Dächer im allgemeinen, Dachformen

Schmitt, Eduard

Stuttgart, 1901

b) Achtseitige Turmpyramide mit acht Lagerpunkten.

urn:nbn:de:hbz:466:1-78841

Fig. 382.

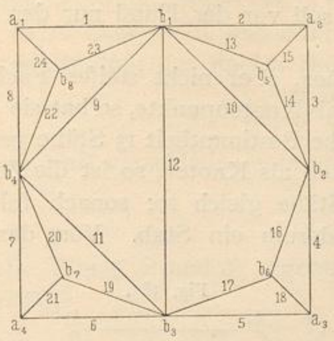
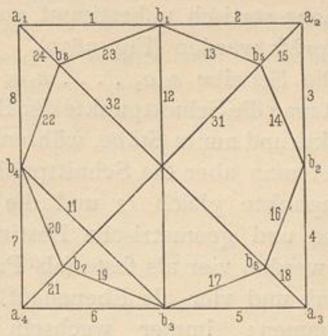


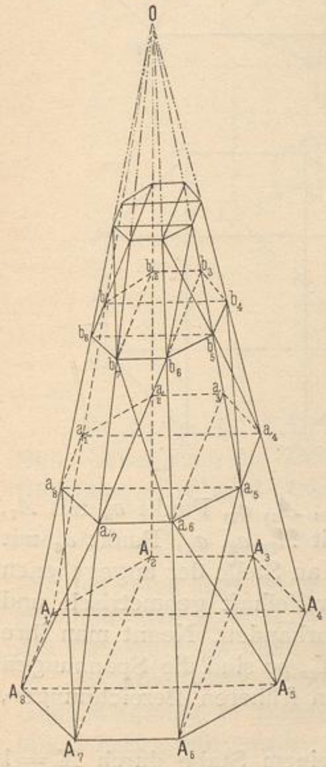
Fig. 383.



dieselbe trotzdem in der Praxis zu Aussetzungen bislang unseres Wissens keine Veranlassung gegeben hat, so liegt dies darin, daſs die Verbindungen nicht gelenkig sind und an den Knotenpunkten Momente übertragen werden können. So wenig man aber die Hängewerke mit für die statische Bestimmtheit fehlenden Stäben als eine in jeder Beziehung befriedigende Stabanordnung erklären kann, ebensowenig ist dies mit der hier angegebenen Konstruktion der Fall. Vielleicht empfiehlt sich am meisten das in Fig. 382 dargestellte Fachwerk. Eventuell ziehe man auch den Stab $b_2\ b_3$ ein, der das Fachwerk statisch unbestimmt, aber nicht labil macht.

Auf das Achteck $b_1\ b_5\ b_2\ b_6\ b_3\ b_7\ b_4\ b_8$ kann man nun die weitere Turmkonstruktion aufbauen, wie in Art. 124 (Fig. 375 *b*) angegeben ist, indem man nach und nach stets einen Knotenpunkt und drei Stäbe hinzufügt. Besonders werde bemerkt, daſs in den wagrechten Trennungsebenen der oberen Geschosse nunmehr nur noch die achteckigen Ringe angeordnet zu werden brauchen. Das Raumfachwerk ist mit diesen stabil.

Fig. 384.

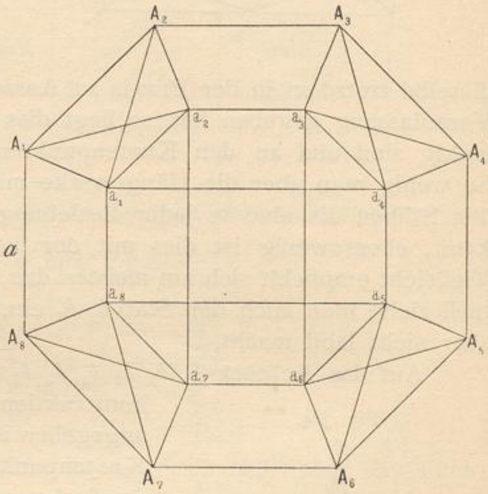


126. *Moller*'sche Turmpyramide.

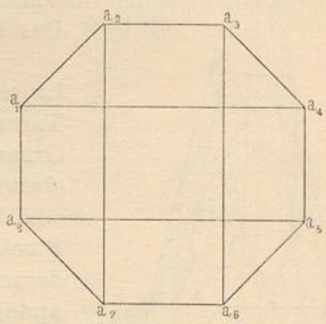
b) Achtseitige Turmpyramide mit acht Lagerpunkten. Hier ist zunächst die *Moller*'sche Turmpyramide (Fig. 384) zu betrachten. Alle acht Gratsparren sind bis zur gemeinsamen Auflagerebene hinabgeführt; zwischen je zwei Stockwerken sind herumlaufende Ringe angeordnet und in jedem Stockwerk vier Seitenfelder mit gekreuzten Stäben derart versehen, daſs stets nur ein Feld um das andere ein solches Andreaskreuz hat; diese verkreuzten Felder wechseln in den verschiedenen Stockwerken. Auſserdem sind in den vier geneigten Ebenen $A_1 A_4 O$, $A_8 A_5 O$, $A_2 A_7 O$ und $A_3 A_6 O$ quer durchlaufende Balken, d. h. für das Stabsystem Stäbe $a_1 a_4$, $a_8 a_5$, $a_2 a_7$, $a_3 a_6$, bezw. $b_1 b_4$, $b_8 b_5$, $b_2 b_7$, $b_3 b_6$ vorhanden. In Fig. 384 bezeichnet O die Spitze der Turmpyramide. Demnach ergiebt sich zwischen je zwei Stockwerken eine Figur, wie in Fig. 385 *b* dargestellt ist. Nunmehr soll untersucht werden, ob dieses Fachwerk statisch und geometrisch bestimmt ist, wobei zunächst, wie bisher stets, von der Spitze abgesehen werden soll, welche das Ganze statisch unbestimmt macht; ferner soll vor der Hand nur der Unterteil geprüft werden (Fig. 385*a*).

Die Scheibe $a_1 a_2 \ldots . a_7 a_8$ ist ein ebenes, aber nicht steifes Fachwerk; rechnet man die Schnittpunkte der Balken nicht als Knotenpunkte, so hat sie 8 Knotenpunkte und nur 12 Stäbe, während die statische Bestimmtheit 13 Stäbe verlangt. Rechnet man aber die Schnittpunkte der Balken als Knoten, so ist die Zahl der Knotenpunkte gleich 12 und die Zahl der Stäbe gleich 20; sonach fehlt für statische und geometrische Bestimmtheit wiederum ein Stab. Von den Auflagern werden vier als feste (als Punktauflager) und vier als Ebenenauflager angenommen; immer wechseln ein Punkt- und ein Ebenenauflager ab. Die vier Querbalken in der Auflagerebene sind dann, wenn ein Ring in derselben angeordnet wird, für die geometrische Bestimmtheit überflüssig und sollen als nicht vorhanden angesehen werden. Die Anzahl der Knotenpunkte des untersten Stockwerkes ist $k = 16$, die Zahl der Auflagerunbekannten $n = 4 \cdot 3 + 4 = 16$ und diejenige der Stäbe $s = 36$; für geometrische und statische Bestimmtheit müfste $s^1 = 3k - n = 32$ sein; das betrachtete Raumfachwerk ist also vierfach statisch unbestimmt. Ordnet man aber statt der gekreuzten Stäbe in den vier Seitenfeldern einfache Stäbe an, so ist die erste Bedingung der statischen Bestimmtheit erfüllt.

Fig. 385.



a



b

Dieses Fachwerk soll untersucht werden; es genügt, ein Stockwerk, etwa das unterste, zu betrachten. Baut man dasselbe (Fig. 386) auf den acht Auflagern $A_1 \ldots A_8$ so auf, dafs man jeden hinzukommenden Punkt mit drei bereits festen Punkten verbindet, so mufs man wieder einige Ersatzstäbe — hier sind die Stäbe *25* und *26* gewählt — zu Hilfe nehmen. Verbunden sind: Punkt a_1 mit A_1, A_2, C, Punkt a_4 mit A_3, A_4, a_1, Punkt a_5 mit A_5, A_6, a_4, Punkt a_8 mit A_7, A_8, a_5; ferner Punkt a_2 mit A_2, a_1, D, Punkt a_7 mit A_7, a_8, a_2, Punkt a_6 mit A_6, a_5, a_7, Punkt a_3 mit A_3, a_4, a_6. In Wirklichkeit sind an Stelle der angegebenen Ersatzstäbe *25* und *26*, welche das Fachwerk unzweifelhaft geometrisch und statisch bestimmt machen, die Stäbe $a_1 a_8$ und $a_2 a_3$ vorhanden. Nennt man ihre Spannungen bei beliebiger Belastung bezw. X_1 und X_2, so sind die Spannungen in den einzelnen Stäben, nach Früherem und mit den früheren Bezeichnungen,

$$S = \mathfrak{S} + S' X_1 + S'' X_2 .$$

S' ist die in einem Stabe durch $X_1 = 1$, S'' die in einem Stabe durch $X_2 = 1$

erzeugte Spannung. In den Ersatzstäben müssen für beliebige Belastung die Spannungen $S = 0$ werden, wenn dieselben überflüssig sein sollen; die X_1 und X_2 dürfen dabei aber nicht unendlich grofs werden. Mithin ist die Bedingung für die Standfähigkeit des Fachwerkes: die Nennerdeterminante der Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} S_{25}' X_1 + S_{25}'' X_2 = -\mathfrak{S}_{25}, \\ S_{26}' X_1 + S_{26}'' X_2 = -\mathfrak{S}_{26} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 10.$$

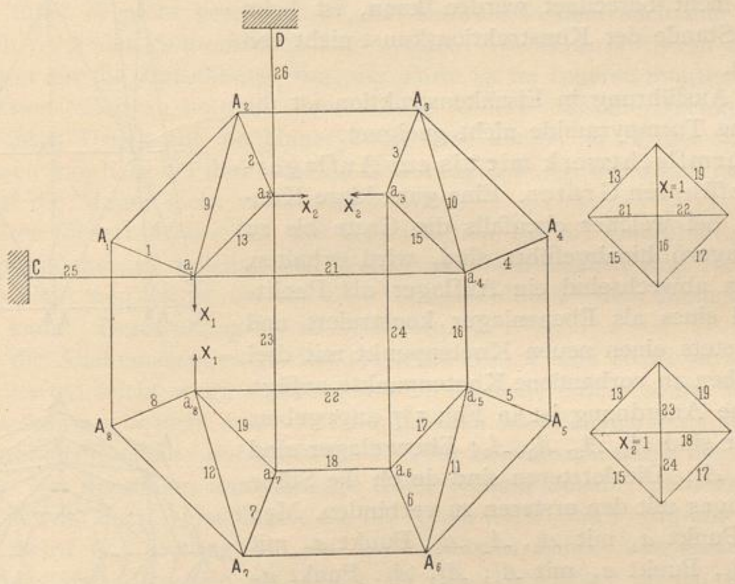
mufs von Null verschieden sein, d. h.

$$\left\{\begin{array}{l} S_{25}' . S_{25}'' \\ S_{26}' . S_{26}'' \end{array}\right\} \gtrless 0.$$

Die Werte S' und S'' ergeben sich leicht aus den Kräfteplänen in Fig. 386. Man erhält:

$$S_{22}' = -1,\ S_{16}' = +1,\ S_{21}' = -1,$$
$$S_{25}' = 0,\ S_{26}' = 0,$$
$$S_{24}'' = -1,\ S_{18}'' = +1,\ S_{22}'' = 0,$$
$$S_{23}'' = -1,\ S_{26}'' = 0,\ S_{16}'' = 0 = S_{21}'',$$
$$\mathfrak{S}_{25}'' = 0.$$

Fig. 386.

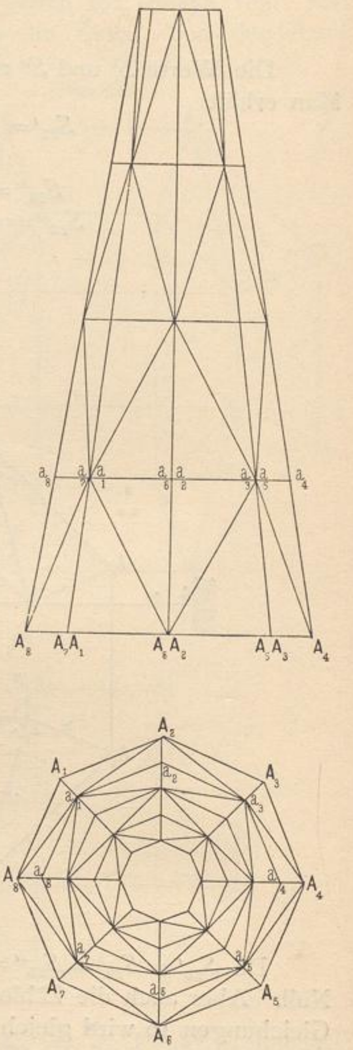


Da $S_{25}' = S_{26}' = S_{25}'' = S_{26}'' = 0$ sind, so ist die Nennerdeterminante gleich Null. Aber auch die Zählerdeterminante in den Ausdrücken für X_1 und X_2 der Gleichungen 10 wird gleich Null; mithin erhält man sowohl für X_1, wie für X_2 zunächst den Wert $\frac{0}{0}$, also einen unbestimmten Wert, der auch endlich sein kann. Dividiert man aber beide Gleichungen 10 durch $S_{25}' = S_{25}'' = S_{26}' = S_{26}''$, so sieht man, dafs sich $X_1 = X_2 = \infty$ ergiebt. Sonach dürfen die Ersatzstäbe nicht fehlen; das Fachwerk ist ohne dieselben labil.

Es könnte die Frage aufgeworfen werden, ob nicht durch Einziehen einer Gegendiagonale in eines der bereits mit Diagonalen versehenen Felder die Stabilität hergestellt würde. Versieht man etwa Feld $A_1 A_2 a_2 a_1$ mit einer zweiten

Diagonale, so wird zunächst die Gesamtzahl der Stäbe um einen Stab gröfser, als mit der statischen Bestimmtheit vereinbar ist; aber stabil wird das Fachwerk dadurch nicht. Denn in der Ebene dieses Feldes liegen die Punkte desselben schon, falls nur eine Diagonale vorhanden ist, fest, werden also durch die zweite Diagonale nur überbestimmt; das Verhältnis dieser Scheibe gegen das übrige Fachwerk aber, also für etwaige Drehungen derselben um die Achse $A_1 A_2$, bleibt vollständig unverändert. War sonach das frühere Fachwerk labil, so ist es auch das Fachwerk nach Einziehen der Gegendiagonale. Das Gleiche gilt von den anderen drei Gegendiagonalen, welche möglich und üblich sind. Das Fachwerk ist also auch mit den Gegendiagonalen eine labile Konstruktion.

Fig. 387.



Ob man unter diesen Verhältnissen weiterhin empfehlen kann, Turmdächer nach *Moller*'scher Konstruktion auszuführen, ist fraglich. Dieselben haben sich allerdings bisher gut gehalten; aber eine als nicht stabil erkannte Konstruktion, die überdies nicht berechnet werden kann, ist beim heutigen Stande der Konstruktionskunst nicht voll berechtigt.

Für Ausführung in Eisenkonstruktion ist die *Moller*'sche Turmpyramide nicht geeignet.

127. Turmflechtwerk mit bis zur Auflagerebene geführten Graten.

c) Turmflechtwerk mit bis zur Auflagerebene geführten Graten. Eine ganz klare Konstruktion, bei welcher ebenfalls die Grate bis zu den Auflagern hinabgeführt sind, wird erhalten, wenn man abwechselnd ein Auflager als Punktlager und eines als Ebenenlager konstruiert und nunmehr stets einen neuen Knotenpunkt mit drei neuen Stäben an vorhandene Knotenpunkte anfügt. Eine solche Anordnung ist in Fig. 387 angegeben. Punktlager sind A_1, A_3, A_5. A_7; Ebenenlager sind A_2, A_4, A_6, A_8. Die letzteren sind durch die Stäbe des Fufsringes mit den ersteren zu verbinden. Man verbinde Punkt a_1 mit A_1, A_2, A_8, Punkt a_3 mit A_2, A_3, A_4, Punkt a_5 mit A_4, A_5, A_6, Punkt a_7 mit A_6. A_7, A_8; alsdann sind a_1, a_3, a_5, a_7 als feste Punkte anzusehen. Nun verbinde man Punkt a_2 mit A_2, a_1, a_3, Punkt a_4 mit A_4, a_3, a_5, Punkt a_6 mit A_6, a_5, a_7, Punkt a_8 mit A_8, a_7, a_1. In solcher Weise kann man weiter bauen und erhält, abgesehen von der Spitze, ein statisch bestimmtes Raumfachwerk. Dasselbe kann in Holz (zweckmäfsig mit eisernen Diagonalen in den Seitenflächen) ohne Schwierigkeit hergestellt werden.

2) Konstruktion der hölzernen Turmhelme.

128. Grundsätze.

Für die Konstruktion der hölzernen Türme hat *Moller*[179]) vor mehr als einem halben Jahrhundert Grundsätze aufgestellt, welche zum grofsen Teile auch

[179]) A. a. O., Heft 4.