turmdächer, Zelt- und Kuppeldächer.

#### a) Hölzerne Turmdächer.

116.  
Einleitung.

Turmdächer sind steile Zeltdächer über quadratischer oder achteckiger, auch wohl kreisförmiger, selten über einer anders geformten Grundfläche. Dieselben werden hauptsächlich durch den Winddruck gefährdet; Schnee bleibt wegen der Steilheit nicht liegen; das Eigengewicht erzeugt keine bedeutenden Beanspruchungen.

Eine gute Turmdach-Konstruktion muß folgenden Anforderungen Genüge leisten: sie muß standfest und fähig sein, auch bei ungünstigster Belastung die auf sie einwirkenden Kräfte sicher und, ohne merkbare Formänderung zu erleiden, in das unterstützende Mauerwerk zu leiten; sie muß der Zerstörung durch Feuchtigkeit und Faulen möglichst wenig Angriffspunkte bieten; sie muß leichten und sicheren Aufbau gestatten, bequemes Ausbessern und Auswechseln etwa schadhaft gewordener Hölzer ermöglichen; sie darf nicht zu viel Holz erfordern, um nicht zu teuer zu werden.

#### 1) Statische Verhältnisse und theoretische Grundlagen für die Konstruktion.

117.  
Kräfte.

Die Turmdächer setzen sich stets auf hohe Mauern; für diese sind aber wagrechte Kräfte besonders gefährlich; deshalb ordne man die Konstruktion stets so an, daß die wagrechten Kräfte möglichst gering werden. Demgemäß sind Sprengwerkkonstruktionen, welche stets auch wagrechte Kräfte auf die Mauern übertragen, hier ausgeschlossen. Die schiefen Windkräfte haben allerdings stets wagrechte auf die Konstruktion wirkende Seitenkräfte, die man nicht fortschaffen kann. Man muß aber suchen, diese gefährlichen Seitenkräfte und ihr Umsturzmoment so klein wie möglich zu machen; durch eine zweckmäßige Form des Turmdaches ist eine solche Verkleinerung wohl möglich, wie die Überlegung unter  $\alpha$  zeigt.

118.  
Wind-  
belastungen.

$\alpha$ ) Windbelastungen. Nach den Untersuchungen in Teil I, Band I, zweite Hälfte (2. Aufl., S. 23 u. 24; 3. Aufl., S. 25) dieses »Handbuches« ist der Winddruck gegen ein achtseitiges Prisma kleiner als derjenige gegen ein vierseitiges Prisma; das Gleiche gilt für die Pyramide. Nennt man die Höhe des Turmdaches  $h$ , den Winddruck auf das Flächenmeter senkrecht getroffener Fläche  $p$ , die Seite des Quadrates, bzw. des Grundquadrats der Grundfläche  $B$ , nimmt man den Winddruck als wagrecht wirkend an und berechnet (mit geringem Fehler) so, als ob die Seitenflächen lotrecht ständen, so erhält man als die auf Umsturz des ganzen Turmdaches wirkende Kraft  $W$ :

bei quadratischer Grundfläche  $W = p \frac{Bh}{2} = 0,5 p Bh$ ;

bei regelmäßiger Achteck-Grundfläche (Fig. 370)  $W = 0,414 p Bh$ ;

bei kreisförmiger Grundfläche (Kegeldach)  $W = 0,39 p Bh$ ;

d. h. die auf Umsturz wirkende Kraft ist bei einem Turmdach über regelmäßigen Achteck um etwa 17 und bei einem Kreiskegeldach um etwa 22 Vohundert geringer als bei einem Dach über quadratischer Grundfläche (Höhe und untere Breite als gleich angenommen).

Bei dreieckiger Seitenfläche des Turmdaches liegt die Mittelkraft der Windkräfte in ein Drittel der Höhe über der Grundfläche; das Umsturzmoment ist dann

$$M_{\text{Umsturz}} = W \frac{h}{3}.$$

Eine Verkleinerung des Umsturzmoments kann sowohl durch Verringerung von  $W$ , wie auch von  $h$  erreicht werden; die letztere Verkleinerung, d. h. eine tiefere Lage von  $W$  wird durch Verbreitern der Grundfläche und Anwendung verschiedener Dachneigungen in den verschiedenen Teilen des Turmdaches erzielt. Eine solche in Fig. 368<sup>172)</sup> dargestellte Anordnung hat neben dem Vorteil der tiefen Lage von  $W$  noch den weiteren statischen Vorzug, daß die den unteren Teil belastenden Winddrücke größere Winkel mit der Wagrechten einschließen, als die auf den steileren Teil wirkenden; sie sind also kleiner und haben eine günstigere Richtung.

Statisch günstig ist auch die vielfach ausgeführte, architektonisch sehr wirksame Anordnung von vier Giebeln (Fig. 369<sup>173)</sup>); durch dieselben wird ein Teil des Daches der Einwirkung des Windes entzogen.

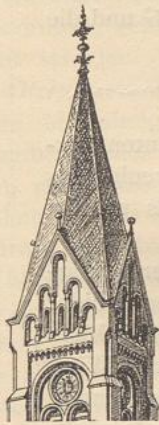
Endlich ist auch eine Form des Turmdaches zweckmäßig, bei welcher dasselbe eine über Ecke gestellte vierseitige Pyramide bildet, deren Kanten nach den Spitzen der vier Giebel

Fig. 368.



Von der Kirche zu Schwarzhof<sup>172)</sup>.

Fig. 369.



Von der reformierten Kirche zu Insterburg<sup>173)</sup>.

laufen; diese sog. Rhombenhaube (Rautenhaube) ist günstiger als die einfache Pyramide, deren Kanten nach den Ecken des Grundquadrats laufen. Die größte auf Umkanten wirkende Windkraft in der Diagonalebene ist allerdings genau so groß, wie die in der Mittelebene des Turmes ungünstigstenfalls wirkende; beide sind aber annähernd 30 Vohundert geringer, als wenn das Dach als vierseitige Pyramide mit nach den Ecken des Quadrats laufenden Kanten hergestellt wäre.

Den Winddruck auf das Flächenmeter lotrechter Turmquerschnittsfläche setze man  $p = 200 \text{ kg}$  für  $1 \text{ qm}$ ; an besonders dem Wind ausgesetzten Stellen rechne man mit  $p = 250 \text{ kg}$  für  $1 \text{ qm}$ . Besonders vorsichtig muß man bei Berechnung des Winddruckes auf die bekrönenden Teile (Kreuz, Windfahne, Knauf, Blitzableiter etc.) sein; die betreffenden Flächen sind verhältnismäßig klein und bei ihrer bedeutenden Höhenlage besonders großen Stofswinden ausgesetzt.

<sup>172)</sup> Faks.-Repr. nach: DOHME, R. Geschichte der deutschen Baukunst. Berlin 1890. S. 68.

<sup>173)</sup> Faks.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1890, S. 451.

Man rechne als getroffene Fläche bei runden Stangen das Doppelte der vom Winde getroffenen Abwickelungsfläche, bei der Bekrönung die geradlinig umschriebene Figur der getroffenen Fläche, also beim Kreuz das Viereck, welches durch die vier Kreuzenden bestimmt ist. Für diese Teile setze man  $p = 300 \text{ kg}$  für  $1 \text{ qm}$ .

119.  
Standsicherheit  
des  
Turmhelms.

β) Standsicherheit des Turmhelms. Für die Standsicherheit muß zunächst verlangt werden, daß nicht das Turmdach als Ganzes seitlich verschoben oder umgekatet werden könne. Der ersteren Bewegung wirkt der Reibungswiderstand an den Auflagern entgegen, der Drehung um eine Kante das Stabilitätsmoment. Nennt man die ganze ungünstigstenfalls auf das Turmdach wirkende Windkraft  $W$ , die Höhe des Angriffspunktes dieser Kraft über der Grundfläche  $\rho$ , den auf das Turmkreuz wirkenden Winddruck  $W_0$  und seine Höhe über der Turmspitze  $e_0$ , so ist das Umsturzmoment (Fig. 370)

$$M_{\text{Umsturz}} = W\rho + W_0(h + e_0);$$

$\rho$  ist meistens nahezu gleich  $\frac{h}{3}$ . Das Stabilitätsmoment ist, wenn man das Gewicht des Turmdaches mit  $G$  und die Breite der Grundfläche mit  $B$  bezeichnet,

$$M_{\text{Stab}} = \frac{GB}{2}.$$

Damit stets ausreichende Sicherheit gegen Umkanten vorhanden sei, mache man das Stabilitätsmoment wenigstens zweimal so groß, als das Umsturzmoment jemals werden kann.

Der ungünstigste Fall tritt unmittelbar vor der Fertigstellung des Turmes ein, wenn die Dachdeckung noch nicht aufgebracht, das Turmgewicht folglich verhältnismäßig klein ist. Falls auch die Verschalung noch fehlt, kann der Wind im Zimmerwerk, in den Balkenlagen und ihren Abdeckungen unter Umständen größere Angriffsflächen finden, als nachher; jedenfalls berechne man den Turm wenigstens so, daß er ohne Dachdeckung, aber mit Lattung oder Schalung ausreichende Sicherheit gegen Umsturz und Verschieben bietet.

Soll ein frei auf das Turmmauerwerk gesetztes Turmdach nicht seitlich verschoben werden, so muß die größte wagrechte Windkraft kleiner sein, als der Reibungswiderstand an den Auflagern. Der Reibungskoeffizient kann zu 0,5 bis 0,6 angenommen werden; demnach muß

$$W + W_0 < 0,5 G$$

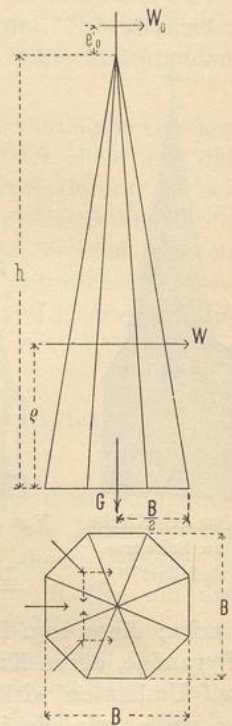
sein.

Wenn das Eigengewicht des Turmes die verlangte Standsicherheit nicht liefert, so bleibt nichts übrig, als das Turmdach mit dem Turmmauerwerk zu verankern.

120.  
Verankerung  
des  
Turmhelms.

Die Frage, ob eine Verankerung notwendig oder auch nur zulässig sei, wird verschieden beantwortet. Früher galt es als ausgemacht, daß man eine Verankerung des Turmhelms im Mauerwerk vermeiden müsse, weil durch eine solche das Mauerwerk gezwungen würde, an den Bewegungen des Turmdaches teilzunehmen, was dem Mauerwerk über kurz oder lang schädlich werden

Fig. 370.



müsse. Auch verwies man auf die aus alter Zeit stammenden, nicht verankerten Türme, welche sich gut gehalten haben. *Moller* schreibt bestimmt vor<sup>174)</sup>, daß das Zimmerwerk der Turmspitze unmittelbar auf den oberen Teil der Mauer gesetzt werden solle, so daß die Holzkonstruktion ganz für sich bestehe und das Mauerwerk keine weitere Verbindung mit ersterer habe, als daß es derselben zur Unterlage diene. Das Eigengewicht der Dachkonstruktion muß alsdann genügen, um das Kanten zu verhüten.

Andererseits muß aber doch verlangt werden, daß das Bauwerk unter allen Umständen standfest sei. Genügt hierzu das Eigengewicht nicht, so verankere man oder vermindere die Höhe so weit, bis das Gewicht für die Standfestigkeit ausreicht. Letzteres ist vielfach nicht möglich; folglich bleibt nur die Verankerung übrig. Es fragt sich nun, ob denn wirklich die gegen die Verankerung in das Feld geführten Bedenken so schwerwiegend sind. Die gefürchtete Bewegung der Füße des Turmhelms kann dann nicht eintreten, wenn man dieselben fest und genügend tief mit dem Mauerwerk verankert; es kann sich stets nur um Verringerung des Auflagerdruckes handeln, der auch negativ werden kann und dann durch das Gewicht des an die Anker gehängten Mauerwerkes aufgehoben wird. So lange Gleichgewicht vorhanden ist, werden keine oder höchstens durch die Elastizität bedingte, sehr geringfügige Bewegungen eintreten, welche dem Mauerwerk nicht schaden. Aber auch die Erfahrung spricht nicht gegen die Verankerung. *Otzen* verankert seine hölzernen Turmhelme ohne nachteilige Ergebnisse; nach Mitteilung von *Mohrmann*<sup>175)</sup> hat auch der Altmeister der Gotik, *Haase*, unbedenklich zur Verankerung hölzerner Turmdächer gegriffen. Endlich ist auch nicht einzusehen, warum es zulässig sein soll, eiserne Türme zu verankern, ohne für das Mauerwerk schlimme Folgen zu befürchten, während dies für Holztürme unzulässig sei. Auch kann man auf die hohen eisernen Viadukt Pfeiler hinweisen, welche stets verankert werden, ohne daß man Befürchtungen für das Mauerwerk des Unterbaues hegt. Wenn aber auf die alten Türme hingewiesen wird, welche unverankert Stand gehalten haben, so ist zu bemerken, daß diese ein nicht unbedeutend größeres Eigengewicht hatten; sie enthielten teilweise mehr Holz und vor allem schwereres Holz, da sie meist aus Eichenholz hergestellt wurden, während heute das leichtere Tannenholz die Regel bildet.

Nach dem Vorstehenden kann der Verfasser sich nur für die Verankerung der hölzernen Turmhelme aussprechen; dieselbe muß im Stande sein, auch bei ungünstigsten Kräftewirkungen die Standsicherheit zu erhalten.

Bereits oben ist bemerkt, daß man den Winddruck zu 200 kg (bezw. 250 kg) für 1 qm senkrecht getroffenen Fläche setzen soll, daß ferner der Zustand des noch nicht gedeckten, aber bereits verschalten oder verlatteten Turmes der Rechnung zu Grunde zu legen ist. Man bestimme nun die Verankerung so, daß das Stabilitätsmoment, einschließlic des Moments des an den Ankern hängenden Mauergewichtes, wenigstens doppelt so groß ist als das Umsturzmoment<sup>176)</sup>.

<sup>174)</sup> In: MOLLER, G. Beiträge zu der Lehre von den Constructionen: Ueber die Construction hölzerner Turmspitzen. Darmstadt und Leipzig 1832-44.

<sup>175)</sup> In: Deutsche Bauz. 1895, S. 394.

<sup>176)</sup> Siehe auch: LODEMANN. Verankerung der Turmhelme mit dem Mauerwerk. Centralbl. d. Bauverw. 1895, S. 487.  
SEIBERTS. Der Absturz des Turmhelms an der St. Matthiaskirche zu Berlin. Deutsche Bauz. 1895, S. 382.

RINCKLAKE, MOHRMANN. Ueber dasselbe. Deutsche Bauz. 1895, S. 393.

MARSCHALL, CORNEHL. Ueber dasselbe. Deutsche Bauz. 1895, S. 477.

SEIBERTS. Desgl. Deutsche Bauz. 1895, S. 415.

Von großer Bedeutung für die Standsicherheit ist das Verhältnis der Pyramidenhöhe  $h$  zur Breite  $B$  der Grundfläche (die Bezeichnungen entsprechen denjenigen in Fig. 370, S. 150). Dasselbe ist in erster Linie von architektonischen Erwägungen abhängig; doch dürfte es sich empfehlen, auch die statischen Verhältnisse in Betracht zu ziehen und allzugroße Höhen zu vermeiden. Die Ausführungen zeigen die Verhältnisse  $\frac{h}{B} = 3$  bis  $4\frac{1}{2}$ , ausnahmsweise auch wohl bis  $\frac{h}{B} = 5$ .

121.  
Turm-  
fachwerk.

γ) Turmfachwerk; allgemeines. Es genügt nicht, daß die Turmpyramide, als Ganzes betrachtet, stabil sei; auch die einzelnen Teile derselben müssen ein unverrückbares Fachwerk bilden, welches die an beliebigen Stellen aufgenommenen belastenden Kräfte sicher und, ohne merkliche Formänderungen zu erleiden, in den Unterbau befördert; sie muß ein geometrisch bestimmtes, wo möglich auch ein statisch bestimmtes Fachwerk sein. Um Klarheit über den Aufbau zu bekommen, sind einige allgemeine Untersuchungen über das räumliche Fachwerk hier vorzunehmen, welche sowohl für die Holztürme, wie für die Eisentürme Geltung haben.

Die Voraussetzungen, welche hier gemacht werden, sind allerdings bei den Holztürmen nicht ganz erfüllt; insbesondere ist die Annahme der gelenkigen Knotenverbindung der Fachwerkstäbe nicht genau. Dennoch sind die nachfolgenden Untersuchungen auch für die Holztürme nicht wertlos. Wenn sich ergibt, daß (für unsere Voraussetzungen) das Turmfachwerk bei der einen Anordnung der Stäbe labil, bei einer etwas geänderten Stabanordnung aber stabil sein würde, so wird man zweckmäßig die zweite Anordnung vorziehen. Denn es ist stets mißlich, sich auf die unbekanntnen Hilfskräfte zu verlassen, welche auftreten, weil die Voraussetzungen nicht genau erfüllt sind, zumal wenn, wie hier, die rechnerische Ermittlung dieser Hilfskräfte eine äußerst umständliche und schwierige Arbeit ist. Da nun die folgenden Untersuchungen wegen der eisernen Türme u. s. w. ohnehin vorgenommen werden müssen und auf die üblichen Turmfachwerke klares Licht werfen, so dürfte für dieselben hier die geeignete Stelle sein.

Die Turmhelme sind Raumbachwerke. Die einfachste Stützung eines Raumbachwerkes ist diejenige vermittelt dreier Fußpunkte. Die Zahl der in den Auflagerdrücken enthaltenen Unbekannten darf nicht größer als 6 sein, wenn die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper zu ihrer Ermittlung ausreichen sollen. Man muß nun, um sowohl eine wagrechte Verschiebung der ganzen Konstruktion, als auch eine Drehung derselben um eine lotrechte Achse zu verhüten, ein Auflager fest, ein zweites in einer geraden Linie verschiebbar machen, während das dritte in der Stützungsebene frei beweglich sein kann. Der Auflagerdruck des festen Auflagers kann eine ganz beliebige Richtung annehmen, enthält also drei Unbekannte, als welche man zweckmäßig die drei Seitenkräfte einführt, welche sich bei rechtwinkliger Zerlegung des Auflagerdruckes nach drei Achsen ergeben. Der Auflagerdruck des in einer Geraden verschiebbaren Lagers muß senkrecht zu der Geraden — der sog. Auflagerbahn — gerichtet sein, weil die in die Richtung dieser Linie fallende Seitenkraft, der Beweglichkeit wegen, stets Null ist; dieser Auflagerdruck enthält also nur zwei Unbekannte, nämlich die beiden Seitenkräfte in der zur Auflagerbahn senkrecht gerichteten Ebene. Im Auflagerdruck des dritten, in einer Ebene beweglichen Auflagers ist nur eine Unbekannte, die Größe der Kraft, enthalten; denn die Richtung ist diesem

Auflagerdruck vorgeschrieben: er muß wegen der Beweglichkeit des Auflagers senkrecht zur Auflagerebene stehen.

Allgemein bedeutet nach vorstehendem beim Raumbachwerk jedes feste Auflager drei Unbekannte (entspricht drei Auflagerbedingungen), jedes in einer Linie bewegliche Auflager zwei Unbekannte (entspricht zwei Auflagerbedingungen) und jedes in einer Ebene bewegliche Auflager eine Unbekannte (entspricht einer Auflagerbedingung). Wir werden weiterhin die drei Arten der Auflager kurz als Punktlager, Linienlager, Ebenenlager bezeichnen.

Im oben angenommenen Falle dreier Auflager, von denen je eines ein Punkt-, ein Linien- und ein Ebenenlager ist, enthalten also die Auflagerkräfte  $3+2+1=6$  Unbekannte, für deren Ermittlung die Gleichgewichtslehre bekanntlich 6 Gleichungen bietet. Die Auflagerkräfte werden sich demnach nach den Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper bestimmen.

Allein auch die Spannungen der einzelnen Stäbe des Raumbachwerkes müssen für beliebige mögliche Belastungen ermittelt werden können. Am einfachsten kann dies geschehen, wenn das Fachwerk statisch bestimmt ist, d. h. wenn alle Stabspannungen aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden können. Damit dies möglich sei, muß die Zahl der Stäbe zu derjenigen der Knotenpunkte in einem bestimmten Verhältnisse stehen.

Wir bezeichnen mit  $k$  die Anzahl der Knotenpunkte,  $s$  die Anzahl der Stäbe,  $p$  die Anzahl der festen Auflager (Punktlager),  $l$  die Anzahl der in Linien geführten Lager (Linienlager) und mit  $e$  die Anzahl der in Ebenen geführten Lager (Ebenenlager); alsdann ist die Zahl aller Unbekannten

$$s + 3p + 2l + e.$$

An jedem Knotenpunkte ergeben sich aus den drei Gleichgewichtsbedingungen drei Gleichungen; also bei  $k$  Knotenpunkten erhält man  $3k$  Gleichungen. Die Zahl der Unbekannten muß für statische Bestimmtheit gleich der Zahl der Gleichungen sein; mithin ist die Bedingung für statische Bestimmtheit:

$$s + 3p + 2l + e = 3k,$$

und wenn man abkürzungsweise die Zahl der Auflagerunbekannten

$$3p + 2l + e = n \quad \dots \dots \dots 7.$$

setzt, so wird  $s + n = 3k$  und

$$s = 3k - n \quad \dots \dots \dots 8.$$

Bei der obigen Annahme dreier Auflager, eines Punkt-, eines Linien- und eines Ebenenlagers, war  $p=1$ ,  $l=1$  und  $e=1$ , also  $n=3+2+1=6$ ; mithin muß für diesen Fall sein

$$s = 3k - 6 \quad \dots \dots \dots 9.$$

Das einfachste räumliche Fachwerk ist das Tetraëder, welches 4 Knotenpunkte und 6 Stäbe hat; bei demselben ist thatsächlich  $s = 3k - 6 = 3 \cdot 4 - 6 = 6$ ; dasselbe ist also ein statisch bestimmtes Fachwerk. Ein Punkt im Raume wird aber geometrisch bestimmt, wenn er durch Linien (Stäbe) mit 3 festen Punkten verbunden wird, welche mit ihm nicht in derselben Ebene liegen; alsdann findet auch eine zweifellose Zerlegung jeder auf diesen Punkt wirkenden Kraft auf Grund der Gleichgewichtsbedingungen statt. Man kann also durch allmähliches Anfügen von je einem Knotenpunkte und 3 Stäben an den Grundkörper des Tetraëders ein geometrisch und statisch bestimmtes Raumbachwerk erhalten. Dies folgt auch aus der allgemeinen Gleichung 9. Nennt man die Zahl der zu einem statisch bestimmten Fachwerk hinzukommenden Knotenpunkte allgemein  $x$ ,

diejenige der hinzukommenden Stäbe  $\sigma$ , so ist das entstehende Fachwerk statisch bestimmt, wenn stattfindet:

$$s + \sigma = 3(k + \kappa) - 6.$$

Es war aber auch  $s = 3k - 6$ , woraus folgt, dafs für den Fall statischer Bestimmtheit

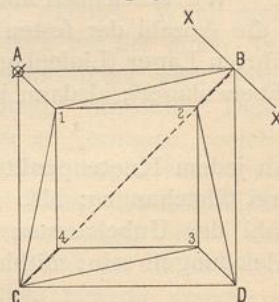
$$\sigma = 3\kappa$$

sein mufs.

Soll also das Fachwerk auch nach dem Hinzufügen der neuen Knotenpunkte statisch bestimmt bleiben, so mufs stets die Zahl der hinzukommenden Stäbe 3 mal so groß sein als die Zahl der hinzukommenden Knotenpunkte. Für  $\kappa = 1$  mufs  $\sigma = 3$  sein.

Die Anordnung eines Turmes mit nur drei Fußpunkten ist nicht üblich; es sind aber auch Stützungen auf mehr als drei Füßen als statisch bestimmte, räumliche Fachwerke möglich. Dies könnte auffallen, wenn man bedenkt, dafs nur dann die Auflagerdrücke eines Körpers mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können, wenn die Zahl der Fußpunkte nicht größer als 3 ist. Bei einem Fachwerk aber kann man die Auflagerdrücke dennoch bestimmen, auch wenn die Zahl der in diesen enthaltenen Unbekannten größer als 6 ist; nur mufs man dafür Sorge tragen, dafs das Fachwerk eine gleiche Zahl Stäbe, also Unbekannte, weniger enthält, wie die Zahl der Unbekannten in den Auflagerdrücken größer ist als 6 (bzw.  $n$ ). Selbstverständlich darf man nicht beliebige Stäbe entfernen und mufs in jedem Falle genau untersuchen, ob das entstehende Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist oder nicht. Ähnliche Anordnungen sind beim ebenen Fachwerk vorhanden, so bei den Bogenträgern mit 3 Gelenken, den Auslegerträgern etc. Man mufs also auch hier, wegen der hinzukommenden Auflagerunbekannten, neue Bedingungen durch die Konstruktion schaffen. Nachstehend sollen die beiden wichtigsten Fälle des vierseitigen und des achtseitigen Turmfachwerkes in dieser Hinsicht besprochen werden.

Fig. 371.



122.  
Vierseitige  
Turm-  
pyramide.

δ) Vierseitige Turmpyramide. Die vier Fußpunkte derselben seien  $A, B, C, D$  (Fig. 371); einer derselben, etwa  $A$ , sei fest, ein zweiter,  $B$ , sei in einer Linie, etwa  $XX$ , die beiden anderen in der Ebene  $ABCD$  beweglich. Die Auflagerdrücke enthalten also  $n = 3 + 2 + 1 + 1 = 7$  Unbekannte. Geht man vom Dreieck  $ABC$  aus, wobei  $A$  mit 3,  $B$  mit 2 und  $C$  zunächst mit einer Auflagerbedingung eingeführt werden, so sind alle drei Punkte in der Ebene genau durch die Auflagerbedingungen und die Längen der Dreieckseiten bestimmt, wenn nicht etwa die Auflagerbahn  $XX$  des Punktes  $B$  senkrecht zur Linie  $AB$  gerichtet ist. Der Punkt 1 in einer über  $ABC$  liegenden Ebene wird nunmehr durch die drei Stäbe  $A1, B1$  und  $C1$  geometrisch bestimmt. Das erhaltene Tetraëder ist geometrisch und statisch bestimmt. Verbindet man nunmehr den vierten Fußpunkt  $D$  mit 2 Punkten, etwa mit  $B$  und  $C$ , in derselben Ebene, so wird auch  $D$  geometrisch festgelegt, da dieser Punkt in der Ebene  $ABC$  bleiben mufs; der dritte Stab, welcher eigentlich erforderlich wäre, um  $C$  festzulegen, wird durch die Auflagerbedingung bei  $D$  ersetzt. Daraus folgt, dafs, wie die Spannung dieses (nicht angeordneten) Stabes stets bekannt wäre, wenn  $D$  kein Auflagerpunkt wäre, so auch der Auflagerdruck bei  $D$  stets nach statischen



Gesetzen ermittelt werden kann.  $D$  ist als in der Ebene  $ABCD$  beweglich zu konstruieren. (Man kann auch, wie dies mehrfach geschehen ist, für die Untersuchung den Auflagerdruck durch einen gedachten Stab ersetzen.) Für das Fachwerk mit 4 Stützpunkten nach Fig. 371 ist also die Zahl der Auflagerunbekannten  $n = 7$ , die Zahl der Stäbe  $s$  und die Zahl der Knotenpunkte  $k$ ; also muß für den Fall statischer Bestimmtheit

$$s + 7 = 3k \text{ oder } s = 3k - 7$$

sein. Man kann nun Knotenpunkt 2 mit 1,  $B, D$ , Punkt 3 mit 2,  $D, C$  und Punkt 4 mit 3,  $C, 1$  verbinden und erhält so das in Fig. 371 gezeichnete Fachwerk, welches geometrisch und auch statisch bestimmt ist.

Bislang war angenommen, daß ein Stab  $BC$  vorhanden sei; dieser Stab ist unbequem und für die Benutzung störend. Es fragt sich, ob, bzw. unter welchen Bedingungen dieser Stab fortgelassen werden kann. Stab  $BC$  war angeordnet, um Punkt  $C$  in der Auflagerebene geometrisch festzulegen. Man kann dies auch dadurch erreichen, daß man für  $C$ , wie für  $B$ , eine Auflagerbahn, etwa  $YY$  (Fig. 372), vorschreibt; dieselbe kann beliebige Richtung haben;

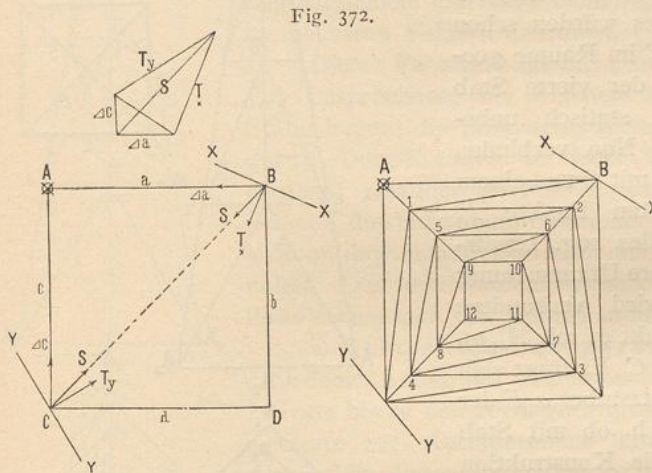


Fig. 372.

nur darf sie nicht senkrecht zu  $AC$  stehen, da sonst eine sehr kleine Bewegung des Punktes  $C$ , nämlich eine Drehung um  $A$ , möglich wäre. Wenn nun Punkt  $C$  ohne Stab  $BC$  festgelegt ist, so kann dieser fortfallen; das Fachwerk wird also durch Fortlassen des Stabes  $BC$  nicht labil.

Man kann sich dies auch dadurch klar machen, daß man zunächst den Stab  $BC$  als vorhanden annimmt und untersucht, ob die Spannung desselben durch das wirklich vorhandene Fachwerk, d. h. nach Fortnahme von  $BC$ , geleistet werden kann. Ist die Spannung des Stabes  $BC$  gleich  $S_C$ , so zerlegt sich  $S_C$  in zwei Seitenkräfte, deren eine senkrecht zur Auflagerbahn  $YY$ , deren andere in die Linie  $AC$  fällt. In die Linie  $CD$  kann kein Teil der Kraft fallen, weil er in  $D$  (dort ist ein bewegliches Flächenlager) nicht aufgenommen werden kann. Ebenso wird die in  $B$  angreifende Kraft  $S_B = S_C$  durch den Gegendruck der Auflagerbahn  $XX$  und die hinzukommende Spannung in  $BA$  geleistet. Die beiden Kräfte  $\Delta a$  in  $AB$  und  $\Delta c$  in  $CA$  werden dann im festen Punkte  $A$  in das Mauerwerk geleitet. Der Turm mit vier Fußpunkten kann also als statisch bestimmtes Fachwerk hergestellt werden, wenn ein Auflager fest, ein zweites Auflager in der Auflagerebene, die beiden weiteren Auflager in geraden Linien beweglich gemacht sind und an diese vier Auflagerpunkte weitere Punkte nach der allgemeinen Regel (je 1 Knotenpunkt und 3 Stäbe) angeschlossen werden. Grundbedingung für die Stabzahl ist hier, weil  $n = 3 + 2 + 2 + 1 = 8$  ist,

$$s = 3k - 8.$$

123.  
Vierseitige  
Turmpyramide  
mit  
Kaiserstiel.

Eine solche Anordnung zeigt Fig. 372, bei welcher die Spitze des Turmhelms nicht gezeichnet ist. Durch diese wird, weil hier ein Knotenpunkt mit 4 Stäben hinzukommt, das Fachwerk statisch unbestimmt; es bleibt aber geometrisch bestimmt.

Es liegt nahe, die vierseitige Turmpyramide dadurch zu versteifen, daß man in die beiden lotrechten Diagonalebene Dreieckverband legt. Diese Anordnung ist von den Alten vielfach ausgeführt und hat sich bewährt; außer dieser Versteifung ist aber noch eine solche in den Seitenebenen anzubringen, worauf bereits *Moller*<sup>177)</sup> aufmerksam gemacht hat. Fig. 373 zeigt den Grundriss und den Diagonalschnitt eines solchen Turmdaches; die Helmstange reicht bis zum Punkt *C* hinab; die Diagonalebene sollen durch die Schrägstäbe  $A_1C$ ,  $A_2C$ ,  $A_3C$ ,  $A_4C$ ,  $a_1D$ ,  $a_2D$ ,  $a_3D$ ,  $a_4D$ , u. s. w. versteift werden.

Um die Stabilität des Fachwerkes zu untersuchen, bauen wir von den vier festen Auflagern  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  aus auf. Zunächst wird *C* mit allen vier Auflagern durch Stäbe verbunden; es würden schon drei Stäbe genügen, um *C* im Raume geometrisch fest zu legen; der vierte Stab macht die Konstruktion statisch unbestimmt, aber nicht labil. Nun verbinden wir  $a_1$  durch Stäbe mit  $A_1$ , mit *C* und einem außerhalb gelegenen festen Punkte *F*; wegen des Stabes  $a_1F$ , des sog. Ersatzstabes *k*, ist noch eine weitere Untersuchung vorzunehmen. Ferner wird verbunden: Punkt  $a_2$  mit  $A_2$ ,  $a_1$ , *C*, Punkt  $a_3$  mit  $A_3$ ,  $a_2$ , *C* und Punkt  $a_4$  mit  $A_4$ ,  $a_3$ , *C*. Es fragt sich nun, ob an Stelle des Ersatzstabes  $a_1F$  der Stab  $a_1a_4$  treten kann, d. h. ob mit Stab  $a_1a_4$ , aber ohne Stab *k* die Konstruktion stabil ist. Zieht man den Stab  $a_1a_4$  ein, so möge bei beliebiger äußerer Belastung in demselben die Spannung *X* entstehen, welche bei  $a_4$  und bei  $a_1$  je in der Stabrichtung wirkt. Wäre Stab  $a_1a_4$  nicht vorhanden, so möge die bei irgend einer Belastung im Ersatzstab auftretende Spannung die Größe  $\mathfrak{S}_{0k}$  haben; die außerdem vorhandenen Kräfte *X* im Stabe  $a_1a_4$  erzeugen im Ersatzstab die Spannung  $X S_k'$ ; demnach ist im ganzen im Stabe *k* die Spannung

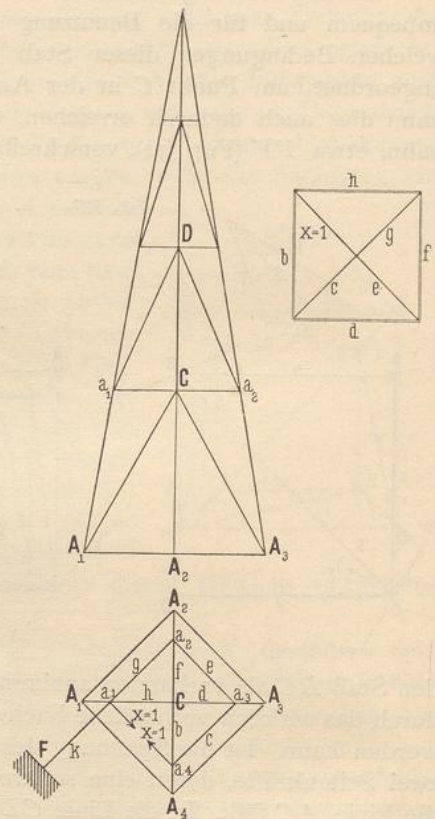
$$S_k = \mathfrak{S}_{0k} + X S_k'.$$

Soll die Konstruktion ohne Ersatzstab *k* stabil sein, so muß für beliebige Belastung  $S_k$  gleich Null sein, *X* aber einen reellen Wert haben; d. h. es muß

$$0 = \mathfrak{S}_{0k} + X S_k' \text{ und } X = -\frac{\mathfrak{S}_{0k}}{S_k'}$$

sein. Ergiebt sich  $S_k' = 0$ , so ist nur bei  $X = \infty$  das Gleichgewicht möglich,

Fig. 373.

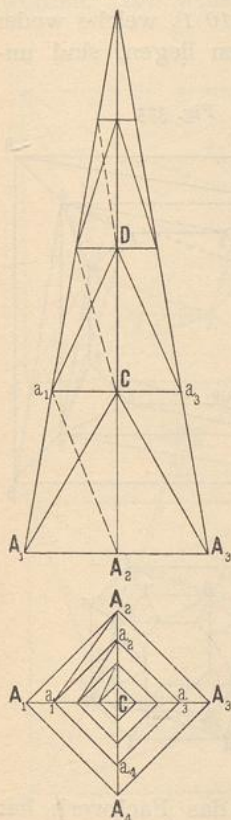


<sup>177)</sup> A. a. O., Heft 4.

d. h. das Gleichgewicht ist dann überhaupt nicht möglich.  $S_k'$  ist die Spannung, welche in Stab  $k$  durch  $X=1$  erzeugt wird. Man sieht leicht aus der graphischen Zerlegung in Fig. 373, daß  $S_k'=0$ , das Fachwerk also nicht brauchbar ist. Ist aber dieser Unterbau nicht stabil, so gilt das Gleiche vom weiteren Aufbau, zumal sich die Anordnung in den oberen Geschossen wiederholt<sup>178)</sup>.

Zweifellos brauchbar wird aber die Konstruktion, wenn man in eines der trapezförmigen Seitenfelder eine Diagonale einzieht, z. B. die Diagonale  $a_1 A_2$  (Fig. 373). Dann ergibt sich der Aufbau wie folgt. Zunächst wird  $C$  wie oben im Raume festgelegt; nun wird verbunden: Punkt  $a_1$  mit  $A_1, A_2, C$ , Punkt  $a_2$  mit  $A_2, a_1, C$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3, a_2, C$  und Punkt  $a_4$  mit  $A_4, a_3, a_1$ . Stab  $a_4 C$  wird gewöhnlich zugefügt; er ist überzählig, macht aber die Konstruktion nicht labil. In gleicher Weise kann man weiter gehen. Die Helmstange dient nur dazu, die Bildung der Knotenpunkte  $C, D$  u. s. w. zu erleichtern. In der Ansicht (Fig. 374) sind die in den Seitenfeldern liegenden Diagonalen punktiert. — Gewöhnlich wird man statt einer Diagonale Andreaskreuze oder gekreuzte Zugdiagonalen, und zwar nicht nur in einem Felde, sondern in mehreren Feldern anordnen.

Fig. 374.



Dieses Fachwerk ist nicht so klar, wie das zuerst (Fig. 372) besprochene, bei welchem nur in den Seitenebenen Stäbe liegen; die praktische Konstruktion ist aber sehr bequem: Doppelzangen in jeder Balkenlage verbinden die diagonal einander gegenüber stehenden Gratsparren und nehmen die Helmstange zwischen sich; gegen diese setzen sich in den einander kreuzenden Mittelebenen die Diagonalen. Die herumlaufenden Balken dienen als Pfetten; in diese setzen sich die Andreaskreuze.

e) Achtseitige Turmpyramide. Bei dieser sind verschiedene Arten des Aufbaues möglich. Man kann die 8 Grate bis zu den Auflagern hinabführen; man kann ferner 4 Grate zur Auflagerebene hinabgehen lassen und die 4 zwischen diesen liegenden Grate auf Giebelspitzen setzen lassen (Fig. 378); endlich kann man von den 8 Graten im untersten Stockwerk je 2 zu einer Ecke des Grundquadrats zusammenführen. Bei den letzten beiden Anordnungen sind nur 4 Auflager vorhanden; die Überführung vom Viereck in das Achteck ist besonders zu untersuchen.

a) Achtseitige Turmpyramide mit vier Lagerpunkten. Fig. 375 zeigt diese Lösung, wobei der größeren Allgemeinheit halber unter die achtseitige Pyramide noch eine vierseitige, ein Stockwerk hohe, abgestumpfte Pyramide ( $ABCD1234$ ) gesetzt ist. Dieselbe kann man auch fortlassen; alsdann sind  $1, 2, 3, 4$  die Auflager. Da dieses untere Stockwerk nach vorstehendem geometrisch und statisch bestimmt ist, so bleibt das Ganze ebenso, falls der hinzukommende, oberhalb  $1234$  befindliche Teil geometrisch und statisch bestimmt ist. Die zu führende Untersuchung gilt also auch für den in  $1234$  aufgelagerten

<sup>178)</sup> Das vorstehend angewendete Verfahren, welches stets zum Ziele führt und in der Folge noch mehrfach benutzt werden wird, ist angegeben in: MÜLLER-Breslau. Die neueren Methoden der Festigkeitslehre. 2. Aufl. Leipzig 1893. S. 4 u. 5.

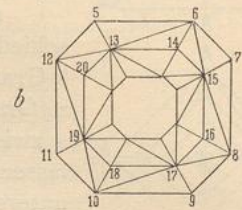
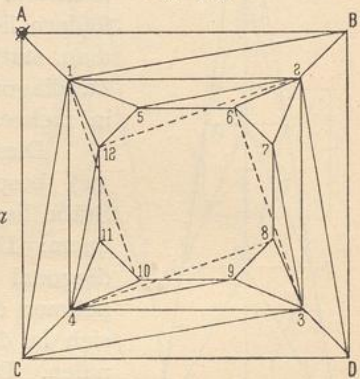
124.  
Achtseitige  
Turm-  
pyramide  
mit 4 Lager-  
punkten.

Turm. Das achtseitige Turmdach soll nunmehr aus dem Unterbau dadurch entwickelt werden, daß jeder neue Knotenpunkt durch drei Stäbe an drei bereits vorhandene Knotenpunkte angeschlossen wird, welche mit ihm nicht in derselben Ebene liegen dürfen. Punkt 12 ist mit 1, 4, 2 verbunden. Die Stäbe 12 1 und 12 4 liegen in begrenzenden Ebenen, 12 2 aber nicht. Ferner sind angegliedert: Punkt 5 an 12, 1, 2, Punkt 6 an 2, 5, 3 und so weiter. Die weiteren Stockwerke ergeben sich einfach; sie sind der größeren Deutlichkeit halber in einer besonderen Abbildung (Fig. 375 *b*) gezeichnet. Bei diesen liegen alle Stäbe in den begrenzenden Ebenen; das Innere bleibt frei. In Fig. 375 *a* sind 16 Knotenpunkte und 40 Stäbe, also thatsächlich

$$s = 3k - 8.$$

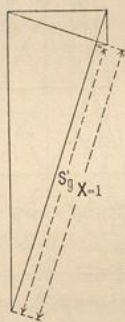
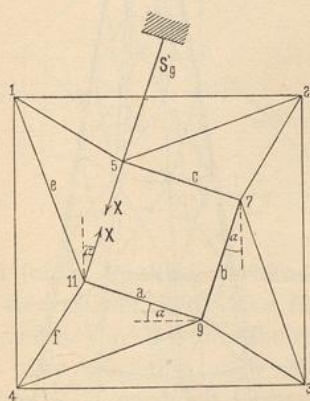
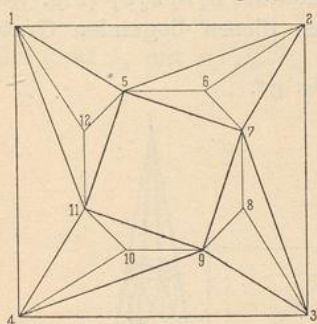
Die vier in Fig. 375 *a* punktierten Stäbe (12 2, 6 3, 8 4, 10 1), welche weder in Seitenflächen der Pyramiden noch in wagrechten Ebenen liegen, sind un-  
bequem; man kann sie vermeiden. Man lege das tiefstliegende Achteck (5 6 7 8 9 10 11 12) gegen den unteren vierseitigen Teil geometrisch fest, indem man die Punkte 1, 2, 3, 4 als feste Punkte betrachtet (was sie ja sind) und die 8 hinzukommenden Knotenpunkte durch  $3 \cdot 8 = 24$  Stäbe anschließt. Dabei sind verschiedene Stabanordnungen möglich; eine solche ist in Fig. 376 angegeben. Man verbinde zunächst Punkt 5 durch Stab 5 1 und 5 2 mit bezw. 1 und 2; alsdann fehlt zunächst für die Bestimmung von 5 noch ein Stab, was vorläufig bemerkt werde. Nunmehr betrachte man, vorbehaltlich späteren Nachtrages, Punkt 5 als fest, verbinde Punkt 7 mit 5, 2, 3, Punkt 9 mit 7, 3, 4 und Punkt 11 mit 9, 4, 1. Punkt 6 kann man nun mit 5, 7, 2, Punkt 8 mit 7, 3, 9, Punkt 10 mit 11, 9, 4 und Punkt 12 mit 5, 11, 1 verbinden. Die Verbindungsstäbe der 4 letztgenannten Punkte können für die vorläufige Betrachtung fortgelassen werden, da das ganze Fachwerk stabil ist, wenn es ohne diese 12 Stäbe stabil ist. Nunmehr fehlt noch ein Stab, da Punkt 5 nur mit 2 festen Punkten durch Stäbe verbunden war; es möge nun Stab 5 11 hinzugefügt werden; das Fachwerk hat dann die vorgeschriebene Zahl von Stäben. Wird nur das Fachwerk ohne die Knotenpunkte 6, 8, 10, 12 betrachtet, so sind 4 Knotenpunkte und 12 Stäbe hinzugekommen. Ergiebt sich bei beliebiger Belastung für die Spannung des Stabes 11 5 ein reeller Wert, so ist das Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt. Um diese Untersuchung zu führen, werde der Stab 11 5 herausgenommen und durch die darin herrschende, unbekannte Spannung  $X$  ersetzt; da aber dann ein Stab fehlt, wird ein Ersatzstab  $S_g'$  angebracht, der, in der wagrechten Ebene liegend, nach einem festen Punkte geführt werde. In Fig. 376 ist der feste Punkt durch Schraffierung angedeutet. Nun wirke in Knotenpunkt 11 eine beliebige äußere Kraft  $P$  in beliebiger Richtung, außerdem  $X$  in der Richtung 11 5; erstere zerlegt sich in Punkt 11 nach den Richtungen der jetzt hier noch vorhandenen Stäbe (11 1, 11 4, 11 9); diese Spannungen sind leicht zu ermitteln und können

Fig. 375.



als bekannt angenommen werden. Die in  $11\ 1$  und  $11\ 4$  wirkenden Kräfte gehen nach den festen Punkten  $1$  und  $4$ ; die Spannung in  $11\ 9$  zerlegt sich in Punkt  $9$  gleichfalls nach den Richtungen der dort zusammentreffenden 3 Stäbe, von welchen zwei nach den festen Punkten  $4$  und  $3$  gehen und diejenige in  $9\ 7$  nach Punkt  $7$  geht. So geht die Zerlegung weiter; die Spannung in  $7\ 5$  zerlegt sich in Punkt  $5$  nach den drei Stabrichtungen  $5\ 1$ ,  $5\ 2$  und  $S_g'$ . Alle diese Spannungen sind bestimmt und leicht zu finden. Wir bezeichnen sie mit  $\mathfrak{S}$ ; diejenige im Ersatzstab sei  $\mathfrak{S}_0$ . Ausser der Kraft  $P$  wirken noch die beiden unbekanntenen Stabspannungen  $X$  in  $11$ , bzw.  $5$ . Die in Punkt  $11$  wirkende Kraft  $X$  erzeugt Spannungen, welche  $X$ -mal so groß sind, als diejenigen, welche durch die Kraft  $X=1$  erzeugt werden würden. Wir nennen die letzteren  $\sigma$  und ermitteln dieselben. Die in Punkt  $11$

Fig. 376.



wagrecht wirkende Kraft  $X=1$  zerlegt sich in zwei wagrechte Kräfte: in die Resultierende von den Spannungen der Stäbe  $e$  und  $f$ , welche mit  $e$  und  $f$  in derselben Ebene liegt, also, da sie auch wagrecht ist, parallel zur Linie  $1\ 4$  sein muß, und in die Spannung  $a$  des Stabes  $a$ . Man sieht leicht, daß

$$\frac{a}{1} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

ist;  $a$  ist Druck, also

$$a = -\operatorname{tg} \alpha.$$

Überlegt man in gleicher Weise, daß  $a$  am Punkte  $9$  sich ganz ähnlich zerlegt, so erhält man (vergl. die graphische Zerlegung in Fig. 376):

$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \alpha \text{ und } b = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$b$  ist Zug. Weiter erhält man  $c = -\operatorname{tg}^3 \alpha$  und  $d = -\operatorname{tg}^4 \alpha$ ;  $d$  bedeutet die Spannung, welche im Ersatzstabe durch die im Punkte  $11$  wirkende Einzelkraft  $X=1$  erzeugt wird.

Die im Punkte  $5$  wirkende Einzelkraft  $X=1$  ruft im Ersatzstabe die Zugspannung  $1$  hervor; beide Kräfte  $X=1$ , welche in den Punkten  $5$  und  $11$  wirken, erzeugen demnach zusammen im Ersatzstabe die Summenspannung  $\sigma = 1 - \operatorname{tg}^4 \alpha$ ; die gesamte im Ersatzstabe durch beide Kräfte  $X$  und durch  $P$  erzeugte Spannung ist demnach

$$S = \mathfrak{S}_0 + (1 - \operatorname{tg}^4 \alpha) X.$$

Da aber die Spannung im Ersatzstabe gleich Null sein muß — derselbe ist ja nicht vorhanden —, so lautet die Bedingungsgleichung für  $X$ :

$$0 = \mathfrak{S}_0 + (1 - \operatorname{tg}^4 \alpha) X \text{ oder } X = -\frac{\mathfrak{S}_0}{1 - \operatorname{tg}^4 \alpha}.$$

$X$  wird  $\infty$ , wenn  $1 - \operatorname{tg}^4 \alpha = 0$ , d. h. wenn  $\alpha = 45$  Grad ist. Auch für Winkel, deren Größe nahe an  $45$  Grad liegt, ist die Konstruktion nicht zu empfehlen. Für

Winkelwerte von  $\alpha$ , welche von 45 Grad stark abweichen, ist die Konstruktion ausführbar. — Auf dem Achteck  $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 22$  (Fig. 375a, bzw. 376) kann nun der weitere Aufbau vorgenommen werden. — Nicht brauchbar ist nach vorstehendem beispielsweise der Aufbau nach Fig. 377, bei welchem die Eckpunkte des oberen Quadrats den Mitten des unteren Quadrats entsprechenden und  $\alpha = 45$  Grad ist.

125.  
Achtseitige  
Turm-  
pyramide  
mit vier  
Gratsparren  
auf  
Giebelspitzen.

Eine andere Lösung, die achtseitige Pyramide auf nur vier Auflager zu setzen, wird unter Benutzung von vier Giebeldreiecken im untersten Stockwerk des Turmes erhalten; diese Turmkonstruktion ist vielfach von Otzen ausgeführt. Nach den Ecken des Grundquadrats  $a_1 a_2 a_3 a_4$  (Fig. 378)

gehen vier Gratsparren hinab, während die zwischen diesen liegenden Gratsparren sich auf die Spitzen  $b_1, b_2, b_3, b_4$  von vier Giebeldreiecken setzen, also ein Stockwerk weniger weit hinabreichen, als die erstgenannten Gratsparren. Von den Spitzen der Giebeldreiecke werden die Spannungen der Gratsparren durch Stäbe in die vier Auflagerpunkte der anderen Sparren geführt. Die Hauptauflager sind  $a_1, a_2, a_3, a_4$ ; die Punkte  $b_1, b_2, b_3, b_4$  kann man als Giebelaullager ansehen. Damit die Giebelspitzen nicht durch die wagrechten Seitenkräfte der Sparrendrücke aus den lotrechten Ebenen herausgeschoben werden, sind in der Höhe derselben vier radiale Balken ( $b_1 b_3, b_2 b_4, b_5 b_7, b_6 b_8$ ) angeordnet, welche im Verein mit dem umlaufenden Ringe  $b_1 b_5 b_2 b_6 b_3 b_7 b_4 b_8$  eine Scheibe bilden. Es fragt sich, ob dieser Unterbau der achtseitigen Turmpyramide geometrisch bestimmt ist. Ergiebt sich die geometrische Bestimmtheit des Unterbaues, so kann man auf demselben weiter in der oben angegebenen Weise aufbauen, indem man stets einen neuen Knotenpunkt durch drei neue

Fig. 377.

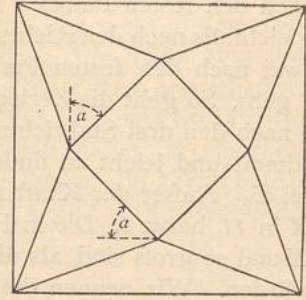
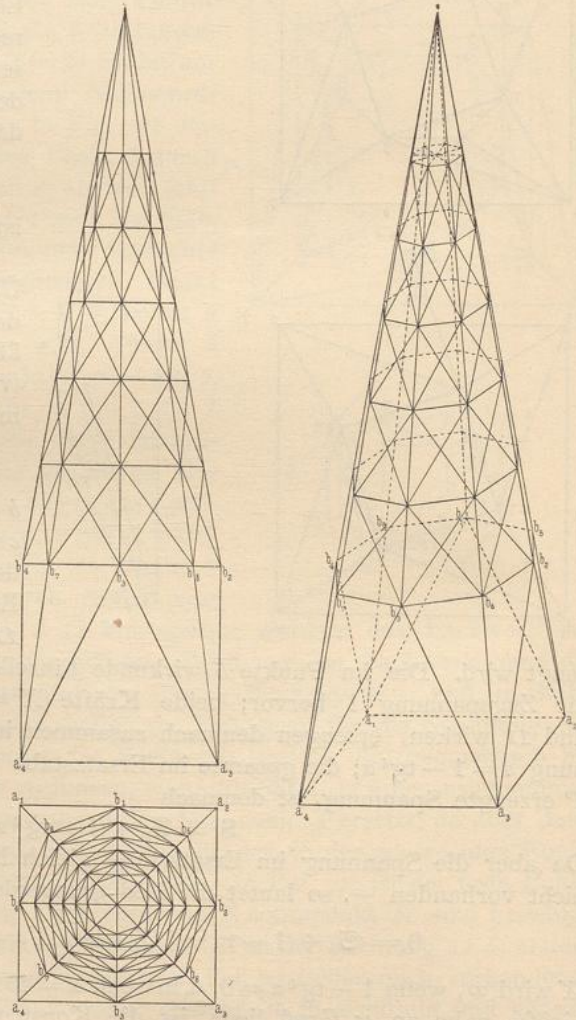


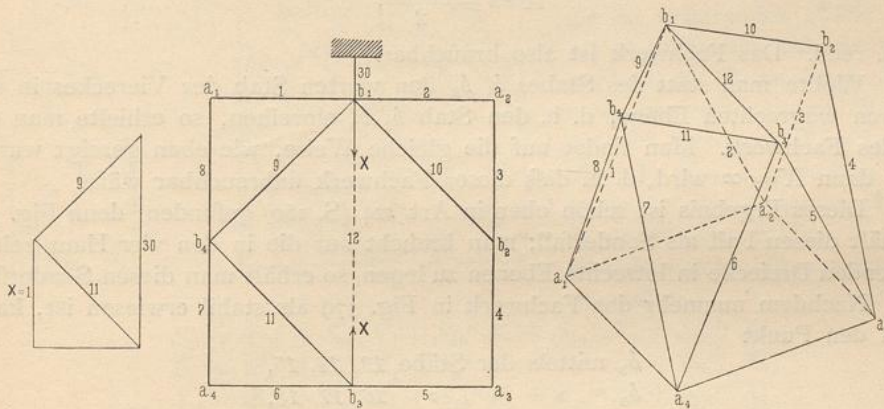
Fig. 378.



Stäbe an drei vorhandene Knotenpunkte anschliesst, welche mit dem neuen nicht in derselben Ebene liegen.

Im untersten Stockwerk sind vier Punktauflager vorhanden, nämlich  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , also  $n = 3 \cdot 4 = 12$  Auflagerunbekannte. Knotenpunkte sind in der Aufлагerebene 4, in der durch die Giebelspitzen gelegten Ebene 8, also zusammen  $k = 12$  vorhanden. Die Zahl der Stäbe muß demnach  $s = 3k - n$  und  $s = 3 \cdot 12 - 12 = 24$  sein. Vorhanden sind: 8 Stäbe der Giebdreiecke, 8 Stäbe des Ringes  $b_1 \dots b_8$ , 4 Gratsparren und 4 in der Ebene der Giebelspitzen angeordnete einander kreuzende Balken; die Zahl der Stäbe stimmt also. Es ist zu untersuchen, ob die Anordnung derselben das Fachwerk geometrisch und statisch bestimmt macht. Wir bauen das Fachwerk wieder von unten auf (Fig. 379).  $a_1, a_2, a_3, a_4$  sind die 4 festen Punkte, von denen ausgegangen wird; Punkt  $b_1$  wird mit  $a_1$  und  $a_2$  verbunden; zunächst fehlt noch ein Stab, was im Gedächtnis behalten wird; Punkt  $b_4$  wird mit  $a_1, a_4, b_1$ , Punkt  $b_3$  mit  $a_4, a_3, b_4$  und Punkt  $b_2$  mit  $a_2, a_3, b_1$  verbunden. Nun fehlt noch ein Stab, da  $b_1$  nur mit

Fig. 379.



zwei festen Punkten verbunden war. Fügt man den Stab  $b_1 b_3$  ein, so entspricht die Gesamtzahl der Stäbe für das so konstruierte Fachwerk der statischen und geometrischen Bestimmtheit; ob auch die Anordnung richtig ist, wird mittels des oben vorgeführten Verfahrens des Ersatzstabes untersucht. An Stelle des Stabes  $b_1 b_3$  wird ein Ersatzstab 30 (Fig. 379) eingeführt, welcher das Fachwerk unzweifelhaft geometrisch und statisch bestimmt macht. Soll dieser Stab durch Stab 12 überflüssig werden, so muß seine Spannung bei beliebiger Belastung des Fachwerkes gleich Null sein, ohne daß im Stabe 12 eine unendlich große Spannung entsteht. Bezeichnet man die Spannung des Stabes 12 für beliebige Belastung des Fachwerkes mit  $X$ , so erzeugen die beiden Kräfte  $X$ , welche von Stab 12 in den Punkten  $b_1$ , bzw.  $b_3$  auf das Fachwerk ausgeübt werden, in Stab 30 die Spannung  $X \mathfrak{S}_{30}'$ , in welchem Ausdruck  $\mathfrak{S}_{30}'$  die Spannung ist, welche durch  $X=1$  im Stabe 30 erzeugt wird. Nennt man ferner die Spannung, welche durch irgend eine beliebige Belastung des Fachwerkes ohne den Stab 12, aber mit Stab 30 in diesem letzteren Stabe hervorgerufen wird,  $\mathfrak{S}_{030}$ , so ist die gesamte bei dieser Belastung im Stabe 30 auftretende Spannung

$$S_{30} = \mathfrak{S}_{030} + \mathfrak{S}_{30}' X.$$

$X=1$  zerlegt sich im Punkte  $b_3$  in eine Seitenkraft parallel zu  $a_1 a_3$  und eine in die Stabrichtung 11 fallende Kraft; es ist

$$\mathfrak{S}_{11}' = -\frac{1}{\cos \alpha}.$$

$\alpha$  ist der Winkel des Stabes 11 mit  $b_1 b_3$ , hier = 45 Grad.  $\mathfrak{S}_{11}'$  zerlegt sich in  $b_4$  weiter nach der Richtung des Stabes 9 und nach der Parallelen zu  $a_1 a_4$ ;  $\mathfrak{S}_9'$  im Punkte  $b_1$  nach der Richtung parallel zu  $a_1 a_2$  und der Richtung von Stab 30. Die Spannung  $\mathfrak{S}_{10}'$  ist Null, weil in  $b_2$  keine Kraft von Stab 10 übertragen werden kann. Durch  $X=1$  im Punkt  $b_3$  und  $X=1$  im Punkt  $b_1$  wird demnach (vergl. die graphische Zerlegung in Fig. 379)

$$\mathfrak{S}_{30}' = 1 + 1 = 2$$

erzeugt; demnach ist

$$S_{30} = \mathfrak{S}_{30}' + 2 X.$$

Der Ersatzstab 30 ist überflüssig, d. h. die Konstruktion ohne ihn ausreichend, wenn für beliebige Belastung die Spannung  $S_{30}$  gleich Null ist, dabei aber  $X$  einen reellen Wert hat. Für  $S_{30} = 0$  wird

$$X = -\frac{\mathfrak{S}_{30}'}{2},$$

d. h. reell. Das Fachwerk ist also brauchbar.

Wollte man statt des Stabes  $b_1 b_3$  den vierten Stab des Viereckes in der oberen wagrechten Ebene, d. h. den Stab  $b_2 b_3$  einreihen, so erhielte man ein labiles Fachwerk. Man findet auf die gleiche Weise, wie eben gezeigt wurde, daß dann  $X = \infty$  wird, d. h. daß dieses Fachwerk unbrauchbar wäre.

Dieses Ergebnis ist schon oben in Art. 124 (S. 160) gefunden; denn Fig. 377 enthält diesen Fall als Sonderfall; man braucht nur die in den vier Hauptseiten liegenden Dreiecke in lotrechte Ebenen zu legen, so erhält man diesen Sonderfall.

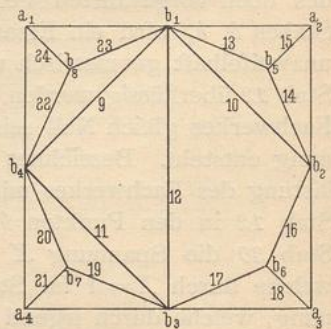
Nachdem nunmehr das Fachwerk in Fig. 379 als stabil erwiesen ist, kann man den Punkt

$b_5$	mittels der Stäbe 13, 14, 15,
$b_6$	» » » 16, 17, 18,
$b_7$	» » » 19, 20, 21,
$b_8$	» » » 22, 22, 24

festlegen (Fig. 380). Man sieht, daß dieses Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist. Fügt man Stab  $b_2 b_3$  ein, so wird das Fachwerk statisch unbestimmt, aber nicht labil. Bei eisernen Türmen kann man diesen Stab an einer Seite mit länglichen Schraubenlöchern befestigen, so daß er für die Berechnung als nicht vorhanden angesehen werden kann. Nun kann man weiter in bekannter Weise aufbauen. In Fig. 378 (S. 160) ist dieser Aufbau gezeichnet, dabei aber jedes Seitenfeld mit zwei gekreuzten Diagonalen versehen, welche als Gegendiagonalen wirken. Die Konstruktion ist, abgesehen von der Spitze, statisch bestimmt. In der isometrischen Ansicht von Fig. 378 sind der größeren Deutlichkeit wegen die Stäbe 9, 10, 11, 12 weggelassen.

Nachdem die Stabilität von Fig. 380 nachgewiesen ist, bleibt zu untersuchen, ob das Fachwerk stabil bleibt, wenn Stab 11 durch  $b_5 b_7$ , d. h. durch 31,

Fig. 380.





Stab 9 durch  $b_6 b_8$ , d. h. durch 32, Stab 10 durch  $b_2 b_4$ , d. h. durch 33, und Stab 30 durch  $b_1 b_3$ , d. h. durch 12 ersetzt werden (Fig. 381).

Der Gang der Untersuchung ist folgender. Jeder neu einzuführende Stab überträgt in seinen Anschlußknotenpunkten noch unbekannte Kräfte  $X$  auf dieselben und erzeugt in den zu ersetzenden Stäben Spannungen, welche den Kräften  $X$  proportional sind. In den Stäben 31, 32, 33, 12 (Fig. 381) mögen die Spannungen  $X_1, X_2, X_3, X_4$  wirken, welche in dem zu ersetzenden Stabe 11 die Spannungen

$$S_{11}' X_1, S_{11}'' X_2, S_{11}''' X_3, S_{11}'''' X_4$$

und im Stabe 9 die Spannungen

$$S_9' X_1, S_9'' X_2, S_9''' X_3, S_9'''' X_4 \text{ u. s. w.}$$

erzeugen mögen. Die sonst noch vorhandenen äußeren Lasten rufen in den

Stäben die Spannungen  $\mathfrak{S}$  hervor, d. h. in den Stäben 9, 10, 11, 30 die Spannungen  $\mathfrak{S}_9, \mathfrak{S}_{10}, \mathfrak{S}_{11}, \mathfrak{S}_{30}$ . Die Spannungen  $\mathfrak{S}$  würden allein vorhanden sein, wenn die Stäbe 31, 32, 33, 12 nicht und nur die zu ersetzenden Stäbe 9, 10, 11, 30 vorhanden wären. Offenbar sind die  $S^i$  die durch  $X_1=1$  erzeugten Spannungen,  $S^i$ , bzw.  $S^{ii}$ ,  $S^{iii}$  die durch  $X_2=1$ , bzw.  $X_3=1, X_4=1$  erzeugten Spannungen. Die gesamten in den zu ersetzenden Stäben 9, 10, 11, 30 auftretenden Spannungen sind nunmehr

$$\begin{aligned} S_{30} &= \mathfrak{S}_{30} + S_{30}' X_1 + S_{30}'' X_2 + S_{30}''' X_3 + S_{30}'''' X_4, \\ S_9 &= \mathfrak{S}_9 + S_9' X_1 + S_9'' X_2 + S_9''' X_3 + S_9'''' X_4, \\ S_{10} &= \mathfrak{S}_{10} + S_{10}' X_1 + S_{10}'' X_2 + S_{10}''' X_3 + S_{10}'''' X_4, \\ S_{11} &= \mathfrak{S}_{11} + S_{11}' X_1 + S_{11}'' X_2 + S_{11}''' X_3 + S_{11}'''' X_4. \end{aligned}$$

Sollen die Stäbe 9, 10, 11, 30 ersetzbar sein, so müssen die Spannungen dieser Stäbe den Wert Null haben, ohne daß dadurch diejenigen in den ersetzenden Stäben  $X_1, X_2, X_3, X_4$  unendlich groß werden. Die Bedingungsgleichungen für die Werte von  $X_1, X_2, X_3, X_4$  sind demnach:

$$S_{30} = S_9 = S_{10} = S_{11} = \text{Null},$$

d. h.

$$\begin{aligned} X_1 S_{30}' + X_2 S_{30}'' + X_3 S_{30}''' + X_4 S_{30}'''' &= -\mathfrak{S}_{30}, \\ X_1 S_9' + X_2 S_9'' + X_3 S_9''' + X_4 S_9'''' &= -\mathfrak{S}_9, \\ X_1 S_{10}' + X_2 S_{10}'' + X_3 S_{10}''' + X_4 S_{10}'''' &= -\mathfrak{S}_{10}, \\ X_1 S_{11}' + X_2 S_{11}'' + X_3 S_{11}''' + X_4 S_{11}'''' &= -\mathfrak{S}_{11}. \end{aligned}$$

Sollen  $X_1, X_2, X_3, X_4$  reell sein, so darf die Nennerdeterminante vorstehender Gleichungen nicht gleich Null sein; wenn dies stattfindet, so ist das Fachwerk labil. Wendet man diese Überlegung auf das zu betrachtende Turmfachwerk an, und bringt in den betreffenden Knotenpunkten die Kräfte  $X_1, X_2, X_3, X_4$  als äußere Kräfte an, so erhält man durch Zerlegung die in nachstehender Tabelle zusammengestellten Werte der Stabspannungen  $S^i, S^{ii}, S^{iii}, S^{iiii}$ , welche bezw. durch die Kräfte  $X_1=1, X_2=1, X_3=1, X_4=1$  erzeugt werden.

11\*

Fig. 381.

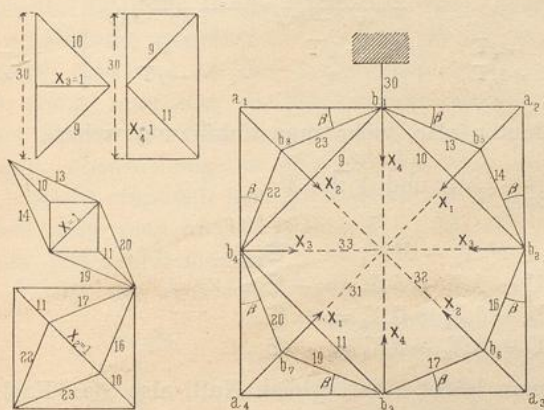


Tabelle der Spannungen, welche in den Fachwerkstäben erzeugt werden durch:

	in Stab 13	14	16	17	19	20
$X_1 = 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$
$X_2 = 1$	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	0	0
$X_3 = 1$	0	0	0	0	0	0
$X_4 = 1$	0	0	0	0	0	0

	Stab 22	23	9	10	11	30
$X_1 = 1$	0	0	$-\frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$	$+\frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$	$+\frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$	0
$X_2 = 1$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}(\cos \beta - \sin \beta)}$	0	$+\frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$	$+\frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$	0
$X_3 = 1$	0	0	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	0	-2
$X_4 = 1$	0	0	$+\sqrt{2}$	0	$-\sqrt{2}$	+2

Die Bedingungsgleichungen lauten also, wenn man abkürzungsweise

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta} = a \text{ und } \sqrt{2} = b$$

setzt:

$$\begin{aligned} 0 X_1 + 0 X_2 - b^2 X_3 + b^2 X_4 &= -\mathfrak{S}_{30}, \\ -a X_1 + 0 X_2 - b X_3 + b X_4 &= -\mathfrak{S}_9, \\ a X_1 + a X_2 - b X_3 + 0 X_4 &= -\mathfrak{S}_{10}, \\ a X_1 + a X_2 + 0 X_3 - b X_4 &= -\mathfrak{S}_{11}. \end{aligned}$$

Die Nennerdeterminante ist, wie man leicht sieht, gleich Null, also das Fachwerk labil.

Wenn aber der Stab 11 im Fachwerk belassen und davon abgesehen wird, Stab 11 durch Stab 33 zu ersetzen, so erhält man ein stabiles Fachwerk. Als dann lauten die Gleichungen, da nunmehr  $X_3$  gleich Null ist:

$$\begin{aligned} X_1 S_{30}' + X_2 S_{30}'' + X_4 S_{30}''' &= -\mathfrak{S}_{30}, \\ X_1 S_9' + X_2 S_9'' + X_4 S_9''' &= -\mathfrak{S}_9, \\ X_1 S_{10}' + X_2 S_{10}'' + X_4 S_{10}''' &= -\mathfrak{S}_{10}, \end{aligned}$$

Mit den Werten obiger Tabelle heißen diese Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0 X_1 + 0 X_2 + b^2 X_4 &= -\mathfrak{S}_{30}, \\ -a X_1 + 0 X_2 + b X_4 &= -\mathfrak{S}_9, \\ a X_1 + a X_2 + 0 X_4 &= -\mathfrak{S}_{10}. \end{aligned}$$

Die Nennerdeterminante dieser Gleichungen hat den Wert:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & b^2 \\ -a & 0 & b \\ a & a & 0 \end{vmatrix} = -b^2 a^2 = -2 \frac{\sin^2 \beta}{(\cos \beta - \sin \beta)^2}.$$

Das in Fig. 382 dargestellte Fachwerk ist also stabil, falls nicht  $\beta$  gleich Null ist. Dieser Wert ist ausgeschlossen, ebenso der Wert  $\beta = 45$  Grad, für den  $a = \infty$  würde; aber auch Winkelwerte von  $\beta$ , welche sich dem Nullwerte nähern, sollten vermieden werden.

Die meist übliche Anordnung mit vier in der Ebene  $b_1 b_2 b_3 b_4$  einander kreuzenden Stäben ist dagegen nach vorstehender Entwicklung nicht stabil; wenn

Fig. 382.

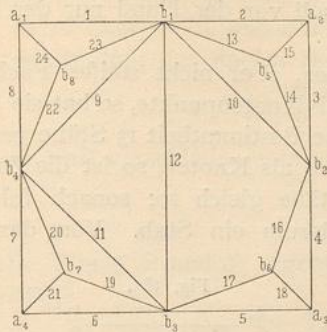
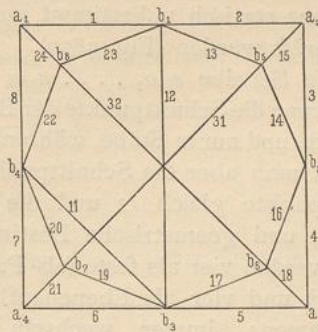


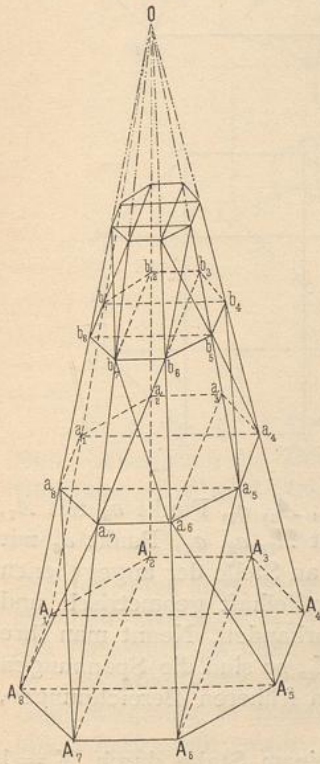
Fig. 383.



dieselbe trotzdem in der Praxis zu Aussetzungen bislang unseres Wissens keine Veranlassung gegeben hat, so liegt dies darin, daß die Verbindungen nicht gelenkig sind und an den Knotenpunkten Momente übertragen werden können. So wenig man aber die Hängewerke mit für die statische Bestimmtheit fehlenden Stäben als eine in jeder Beziehung befriedigende Stabanordnung erklären kann, ebensowenig ist dies mit der hier angegebenen Konstruktion der Fall. Vielleicht empfiehlt sich am meisten das in Fig. 382 dargestellte Fachwerk. Eventuell ziehe man auch den Stab  $b_2 b_3$  ein, der das Fachwerk statisch unbestimmt, aber nicht labil macht.

Auf das Achteck  $b_1 b_5 b_2 b_6 b_3 b_7 b_4 b_8$  kann man nun die weitere Turm-

Fig. 384.



konstruktion aufbauen, wie in Art. 124 (Fig. 375 b) angegeben ist, indem man nach und nach stets einen Knotenpunkt und drei Stäbe hinzufügt. Besonders werde bemerkt, daß in den wagrechten Trennungsebenen der oberen Geschosse nunmehr nur noch die achteckigen Ringe angeordnet zu werden brauchen. Das Raumfachwerk ist mit diesen stabil.

b) Achtseitige Turmpyramide mit acht Lagerpunkten. Hier ist zunächst die Moller'sche Turmpyramide (Fig. 384) zu betrachten. Alle acht Gratsparren sind bis zur gemeinsamen Auflagerebene hinabgeführt; zwischen je zwei Stockwerken sind herumlaufende Ringe angeordnet und in jedem Stockwerk vier Seitenfelder mit gekreuzten Stäben derart versehen, daß stets nur ein Feld um das andere ein solches Andreaskreuz hat; diese verkreuzten Felder wechseln in den verschiedenen Stockwerken. Außerdem sind in den vier geneigten Ebenen  $A_1 A_4 O$ ,  $A_3 A_5 O$ ,  $A_2 A_7 O$  und  $A_3 A_6 O$  quer durchlaufende Balken, d. h. für das Stabsystem Stäbe  $a_1 a_4$ ,  $a_8 a_5$ ,  $a_2 a_7$ ,  $a_3 a_6$ , bzw.  $b_1 b_4$ ,  $b_8 b_5$ ,  $b_2 b_7$ ,  $b_3 b_6$  vorhanden. In Fig. 384 bezeichnet  $O$  die Spitze der Turmpyramide. Demnach ergibt sich zwischen je zwei Stockwerken eine Figur, wie in Fig. 385 b dargestellt ist. Nunmehr soll untersucht werden, ob dieses Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt

126.  
Moller'sche  
Turm-  
pyramide.

ist, wobei zunächst, wie bisher stets, von der Spitze abgesehen werden soll, welche das Ganze statisch unbestimmt macht; ferner soll vor der Hand nur der Unter-  
teil geprüft werden (Fig. 385a).

Die Scheibe  $a_1 a_2 \dots a_7 a_8$  ist ein ebenes, aber nicht steifes Fachwerk; rechnet man die Schnittpunkte der Balken nicht als Knotenpunkte, so hat sie 8 Knotenpunkte und nur 12 Stäbe, während die statische Bestimmtheit 13 Stäbe verlangt. Rechnet man aber die Schnittpunkte der Balken als Knoten, so ist die Zahl der Knotenpunkte gleich 12 und die Zahl der Stäbe gleich 20; sonach fehlt für statische und geometrische Bestimmtheit wiederum ein Stab. Von den Auflagern werden vier als feste (als Punktauhlager) und vier als Ebenenaufleger angenommen; immer wechseln ein Punkt- und ein Ebenenaufleger ab. Die vier Querbalken in der Auflagerebene sind dann, wenn ein Ring in derselben angeordnet wird, für die geometrische Bestimmtheit überflüssig und sollen als nicht vorhanden angesehen werden. Die Anzahl der Knotenpunkte des untersten Stockwerkes ist  $k = 16$ , die Zahl der Auflagerunbekannten  $n = 4 \cdot 3 + 4 = 16$  und diejenige der Stäbe  $s = 36$ ; für geometrische und statische Bestimmtheit müßte  $s^1 = 3k - n = 32$  sein; das betrachtete Raumfachwerk ist also vierfach statisch unbestimmt. Ordnet man aber statt der gekreuzten Stäbe in den vier Seitenfeldern einfache Stäbe an, so ist die erste Bedingung der statischen Bestimmtheit erfüllt.

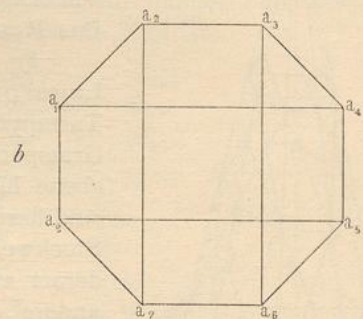
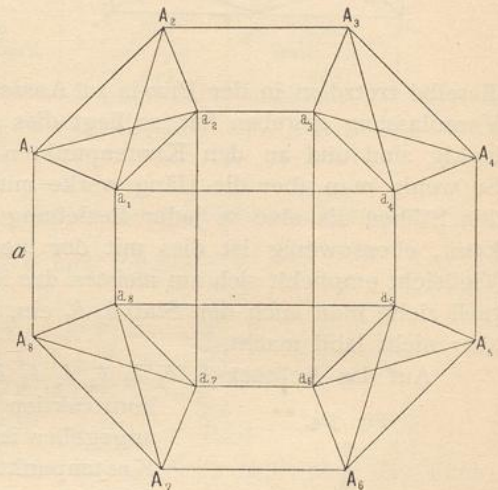
Dieses Fachwerk soll untersucht werden; es genügt, ein Stockwerk, etwa das unterste, zu betrachten. Baut man dasselbe (Fig. 386) auf den acht Auflagern  $A_1 \dots A_8$  so auf, daß man jeden hinzukommenden Punkt mit drei bereits festen Punkten verbindet, so muß man wieder einige Ersatzstäbe — hier sind die Stäbe 25 und 26 gewählt — zu Hilfe nehmen. Verbunden sind: Punkt  $a_1$  mit

$A_1, A_2, C$ , Punkt  $a_4$  mit  $A_3, A_4, a_1$ , Punkt  $a_5$  mit  $A_5, A_6, a_4$ , Punkt  $a_8$  mit  $A_7, A_8, a_5$ ; ferner Punkt  $a_2$  mit  $A_2, a_1, D$ , Punkt  $a_7$  mit  $A_7, a_8, a_2$ , Punkt  $a_6$  mit  $A_6, a_5, a_7$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3, a_4, a_6$ . In Wirklichkeit sind an Stelle der angegebenen Ersatzstäbe 25 und 26, welche das Fachwerk unzweifelhaft geometrisch und statisch bestimmt machen, die Stäbe  $a_1 a_8$  und  $a_2 a_3$  vorhanden. Nennt man ihre Spannungen bei beliebiger Belastung bezw.  $X_1$  und  $X_2$ , so sind die Spannungen in den einzelnen Stäben, nach Früherem und mit den früheren Bezeichnungen,

$$S = \mathfrak{C} + S' X_1 + S'' X_2.$$

$S'$  ist die in einem Stabe durch  $X_1 = 1$ ,  $S''$  die in einem Stabe durch  $X_2 = 1$

Fig. 385.



erzeugte Spannung. In den Ersatzstäben müssen für beliebige Belastung die Spannungen  $S=0$  werden, wenn dieselben überflüssig sein sollen; die  $X_1$  und  $X_2$  dürfen dabei aber nicht unendlich groß werden. Mithin ist die Bedingung für die Standfähigkeit des Fachwerkes: die Nennerdeterminante der Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} S_{25}' X_1 + S_{25}'' X_2 &= -\mathfrak{E}_{25}' \\ S_{26}' X_1 + S_{26}'' X_2 &= -\mathfrak{E}_{26}' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 10.$$

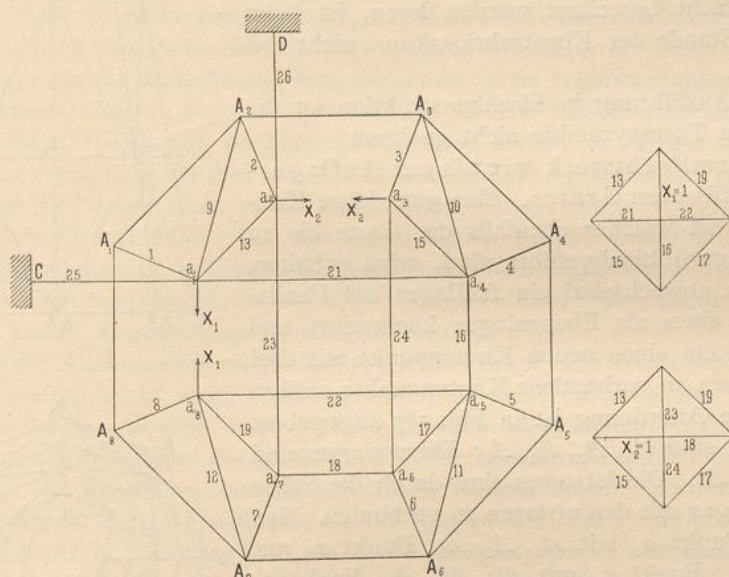
mufs von Null verschieden sein, d. h.

$$\left\{ \begin{aligned} S_{25}' \cdot S_{25}'' &> 0 \\ S_{26}' \cdot S_{26}'' &< 0 \end{aligned} \right\}$$

Die Werte  $S'$  und  $S''$  ergeben sich leicht aus den Kräfteplänen in Fig. 386. Man erhält:

$$\begin{aligned} S_{22}' &= -1, & S_{16}' &= +1, & S_{21}' &= -1, \\ S_{25}' &= 0, & S_{26}' &= 0, \\ S_{24}'' &= -1, & S_{18}'' &= +1, & S_{22}'' &= 0, \\ S_{23}'' &= -1, & S_{26}'' &= 0, & S_{16}'' &= 0 = S_{21}'', \\ \mathfrak{E}_{25}'' &= 0. \end{aligned}$$

Fig. 386.



Da  $S_{25}' = S_{26}' = S_{25}'' = S_{26}'' = 0$  sind, so ist die Nennerdeterminante gleich Null. Aber auch die Zählerdeterminante in den Ausdrücken für  $X_1$  und  $X_2$  der Gleichungen 10 wird gleich Null; mithin erhält man sowohl für  $X_1$ , wie für  $X_2$  zunächst den Wert  $\frac{0}{0}$ , also einen unbestimmten Wert, der auch endlich sein kann. Dividiert man aber beide Gleichungen 10 durch  $S_{25}' = S_{25}'' = S_{26}' = S_{26}''$ , so sieht man, daß sich  $X_1 = X_2 = \infty$  ergibt. Sonach dürfen die Ersatzstäbe nicht fehlen; das Fachwerk ist ohne dieselben labil.

Es könnte die Frage aufgeworfen werden, ob nicht durch Einziehen einer Gegendiagonale in eines der bereits mit Diagonalen versehenen Felder die Stabilität hergestellt würde. Versieht man etwa Feld  $A_1 A_2 a_2 a_1$  mit einer zweiten

Diagonale, so wird zunächst die Gesamtzahl der Stäbe um einen Stab größer, als mit der statischen Bestimmtheit vereinbar ist; aber stabil wird das Fachwerk dadurch nicht. Denn in der Ebene dieses Feldes liegen die Punkte desselben Diagonale nur überbestimmt; das Verhältnis dieser Scheibe gegen das übrige Fachwerk aber, also für etwaige Drehungen derselben um die Achse  $A_1 A_2$ , bleibt vollständig unverändert. War sonach das frühere Fachwerk labil, so ist es auch das Fachwerk nach Einziehen der Gegendiagonale. Das Gleiche gilt von den anderen drei Gegendiagonalen, welche möglich und üblich sind. Das Fachwerk ist also auch mit den Gegendiagonalen eine labile Konstruktion.

Ob man unter diesen Verhältnissen weiterhin empfehlen kann, Turmdächer nach *Moller'scher* Konstruktion auszuführen, ist fraglich. Dieselben haben sich allerdings bisher gut gehalten; aber eine als nicht stabil erkannte Konstruktion, die überdies nicht berechnet werden kann, ist beim heutigen Stande der Konstruktionskunst nicht voll berechtigt.

Für Ausführung in Eisenkonstruktion ist die *Moller'sche* Turmpyramide nicht geeignet.

127.  
Turm-  
flechtwerk  
mit bis zur  
Auflagerebene  
geführten  
Graten.

c) Turmflechtwerk mit bis zur Auflagerebene geführten Graten. Eine ganz klare Konstruktion, bei welcher ebenfalls die Grate bis zu den Auflagern hinabgeführt sind, wird erhalten, wenn man abwechselnd ein Auflager als Punktlager und eines als Ebenenlager konstruiert und nunmehr stets einen neuen Knotenpunkt mit drei neuen Stäben an vorhandene Knotenpunkte anfügt. Eine solche Anordnung ist in Fig. 387 angegeben. Punktlager sind  $A_1, A_3, A_5, A_7$ ; Ebenenlager sind  $A_2, A_4, A_6, A_8$ . Die letzteren sind durch die Stäbe des Fußringes mit den ersteren zu verbinden. Man verbinde Punkt  $a_1$  mit  $A_1, A_2, A_3$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_2, A_3, A_4$ , Punkt  $a_5$  mit  $A_4, A_5, A_6$ , Punkt  $a_7$  mit  $A_6, A_7, A_8$ ; alsdann sind  $a_1, a_3, a_5, a_7$  als feste Punkte anzusehen. Nun verbinde man Punkt  $a_2$  mit  $A_2, a_1, a_3$ , Punkt  $a_4$  mit  $A_4, a_3, a_5$ , Punkt  $a_6$  mit  $A_6, a_5, a_7$ , Punkt  $a_8$  mit  $A_8, a_7, a_1$ . In solcher Weise kann man weiter bauen und erhält, abgesehen von der Spitze, ein statisch bestimmtes Raumfachwerk. Dasselbe kann in Holz (zweckmäßig mit eisernen Diagonalen in den Seitenflächen) ohne Schwierigkeit hergestellt werden.

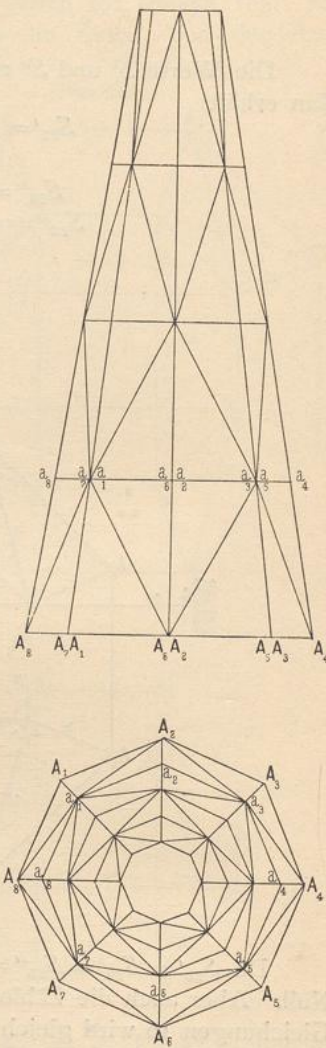
## 2) Konstruktion der hölzernen Turmhelme.

Für die Konstruktion der hölzernen Türme hat *Moller*<sup>179)</sup> vor mehr als einem halben Jahrhundert Grundsätze aufgestellt, welche zum großen Teile auch

128.  
Grundsätze.

<sup>179)</sup> A. a. O., Heft 4.

Fig. 387.



heute noch als gültig aufgeführt werden können, auch in vielen Hinsichten mit denjenigen übereinstimmen, welche sich als Folgerung der vorstehenden theoretischen Untersuchungen ergeben haben.

*Moller* schreibt u. a. vor: »Das Innere des Turmes werde möglichst leicht konstruiert; man verstärke dagegen die äußeren Dachwände; die langen und schweren sogenannten Helmstangen sind fortzulassen und auf eine kurze Hängesäule zum Tragen des Knopfes und zum Ansetzen der Sparren zu beschränken; die Eckpfosten oder Ecksparren (von uns als Gratsparren bezeichnet) dürfen nicht durch horizontale Hölzer unterbrochen, sondern sie müssen, wenn sie zu kurz sind, unmittelbar verlängert werden, so daß Hirnholz auf Hirnholz zu stehen kommt; die äußeren Dachwände sind so zu verbinden, daß sie keinen Seitendruck ausüben, sondern nur senkrecht auf die Mauer wirken können; dieselben sind durch horizontale Verbindungen (Kränze) in gewissen, nicht zu großen Entfernungen so abzuschließen, daß dadurch die Turmpyramide in mehrere kleine, abgestumpfte Pyramiden zerlegt wird.«

Man sieht, *Moller* verlangt das vorstehend entwickelte Fachwerk, bei dem die Gratsparren durchgehen, in den Höhen der einzelnen Balkenlagen umlaufende Ringe und in den trapezförmigen Seitenflächen Diagonalen angeordnet sind. Die letzteren führt er nicht besonders an, hat sie aber in dem nach ihm benannten Turmdach nahe den Seitenflächen angewendet. Die Kränze dienen als Pfetten, als Auflager für die Zwischensparren; der Turm ist im Inneren möglichst frei von Konstruktionsteilen zu halten. Wenn *Moller* fordert, daß die Dachkonstruktion nur lotrechten Druck auf die Mauer übertragen könne, so ist dies für lotrechte Belastungen möglich; bei den schiefen Belastungen durch Wind kann ein schiefer Druck auf die Mauer nicht vermieden werden.

Weiter fordert *Moller* von der Konstruktion für die Dauerhaftigkeit u. a.: »Alle Zapfenlöcher, in welchen sich Wasser sammeln könnte, sind zu vermeiden; wo dieses nicht möglich ist, müssen sie unten geschlitzt werden, damit das Wasser ablaufen kann. Der Luftzug ist zu befördern.«

Für die Ausbesserungen fordert er: »Alle Hölzer sind so zu verbinden, daß die schadhaften leicht weggenommen werden können; mithin sollen die Gebälke, Sparrenbalken u. s. w. nicht unter die Hauptpfosten oder Ecksparren gelegt werden, sondern neben dieselben. Bei größeren Türmen ist jedesmal außer den Ecksparren noch eine von denselben unabhängige Unterstützung anzubringen, so daß durch dieselbe, sowohl beim Aufschlagen, als bei Reparaturen, die Festigkeit des Ganzen gesichert wird und sie zugleich als Gerüst dienen kann. Die Kränze sind so einzurichten, daß dieselben als Gänge für die Bauarbeiter dienen können. In jedem Stockwerk ist wenigstens ein eisernes Fenster anzubringen, um jeden Schaden des Dachwerks leicht erkennen zu können.«

Die hauptsächlich tragenden Konstruktionsteile sind die Gratsparren; diese dürfen nicht durch wagrechte Hölzer unterbrochen, müssen vielmehr Hirnholz auf Hirnholz gestossen werden, wobei auch Eisen zu Hilfe genommen werden kann (Fig. 399). Bei der Verbindung der Kränze oder Ringe, welche gleichzeitig als Pfetten dienen, mit den Gratsparren sind die letzteren möglichst wenig zu verschwächen; die Ringe sind etwa 2,5 cm bis 3,0 cm in die Gratsparren einzulassen und mit ihnen zu verbolzen; auch hier können eiserne Laschen zur Verbindung verwendet werden. An der Spitze treffen die Gratsparren einander auf der Helmstange, welche nur ein bis zwei Geschosshöhen hinabzureichen braucht; an dieser schwierigen Stelle wendet man heute mit Vorteil Eisen an (siehe Fig. 402 und

die Tafel bei S. 181. Die zwischen den einzelnen Geschossen erforderlichen Balken lagert man zweckmässig auf den Pfetten; womöglich befestigt man sie auch seitlich an den Gratsparren. Dadurch ist das Aufschlagen und Auswechseln schadhafter Balken und Pfetten leicht möglich. Die Dachbalkenlage kann mit Stichbalken für jeden Sparren hergestellt werden; gewöhnlich ruht sie auf zwei umlaufenden, auf dem Turmmauerwerk verlegten Mauerlatten. Eine solche Balkenlage zeigt Fig. 389. Man kann aber auch die Zwischensparren auf eine Art von Fuszpfetten setzen, welche herumlaufend einen untersten Ring bilden; als Verbindung der Auflager wird besser ein umlaufender eiserner Ring angeordnet.

Nachstehend sind zu behandeln:

- α) das vierseitige Turmdach;
- β) das achtseitige Turmdach;
- γ) das Rhombenhaubendach;
- δ) das runde Turmdach oder das Kegeldach.

129.  
Vierseitiges  
Turmdach.

α) Vierseitiges Turmdach. Vier durchgehende, bezw. Hirn- auf Hirnholz gestossene Ecksäulen unter den Kanten der Pyramide (die Gratsparren) bilden die Hauptkonstruktionsteile; dazwischen gesetzte Holme teilen die ganze Höhe in eine Anzahl Stockwerke von etwa 3,00 bis 5,00 m Höhe. Die Holme nehmen die Sparren auf. Die in den geneigten Seitenflächen liegenden trapezförmigen Felder werden mit Diagonalen verstrebt, welche als gekreuzte Holzstäbe (Andreaskreuze) oder als gekreuzte Eisenstäbe (Gegendiagonalen) konstruiert werden können. Alle tragenden Konstruktionsteile liegen hier in den Seitenflächen der Pyramide. Nach Früherem (siehe Art. 122, S. 154) ist die Konstruktion wegen der Spitze statisch unbestimmt, aber nicht labil. Eine schematische Darstellung giebt Fig. 388. Wegen der Einzelheiten, insbesondere der Verbindungen der Hölzer in den Knotenpunkten und an der Spitze, wird auf die weiterhin (Fig. 401 bis 404) folgenden Abbildungen und Erläuterungen verwiesen. Die Helmstange braucht nur ein bis zwei Stockwerke hinabzureichen.

130.  
Moller'sches  
Turmdach.

β) Achtseitiges Turmdach. Bei diesem kommen folgende Konstruktionen in Frage: das *Moller'sche* Turmdach, das Turmdach mit durchgehendem Kaiserstiel, dasjenige des Mittelalters, endlich das neuere *Otzen'sche* Turmdach.

α) *Moller'sche* Turmdächer. Diese sind, als Raumbachwerk betrachtet, in Art. 126 (S. 165) bereits behandelt. Es wurde gezeigt, dass das Fachwerk streng genommen nicht allen Ansprüchen an die Stabilität genügt; dennoch haben sich diese Dächer gut gehalten; sie bedeuten gegenüber den jenerzeit üblichen Konstruktionen einen ganz bedeutenden Fortschritt und sind ein Beweis vom hervorragenden Konstruktions-talent *Moller's*. Sie sind nach den oben angeführten Grundsätzen folgendermassen hergestellt.

Die Gratsparren bilden die Hauptteile; sie laufen von unten bis oben durch und setzen sich an der Spitze gegen einen lotrechten Stab, den sog. Kaiserstiel, welcher die Aufgabe hat, den Zusammenschluss der Gratsparren zu erleichtern und das Anbringen des Turmkreuzes zu ermöglichen. Der ganze Turm ist in einzelne Stockwerke von 3,50 bis 4,50 m Höhe zerlegt; in jedem Stockwerk sind vier Wände angebracht, deren jede aus Schwelle, Holm und zwei Streben

Fig. 388.

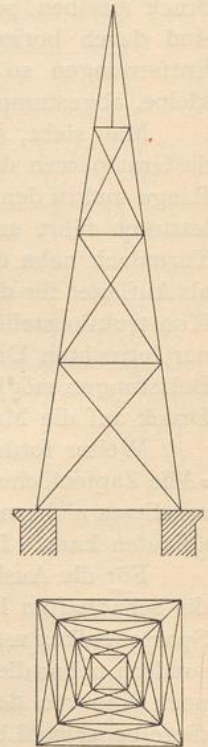




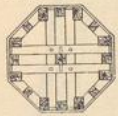
Fig. 389.

Von der Kirche zu  
Friedrichsdorf. $\frac{1}{133}$  w. Gr.

Schnitt I-I



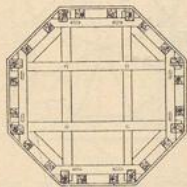
Schnitt II-II



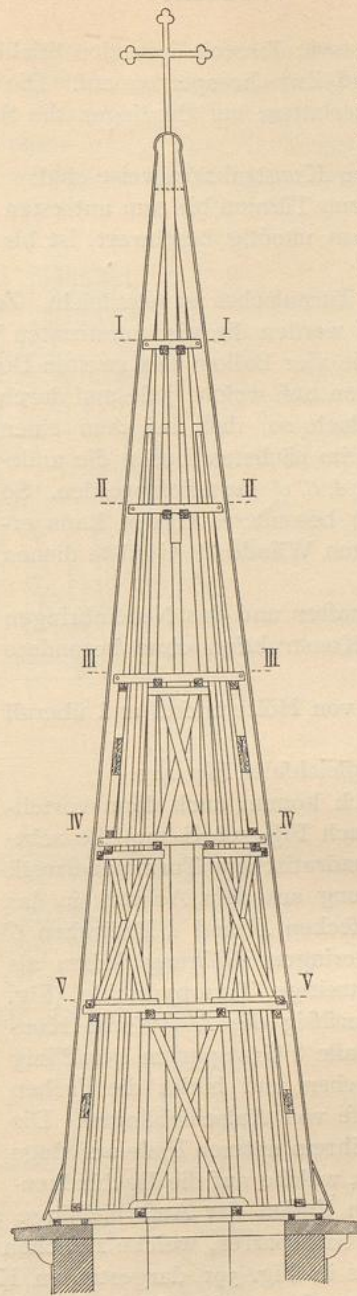
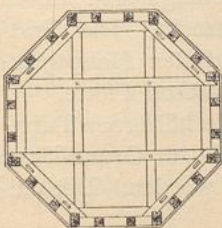
Schnitt III-III



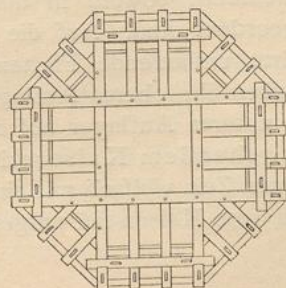
Schnitt IV-IV



Schnitt V-V



Unterste Balkenlage



(Andreaskreuz) besteht. Diese Wände wechseln in den verschiedenen Stockwerken; wenn die Wände des einen Stockwerkes an den Seiten 1, 3, 5, 7 des Achteckes angeordnet sind, so sind sie in dem darüber folgenden Stockwerk in den Seiten 2, 4, 6, 8. So bilden denn zwischen je zwei Stockwerken die Holme des unteren und die Schwel- len des oberen Stockwerkes einen achteckigen Ring, gegen welchen sich auch die Zwischensparren, wie gegen Pfetten, lehnen.

Die Holme der verstre- ben Wände tragen die in Art. 126 (S. 165) erwähnten Bal- ken, welche in den vier gro- fsen, schräg liegenden Ebe- nen  $A_1 A_1 O$ ,  $A_3 A_3 O$ ,  $A_2 A_2 O$ ,  $A_4 A_4 O$  (Fig. 384, S. 165) angeordnet sind. Die Balken der einen Richtung sind über diejenigen der anderen, im Grundrifs lotrecht dazu ste- henden Richtung gelegt; bei- de sind etwa 2,5 cm tief mit- einander verkämmt und ver- schraubt. Auf diese vier Bal- ken werden nun die Schwel- len der vier verstrebtten Wän- de des nächsten Stockwerkes gelegt. Die Helmstange (der Kaiserstiel) reicht nur um eine oder zwei Geschofshöhen hinab. Wo die Gratsparren gestofsen werden müssen, werden die Teile unmittel- bar aufeinander gesetzt. Die Stockwerkshöhe wähle man etwa 3,00 bis 4,50 m.

Fig. 389 zeigt einen sol- chen Turm. Derselbe setzt sich auf das Gebälke, welches aus den in allen Böden sich wiederholenden vier Balken

und den zwischen denselben, sowie übereck liegenden Stichbalken besteht. Diese Balken nehmen die Grat- und Zwischensparren auf. Die Balkenlage ruht auf zwei ringsum laufenden Mauerlatten; auf ihr liegen die Schwellen für die verstrebt Wände.

Vorteile der *Moller'schen* Konstruktionsweise sind:

a) Die vielfach bei anderen Türmen bis zum untersten Boden hinabgeführte Helmstange, welche den Turm unnötig beschwert, ist bis auf das kurze Stück an der Spitze fortgelassen.

b) Das Aufschlagen des Turmdaches ist sehr leicht. Zuerst wird die Grundbalkenlage gelegt und darauf werden die vier verstrebt Wände (die Andreas-kreuze) gestellt, auf welche die vier Balken des zweiten Bodens kommen. Nuncmehr stellt man die Gratsparren auf, welche jedesmal durch zwei Stockwerke reichen, jedoch so, daß bei dem einen Boden vier (etwa 1, 3, 5, 7), beim nächsten Boden die anderen vier Gratsparren (etwa 2, 4, 6, 8) gestofsen werden. So geht der Aufbau weiter. Ein besonderes Gerüst kann erspart werden, da die verstrebt Wände als Gerüste dienen können.

c) Das Beseitigen schadhafter und das Neueinbringen guter Hölzer ist bei dieser Konstruktion ohne besondere Schwierigkeit möglich.

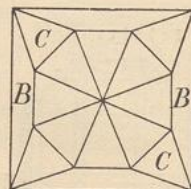
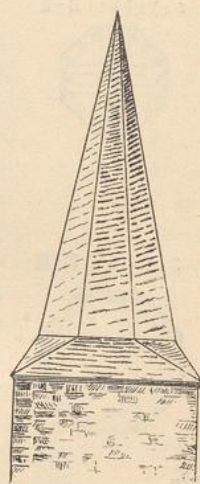
d) Der innere Turm ist von Hölzern frei und überall leicht zugänglich.

Ein gutes Beispiel zeigt gleichfalls Fig. 422.

Das *Moller'sche* Turmdach kommt auch dann vorteilhaft zur Verwendung, wenn nach Fig. 368 (S. 149) die achtseitige Turmpyramide über quadratischem Turmmauerwerk erbaut wird und die Überführung aus dem Achteck in das Viereck mit Hilfe von 4 Fünfecken *B* und 4 Dreiecken *C* vorgenommen wird, welche geringere Neigung haben als die darüber aufsteigende achtseitige Turmpyramide (Fig. 390). Man führt dann zweckmäfsig die *Moller'sche* Konstruktion wie üblich aus, läßt alle 8 Gratsparren geradlinig bis zur Auflagerebene durchgehen und bildet die flachen Dachflächen *B* und *C* mit Hilfe von Aufschieblingen. Die Aufschieblinge setzen sich mit ihrem unteren Ende auf rings im Quadrat umlaufende Pfetten, welche auf die Dachbalkenlage gestreckt sind; die oberen Enden der Aufschieblinge setzen sich teils auf die Turmsparren, teils auf die Gratsparren, welche zwischen den Flächen *B* und *C* angeordnet werden. Bei der in Fig. 391 dargestellten Konstruktion besteht die Balkenlage auf dem Mauerwerk aus vier sich kreuzenden Hauptbalken, zwischen denen Wechsel und Stichbalken, sowohl in den Seitenrichtungen des Grundquadrats, wie übereck angeordnet sind. Auf die Balkenlage sind aufsen für die Aufschieblinge im Quadrat umlaufende Pfetten gestreckt. Die Gratsparren für die Aufschieblinge haben ihr oberes Auflager auf den Hauptgratsparren des Turmhelmes und ihr unteres Auflager auf der äußeren Pfette.

Ⓑ) Turmhelme mit durchgehendem Kaiserstiel. Die hölzernen Turmkonstruktionen sind bis zur neuesten Zeit vielfach mit einem bis zur Grundfläche des Turmhelmes hinabreichenden sog. Kaiserstiel ausgeführt worden. Der Zu-

Fig. 390.



137.  
Turmhelm mit  
durchgehendem  
Kaiserstiel.

schnitt der Gratsparren an der Spitze hat wohl schon früh zur Anwendung einer lotrechten Helmstange geführt, welche einerseits die Schwierigkeit der Herstellung dieses Knotenpunktes verminderte, andererseits eine gute Befestigung des Turmkreuzes ermöglichte; zu diesem letzteren Zwecke mußte man aber die Helmstange wenigstens einige Meter weit hinabreichen lassen und das

Fig. 391.

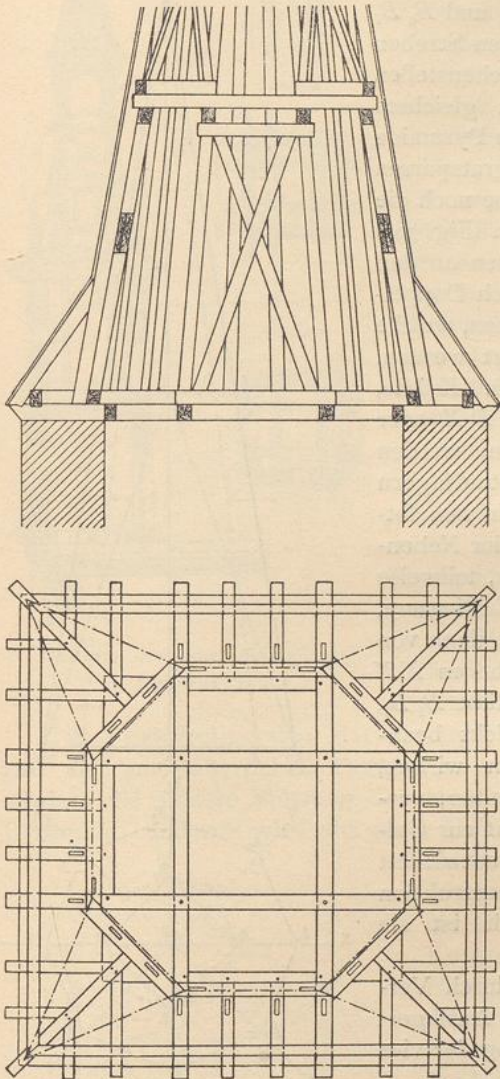
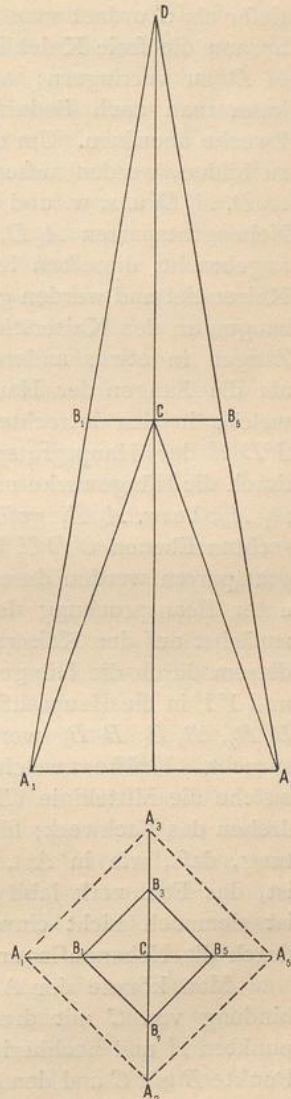


Fig. 392.



untere Ende derselben gegen seitliche Bewegungen sichern. So kam man leicht dazu, diesen Konstruktionsteil ganz hinab zu führen und als Hauptteil des Turmhelmes auszubilden.

Bei niedrigen und mittelhohen Türmen wird diese Anordnung auch heute noch vielfach ausgeführt.  $A_1, A_3, A_5, A_7$  (Fig. 392) seien vier feste Punkte in der Auflagerebene; alsdann wird Punkt  $C$  zu einem festen Punkte durch Ver-

bindung mit dreien dieser Punkte; verwendet man zwei einander unter rechtem Winkel kreuzende Hängewerke mit gemeinsamer Hängesäule, so ist die vierte Strebe eigentlich ein überzähliger Stab, der aber das Fachwerk nicht labil macht. Ebenso ist Punkt  $D$  an der Turmspitze durch die beiden Hängewerke  $A_1 D A_5$  und  $A_3 D A_7$  ein fester Punkt, wobei gleichfalls ein überzähliger Stab verwendet ist. In der Höhe des Punktes  $C$  oder etwas höher, bezw. tiefer als  $C$  ordnet man Zangen  $B_1 B_5$  und  $B_3 B_7$  an, um die freie Knicklänge der langen Streben  $A D$  zu verringern; auch an Zwischenstellen kann man nach Bedarf Zangen zu gleichem Zwecke anordnen. Um die achtseitige Pyramide zu bilden, werden aufer den Hauptgratsparren  $A_1 D, A_3 D$  u. s. w. und zwischen diese noch die Nebengratsparren  $A_2 D, A_4 D$  u. s. w. (Fig. 393) angebracht; dieselben lehnen sich oben an den Kaiserstiel und werden gleichfalls durch Doppelzangen an den Kaiserstiel angeschlossen, welche Zangen in etwas andere Höhe gelegt werden, als die Zangen der Hauptgratsparren. Kräfte, welche in den lotrechten Ebenen  $XDX$  oder  $YDY$  der Hauptgratsparren wirken, werden durch die Hängewerke nach den Hauptauflagern  $A_1 A_5$ , bezw.  $A_3 A_7$  geführt; Kräfte in den lotrechten Ebenen  $UDU$ , bezw.  $VDV$  der Nebengratsparren werden durch die Zangen, teilweise unter Beanspruchung der Hölzer auf Biegung, zunächst auf den Kaiserstiel gebracht, dann von diesem durch die Hängewerke der Ebenen  $XX$  und  $YY$  in die Hauptauflager. Die Stäbe  $B_1 B_3, B_3 B_5, B_5 B_7, B_7 B_1$  werden dabei nicht beansprucht. Kräfte, welche in Ebenen wirken, welche die Mittellinie  $CD$  nicht enthalten, verdrehen das Fachwerk; für diese kommt zur Geltung, daß, wie in Art. 123 (S. 156) entwickelt ist, das Fachwerk labil ist. Die Konstruktion ist demnach nicht einwandfrei; auch ist sie durch die Nebenaufleger unklar.

Man könnte der Ansicht sein, durch Verbindung von  $C$  mit drei (oder vier) Auflagerpunkten  $A$  und nachherige Verbindung der vier Punkte  $B$  mit  $C$  und den Auflagern  $A_1, A_3, A_5, A_7$  werde ein stabiles Fachwerk geschaffen, an welches sich dann die anderen Stäbe zur Bildung der achtseitigen Pyramide anschließen könnten. Die in Art. 123 (S. 156) geführte Untersuchung lehrt, daß das so gebildete Fachwerk nicht stabil ist. Man hat vielfach in die Randbalken  $B_1 B_3, B_3 B_5 \dots$ , bezw. in Balken, welche diesen entsprechen, aber näher an  $C$  liegen, Stichbalken gesetzt und diese zur Unterstützung der vier Zwischengratsparren benutzt. Da das Viereck  $B_1 B_3 B_5 B_7$

Fig. 393.

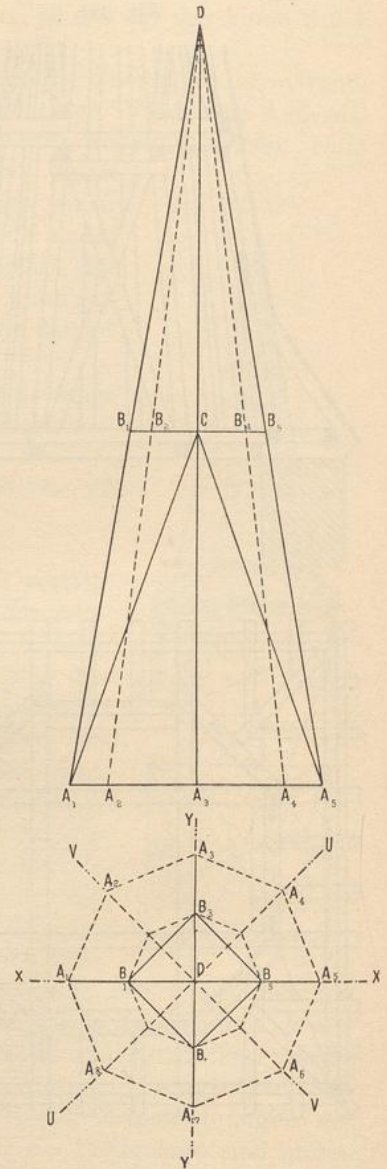
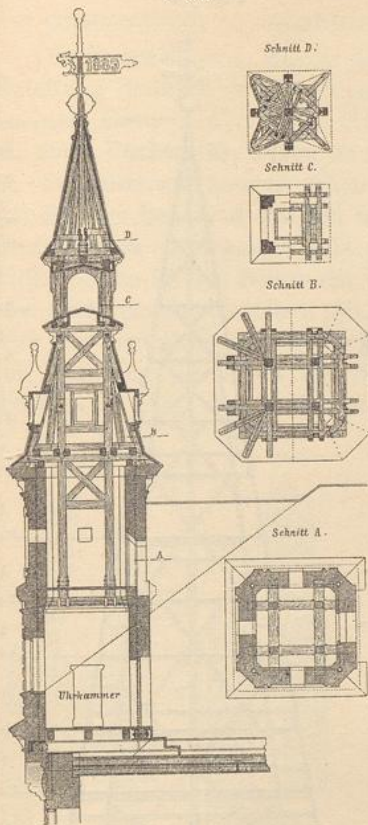


Fig. 394.

Uhrturm des Amtsgebäudes zu  
Joslowitz<sup>180)</sup>.

nicht als eine Scheibe gelten kann, deren Eckpunkte im Raume festgelegt sind, so können auch die Anschlusspunkte der Stichbalken nicht im Raume als festliegend angesehen werden. Die vorderen Enden der Stichbalken hat man durch Wände unterstützt, welche mit herumlaufenden Schwellen und Ringen gebildet und durch Andreaskreuze verstrebt sind. Dafs diese Wände ein stabiles Fachwerk geben, ist oben nachgewiesen; aber bei diesem Fachwerk ist der bis zur Grundfläche reichende Kaiserstiel überflüssig. Die ganze auf diese Weise gebildete Konstruktion ist nicht zweckmäfsig. Die tragenden Wände in den schräg liegenden Seitenflächen der Turmpyramide enthalten in den Rahmen und Schwellen viele Hölzer, welche in der Höhenrichtung des Turmes schwinden und im Verein mit den vielen Fugen ein bedeutendes Sacken zur Folge haben. Kaiserstiel und Gratsparren müssen aus einem Holze gearbeitet oder Hirnholz auf Hirnholz gestossen werden. Diese Teile setzen sich nur äufserst wenig, so dafs also ein ungleichmäfsiges Sacken eintritt und die einzelnen Teile aus dem Zusammenhange kommen. Diese Konstruktionsweise ist deshalb mit Recht verlassen worden.

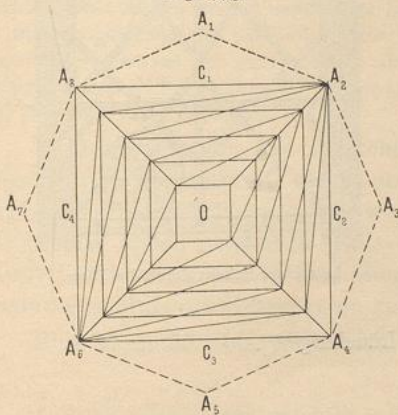
Fig. 394<sup>180)</sup> zeigt ein ohne weiteres verständliches Beispiel eines kleinen Turmes mit weit hinabreichendem Kaiserstiel.

©) Turmhelme des Mittelalters. Die bemerkenswerteste Eigentümlichkeit der mittelalterlichen Turmhelme ist nicht der durchgehende Kaiserstiel, sondern die sichere Stützung des achtseitigen Turmdaches auf eine vierseitige Pyramide; dadurch wird die ganze Belastung klar und sicher auf vier Punkte, die Auflagerpunkte, geführt.

132.  
Turmhelme  
des  
Mittelalters.

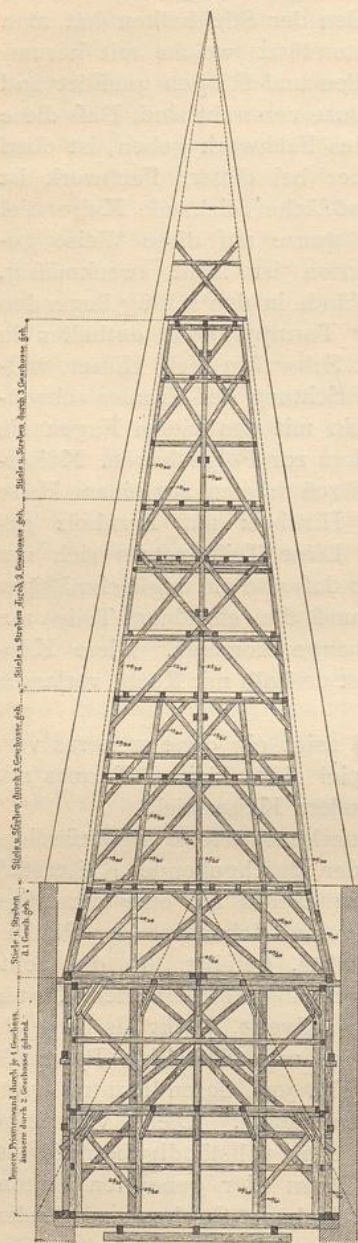
In der achtseitigen Turmpyramide, welche in den Kanten die Gratsparren aufweist, steckt als tragende Konstruktion eine nur vierseitige Pyramide  $A_2 A_4 A_6 A_8 O$  (Fig. 395), deren Kanten unter den Gratsparren liegen. Diese vierseitige Pyramide ist in einer vollständig befriedigenden Weise in ihren vier geneigten Seitenwänden mit Holmen, Streben und Stielen versehen, so dafs sich ein stabiles, steifes Raumbachwerk, ein Flechtwerk, bildet. Die Holme entsprechen den heute sog. Ringen; die Streben gehen vielfach durch mehrere

Fig. 395.



<sup>180)</sup> Faks.-Repr. nach: Allg. Bauz. 1891, Bl. 11.

Fig. 396.



Seitenfläche der vierseitigen inneren Pyramide.

Fig. 397.

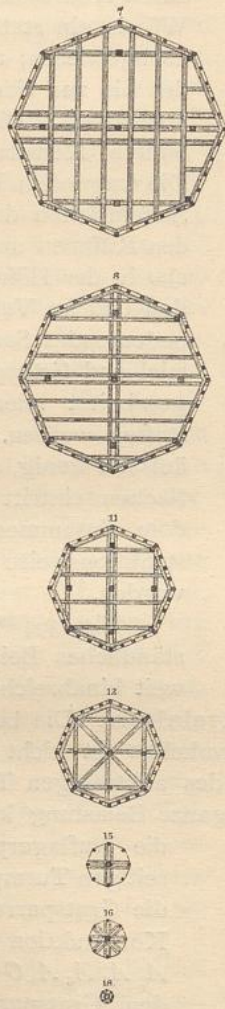
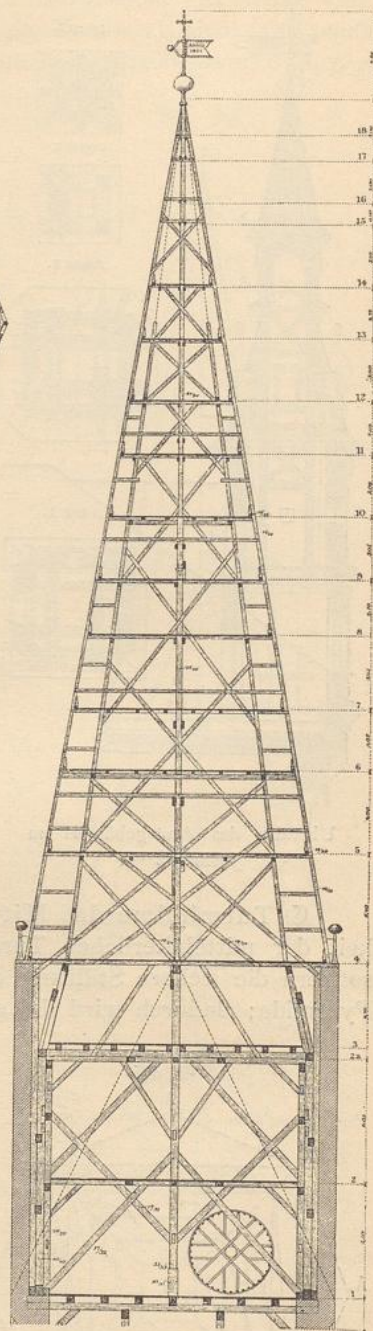


Fig. 398.



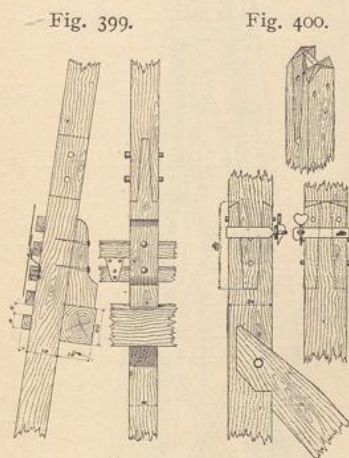
Lotrechter Schnitt durch die Mitte.

Von der Johanniskirche zu Lüneburg<sup>181</sup>).

$\frac{1}{333}$  w. Gr.

Stockwerke durch; man kann aber dieselbe Konstruktion, unserer heutigen Bauweise entsprechend, so anordnen, daß jedes Stockwerk für sich verstrebt ist.

Die beschriebene Konstruktion ist steif; dennoch ist noch eine weitere Versteifung dadurch vorgenommen, daß in zwei senkrecht zu einander stehenden lotrechten Ebenen ( $C_1OC_3$ ,  $C_2OC_4$  in Fig. 395) verstrebt Fachwerke angebracht sind; diese Fachwerke haben an der Schnittstelle ihrer Ebenen den sog. Kaiserstiel. Derselbe soll hauptsächlich die zu große Länge der in den beiden Ebenen liegenden Streben und Zangen verkürzen. Um nun die achtseitige Form der Turmpyramide zu erhalten (die punktierte Grundform in Fig. 395), lagert man auf die Holme in den Seiten der vierseitigen Pyramide die Balken der Zwischenböden und versieht dieselben mit verschiedenen langen Auskragungen, so daß ihre Enden im Grundriß das verlangte Achteck bilden. Die Balken gehen in der einen Richtung durch; in der dazu senkrechten Richtung werden Stichbalken angeordnet. Auf die Balkenenden werden die im Achteck herumlaufenden



Einzelheiten zu Fig. 396 bis 398.

Pfetten gelegt, gegen welche sich sowohl die Gratsparren, wie die Zwischensparren legen. Die Balken der Zwischenböden gehen bald in der einen, bald in der zu dieser winkelrechten Richtung durch.

Ein gutes Beispiel ist der in Fig. 396 bis 398 dargestellte Turm der Johanniskirche in Lüneburg<sup>181)</sup>.

Der lotrechte Schnitt in Fig. 398 zeigt die verstrebt Fachwand in der lotrechten Mittelebene des Turmes; Fig. 396 veranschaulicht die Seitenwand der tragenden vierseitigen Pyramide. Die Gratsparren spielen hier kaum eine wichtigere Rolle als die anderen Sparren; beide sind gleich stark ( $15 \times 15$  cm). Fig. 399 zeigt den Sparrenstoß mittels des einfachen Scherzapfens und die Verbindung der Sparren mit den Pfetten vermittels der Knaggen. Fig. 400 giebt den sehr sorgfältig gearbeiteten Stoß des Kaiserstieles; dieselbe Abbildung zeigt das Hakenblatt, mit welchem sich die Streben an die Stiele setzen; um den Stiel dabei so wenig wie möglich zu schwächen, ist die Strebenbreite in der gezeichneten Weise am Anschlußpunkt vermindert. Der Turm ist aus Eichenholz hergestellt und hat sich gut gehalten. Prieß sagt in der unten angegebenen Abhandlung<sup>181)</sup> über die Konstruktion u. a.: »Der Helm ist in möglichst wenig Geschossen mit langen durchgehenden Stielen als ein starres, nach allen Seiten gut versteiftes Ganzes aufgebaut. Diese Anordnung übertrifft ohne Zweifel die der neueren Entwürfe, bei denen es üblich geworden ist, den Aufbau aus vielen niedrigen Geschossen mit kurzen Stielen bestehen zu lassen und dabei mehrfach übereinander gelegte Hölzer in den Haupttragewänden zu verwenden, eine Ausführungsweise, die nicht nur von vornherein einen mangelhaften Verband der ganzen Spitze abgiebt, sondern die sich vor allem auch wegen des notwendigen stärkeren Schwindens des Holzes in der Quersfaser bei Bauten, die für längere Zeit berechnet sind, sicherlich nicht bewähren wird.«

Es empfiehlt sich, die vorstehend angeführte Bauweise wieder mehr in die Konstruktion einzuführen: die ganze Last auf vier Gratsparren zu stellen, welche Hirnholz auf Hirnholz gestossen werden, herumlaufende Ringe anzuordnen, die Seitenfelder durch gekreuzte (Holz- oder Eisen-) Diagonalen zu verstreben. Der Kaiserstiel braucht nur in den oberen Stockwerken vorhanden zu sein, um den Zusammenschluß der Gratsparren zu erleichtern und das Turmkreuz aufzunehmen.

Eine ähnliche, aber wesentlich weniger gute Konstruktion zeigen die Turm-

<sup>181)</sup> Nach: Zeitschr. f. Bauw. 1893, S. 566 u. Bl. 55, 56.  
Handbuch der Architektur. III. 2, d. (2. Aufl.)

helme der St. Marienkirche in Lübeck<sup>182)</sup>. Auch hier ist eine innere, vierseitige Pyramide angeordnet; aber das Turmgerüst besteht aus einzelnen, voneinander unabhängigen stehenden Stühlen, welche nach oben, der Verjüngung der Innenpyramide entsprechend, geneigt sind. Die Verbindung der einzelnen Stockwerke miteinander durch die Sparren und die innere Querverstrebung ist mangelhaft. Thatsächlich sind bei letzteren Türmen bedeutende Formveränderungen im Laufe der Jahrhunderte eingetreten.

<sup>133)</sup>  
Otzen'sche  
Turmdächer.

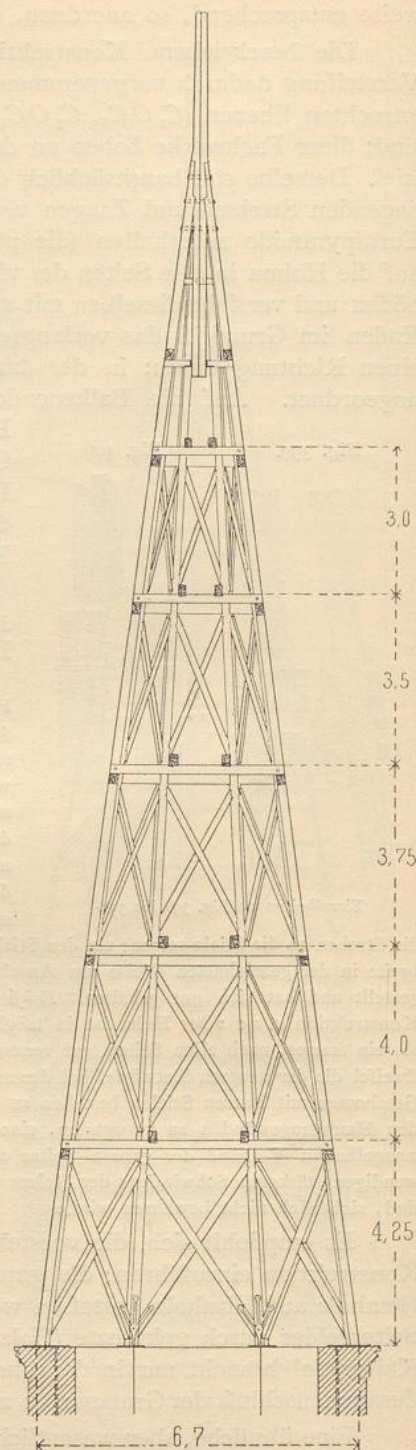
2) *Otzen'sche* Turmdächer. Die von *Otzen* in neuerer Zeit konstruierten Turmdächer sind sowohl in ihrer Gesamtordnung, wie in der Ausbildung der Einzelheiten in hohem Maße bemerkenswert. Der Gesamtanordnung zunächst ist eigentümlich, daß alle trapezförmigen Felder der achtseitigen Turmpyramide — soweit möglich — mit gekreuzten Schrägstäben verstrebt sind; zwischen je zwei Stockwerken ist ferner ein herumlaufender Pfettenring angeordnet, dessen einzelne Hölzer sich in die Grat-sparren setzen. Werden die Gratsparren bis zur gemeinsamen Auflagerebene hinabgeführt, so ergibt sich ein stabiles, räumliches Fachwerk, wie in Art. 127 (S. 168) nachgewiesen ist. Abgesehen von der Spitze und den sich kreuzenden Gegendiagonalen ist dieses Fachwerk sogar statisch bestimmt. Sodann ist diesen Dächern die Verankerung mit dem Turmmauerwerk eigentümlich. Bei den neueren *Otzen'schen* Turmhelmen ist endlich die ausgedehnte Verwendung des Eisens hervorzuheben, nicht nur zur Konstruktion der Schrägstäbe in den Seitenflächen, sondern auch zur Bildung der Knotenpunkte. Auf die Ausbildung der Knotenpunkte, auch der Turmspitze, unter geschickter Benutzung des Eisens, wird besonders aufmerksam gemacht.

Fig. 401<sup>183)</sup> zeigt im Hauptturm der Kirche zu Apolda einen fast ausschließlich in Holz konstruierten Turm.

<sup>182)</sup> Beschrieben von *Schwiening* in: Zeitschr. f. Bauw. 1894, S. 505 u. Bl. 62, 63.

<sup>183)</sup> Nach den von Herrn Geheimen Regierungsrat Professor *Otzen* zu Berlin freundlichst zur Verfügung gestellten Zeichnungen.

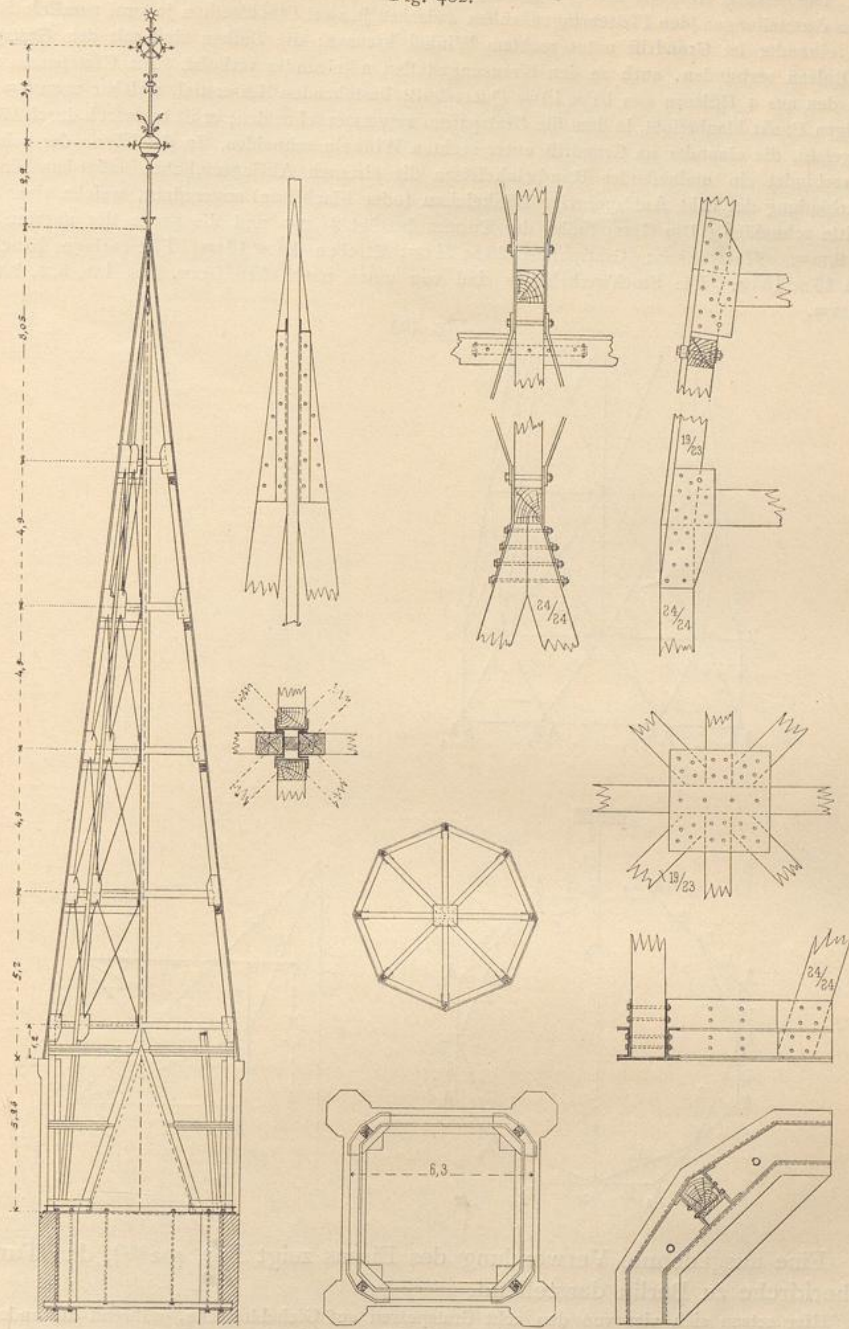
Fig. 401.

Hauptturm der Kirche zu Apolda<sup>188)</sup>.

<sup>1/100</sup> W. Gr.



Fig. 402.



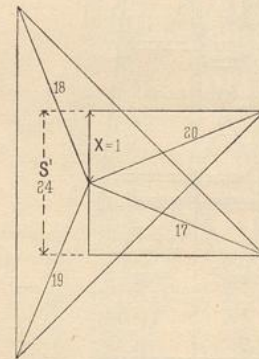
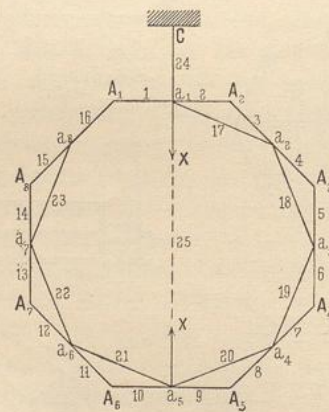
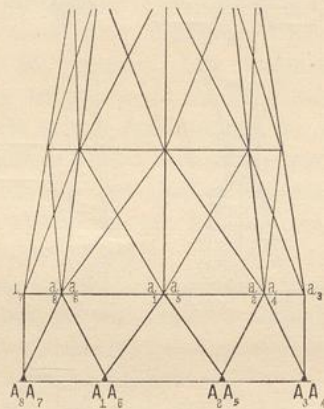
Von der Lutherkirche zu Berlin<sup>183</sup>.

$\frac{1}{250}$ , bzw.  $\frac{1}{100}$  w. Gr.

Die Gratsparren setzen sich sämtlich auf die Auflagerebene am Turmmauerwerk, und zwar mit dem Hirnholz unmittelbar auf die Auflagerschuhe; sie sind stumpf nur mit Langblatt gestossen, so daß Höhenveränderung möglichst ausgeschlossen ist. Die Stöße der Gratsparren wechseln und sind, mit Ausnahme der obersten, stets oberhalb der Aussteifungen zwischen den Strebenfüßen (d. h. oberhalb der

Ringe). Die Streben sind aus Holz hergestellte Andreaskreuze, in der Kreuzung miteinander vernagelt. Auf den Aussteifungen (den Pfettenringen) ruhen zwischen je zwei Stockwerken je zwei parallele Balken, welche einander im Grundriß unter rechtem Winkel kreuzen; die Balken sind mit den Gratsparren durch Bolzen verbunden, auch an den Kreuzungsstellen miteinander verbolzt. Die Gratsparren setzen sich in den aus 4 Hölzern von  $18 \times 18$  cm Querschnitt bestehenden Kaiserstiel, welcher etwa 6 m unter demjenigen Punkt hinabreicht, in dem die Gratsparren zusammenschneiden; er ist mehrfach durch Winkel-eisen gefast, die einander im Grundriß unter rechten Winkeln schneiden. In der Ebene der acht Auflager verbindet ein umlaufendes Randwinkel-eisen die eisernen Auflagerschuhe; außerdem sind zur Querverbindung der acht Auflager vier Winkel-eisen (oder Flacheisen) angeordnet, welche einander in der Mitte schneiden. Die Gesamthöhe des Turmes beträgt 27,75 m und die Breite des unteren Achteckes 6,70 m. Holzstärken: Gratsparren  $20 \times 24$  cm, Streben  $18 \times 18$  cm, Pfettenringe  $15 \times 18$  cm, Balken  $15 \times 18$  cm. Die Stockwerkshöhen sind von unten nach oben bezw. 4,25, 4,00, 3,75, 3,50, 3,00 und 1,85 m.

Fig. 403.



Eine ausgedehnte Verwendung des Eisens zeigt Fig. 402<sup>183)</sup>, den Turm der Lutherkirche zu Berlin darstellend.

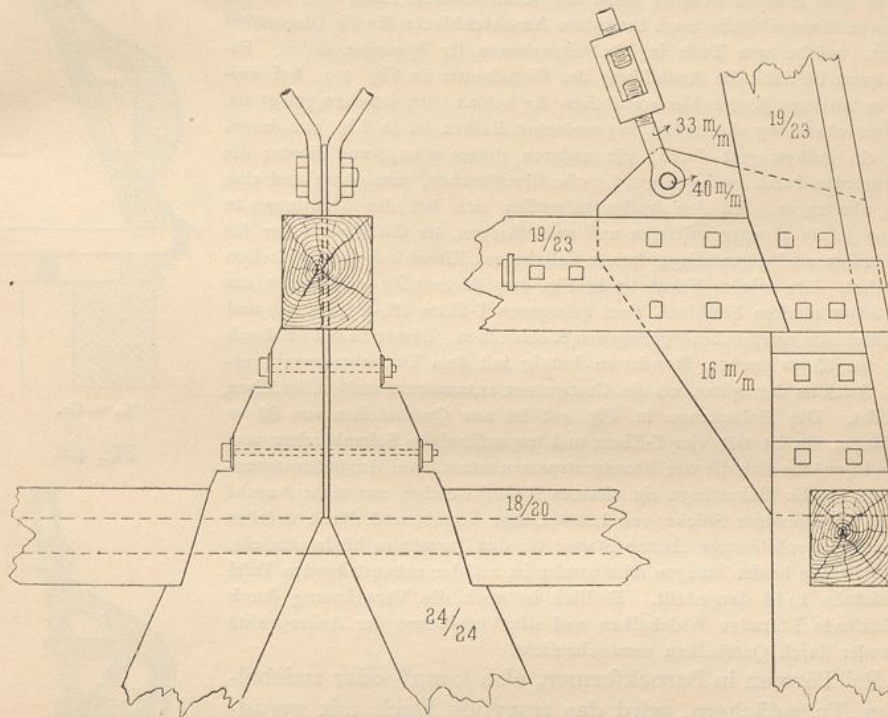
Hier setzen sich vier von den acht Gratsparren auf Giebel-dreiecke, während die anderen vier Gratsparren bis zu derjenigen Auflagerebene hinabreichen, auf welche sich auch die Streben der Giebel-dreiecke setzen. In der Höhe der Giebelspitzen ist eine achteckige Scheibe durch umlaufende Ring-hölzer und vier quer angeordnete Balken gebildet; dieser Übergang aus dem Viereck in das Achteck ist in Art. 125 (S. 160) besprochen. Dort ist auch nachgewiesen, daß diese Konstruktion streng ge-nommen nicht stabil ist. Bei der in Fig. 402 vorgeführten Art der Knotenbildung kann man jedoch die Scheibe als starre Scheibe annehmen, welche gegen die Auflagerebene durch die vier Giebel-dreiecke und die vier untersten Teile der Gratsparren festgelegt ist. — Auf dem Unterbau ist nun die weitere

achtseitige Pyramide errichtet; die vier einander kreuzenden Balken wiederholen sich zwischen je zwei Balkenlagen; sie sind für die geometrische Bestimmtheit, also die Stabilität in diesen nicht mehr erforderlich.

Eine etwas andere Anordnung zeigt Fig. 403.

Hier setzen sich alle acht Gratsparren auf Giebdreiecke. Der mittlere Sparren jeder Pyramiden-seite ist bis zur gemeinsamen Auflagerebene aller Giebdreieckstreben hinabgeführt. Es ist zu untersuchen, ob diese Anordnung ein stabiles Raumbachwerk bietet; für diese Untersuchung dient Fig. 403. Die Fußpunkte der Giebelstreben seien  $A_1, A_2 \dots A_8$ , die Giebelspitzen  $a_1, a_2 \dots a_8$ . Die Giebelspitzen  $a_1 \dots a_8$  sind durch die wagrechten Stäbe  $a_1 a_2, a_2 a_3, a_3 a_4 \dots a_8 a_1$  miteinander verbunden. Wir bauen das Raumbachwerk von unten auf, indem wir jeden hinzukommenden Punkt mit drei bereits festen Punkten verbinden, welche mit ihm nicht in einer Ebene liegen. Die Auflagerebene  $A_1$  bis  $A_8$  sind fest; den ersten Giebelpunkt, etwa  $a_1$ , verbinden wir durch Stäbe 1 und 2 mit  $A_1, A_2$  und

Fig. 404.



Von der Kirche zu Plagwitz-Leipzig<sup>1893</sup>). —  $\frac{1}{25}$  w. Gr.

vorläufig noch durch einen Hilfsstab mit dem festen Punkte  $C$  in der wagrechten Ebene  $a_1 a_2 \dots a_8$ . Damit ist  $a_1$  ein fester Punkt.

Nun verbinde man nacheinander: Punkt  $a_2$  mit  $A_2, A_3, a_1$ , Punkt  $a_3$  mit  $A_3, A_4, a_2$ , Punkt  $a_4$  mit  $A_4, A_5, a_3$ , Punkt  $a_5$  mit  $A_5, A_6, a_4$ , Punkt  $a_6$  mit  $A_6, A_7, a_5$ , Punkt  $a_7$  mit  $A_7, A_8, a_6$  und Punkt  $a_8$  mit  $A_8, A_1, a_7$ . Damit sind alle Punkte  $a$  fest, wenn  $a_1$  fest ist. An Stelle des Ersatzstabes von  $a_1$  nach  $C$  werde jetzt der Stab 25 von  $a_1$  nach  $a_5$  gesetzt. Soll dadurch ein stabiles Raumbachwerk entstehen, so muß die Spannung im Stabe 25 für die Kräfte  $X=1$  im Stabe 25 einen Wert haben, der von Null verschieden ist. Man erhält leicht, wenn der Winkel des Stabes 20 mit der wagrechten Linie in der Ebene  $A_6 A_5 a_5$  mit  $\beta$  bezeichnet wird:  $S_{20}' = -\frac{1}{\sin \beta}$ ,  $S_{19}' = +\frac{1}{\sin \beta}$ ,  $S_{18}' = -\frac{1}{\sin \beta}$ ,  $S_{17}' = +\frac{1}{\sin \beta}$ , und weil das Gleichgewicht am Knotenpunkt  $a_1$  bedingt:  $0 = 1 + S_{17}' \sin \beta - S_{21}'$ ,  $0 = 1 + 1 - S_{24}'$ ,  $S_{24}' = 2$ . Der Stab 25 kann also an die Stelle des Ersatzstabes 24 treten; er macht das Raumbachwerk stabil.

Außer den in Fig. 403 gezeichneten Stäben sind noch der Randstab  $a_8 a_1$  und die Querbalken oder Querstäbe  $a_2 a_6$ ,  $a_3 a_7$ ,  $a_4 a_8$  angeordnet. Dieselben sind überzählige Stäbe, welche das Fachwerk statisch unbestimmt machen, aber die Stabilität desselben nicht ändern. Der Unterbau der Pyramide ist also stabil, und das Fachwerk bleibt stabil, wenn nunmehr auf die Punkte  $a_1$ ,  $a_2 \dots a_8$  der weitere Aufbau eines Flechtwerkes erfolgt

Die Einzelausbildung der Stoßstellen und Knotenpunkte ist bei den *Olsen'schen* Turmhelmen mit Hilfe eiserner Blechlaschen vorgenommen. Die Gratsparren setzen sich an den Stoßstellen aufeinander und sind beiderseits mit Blechlaschen (7 bis 8 mm stark) versehen, welche durch Schraubenbolzen mit dem Holz verbunden sind; mittels solcher Stoßbleche werden auch die Querbalken an die Gratsparren gefügt. Wo die Gratsparren sich auf die Spitzen der Giebel-dreiecke setzen, sind die verbindenden beiderseitigen Blechlaschen entsprechend gebogen, so daß sie teils in die Seitenfläche der Gratsparren, teils in diejenige der Giebelstreben fallen. Die schmiedeeisernen Diagonalen der Seitenfelder sind an denselben Knotenblechen durch Bolzen befestigt (Fig. 402); in dem neueren Beispiel (siehe die nebenstehende Tafel) sind auf die erwähnten Knotenbleche noch besondere Anschlußbleche für die Diagonalen genietet, welche zum Teile in die Seitenebenen der Pyramide fallen. Beachtenswert ist auch die Ausbildung der Giebelspitze in Fig. 404, bei welcher ein mittleres Knotenblech zwischen die beiden Giebelstreben gelegt ist. Die Überschneidung der radial angeordneten Balken ist in Fig. 402 dargestellt; ein Balken geht durch, die anderen stoßen stumpf vor diesen; die Kräfte werden durch zwei genügend große Blechlaschen, eine obere und eine untere, übertragen. An den Auflagern treffen sich bei der Anordnung in Fig. 402 je ein Hauptgratsparren und zwei Streben der Giebel-dreiecke; für diese Stellen sind eigenartig geformte Schuhe aus Eisenblech und Walzeisen konstruiert. Ein solcher Schuh ist in Fig. 402 dargestellt; er besteht aus einem 20 mm starken Fußblech, zwei gebogenen E-Eisen (N.-Pr. Nr. 20) und zwei gleichfalls entsprechend gebogenen Stehblechen. Dieser Schuh ist durch Anker aus 39 mm starkem Rundeisen kräftig mit dem Turmmauerwerk verankert. Auch an der Spitze, wo die Gratsparren zusammenschneiden, ist Eisen verwendet. Die Helmstange in Fig. 402 ist aus Quadrateisen von 80 mm Seitenlänge; sie ist mit vier E-Eisen und trapezförmigen Seitenblechen verbunden, in welche sich die vier Hauptgratsparren setzen. Auf der nebenstehenden Tafel ist die Helmstange ein eisernes Rohr, welches aus einer Anzahl schwach kegelförmiger Stücke von 1,25 m Länge besteht und durch welches die gleichfalls rohrförmige eiserne Stange für den Turmhahn hindurchreicht. Die Verbindung beider Stangen miteinander ist auf der nebenstehenden Tafel im Maßstabe 1:10 dargestellt. Endlich ist auch die Verankerung durch herumlaufende I-förmige Walzbalken und die Verbindung der Ankerpunkte miteinander durch Querbalken veranschaulicht.

Bei Türmen in Barockformen, also knopf- oder zwiebelartigen Turmdächern, wird das tragende Dach mit geradlinigen Hölzern in den vorbeschriebenen Konstruktionsweisen hergestellt; die krummen Flächen werden dadurch gebildet, daß man auf die Sparren Bohlen aufnagelt, welche nach den gewünschten krummen Linien ausgeschnitten sind. Ein Beispiel zeigt Fig. 405; auf den Gratsparren sind doppelte Bohlen angeordnet, welche die Gratsparren und eine aufsitzende Bohle zangenartig umfassen. Eine stärkere Schweifung zeigt Fig. 406; die langen Zangen sind gegen Formänderung durch eine diagonal angebrachte Bohle gesichert.

Bei stark gekrümmten Flächen bildet man die Verschalung nicht aus Schalbrettern, sondern aus Latten, welche auf die Bohlenrippen genagelt werden. (Vergl. auch Fig. 437 u. 438.)

γ) Rhombenhabendach. Dieses Dach, bei welchem die Gratsparren nach den Spitzen der vier Seitengiebel laufen, kann in der Weise angeordnet werden, welche in Fig. 407 schematisch dargestellt ist. Am Fuß der Giebel sind die vier

Fig. 405.

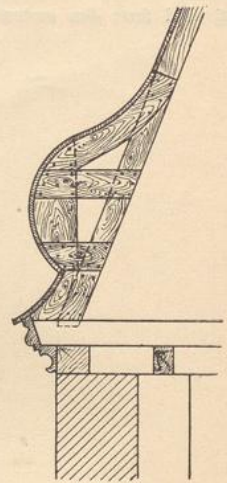
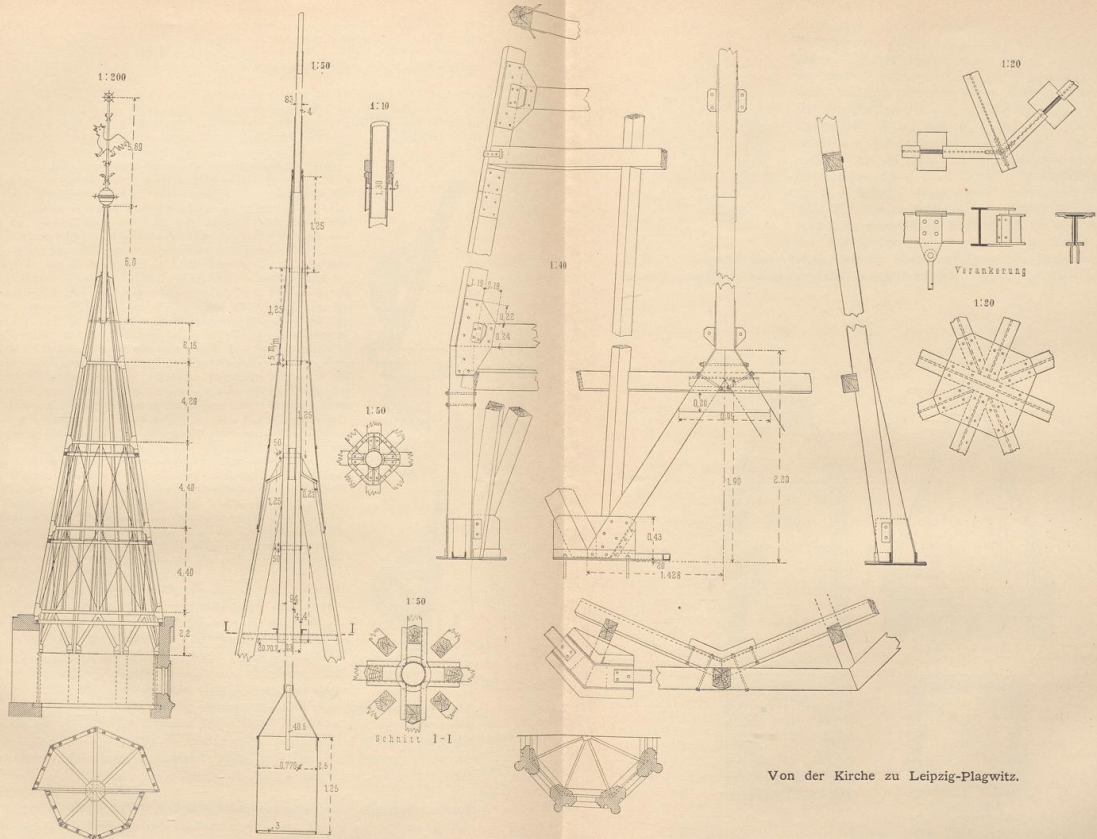
 $\frac{1}{100}$  w. Gr.

Fig. 406.

 $\frac{1}{100}$  w. Gr.





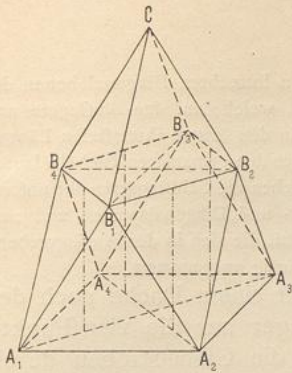
Handbuch der Architektur, III, 2, d. (6. Aufl.)

Von der Kirche zu Leipzig-Plagwitz.

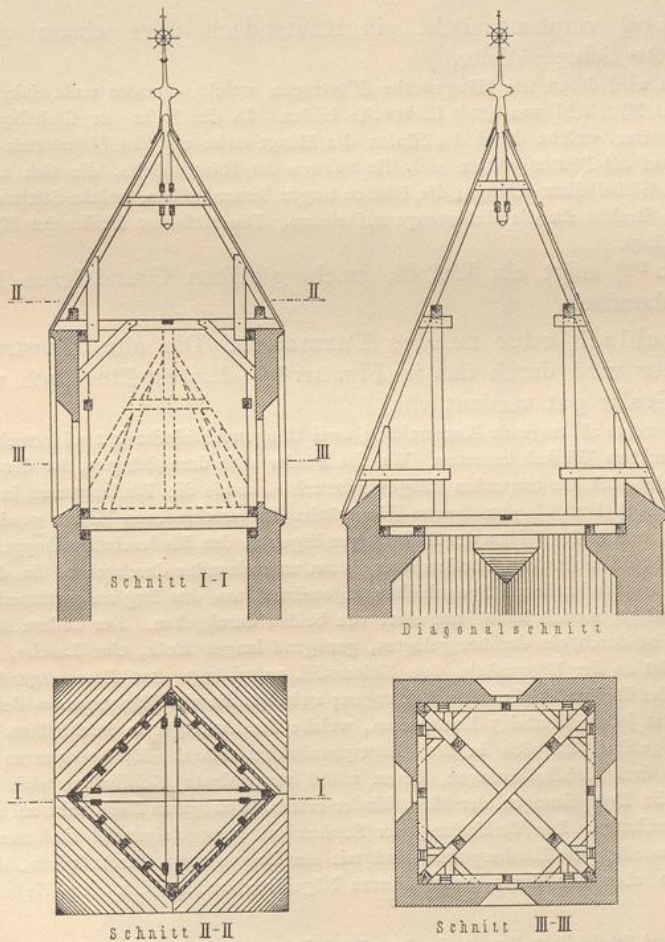
Nach freundlichen Mitteilungen des Herrn Geh. Regierungsrats Professor Otzen in Berlin.



Fig. 407.



Stützpunkte  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , von denen aus die Giebelstreben  $A_1 B_1, A_3 B_1, A_2 B_2, A_3 B_2$  u. s. w. ausgehen. Die vier Giebelspitzen  $B_1, B_2, B_3, B_4$  bilden ein Viereck, welches durch die Diagonalen  $B_1 B_3, B_2 B_4$  versteift ist. Auf dieses Viereck setzen sich nun die Gratsparren  $C B_1, C B_2, C B_3, C B_4$ . Von den Diagonalen  $B_1 B_3$  und  $B_2 B_4$  ist eine wegen des Schubes in den Gratsparren nötig (vergl. die Untersuchung auf S. 161); die zweite Diagonale ist ein überzähliger Stab. Man braucht die Punkte  $B_1, B_2, B_3, B_4$  nicht als Auflagerpunkte auszubilden; dadurch wird die Kraftwirkung unklar. Diese Auflagerung wird aber ausgeführt; z. B. findet sie sich auch in der Konstruktion der Fig. 408. Die Linien  $B_1 B_2, B_2 B_3 \dots$  entsprechen Pfetten, welche einerseits durch die Diagonalbalken, andererseits durch besondere Stiele gestützt werden, die auf den Balken  $A_1 A_3$

Fig. 408<sup>184)</sup>.

<sup>184)</sup> Nach: HARRIS, B. Die Schule des Zimmermanns. Theil I. 7. Aufl. Berlin 1889. S. 128.



und  $A_2 A_4$  stehen. Die Sparren in den rhombischen Seitenflächen schiften sich an die Giebelstreben und Gratsparren.

Ein derartiges Dach zeigt Fig. 408<sup>184)</sup>.

Die Gratsparren sind, wie oben angegeben, angeordnet; in den lotrechten Diagonalebene des Turmes sind vier bis zur Auflagerebene  $A_1 A_2 A_3 A_4$  reichende Sparren, welche auf den Auflagern und den in Höhe der Giebelspitzen umlaufenden Pfetten ruhen; diese sind in den Mitten ihrer freien Längen durch besondere in den Diagonalebene liegende Stiele gestützt. Hinter den gemauerten Giebeln laufen diesen parallel die Giebelstreben (im Querschnitt  $I-I$  punktiert), auf welchen die Schiftparren ihr unteres Lager finden. Die Helmstange dient zum Zusammenführen der Grat- und Diagonalsparren und zum Tragen des Kreuzes; sie ist am unteren Ende durch Zangen gefaßt. Damit die sich in der Auflagerebene kreuzenden Balken nicht zu weit frei liegen, sind die Ecken kragesteinartig vorgemauert.

Es steht nichts im Wege, die Rhombenhaube mit einem Dache nach der Otzen'schen Bauweise zu versehen, demnach als Auflager nur die vier Punkte  $A_1, A_2, A_3, A_4$  in der unteren Ebene zu verwenden, die Giebelstreben durch eiserne Knotenbleche miteinander und mit den durchgehenden Balken zu verbinden und die beiden nach einem Auflagerpunkte  $A$  laufenden Giebelstreben in einen gemeinsamen eisernen Schuh zu setzen. Um den Zusammenschritt der Sparren in der Turmspitze einfacher zu erhalten, lege man in die lotrechten Diagonalebene keine Sparren.

Fig. 409<sup>185)</sup> veranschaulicht ein Rautendach über einem quadratischen Raume von 9<sup>m</sup> lichter Weite.

Das Dach wird durch vier Hängewerke  $H$  getragen, welche einander rechtwinklig kreuzen und ein quadratisches Mittelfeld von 4,50<sup>m</sup> Lichtweite bilden. In der Höhe der Giebelspitzen läuft eine Pfette  $P$  rings herum, welche durch die Säulen der Hängewerke und das Mauerwerk der Giebel getragen wird. Auf die Pfetten stützen sich die Sparren der Rautenfläche, die sich außerdem an die Gratsparren und Giebelhölzer schiften; die Pfetten tragen ferner Balken, welche Stiele zum Stützen der Gratsparren und Streben für die Helmstange aufnehmen. Die sichtbare Decke der Kirche ist an die Hängewerke gehängt.

Fig. 410<sup>186)</sup> zeigt ein kleines, nach gleichen Grundsätzen konstruiertes Rhombenhaubendach.

135.  
Kegeldach.

δ) Kegeldach oder rundes Turmdach. Die alte Konstruktionsweise solcher Dächer wird durch das in Fig. 411<sup>187)</sup> dargestellte Dach vom großen Zwinger in Goslar gut verdeutlicht.

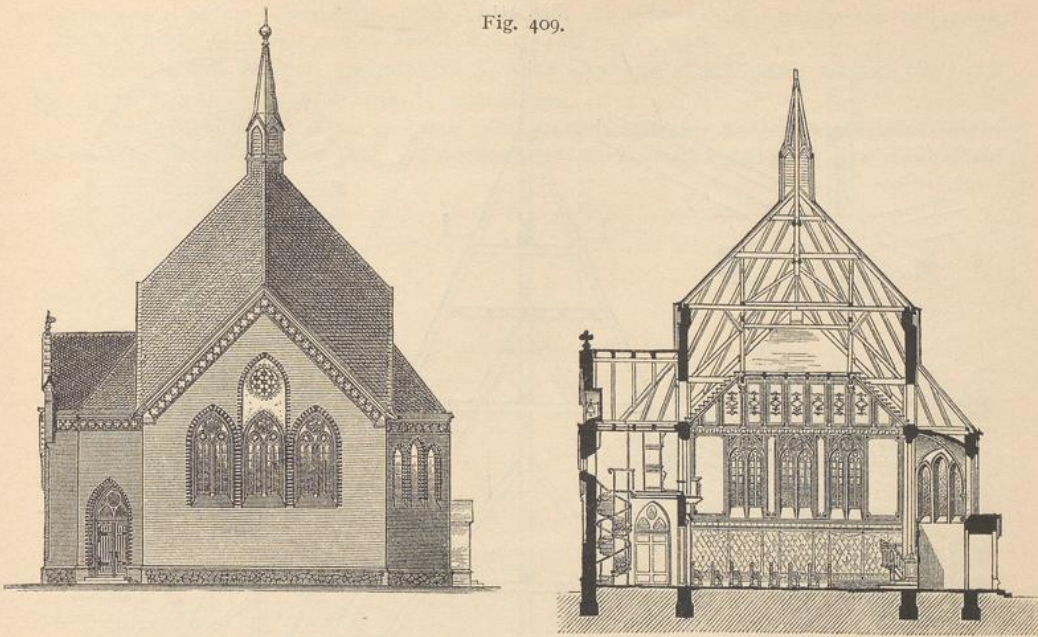
Man verwendete als tragende Konstruktion zwei Hängewerksbinder in zwei lotrechten Ebenen, die einander unter rechtem Winkel kreuzten. Wo die Binder sich durchdringen, ist der Kaiserstiel angebracht, gegen den sich die tragenden Hängewerksstreben, sowie die Bindersparren in beiden Ebenen setzen; der Kaiserstiel dient als gemeinsame Hängesäule. In verschiedenen Höhen werden Kehlbalenlagen angebracht, und in den Höhen der Balkenlagen liegen in den Binderebenen Doppelzangen, welche einander aber nicht überschneiden, sondern über, bezw. untereinander durchgehen. In der Dachbalkenlage sind in beiden Binderebenen Spannbalken angeordnet, um den Zug aufzunehmen; diese sind in dieselbe Ebene gelegt; sonach kann nur einer von beiden durchgehen. Der andere stößt stumpf vor den ersteren und ist durch ein darüber gelegtes, genügend langes Holz, eine Lasche, gestossen. Der Kreuzungspunkt ist an der Hängesäule, dem Kaiserstiel, aufgehängt. Auf diese tragende Konstruktion ist nun die Last des übrigen Dachwerkes übertragen; zwischen die vier Hauptsparren der Bindergebände setzen sich noch in jedem Viertel 7 Leersparren, welche ihre Auflager in Stichbalken finden; letztere sind in Wechsel geführt, die sich in die Hauptspannbalken setzen. Die Leersparren finden weitere Unterstützung in drei Kehlbalenlagen, deren radial angeordnete Kehlbalen sich nach Fig. 411 Schnitt  $II-II$  in die Doppelzangen der Hauptbinder setzen. Das ganze Dach ruht auf zwei ringförmig verlaufenden Mauerlatten. Zur Verbindung der Streben mit dem Kaiserstiel sind nur Zapfen, keine Versatzungen verwendet; die Bindersparren sind mit der Doppelzange durch Bolzen, die Streben mit den Doppelzangen aber nur durch starke eiserne Nägel verbunden. Um den Kaiserstiel sind die

<sup>185)</sup> Ansicht und Schnitt Faks.-Repr. nach: Centralbl. d. Bauverw. 1883, S. 475.

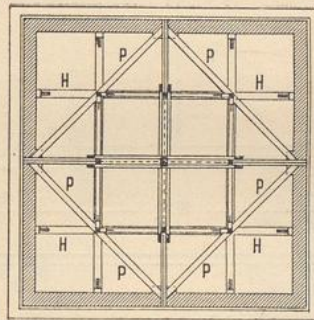
<sup>186)</sup> Faks.-Repr. nach: Zeitschr. f. Bauw. 1893, Bl. 57.

<sup>187)</sup> Nach: Zeitschr. f. Bauw. 1893, Bl. 57.

Fig. 409.



Kapelle der  
Universitäts-  
zu

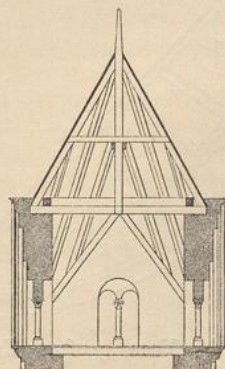
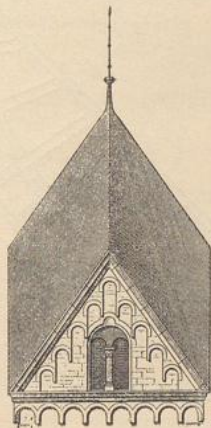


klinischen  
institute  
Halle a. S. 185).

1/300 w. Gr.

Fig. 410.

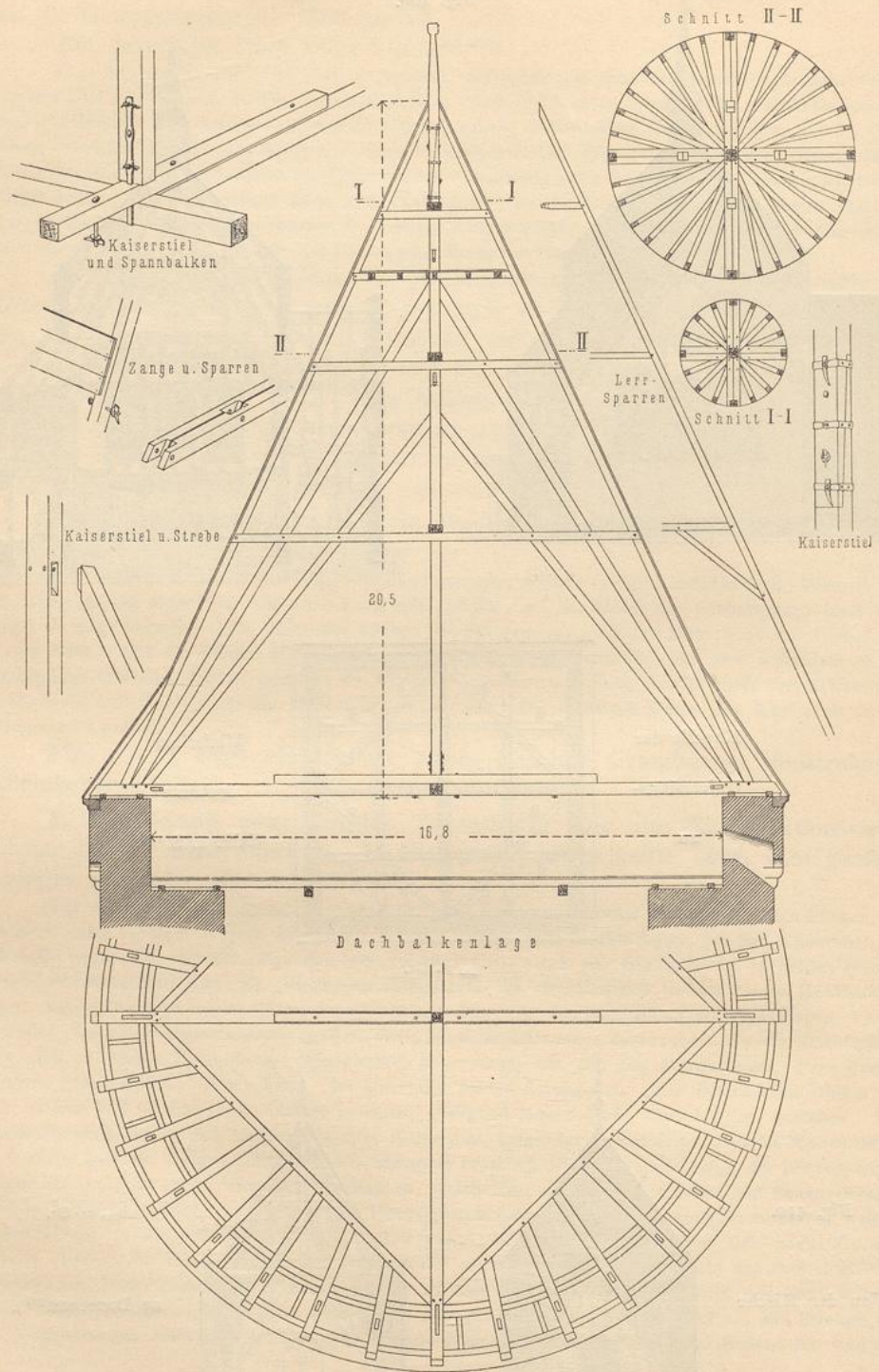
Von der Kirche



1/200 w. Gr.

zu Dausenau 186).

Fig. 411.



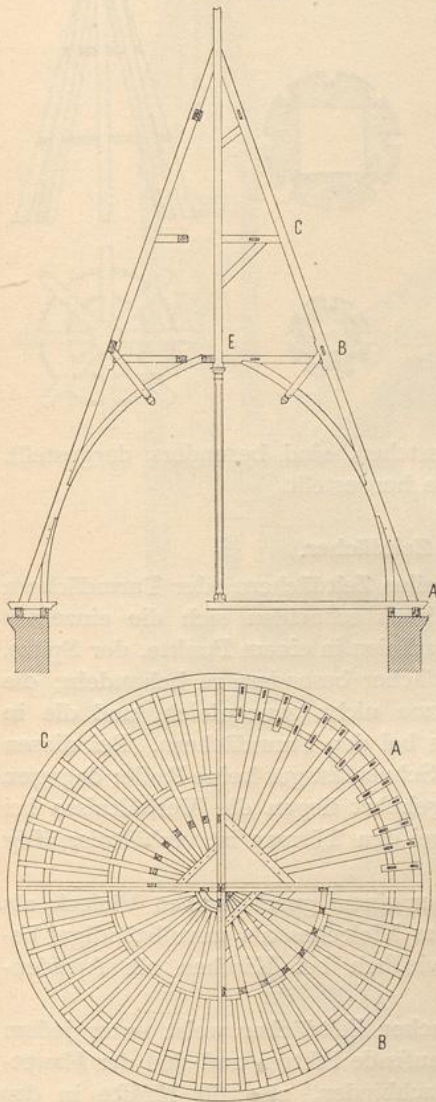
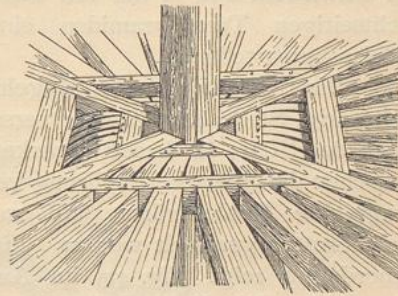
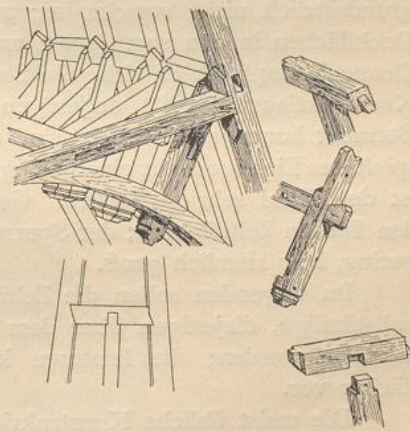
Vom großen Zwinger zu Goslar<sup>187</sup>).

$\frac{1}{200}$  w. Gr.

Doppelzangen einfach herumgeführt. Der Kaiserstiel ist  $30 \times 30$  cm stark; die Sparren sind unten  $25 \times 25$  cm, oben  $16 \times 16$  cm und die Stichbalken etwa  $30 \times 30$  cm stark.

Eine etwas andere, grundsätzlich aber ähnliche Anordnung zeigen Fig. 412 bis 414<sup>188)</sup>, ebenfalls eine alte Konstruktion.

Auch dieses Kegeldach hat zwei sich im Kaiserstiel schneidende Binder, sowie Kehlbalckenlagen in verschiedenen Höhen. Die Stelle der Streben vertreten hier runde Kopfbänder; zwei Kehlbalcken-

Fig. 412<sup>188)</sup>.Fig. 413<sup>188)</sup>.Fig. 414<sup>188)</sup>.

lagen mit radialen Balken stützen die Sparren; bei beiden sind die Kehlbalcken in Wechsel eingezapft, welche sich in die Binderbalken setzen. Außer den Bindersparren sind in jedem Kreisviertel 6 bis zur Spitze durchgehende Leersparren und weitere 6 nur bis zur ersten Kehlbalckenlage reichende Leersparren angeordnet; letztere sind in besondere, zwischen die durchgehenden Sparren eingesetzte Wechsel eingezapft. Nahe unter der Dachspitze, an welcher sich die Sparren vereinigen, finden sie eine Unter-

<sup>188)</sup> Nach: VIOLETT-LE-DUC, *Dictionnaire raisonné de l'architecture française* etc. Bd. 3. Paris 1859. S. 49 ff.

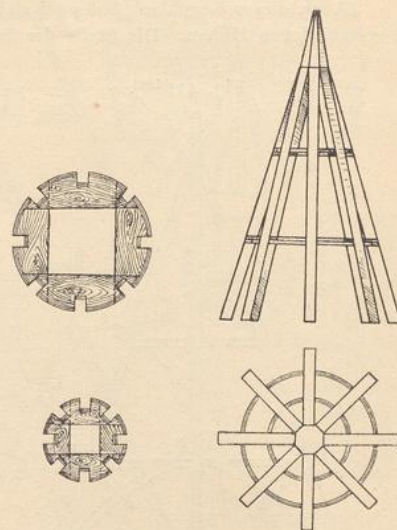
stützung in vier pfettenartigen Hölzern, die in die vier Bindersparren eingezapft sind, je eines in jedem Viertel. Auch die Leersparren sind durch runde Kopfbänder gestützt, welche sich in besondere kurze Wechsel setzen, die in der Höhe der ersten Balkenlage angebracht sind.

Fig. 412 zeigt im Grundriß in den Höhen *C, B, A* und nahe unter der Spitze genommene Schnitte, je zu ein Viertel; Fig. 413 u. 414 geben die Punkte *E* und *B* schaubildlich.

Es steht nichts im Wege, auch hier die Konstruktionsteile in die Dachfläche zu verlegen, das Kegeldach aus einer vielseitigen, etwa 12- oder 16-seitigen Pyramide zu entwickeln und in der von *Otzen* bei den achtseitigen Turmpyramiden eingeführten Weise herzustellen.

Die Einschalung des Kegeldaches ist schwierig. Steile Kegeldächer verschalt man nach der Höhe; zu diesem Zwecke legt man zwischen die Sparren ringförmig verlaufende wagrechte Bohlenkränze, auf welche die Schalbretter genagelt werden. Eine solche Anordnung zeigt Fig. 415 im Aufrifs und Grundriß. Die Bohlenkränze, welche aus zwei Lagen einander kreuzender Bohlen bestehen, sind besonders dargestellt. In dieselben sind für die Sparren Einschnitte hergestellt.

Fig. 415.



#### b) Hölzerne flache Zeltdächer.

136.  
Einleitung.

Die flachen Zeltdächer sind von den steilen Zeltdächern oder Turmdächern grundsätzlich nicht verschieden; auch bei ihnen schneiden sich die einzelnen Dachflächen in den sog. Graten und alle Gratlinien in einem Punkte, der Spitze. Dennoch empfiehlt es sich, die flachen Zeltdächer besonders zu behandeln; die Konstruktionsweise ist derjenigen der Türme nicht ganz gleich, und die in Betracht kommenden Kräfte sind andere als bei den Turmdächern. Bei diesen spielt das Eigengewicht eine geringe und die Schneelast gar keine Rolle; dagegen ist der Wind sehr gefährlich. Gerade umgekehrt liegen die Verhältnisse bei den flachen Zeltdächern; der Sparrenschub bei den Türmen ist verhältnismäßig gering, hier ziemlich groß.

Im folgenden sollen die Zeltdächer über einem geschlossenen Vieleck als vollständige, diejenigen über dem Teile eines Vieleckes als unvollständige bezeichnet werden; die letzteren kommen vielfach bei Kirchen als Apsidendächer vor.

Die meist übliche Konstruktion der flachen Zeltdächer weist unter jedem Grat einen Binder auf; diese tragen herumlaufende Pfetten und sind der Hauptsache nach, wie die gewöhnlichen Satteldachbinder, also für Kräfte in der Binderebene, stabile Fachwerke. Eine andere Konstruktionsweise verlegt alle tragenden Teile in die Dachhaut; diese Konstruktion ist dem *Schwedler'schen* Kuppeldache nachgebildet.

137.  
Konstruktion  
mit Bindern  
unter den  
Graten.

Befindet sich unter jedem Grat ein Binder, so schneiden sich alle Binder in der lotrechten Mittelachse des Daches; die dadurch entstehende Schwierigkeit wird durch Anordnung einer Helmstange an der Spitze und von eisernen Ankern mit gemeinsamem Schloß an den unteren Durchschneidungsstellen oder durch