



Dächer im allgemeinen, Dachformen

Schmitt, Eduard

Stuttgart, 1901

a) Querschnitt, Stellung und Berechnung.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78841](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78841)

wagrechte Seitenkräfte zu ertragen haben, denen sie nicht gewachsen sind. Diese Konstruktion ist in Barcelona von *Arajol* ausgeführt.

Eine ganz ähnliche Anordnung ist bereits vor vielen Jahren in Berlin zur Anwendung gekommen (Fig. 755 u. 756³⁰⁷).

Die lotrechten Teile der Sagedächer sind dabei durchweg verglaste eiserne Fachwerksträger, deren lotrechte, aus zwei T-Eisen gebildete Pfosten die Rahmen für die Glastafeln bilden. Die 1,07 m voneinander entfernten Sparren ruhen mit ihren oberen Enden auf der oberen Gurtung des Trägers, wo sie zwischen zwei aufgenieteten Blechen befestigt sind; mit ihren Füßen ruhen die Sparren in Schuhen, die an der unteren Gurtung des Nachbarträgers vernietet sind. An diesen Schuhen sind auch die wagrechten Winddiagonalen angebracht.

34. Kapitel.

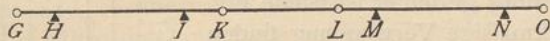
P f e t t e n .

a) Querschnitt, Stellung und Berechnung.

Die Pfetten sind auf den Bindern ruhende Träger, welche die Gewichte der Sparren und der Dachdeckung, sowie die durch Schnee und Winddruck hervorgerufenen Belastungen auf die Binder zu übertragen haben. Die Pfetten werden ausschließlich als Balkenträger konstruiert. Entweder laufen sie nur je

275.
Allgemeines.

Fig. 757.



von einem zum anderen Binder als auf zwei Stützpunkten ruhende Balken oder über mehreren Bindern (als kontinuierliche Träger) durch, oder sie werden als Auslegerträger hergestellt. Bei den Holzdächern ist die Anordnung der durchlaufenden Pfetten üblich und zweckmäßig; bei den neueren Eisendächern werden die Pfetten als Auslegerträger in der durch Fig. 757 schematisch angedeuteten Weise konstruiert. Jede Pfette ist auf zwei Bindern *H* und *J*, bzw. *M* und *N* gelagert, ist aber über die auf den Bindern liegenden Auflager jederseits noch um ein gewisses Stück verlängert, so daß sie an ihren Enden zwei Ausleger (Konsolen) hat; die Konsolenenden *G*, *K*, *L*, *O* dienen als die Auflager für eingehängte Pfettenstücke (*KL* in Fig. 757). Diese Anordnung ist statisch bestimmt; man kann durch zweckmäßige Wahl der Längen für die Ausleger und die Zwischenstücke eine Materialersparnis erzielen; endlich ermöglicht diese Konstruktion die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Längenänderungen der Pfetten ohne schädliche Beanspruchungen der Pfetten und Binder; man braucht nur die Bolzenlöcher für das Auflager des eingehängten Pfettenstückes bei dem einen der beiden Auflager länglich zu machen.

Je zwei Binder, welche die Ausleger tragen, werden durch in der Dachfläche angeordnete Schrägstäbe (Winddiagonalen) und die Pfetten zu einem (auch gegen winkelrecht zu den Binderebenen wirkende Kräfte) stabilen Körper vereinigt; die Pfetten wirken für dieses Raumfachwerk als Pfosten. In den Feldern aber, welche die eingehängten Pfettenträger enthalten, ordnet man keine Winddiagonalen an; dieselben sind dort der Stabilität wegen nicht erforderlich und bei Temperaturänderungen schädlich.

Als Beispiel dieser Anordnung ist in Fig. 758 der Grundriß der Mittelhalle vom Bahnhof Münster vorgeführt; die Ansicht dieser Halle ist in Fig. 475 (S. 223) dargestellt.

Je zwei 7,50 m voneinander entfernte Binder sind durch die Pfetten und die Diagonalen in der Cylinderfläche des Daches miteinander verbunden; die Konsolen sind 1,00 m und die eingehängten Pfettenstücke 5,50 m lang. Am äußersten Ende der Halle ist ein weiteres, verkreuztes Feld wegen der gegen den Endbinder wirkenden Winddrücke gebildet.

276.
Querschnitt.

Die Pfetten sind Balkenträger von meist geringerer Stützweite (3,50 bis 6,00 m); doch kommen auch sehr große Stützweiten — bis über 20 m — vor (siehe Art. 154, S. 222). Die Querschnitte sind demnach die gleichen wie diejenigen der Balkenträger; gewöhnlich sind sie auf die ganze Länge der Pfette konstant. Besonders bei den nicht ganz großen Pfettenstützweiten ist es Regel, den Querschnitt konstant und dann natürlich so stark zu machen, wie er an der am stärksten beanspruchten Stelle sein muß. Bei großen Pfettenweiten verwendet man vielfach Fachwerkträger.

α) Holzpfitzen erhalten den für diesen Baustoff naturgemäßen, rechteckigen Querschnitt mit größerer Höhe als Breite.

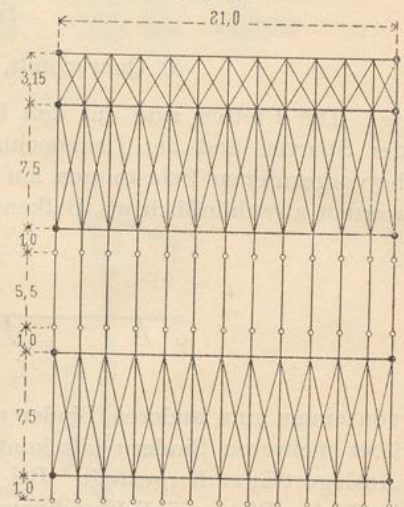
β) Eisenpfetten. Für ganz kleine Lasten und Binderabstände hat man einfache Winkelisen verwendet, deren einer Schenkel winkelrecht zur Dachneigung gerichtet ist (siehe Fig. 560, S. 268). Zweckmäßige Verwendung finden andere Formisen, also L-Eisen, T-Eisen, Z-Eisen. Auch Blechträger, aus Blech und Winkelisen zusammengesetzt, sind empfehlenswert, ebenso zwei L-Eisen nach Fig. 502 (S. 245). Eigenartig ist die in Fig. 766 (S. 395) im Querschnitt und in Fig. 784 vorgeführte Pfette, welche ein räumliches Fachwerk bildet: die obere Gurtung ist ein Winkelisen; als untere Gurtung dienen zwei in verschiedenen Ebenen liegende Flacheisen; Gitterwerk aus Flacheisenstäben verbindet die drei Teile miteinander. Ebene Fachwerkträger kommen gleichfalls als Pfetten vor, sowohl als Träger mit zwei parallelen Gurtungen, wie als solche mit einer geradlinigen und einer gekrümmten Gurtung.

277.
Stellung.

Die Pfetten werden entweder so gestellt, daß der Steg (bezw. bei Holzpfitzen die größere Symmetrieachse) lotrecht steht oder winkelrecht zur Dachneigung gerichtet ist oder endlich irgend eine andere Richtung hat. Im folgenden soll die erste Stellung kurz als lotrechte und die zweite Stellung als normale Pfettenstellung bezeichnet werden.

Die Entscheidung über die zweckmäßigste Lage des Pfettenquerschnittes ist sowohl nach rein praktischen Gesichtspunkten, wie unter Berücksichtigung der wirkenden Kräfte zu treffen. Bei den Dächern mit Holzbinder und Holzpfitzen kommen beide erstgenannte Anordnungen vor. Fig. 263, 265 bis 269, 274, 276, 292, 297, 308 zeigen lotrecht gestellte, Fig. 264, 306, 307 (zum Teile), 309 (zum Teile), 351, 352, 355 stellen winkelrecht zur Dachneigung angeordnete Holzpfitzen dar. Auch, falls die Binder aus Eisen, die Pfetten aus Holz hergestellt

Fig. 758.



Von der mittleren Halle auf dem Bahnhof zu Münster.

1/450 w. Gr.

werden, sind beide Anordnungen üblich; diejenige der normalen Pfette ist einfacher (Fig. 444, 451, 459). Lotrecht gestellte Pfetten aus Holz sind aus Fig. 447, 455, 540, 541 u. 557 zu ersehen.

Bei Verwendung von Eisenpfetten erscheint es von vornherein als zweckmäßig, den Steg des Formeisens winkelrecht zur Dachfläche anzuordnen; die Konstruktion wird hierdurch sehr einfach. Beispiele sind in Fig. 443, 446, 448, 460, 481, 482, 483, 484, 499, 500, 531, 533, 563, 564 und in Fig. 560 mit einer Winkel-eisenpfette vorgeführt. Bei den Walzbalken kann der Flansch dann bequem mit der oberen Gurtung vernietet werden.

Weniger einfach, aber durchaus nicht schwierig, wird die Konstruktion, wenn der Pfettensteg lotrecht gestellt ist; man verbindet dann Pfette und Dachbinder mit Hilfe eines Knotenbleches. Beispiele geben Fig. 534, 538, 539, 543, 547, 552, 556, 559. Welche der beiden Stellungen hinsichtlich des Materialaufwandes die günstigere ist und ob eine andere Stellung günstiger ist als beide, darüber giebt die Berechnung Auskunft.

In dem am häufigsten vorkommenden Falle konstanten Querschnittes, welcher bei den Walzbalkenprofilen vorliegt, ist für die Querschnittsermittlung das absolut größte Moment maßgebend. Falls die Pfette als Träger auf zwei Stützen aufgefaßt werden kann, so findet das Größtmoment in der Mitte des Trägers statt; bei einem Binderabstand l und einer Belastung p für das lauf.

Met. hat es die Größe $M_{\text{mitte}} = \frac{pl^2}{8}$. (Es wird empfohlen, l in Centim. und p

in Kilogr. für das lauf. Centim. einzusetzen.) Falls die Pfetten aber als Auslegerträger hergestellt sind, so finden die größten Momente (ohne Rücksicht auf die Vorzeichen) in der Mitte des eingehängten Trägerstückes, bzw. über den Auflagern des Auslegerträgers oder in der Mitte zwischen beiden Auflagern des Auslegerträgers statt. Man bestimmt zweckmäßig die Längen der einzelnen Teile so, daß die Größtmomente, absolut genommen, einander gleich werden. Nennt man den Binderabstand l , die Länge des Auslegers a und die Länge des eingehängten Trägerstückes b , so ergibt sich für

$$b = 0,707 l \text{ und } a = 0,1465 l$$

die Größe der Momente in der Mitte des eingehängten Trägerstückes, über dem Auflager des Auslegerträgers und in der Mitte zwischen den beiden Auflagern des Auslegerträgers, also an den drei am meisten gefährdeten Stellen, gleich groß, und zwar, ohne Rücksicht auf Vorzeichen, zu

$$M = \frac{pl^2}{16}$$

Eine entsprechende Berechnung, nach welcher man sich erforderlichenfalls richten kann, ist in Teil I, Bd. 1, zweite Hälfte (Art. 371, S. 335³⁰⁸) dieses »Handbuches« durchgeführt.

Die Hauptschwierigkeit bei der Berechnung der Pfetten ist, daß die Belastungen in verschiedenen Ebenen wirken und es deshalb nicht erreicht werden kann, daß die Querschnitte durch die Kräfteebenen stets in Hauptachsen geschnitten werden. Die Belastung durch Eigengewicht und Schnee wirkt in der lotrechten, durch die Querschnittsschwerpunkte gelegten Ebene; die Windlasten dagegen wirken in einer winkelrecht zur Dachfläche gerichteten, gleichfalls durch die Schwerpunkte der Querschnitte verlaufenden Ebene.

³⁰⁸) 2. Aufl.: Art. 163, S. 144.

Wie man demnach die Symmetrieachse, bzw. die erste Hauptachse des Querschnittes auch legen möge, stets ergibt sich eine zusammengesetzte Beanspruchung. Stellt man die erwähnte Achse lotrecht, so schneidet wohl die Ebene der lotrechten Lasten (Eigengewicht und Schnee) den Querschnitt in einer Hauptachse, nicht aber die Ebene des Moments der Windlasten; ordnet man den Querschnitt mit einer winkelrecht zur Dachneigung liegenden Hauptachse an, so schneidet denselben die Ebene des letzteren Moments in einer Hauptachse, nicht aber diejenige der lotrechten Lasten. Eine zusammengesetzte Beanspruchung ergibt sich auch bei einer von den beiden vorgeführten Lagen abweichenden Lage der Hauptachsen.

279.
Pfetten-
querschnitt mit
Symmetrie-
achse.

Für die Berechnung zerlegt man die Momente in Seitenmomente, die in den Ebenen der beiden Hauptachsen wirken. Es sollen bezeichnen (Fig. 759): M_1 das gesamte in die Ebene der Hauptachsen VV fallende Moment; M_2 das gesamte in die Ebene der Hauptachsen UU fallende Moment; u und v die Koordinaten eines beliebigen Querschnittspunktes; A und B die beiden Hauptträgheitsmomente; u_1 und v_1 die Koordinaten des am meisten beanspruchten Querschnittspunktes; endlich

σ die Spannung des Punktes mit den Koordinaten u und v .

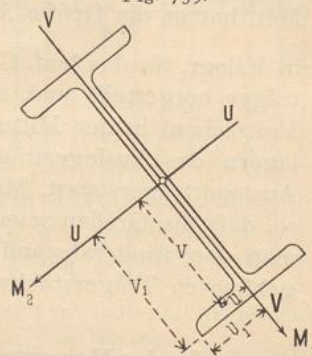
Der Ursprung der Koordinatenachsen liege im Schwerpunkt des Querschnittes. Alsdann ist

$$\sigma = \frac{M_1 v}{A} + \frac{M_2 u}{B} \text{ und}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_1 v_1}{A} + \frac{M_2 u_1}{B}, \dots \dots \dots 45.$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_1}{\frac{A}{v_1}} + \frac{M_2}{\frac{B}{u_1}}.$$

Fig. 759.



Nun bezeichne $W_1 = \frac{A}{v_1}$ das Widerstandsmoment für die U -Achse (erste Hauptachse) und $W_2 = \frac{B}{u_1}$ das Widerstandsmoment für die V -Achse (zweite Hauptachse); alsdann wird

$$\sigma_{max} = \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2}.$$

Stellt man für die Querschnittsbestimmung die Bedingung $\sigma_{max} = K$ (zulässige Beanspruchung des Eisens), so erhält man die Gleichung

$$K = \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} = \frac{1}{W_1} \left(M_1 + M_2 \frac{W_1}{W_2} \right).$$

Ist $c = \frac{W_1}{W_2}$, so wird

$$W_1 = \frac{(M_1 + c M_2)^{309}}{K} \dots \dots \dots 46.$$

Diese Formel ist für rechteckige, I- und L-förmige Querschnitte genau richtig, überhaupt für solche Querschnitte, bei denen dieselben Querschnittspunkte

³⁰⁹⁾ Siehe: LAND, R. Profilbestimmung von I- und L-Trägern bei schiefer Belastung. Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1895, S. 293.

gleichzeitig von beiden Hauptachsen am weitesten ab liegen. Anders ist es mit dem Γ -förmigen Querschnitt, weil W_1 und W_2 sich bei diesen Profilen nicht immer auf die gleichen Punkte beziehen.

Für die Verwendung der Gleichung 46 ist es unbequem, daß man beim Beginne der Berechnung das zu verwendende Profil noch nicht kennt, also auch nicht weiß, welcher Wert für c einzusetzen ist. Für die Deutschen Normalprofile (I- und L-Eisen) sind indes die Werte von c wenig veränderlich; für I-Eisen schwankt c zwischen 5,6 (Normalprofil Nr. 8) und 8,9 (Normalprofil Nr. 50); für L-Eisen schwankt c von 1,5 (Normalprofil Nr. 3) bis 6,67 (Normalprofil Nr. 30). Als vorläufige Mittelwerte kann man

für I-Eisen $c = 7$ und für L-Eisen $c = 5$

einführen. Man bestimmt nun aus Gleichung 46 das erforderliche W_1 und dann aus der Tabelle das zu wählende Profil; hat dieses einen anderen Wert c als den angenommenen Mittelwert, so führe man eine zweite genauere Rechnung aus.

Beispiel 1. Es sei der Dachneigungswinkel $\alpha = 33^\circ 41'$, der Binderabstand $e = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$, das Eigengewicht für 1 qm der Grundfläche $g = 54 \text{ kg}$, der Schneedruck $s = 75 \text{ kg}$ und $w = 83 \text{ kg} =$ Winddruck für 1 qm schräger Dachfläche; der Abstand der Pfetten betrage in der Dachschräge gemessen $3,00 \text{ m}$ und in der wagerechten Projektion $2,50 \text{ m}$. Alsdann ist das Moment in der lotrechten Ebene

$$M_v = \frac{(54 + 75) \cdot 2,5}{100} \cdot \frac{400^2}{8} = \frac{3,2 \cdot 400^2}{8} = 64000 \text{ kgcm};$$

Das Moment in der Ebene winkelrecht zur Dachfläche ist

$$M_w = \frac{83 \cdot 3,0}{100} \cdot \frac{400^2}{8} = \frac{2,5 \cdot 400^2}{8} = 50000 \text{ kgcm}.$$

Nunmehr soll die erforderliche Querschnittsgröße sowohl für den Fall ermittelt werden, daß der Steg lotrecht, als daß er winkelrecht zur Dachfläche gestellt ist.

a) Lotrechter Steg (Fig. 760). Es ist

$$M_1 = M_v + M_w \cos \alpha = 64000 + 50000 \cos \alpha = 105600 \text{ kgcm};$$

$$M_2 = M_w \sin \alpha = 50000 \cdot 0,555 = 27750 \text{ kgcm}.$$

Wird ein L-Eisen verwendet mit $c = 5$, so muß

$$W_1 = \frac{105600 + 5 \cdot 27750}{K}$$

sein. Die zulässige Beanspruchung K betrage 1000 kg für 1 qcm ; alsdann wird

$$W_1 = 105,6 + 138,75 = 244 \text{ (auf Centim. bezogen)}.$$

Beim Normalprofil Nr. 22 ist $W_1 = \infty 247$; dasselbe würde also genügen; doch ist noch zu untersuchen, welchen Wert hier c hat. Für Normalprofil Nr. 22 ist

$$c = \infty 6,2; \text{ demnach muß } W_1 = 105,6 + 6,2 \cdot 27,75 = 277,65$$

sein. Profil Nr. 22 genügt demnach nicht, und es muß das nächstfolgende Profil Nr. 26 gewählt werden mit (abgerundet) $W_1 = 374$ und $c = 6,57$. Für dieses Profil ergibt Gleichung 46 als erforderlich:

$$W_1 = 105,6 + 6,57 \cdot 27,75 = 288 \text{ (auf Centim. bezogen);}$$

Nr. 26 (Gewicht für das lauf. Met. $37,8 \text{ kg}$) ist also weitaus genügend.

β) Steg winkelrecht zur Dachfläche (Fig. 761). Es ist

$$M_1 = M_w + M_v \cos \alpha = 50000 + 64000 \cdot 0,832 = \infty 103300 \text{ kgcm};$$

$$M_2 = M_v \sin \alpha = 64000 \cdot 0,555 = \infty 36000 \text{ kgcm}.$$

Mit $c = 6,2$ wird

$$W_1 = \frac{103300 + 6,2 \cdot 36000}{1000} = 103,3 + 223,2 = 326,5 \text{ (auf Centim. bezogen)}.$$

Hier genügt demnach Normalprofil Nr. 22 gleichfalls nicht; auch hier ist Profil Nr. 26 zu wählen. Für dieses muß

$$W_1 = 103,3 + 6,57 \cdot 36 = 103,3 + 236,5 = \infty 340$$

sein, und Profil Nr. 26 mit $W_1 = 374$ (auf Centim. bezogen) genügt. Man sieht aber, daß hier die normale Stegstellung wesentlich ungünstiger als die lotrechte ist.

Beispiel 2. Für dieselben Momente soll die Pfette mit einem I-förmigen Querschnitt hergestellt werden. Alsdann ist

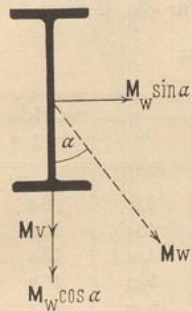


Fig. 760.

280.
Beispiele.

$M_v = 64000 \text{ kgcm}$ und $M_w = 50000 \text{ kgcm}$.

a) Lotrechter Steg. Nach obigem ist

$M_1 = 105600 \text{ kgcm}$ und $M_2 = 27750 \text{ kgcm}$.

Mit $c = 7$ muß

$W_1 = 105,6 + 7 \cdot 27,75 = \approx 300$ (auf Centim. bezogen)

sein. Das Normalprofil Nr. 23 hat $W_1 = \approx 317$ und $c = 7,22$; als genauerer Wert für W_1 ergibt sich demnach $W_1 = 105,6 + 7,22 \cdot 27,75 = 306$, und es genügt somit Normalprofil Nr. 23 (Gewicht für das lauf. Met. 33,5 kg).

β) Steg winkelrecht zur Dachfläche. Es ist

$M_1 = 103300 \text{ kgcm}$, $M_2 = 36000 \text{ kgcm}$ und $c = 7,2$;

sonach muß

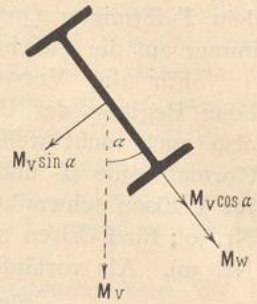
$W_1 = 103,3 + 7,2 \cdot 36 = 362,5$ (auf Centim. bezogen)

sein. Das Normalprofil Nr. 24 hat $W_1 = 357$ und $c = 7,25$, würde also knapp genügen. (Das Gewicht für das lauf. Met. beträgt hier 36,2 kg.)

Auch hier ist also die lotrechte Stellung die günstigere und im vorliegenden Falle das I-Eisen dem L-Eisen vorzuziehen.

Die Werte von c für die I- und L-Eisen der Deutschen Normalprofile sind nachstehend angeführt.

Fig. 761.



Werte von $c = \frac{W_1}{W_2}$ für die I-Eisen
bis einschl. Nr. 40:

Werte von $c = \frac{W_1}{W_2}$ für die L-Eisen
von Nr. 8 an:

Nr. des Profils	W_1	W_2	c	Gewicht für 1 m	Nr. des Profils	W_1	W_2	c	Gewicht für 1 m
8	19,6	3,5	5,6	6,0	8	26,7	7,5	3,56	8,6
9	26,2	4,5	5,82	7,1	10	41,4	10	4,14	10,5
10	34,4	5,7	6,04	8,3	12	61,3	13,1	4,68	13,3
11	43,8	7,0	6,26	9,6	14	87	17,4	5,00	15,9
12	55,1	8,7	6,33	11,1	16	117	21,6	5,42	18,8
13	67,8	10,4	6,52	12,6	18	152	26,6	5,72	21,9
14	82,7	12,5	6,62	14,3	20	193	32,3	5,97	25,2
15	99,0	14,8	6,69	16,0	22	247	39,7	6,22	29,3
16	118,1	17,4	6,79	17,9	26	374	57,0	6,57	37,8
17	139	20,2	6,88	19,8	30	538	80,6	6,67	45,9
18	162	23,4	6,93	21,9					
19	187	26,8	6,98	24,0					
20	216	30,7	7,04	26,2					
21	246	34,7	7,09	28,5					
22	281	39,2	7,17	31,0					
23	317	43,9	7,22	33,5					
24	357	49,3	7,24	36,2					
26	446	60,3	7,40	41,9					
28	547	72,2	7,58	47,9					
30	659	84,8	7,77	54,1					
32	789	99,5	7,93	61,0					
34	931	115	8,10	68,0					
36	1098	134	8,19	76,1					
38	1274	153	8,33	83,9					
40	1472	174	8,46	92,3					

Kilogr.

Kilogr.

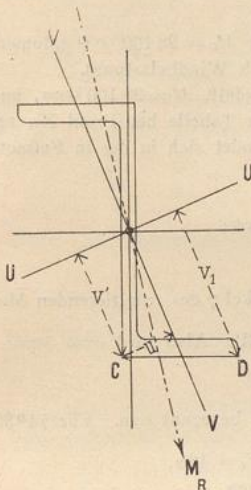
Aus der Gleichung $W_1 = \frac{M_1 + cM_2}{K}$ ersieht man, daß M_2 den größten Einfluß auf die Größe des zu wählenden Querschnittes hat, da es mit dem Koeffizienten c (5 bis 8) multipliziert werden muß; man hat also ein Interesse daran, M_2 möglichst klein zu halten. Bei lotrechter Stellung des Pfettensteiges ist $M_2 = M_w \sin \alpha$, und bei normaler Stellung ist $M_2 = M_v \sin \alpha$; ist also $M_w < M_v$, so ist die lotrechte Stellung die günstigere; ist $M_v < M_w$, so ist die normale Stellung günstiger. Ist $M_w = M_v$, so ist es gleichgültig, welche von beiden Stellungen gewählt wird.

Für den rechteckigen Querschnitt mit der Höhe h und der Breite b ist

$$c = \frac{bh^2}{hb^2} = \frac{h}{b}, \text{ also } W_1 = \frac{bh^2}{6} = \frac{M_1 + \frac{h}{b} M_2}{K}$$

Man nehme für $\frac{h}{b}$ ein Verhältnis von etwa $\frac{3}{2}$ oder $\frac{5}{4}$ an.

Fig. 762.



Die Berechnung der Pfetten mit Querschnitten ohne Symmetrieachse kann nicht nach der Gleichung 46 erfolgen. Es handelt sich hier hauptsächlich um Z-Eisen-Pfetten und solche aus ungleichschenkeligen Winkeleisen. Die größte Spannung finde im Punkte C (Fig. 762) statt mit den Koordinaten u' und v' ; alsdann ist unter Benutzung der früheren Bezeichnungen

$$\sigma_c = M_1 \frac{v'}{A} + M_2 \frac{u'}{B} = \frac{M_1}{\frac{A}{v'}} + \frac{M_2}{\frac{B}{u'}}$$

Von allen Querschnittspunkten hat Punkt C den größten Abstand von der Achse VV , nicht aber von der Achse UU ; Punkt D ist weiter von U entfernt als C.

Mithin ist wohl $\frac{B}{u'} = W_2$, aber $\frac{A}{v'}$ ist nicht gleich W_1 ; die Formel 46 ist also nicht verwendbar.

Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich hier aus dem Umstande, daß man von vornherein nicht weiß, welcher Punkt des Querschnittes bei irgend einer Belastung am meisten beansprucht ist und bei welcher der verschiedenen möglichen Belastungsarten die Beanspruchung des jeweils am stärksten beanspruchten Punktes die absolut größte ist. Diese Umstände führen in der Praxis bei Verwendung der im übrigen sehr zweckmäßigen Z-Eisen zu umständlichen und weitläufigen, meistens zu wiederholten Rechnungen. Um diese zu vermeiden, hat Meyerhof eine Arbeit veröffentlicht³¹⁰⁾, auf welche hier wegen der ausführlichen Berechnung verwiesen wird.

Meyerhof führte als Y-Achse die Stegachse des Z-Eisens und als X-Achse die hierzu senkrechte Schwerpunktsachse ein, nannte τ den Winkel, welchen die Schnittlinie RR (Fig. 763) der Kraftebene und des Querschnittes (die sog. Kraftlinie) mit der positiven X-Achse einschließt, M das resultierende Moment der äußeren Kräfte und verstand unter W_τ den Ausdruck, welchen man erhält, wenn man die allgemeine, hier gültige Spannungsformel auf die bequeme

281.
Pfetten-
querschnitte
ohne
Symmetrie-
achse.

³¹⁰⁾ MEYERHOF, A. Die Biegungsspannungen der Z-Eisen. Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1891, S. 696.

Form $\sigma_{max} = \frac{M}{W_{\tau}}$ bringt. W_{τ} kann man als das Widerstandsmoment des **Z**-Eisens für den Winkel τ und den jeweils maßgebenden Querschnittspunkt bezeichnen. W_{τ} ändert sich mit dem Winkel τ und mit dem in Betracht kommenden, am meisten beanspruchten Punkte. Als Bedingungs-gleichung für den Querschnitt ergibt sich nun:

$$K = \frac{M}{W_{\tau}}, \text{ d. h. es mu\ss} W_{\tau} = \frac{M}{K}$$

sein, und wenn man K zu 1000 kg für 1 qcm annimmt,

$$W_{\tau} = \frac{M}{1000} \dots \dots \dots 47.$$

Für sämtliche **Z**-Profile und alle möglichen Winkel τ sind im angeführten Aufsatz die Werte W_{τ} berechnet und in einer Tabelle zusammengestellt, mit deren Hilfe leicht die erforderlichen Querschnitte bestimmt werden können.

282.
Beispiel.

Beispiel. Der Neigungswinkel des Daches sei $\alpha = 33^{\circ}41'$, ferner $M_v = 28\ 100$ kgcm (Moment durch Eigengewicht und Schneelast) und $M_w = 23\ 600$ kgcm (Moment durch Windbelastung).

a) Der Steg stehe lotrecht (Fig. 763). Wirkt nur M_v , so ist $\tau = 90^{\circ}$, $M = 28\ 100$ kgcm, und es mu\ss $W_{\tau} = 28,1$ (auf Centim. bezogen) sein. Für $\tau = 90^{\circ}$ ist nach der Tabelle bei Profil Nr. 12: $W_{\tau} = 25,7$ und bei Profil Nr. 14: $W_{\tau} = 38,2$. Die betreffende Tabelle findet sich in der in Fußnote 310 angegebenen Quelle.

Wirken M_v und M_w , so fällt in die Ebene der *Y*-Achsen

$$M_y = 28\ 100 + 23\ 600 \cdot \cos 33^{\circ}41' = \sim 47\ 800 \text{ kgcm};$$

in die Ebene der *X*-Achsen fällt

$$M_x = 23\ 600 \cdot \sin 33^{\circ}41' = \sim 13\ 100 \text{ kgcm}.$$

Das resultierende Moment ist $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 49\ 500$ kgcm. Der Winkel γ des resultierenden Moments mit der Ebene der *YY* ergibt sich aus $\text{tg } \gamma = \frac{13\ 100}{47\ 800}$ zu $\gamma = 15^{\circ}21'$. Also wird

$$\tau = 90^{\circ} - 15^{\circ}21' = 74^{\circ}39'.$$

Nach Gleichung 47 mu\ss aber $W_{\tau} = \frac{M}{1000} = 49,5$ (auf Centim. bezogen) sein. Für $74^{\circ}30'$

hat das Normalprofil Nr. 16: $W_{\tau} = 36,4$ und das Normalprofil Nr. 18: $W_{\tau} = 48,9$.

Bei lotrechter Stellung würde somit das Profil Nr. 18 nahezu genügen.

\beta) Der Steg stehe winkelrecht zur Dachfläche (Fig. 764). Wirkt nur M_v , so ist $\tau = 90^{\circ} + 33^{\circ}41' = 180^{\circ} - 56^{\circ}19'$. Nun mu\ss $W_{\tau} = 28,1$ (auf Centim. bezogen) sein. Für $\tau = 180^{\circ} - 56^{\circ}19'$ hat das Normalprofil Nr. 10: $W_{\tau} = 26$ und das Normalprofil Nr. 12: $W_{\tau} = 33,6$.

Letzteres würde sonach genügen.

Wirken M_v und M_w , so ist

$$M_y = M_w + M_v \cos \alpha = 23\ 600 + 28\ 100 \cdot \cos 33^{\circ}41' = \sim 47\ 000 \text{ kgcm}$$

$$M_x = M_v \sin \alpha = 28\ 100 \cdot \sin 33^{\circ}41' = \sim 12\ 600 \text{ kgcm}.$$

Das resultierende Moment ist $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 48\ 600$ kgcm.

Der Winkel γ der Ebene des resultierenden Moments mit der

Ebene der *YY* ergibt sich aus $\text{tg } \gamma = \frac{12\ 600}{47\ 000}$ zu $\gamma = 15^{\circ}$. Sonach ist

$\tau = 90^{\circ} + 15^{\circ} = 180^{\circ} - 75^{\circ}$, und es mu\ss $W_{\tau} = 48,6$ (auf Centim. bezogen) sein. Für $\tau = 180^{\circ} - 75^{\circ}$ hat das Normalprofil Nr. 12: $W_{\tau} = 46,3$ und das Normalprofil Nr. 14: $W_{\tau} = 73,0$. Bei dieser Stellung genügt also erst Profil Nr. 14.

283.
Querschnitts-
bestimmung
mit Hilfe
des Kernes.

Wenn für die einzelnen Profile die Kerne konstruiert sind, so kann man leicht die grösste auftretende Beanspruchung bei gegebener Grösse und Ebene des resultierenden Moments finden. Ist die Linie, in welcher

Fig. 763.

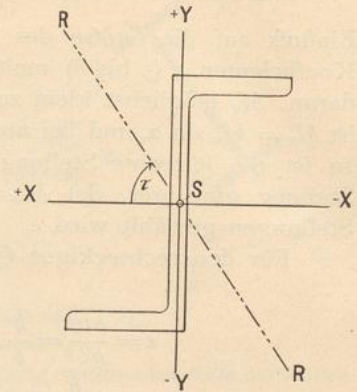


Fig. 764.

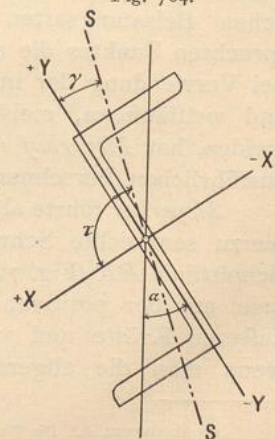
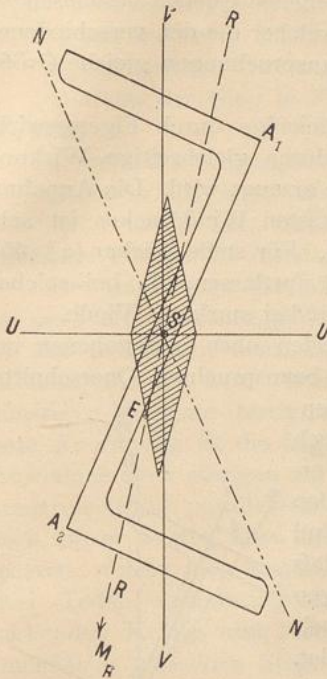


Fig. 765.



die Ebene des resultierenden Moments M_R die Querschnittsebene schneidet (die sog. Kraftlinie) RR (Fig. 765), die zugehörige Nulllinie NN , sind die am meisten beanspruchten Querschnittspunkte A_1 , bzw. A_2 , und bezeichnet man mit F die Größe der Querschnittsfläche, mit e_1 den Kernradius, d. h. den Abstand SE , so ist die Spannung in A_1 , bzw. A_2 (absolut genommen)

$$\sigma_A = \frac{M_R}{F e_1} \dots \dots \dots 48.$$

Wenn M_R , F , e_1 bekannt sind, so kann man leicht dasjenige Profil ermitteln, für welches σ_A die zulässige Beanspruchung nicht überschreitet³¹¹⁾.

Bei dem in Fig. 766 gezeichneten Querschnitt der aus Winkeleisen und Flacheisen konstruierten Pfetten einiger Bahnhöfe der Berliner Stadteisenbahn kann die Berechnung ebenfalls mit Hilfe des Kernes geführt werden. Eine einfachere, angenäherte, ohne weiteres verständliche Berechnung ist an unten angegebener Stelle³¹²⁾ vorgeschlagen. Man ermittle die Seitenmomente für die Ebenen der Achsen XX und YY ; nennt man dieselben M_x und M_y und die Querschnitte der beiden Flacheisen der unteren Gurtung bzw. f_1 und f_2 , so mache man

$$f_1 = \frac{M_x}{h_1} \text{ und } f_2 = \frac{M_y}{h_2}$$

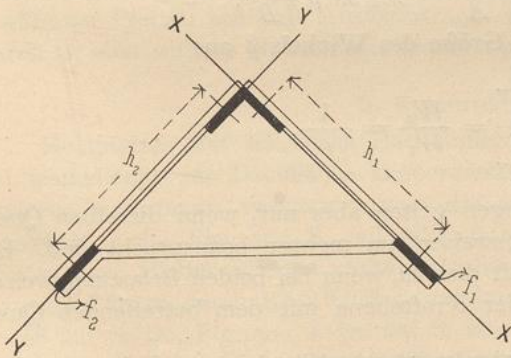
und den Winkeleisenquerschnitt

$$f = f_1 + f_2.$$

Bei den erwähnten Ausführungen der Berliner Stadteisenbahn sind nur die Querschnitte in der Pfettenmitte berechnet.

Aus den vorstehenden Berechnungen ist schon zu ersehen, dass die Stellung der Pfette von großem Einfluss auf die Beanspruchung, mithin auf den Eisenverbrauch ist. Vielfach ist deshalb die Frage untersucht worden, welche Stellung der Pfette bei gegebenen Momenten die günstigste ist. Bei diesen Untersuchungen konnte selbstverständlich nur die Frage des Materialverbrauches in das Auge gefasst werden; bei der endgültigen Entscheidung über die zu wählende Stellung wird man auch die anderen, rein praktischen Rücksichten beachten müssen. Immerhin

Fig. 766.



284.
Günstige
Stellung
der Pfette.

³¹¹⁾ Siehe: RITTER, W. Eine neue Festigkeitsformel. Civiling. 1876, S. 308.
LANG. Einige anschauliche Vorzeigungen und Folgerungen aus der Festigkeitslehre. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1895, S. 159.
³¹²⁾ Siehe: Zeitschr. f. Bauw. 1885, S. 492. — Die Bauwerke der Berliner Stadteisenbahn. Berlin 1886.

ist die Untersuchung über die theoretisch günstigste Pfettenlage nicht überflüssig, und es wird in dieser Richtung auf die unten angegebenen Quellen verwiesen³¹³⁾.

Die günstigste Pfettenlage ist diejenige, bei welcher die den verschiedenen ungünstigsten Belastungen entsprechenden Meistbeanspruchungen gleiche Größe haben.

Eine solche ungünstigste Belastungsart ist diejenige durch Eigengewicht und Schneelast; eine zweite ist diejenige, welche durch gleichzeitige Wirkung von größtem Winddruck, Eigengewicht und Schnee erzeugt wird. Die Annahme gleichzeitigen Auftretens voller Schneelast und größten Winddruckes ist sehr ungünstig; beide können nicht gleichzeitig eintreten. Für steile Dächer ($\alpha > 45^\circ$) kann man die Belastung durch Schnee überhaupt fortlassen, da bei solchen Dächern der Schnee nicht liegen bleibt, zumal nicht bei starkem Winde.

Sollen nun die Beanspruchungen bei den beiden oben angegebenen ungünstigsten Belastungsarten in den am meisten beanspruchten Querschnittspunkten gleich groß sein, so muß die durch M_v (Eigengewicht und Schnee) allein erzeugte Spannung gleich derjenigen sein, welche durch M_w und M_w (Wind) erzeugt wird; d. h. das Moment M_w allein muß in den betreffenden Querschnittspunkten die Spannung Null erzeugen. Der Querschnitt muß also so liegen, daß die am meisten beanspruchten Punkte auf derjenigen Nulllinie liegen, die zur Kraftlinie SS gehört, in welcher die Ebene der M_w den Querschnitt schneidet. Sind etwa die Punkte m und n (Fig. 767) die am meisten beanspruchten, so ziehe man die Linie mn und konstruiere für diese Linie als Nulllinie die Kraftlinie SS , sei es mit Hilfe der Trägheitsellipse oder des Trägheitskreises. Da diese Linie in die Ebene von M_w fallen muß, diese Ebene aber winkelrecht zur Dachfläche liegt, so drehe man nun die Pfette so, daß SS winkelrecht zur Dachfläche liegt.

Man findet auch leicht als Spannung in den Punkten m und n durch M_w

$$\sigma' = M_w \cos \beta \frac{v_1}{A} - M_w \sin \beta \frac{u_1}{B},$$

und da σ' gleich Null sein soll, die Größe des Winkels β aus

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B}{A} \frac{v_1}{u_1} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{1}{c}.$$

Die vorstehenden Entwicklungen gelten aber nur, wenn dieselben Querschnittspunkte bei beiden Belastungsweisen am meisten beansprucht sind. Bei den I- und L-Eisenquerschnitten trifft dies zu, wenn bei beiden Belastungsweisen die Kraftlinien SS (Schnittlinien der Kraftebene mit dem betreffenden Quer-

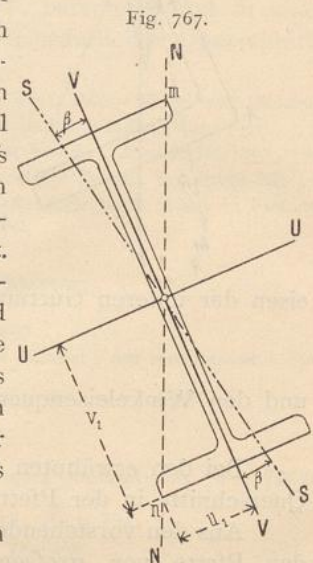


Fig. 767.

³¹³⁾ HABELT, Ueber die Richtung der Hauptachse des Pfettenquerschnittes bei eisernen Dächern. Centralbl. d. Bauverw. 1893, S. 45.

LAND, R. Die günstigste Lage des Pfettenquerschnitts bei eisernen Dächern. Centralbl. d. Bauverw. 1893, S. 242, 543.

ENGESSER, F. Die günstigste Lage des Pfettenquerschnitts bei eisernen Dächern. Centralbl. d. Bauverw. 1893, S. 336.

schnitt) den Querschnitt in gleichem Quadranten schneiden. Man findet, daß diese Voraussetzungen erfüllt sind:

- 1) bei lotrechter Stellung des Steges,
- 2) bei normaler Stellung des Steges (winkelrecht zur Dachfläche),
- 3) wenn der Steg in die Ebene des resultierenden Moments aus M_v und M_w fällt,
- 4) wenn der Steg irgend eine Stellung zwischen den Stellungen 2 und 3 hat.

Nicht erfüllt sind die Voraussetzungen, wenn der Steg eine Stellung zwischen 1 und 3 hat; dann werden bei den besprochenen Belastungen verschiedene Punkte am meisten beansprucht.

Der ungünstige Einfluß der parallel zur Dachfläche wirkenden Momente auf die Pfettengewichte und damit auf das Gesamtgewicht der Dachkonstruktion ist sehr bedeutend; denn die Pfettengewichte machen einen großen Teil des Gesamtgewichtes aus. Man hat auf verschiedene Weise versucht, die ungünstigen Momente durch zweckmäßig angeordnete Pfetten aufzunehmen. Eine gute Anordnung ist die folgende: Auf jeder Dachseite werden alle Pfetten mit Ausnahme einer einzigen nur für die normal zur Dachfläche wirkenden Momente konstruiert; die parallel zur Dachfläche wirkenden Gewichte werden jederseits nach einer Pfette, etwa der Fußpfette, übertragen, durch aufgenietete Eisensparren, welche man ja ohnehin gebraucht. Diese letztere (Fußpfette) wird aus zwei Teilen zusammengesetzt: einem Teile, der die normal zur Dachfläche wirkenden Kräfte und Momente aufnimmt, etwa ein L-Eisen mit normal zur Dachfläche gestelltem Steg, und einem zweiten Teile für die parallel zur Dachfläche wirkenden Momente. Für diesen Teil eignet sich ein L-Eisen mit parallel zur Dachfläche angeordnetem Stege. Die ganze Fußpfette besteht dann aus zwei L-Eisen, deren eines mit dem Stege, deren anderes mit dem Flansch auf der Bindergurtung gelagert ist.

Man kann auch die parallel zur Dachfläche wirkenden Kräfte auf jeder Seite nach dem First übertragen, sei es durch aufgenietete eiserne Sparren, sei es durch besondere Rundeisen; die Resultierende der von beiden Dachflächen nach dem First überführten Kräfte ist bei Satteldächern mit gleichen beiderseitigen Neigungen lotrecht und kann so leicht durch eine mit lotrechtem Steg hergestellte Firstpfette aufgenommen werden. Durch diese Konstruktionen sind unter Umständen wesentliche Ersparnisse an Eisen möglich. — Daß man die erwähnten Pfetten auch als Auslegerträger konstruieren kann, leuchtet ein; dadurch ist eine weitere Gewichtsverminderung möglich.

b) Konstruktion.

Holzpfitzen auf hölzernen Dachbindern werden sowohl mit lotrechter, als mit winkelrecht zur Dachfläche angeordneter Querschnittsachse verwendet; bei letzterer Anordnung verhindert man das seitliche Kippen der Pfetten durch Knaggen (siehe Fig. 309, S. 121) oder durch Zangen (siehe Fig. 306, S. 119). Pfetten und Binder werden verkämmt; bei größeren Binderweiten unterstützt man die Pfetten durch Kopfbänder, was immer zu empfehlen ist (siehe Fig. 307 u. 308 auf S. 120, Fig. 309 u. 310 auf S. 121).

Handelt es sich um Dachbinder aus Eisen, so verhindert man bei den winkelrecht zur Dachfläche verlegten Holzpfitzen seitliches Kanten durch Winkeleisenstücke, welche auf die obere Bindergurtung genietet werden und mit denen die Pfetten verschraubt werden können; außerdem dienen zur Ver-

285.
Holzpfitzen
auf
hölzernen
Dachbindern.

286.
Holzpfitzen
auf eisernen
Dachbindern.