



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Dächer im allgemeinen, Dachformen

Schmitt, Eduard

Stuttgart, 1901

⌘) Turmfachwerk ; allgemeines.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78841](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78841)

Von großer Bedeutung für die Standsicherheit ist das Verhältnis der Pyramidenhöhe h zur Breite B der Grundfläche (die Bezeichnungen entsprechen denjenigen in Fig. 370, S. 150). Dasselbe ist in erster Linie von architektonischen Erwägungen abhängig; doch dürfte es sich empfehlen, auch die statischen Verhältnisse in Betracht zu ziehen und allzugroße Höhen zu vermeiden. Die Ausführungen zeigen die Verhältnisse $\frac{h}{B} = 3$ bis $4\frac{1}{2}$, ausnahmsweise auch wohl bis $\frac{h}{B} = 5$.

121.
Turm-
fachwerk.

γ) Turmfachwerk; allgemeines. Es genügt nicht, daß die Turmpyramide, als Ganzes betrachtet, stabil sei; auch die einzelnen Teile derselben müssen ein unverrückbares Fachwerk bilden, welches die an beliebigen Stellen aufgenommenen belastenden Kräfte sicher und, ohne merkliche Formänderungen zu erleiden, in den Unterbau befördert; sie muß ein geometrisch bestimmtes, wo möglich auch ein statisch bestimmtes Fachwerk sein. Um Klarheit über den Aufbau zu bekommen, sind einige allgemeine Untersuchungen über das räumliche Fachwerk hier vorzunehmen, welche sowohl für die Holztürme, wie für die Eisentürme Geltung haben.

Die Voraussetzungen, welche hier gemacht werden, sind allerdings bei den Holztürmen nicht ganz erfüllt; insbesondere ist die Annahme der gelenkigen Knotenverbindung der Fachwerkstäbe nicht genau. Dennoch sind die nachfolgenden Untersuchungen auch für die Holztürme nicht wertlos. Wenn sich ergibt, daß (für unsere Voraussetzungen) das Turmfachwerk bei der einen Anordnung der Stäbe labil, bei einer etwas geänderten Stabanordnung aber stabil sein würde, so wird man zweckmäßig die zweite Anordnung vorziehen. Denn es ist stets mißlich, sich auf die unbekanntenen Hilfskräfte zu verlassen, welche auftreten, weil die Voraussetzungen nicht genau erfüllt sind, zumal wenn, wie hier, die rechnerische Ermittlung dieser Hilfskräfte eine äußerst umständliche und schwierige Arbeit ist. Da nun die folgenden Untersuchungen wegen der eisernen Türme u. s. w. ohnehin vorgenommen werden müssen und auf die üblichen Turmfachwerke klares Licht werfen, so dürfte für dieselben hier die geeignete Stelle sein.

Die Turmhelme sind Raumbauwerke. Die einfachste Stützung eines Raumbauwerkes ist diejenige vermittelt dreier Fußpunkte. Die Zahl der in den Auflagerdrücken enthaltenen Unbekannten darf nicht größer als 6 sein, wenn die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper zu ihrer Ermittlung ausreichen sollen. Man muß nun, um sowohl eine wagrechte Verschiebung der ganzen Konstruktion, als auch eine Drehung derselben um eine lotrechte Achse zu verhüten, ein Auflager fest, ein zweites in einer geraden Linie verschiebbar machen, während das dritte in der Stützebene frei beweglich sein kann. Der Auflagerdruck des festen Auflagers kann eine ganz beliebige Richtung annehmen, enthält also drei Unbekannte, als welche man zweckmäßig die drei Seitenkräfte einführt, welche sich bei rechtwinkliger Zerlegung des Auflagerdruckes nach drei Achsen ergeben. Der Auflagerdruck des in einer Geraden verschiebbaren Lagers muß senkrecht zu der Geraden — der sog. Auflagerbahn — gerichtet sein, weil die in die Richtung dieser Linie fallende Seitenkraft, der Beweglichkeit wegen, stets Null ist; dieser Auflagerdruck enthält also nur zwei Unbekannte, nämlich die beiden Seitenkräfte in der zur Auflagerbahn senkrecht gerichteten Ebene. Im Auflagerdruck des dritten, in einer Ebene beweglichen Auflagers ist nur eine Unbekannte, die Größe der Kraft, enthalten; denn die Richtung ist diesem

Auflagerdruck vorgeschrieben: er muß wegen der Beweglichkeit des Auflagers senkrecht zur Auflagerebene stehen.

Allgemein bedeutet nach vorstehendem beim Raumbachwerk jedes feste Auflager drei Unbekannte (entspricht drei Auflagerbedingungen), jedes in einer Linie bewegliche Auflager zwei Unbekannte (entspricht zwei Auflagerbedingungen) und jedes in einer Ebene bewegliche Auflager eine Unbekannte (entspricht einer Auflagerbedingung). Wir werden weiterhin die drei Arten der Auflager kurz als Punktlager, Linienlager, Ebenenlager bezeichnen.

Im oben angenommenen Falle dreier Auflager, von denen je eines ein Punkt-, ein Linien- und ein Ebenenlager ist, enthalten also die Auflagerkräfte $3+2+1=6$ Unbekannte, für deren Ermittlung die Gleichgewichtslehre bekanntlich 6 Gleichungen bietet. Die Auflagerkräfte werden sich demnach nach den Gleichgewichtsbedingungen starrer Körper bestimmen.

Allein auch die Spannungen der einzelnen Stäbe des Raumbachwerkes müssen für beliebige mögliche Belastungen ermittelt werden können. Am einfachsten kann dies geschehen, wenn das Fachwerk statisch bestimmt ist, d. h. wenn alle Stabspannungen aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden können. Damit dies möglich sei, muß die Zahl der Stäbe zu derjenigen der Knotenpunkte in einem bestimmten Verhältnisse stehen.

Wir bezeichnen mit k die Anzahl der Knotenpunkte, s die Anzahl der Stäbe, p die Anzahl der festen Auflager (Punktlager), l die Anzahl der in Linien geführten Lager (Linienlager) und mit e die Anzahl der in Ebenen geführten Lager (Ebenenlager); alsdann ist die Zahl aller Unbekannten

$$s + 3p + 2l + e.$$

An jedem Knotenpunkte ergeben sich aus den drei Gleichgewichtsbedingungen drei Gleichungen; also bei k Knotenpunkten erhält man $3k$ Gleichungen. Die Zahl der Unbekannten muß für statische Bestimmtheit gleich der Zahl der Gleichungen sein; mithin ist die Bedingung für statische Bestimmtheit:

$$s + 3p + 2l + e = 3k,$$

und wenn man abkürzungsweise die Zahl der Auflagerunbekannten

$$3p + 2l + e = n \quad \dots \dots \dots 7.$$

setzt, so wird $s + n = 3k$ und

$$s = 3k - n \quad \dots \dots \dots 8.$$

Bei der obigen Annahme dreier Auflager, eines Punkt-, eines Linien- und eines Ebenenlagers, war $p=1$, $l=1$ und $e=1$, also $n=3+2+1=6$; mithin muß für diesen Fall sein

$$s = 3k - 6 \quad \dots \dots \dots 9.$$

Das einfachste räumliche Fachwerk ist das Tetraëder, welches 4 Knotenpunkte und 6 Stäbe hat; bei demselben ist thatsächlich $s = 3k - 6 = 3 \cdot 4 - 6 = 6$; dasselbe ist also ein statisch bestimmtes Fachwerk. Ein Punkt im Raume wird aber geometrisch bestimmt, wenn er durch Linien (Stäbe) mit 3 festen Punkten verbunden wird, welche mit ihm nicht in derselben Ebene liegen; alsdann findet auch eine zweifellose Zerlegung jeder auf diesen Punkt wirkenden Kraft auf Grund der Gleichgewichtsbedingungen statt. Man kann also durch allmähliches Anfügen von je einem Knotenpunkte und 3 Stäben an den Grundkörper des Tetraëders ein geometrisch und statisch bestimmtes Raumbachwerk erhalten. Dies folgt auch aus der allgemeinen Gleichung 9. Nennt man die Zahl der zu einem statisch bestimmten Fachwerk hinzukommenden Knotenpunkte allgemein x ,

diejenige der hinzukommenden Stäbe σ , so ist das entstehende Fachwerk statisch bestimmt, wenn stattfindet:

$$s + \sigma = 3(k + \kappa) - 6.$$

Es war aber auch $s = 3k - 6$, woraus folgt, dafs für den Fall statischer Bestimmtheit

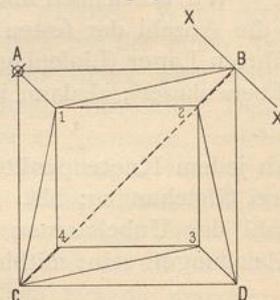
$$\sigma = 3\kappa$$

sein mufs.

Soll also das Fachwerk auch nach dem Hinzufügen der neuen Knotenpunkte statisch bestimmt bleiben, so mufs stets die Zahl der hinzukommenden Stäbe 3 mal so groß sein als die Zahl der hinzukommenden Knotenpunkte. Für $\kappa = 1$ mufs $\sigma = 3$ sein.

Die Anordnung eines Turmes mit nur drei Fußpunkten ist nicht üblich; es sind aber auch Stützungen auf mehr als drei Füßen als statisch bestimmte, räumliche Fachwerke möglich. Dies könnte auffallen, wenn man bedenkt, dafs nur dann die Auflagerdrücke eines Körpers mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können, wenn die Zahl der Fußpunkte nicht größer als 3 ist. Bei einem Fachwerk aber kann man die Auflagerdrücke dennoch bestimmen, auch wenn die Zahl der in diesen enthaltenen Unbekannten größer als 6 ist; nur mufs man dafür Sorge tragen, dafs das Fachwerk eine gleiche Zahl Stäbe, also Unbekannte, weniger enthält, wie die Zahl der Unbekannten in den Auflagerdrücken größer ist als 6 (bzw. n). Selbstverständlich darf man nicht beliebige Stäbe entfernen und mufs in jedem Falle genau untersuchen, ob das entstehende Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist oder nicht. Ähnliche Anordnungen sind beim ebenen Fachwerk vorhanden, so bei den Bogenträgern mit 3 Gelenken, den Auslegerträgern etc. Man mufs also auch hier, wegen der hinzukommenden Auflagerunbekannten, neue Bedingungen durch die Konstruktion schaffen. Nachstehend sollen die beiden wichtigsten Fälle des vierseitigen und des achtseitigen Turmfachwerkes in dieser Hinsicht besprochen werden.

Fig. 371.



122.
Vierseitige
Turm-
pyramide.

δ) Vierseitige Turmpyramide. Die vier Fußpunkte derselben seien A, B, C, D (Fig. 371); einer derselben, etwa A , sei fest, ein zweiter, B , sei in einer Linie, etwa XX , die beiden anderen in der Ebene $ABCD$ beweglich. Die Auflagerdrücke enthalten also $n = 3 + 2 + 1 + 1 = 7$ Unbekannte. Geht man vom Dreieck ABC aus, wobei A mit 3, B mit 2 und C zunächst mit einer Auflagerbedingung eingeführt werden, so sind alle drei Punkte in der Ebene genau durch die Auflagerbedingungen und die Längen der Dreieckseiten bestimmt, wenn nicht etwa die Auflagerbahn XX des Punktes B senkrecht zur Linie AB gerichtet ist. Der Punkt 1 in einer über ABC liegenden Ebene wird nunmehr durch die drei Stäbe $A1, B1$ und $C1$ geometrisch bestimmt. Das erhaltene Tetraëder ist geometrisch und statisch bestimmt. Verbindet man nunmehr den vierten Fußpunkt D mit 2 Punkten, etwa mit B und C , in derselben Ebene, so wird auch D geometrisch festgelegt, da dieser Punkt in der Ebene ABC bleiben mufs; der dritte Stab, welcher eigentlich erforderlich wäre, um C festzulegen, wird durch die Auflagerbedingung bei D ersetzt. Daraus folgt, dafs, wie die Spannung dieses (nicht angeordneten) Stabes stets bekannt wäre, wenn D kein Auflagerpunkt wäre, so auch der Auflagerdruck bei D stets nach statischen