Die Konstruktionen in Holz

Warth, Otto

Leipzig, 1900

Sechstes Kapitel. Berechnung der Holzkonstruktionen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-77962

Sechstes Kapitel.

Berechnung der Holzkonstruktionen.

§ 1.

Allgemeines.

Die Beanspruchung der zu den Hochbaukonstruktionen verwendeten Hölzer kann erfolgen:

1) Durch Kräfte in der Richtung des Stabes, auf Verlängerung wirkend, — *Zugfestigkeit* oder *absolute Festigkeit*, Fig. 309;

Fig. 309.

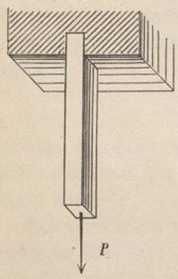


Fig. 310.

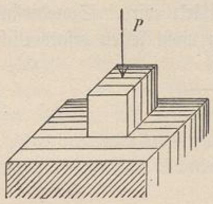


Fig. 311.

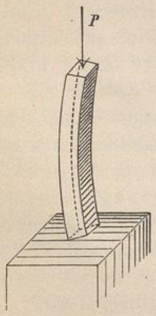


Fig. 312.

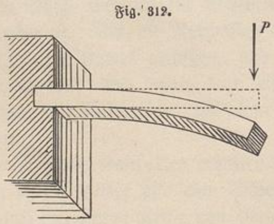
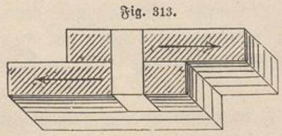


Fig. 313.



2) durch Kräfte in der Richtung des Stabes, auf Verkürzung wirkend, — *rückwirkende Festigkeit*, wobei jedoch zu unterscheiden:

a) Der Stab besitzt eine geringe Längenausdehnung, so daß derselbe durch die einwirkenden Kräfte zerdrückt wird, — *Druckfestigkeit*, Fig. 310;

b) der Stab besitzt im Verhältnis zu seinem Querschnitt eine bedeutende Längenausdehnung, so daß erst ein Biegen und dann ein Zerknicken stattfindet, — *Zerknickungs-* oder *Strebefestigkeit*, Fig. 311;

3) durch Kräfte, welche senkrecht zur Stabachse gerichtet sind, — *Biegungs-* oder *relative Festigkeit*, Fig. 312;

4) durch Kräfte, welche den Stab zu trennen suchen, auf Abscherung wirkend, — *Scherfestigkeit*, Fig. 313.

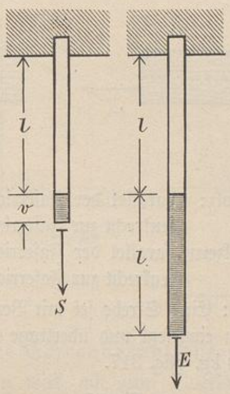
Je nach der Art der Einwirkung dieser Kräfte erleiden die Körper irgend eine Formänderung; sie werden entweder gestreckt, oder zusammengedrückt, oder gebogen u. s. w. Die Formänderungen sind innerhalb gewisser Grenzen jedoch keine bleibenden, da jedes Material in größerem oder geringerem Grade die Fähigkeit besitzt, wenigstens annähernd die ursprüngliche Form wieder anzunehmen, sobald die Einwirkung der äußeren Kräfte aufhört. Diese Eigenschaft wird als *Elastizität* der Körper bezeichnet. Überschreitet die Formänderung jedoch eine gewisse Grenze, die sogenannte *Elastizitätsgrenze*, so wird sie eine bleibende, und der Körper nimmt seine ursprüngliche Gestalt nicht mehr an, woraus sich von selbst ergiebt, daß *Konstruktionsteile niemals einer Beanspruchung bis zur Elastizitätsgrenze ausgesetzt werden dürfen.*

Die Elastizitätsgrenze können wir auch bezeichnen als *diejenige Beanspruchung, unter welcher die Formänderungen proportional den einwirkenden Kräften sind, während darüber hinaus die Formänderungen viel schneller wachsen.*

Unter Elastizitäts-Modul verstehen wir eine Kraft, die im stande wäre, einen Stab von 1 qcm Querschnitt um seine eigene Länge auszudehnen, derart, daß diese Formänderung innerhalb der Elastizitätsgrenze liege, mithin proportional der einwirkenden Kraft sei.

Die Bestimmung des Elastizitäts-Moduls, der bei verschiedenen Berechnungen erforderlich ist, erfolgt für die verschiedenen Materialien durch Versuche in folgender Weise, Fig. 314:

Fig. 314.



Ein Stab von 1 qcm Querschnitt und der Länge l cm erfahre innerhalb der Elastizitätsgrenze durch die Kraft S kg eine Verlängerung = v cm; eine Kraft = dem Elastizitäts-Modul E kg soll dann, ebenfalls innerhalb der Elastizitätsgrenze den Stab um seine eigene Länge l cm verlängern. Innerhalb der Elastizitätsgrenze sind aber die Längenänderungen proportional den einwirkenden Kräften, mithin muß sein:

$$E : S = l : v$$

somit $$E = \frac{S \cdot l}{v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Beispiel: Ein gußeiserner Stab von 1 qcm Querschnitt und 75 cm Länge werde mit 200 kg belastet und erfahre eine Ausdehnung von 0,015 cm; hiernach berechnet sich der Elastizitäts-Modul für Gußeisen nach Formel (1)

$$E = \frac{200 \cdot 75}{0{,}015} = 1\,000\,000 \text{ kg.}$$

Der Elastizitäts-Modul beträgt:

für Eichenholz 115 000 kg
„ Kiefernholz 120 000 „
„ Fichtenholz 115 000 „
„ Tannenholz 120 000 „

§ 2.

Zug- und Druckfestigkeit (Normalfestigkeit).

Die Versuche zeigen, daß die Tragfähigkeit eines Stabes auf Zug und einfachen Druck proportional seinem Querschnitt ist, in der Voraussetzung, daß die Kraft in der Stabachse wirkt, so daß sie sich gleichmäßig über den ganzen Querschnitt verteilt.

Wenn also ein Stab von 1 qcm Querschnitt eine Last von B kg bis zum Bruche zu tragen vermag (B = Bruchfestigkeit), so muß ein Stab von 2 qcm Querschnitt 2 B, und von q qcm Querschnitt eine Last N = q . B tragen.

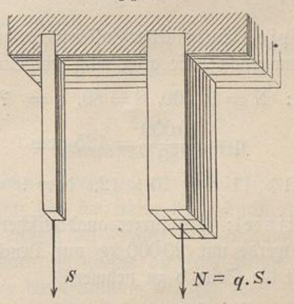
Die Stäbe können aber nicht bis zur Bruchgrenze, und auch nicht bis zur Elastizitätsgrenze belastet werden; vielmehr müssen Sicherheits-Koeffizienten n eingeführt werden, so daß sich hiernach die in der Praxis zulässige Belastung ergiebt aus der Formel

$$N = q \cdot \frac{B}{n}.$$

$\frac{B}{n}$ nennt man die zulässige Beanspruchung pro Quadratcentimeter, die im folgenden mit S bezeichnet werden soll. Es ist demnach, Fig. 315,

$$N = q \cdot S \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Fig. 315.



Diese für die Praxis zulässige Beanspruchung ist durch Versuche zu ermitteln, und wird hierfür durchschnittlich $\frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ (d. i. n = 8—10) der Bruchfestigkeit in Rechnung gestellt.

In der folgenden Tabelle sind für die gebräuchlichen Holzsorten die zulässigen Beanspruchungen S in Mittelwerten in Kilogramm pro Quadratcentimeter (|| parallel der Faser) angegeben.

Material	Zulässige Beanspruchung S	
	Zug	Druck
Eichenholz	90	70
Kiefernholz	80	60
Fichtenholz	80	60
Tannenholz	80	60

Diese Werte gelten vornehmlich für die Berechnung der Balkenlagen und der Pfosten. Bei den Dachstuhlkonstruktionen, die keinen Erschütterungen unterworfen sind, und bei denen die nur sehr selten auftretenden Wind- und Schneebelastungen bei der Berechnung berücksichtigt werden müssen, kann die Beanspruchung etwas höher angenommen werden, und zwar zu 70 kg/qcm für Biegung und Druck, welcher Wert dann der Einfachheit halber auch für die Zughölzer beibehalten wird (siehe hierüber Kap. VII).

Bei provisorischen Bauten können die Beanspruchungen größer genommen werden, und zwar:

Bei Eichenholz auf Zug 160,
„ Druck 130.
Bei Nadelholz auf Zug 160,
„ Druck 110.

Ist die Belastung N gegeben, wie dies in der Regel der Fall ist, so ergiebt sich der erforderliche Querschnitt

$$q = \frac{N}{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

1. Beispiel: Ein tannener Balken werde durch 10000 kg auf Zug beansprucht; wie groß muß sein Querschnitt sein?

Es ist: $N = 10\,000$, $S = 80$, $q = \;?$

$$q = \frac{10\,000}{80} = 125 \text{ qcm}$$

d. i. 11×11 oder $10 \times 12{,}5$ oder 9×14 cm.

2. Beispiel: Ein kurzer quadratischer Pfosten aus Eichenholz werde mit 20 000 kg auf Druck beansprucht; wie groß ist die Seite b zu nehmen?

Es ist: $P = 20\,000$, $S = 70$, $q = b^2$

$$b = \sqrt{\frac{20\,000}{70}} = 17 \text{ cm.}$$

§ 3.

Scher- oder Schubfestigkeit.

Die Scher- oder Schubfestigkeit ist, wie die Zug- und einfache Druckfestigkeit proportional dem beanspruchten Querschnitt, so daß, da ebenfalls mit entsprechender Sicherheit gerechnet werden muß, die vorstehend entwickelten Formeln

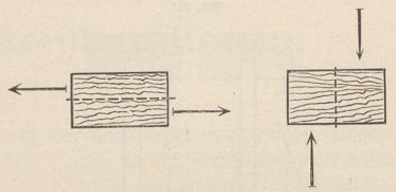
(2) $$N = q\,S$$

und (3) $$q = \frac{N}{S}$$

Giltigkeit behalten.

Die zulässige Beanspruchung S auf Abscherung bei den Hölzern ist verhältnismäßig gering und kann angenommen werden pro Quadratcentimeter, Fig. 316:

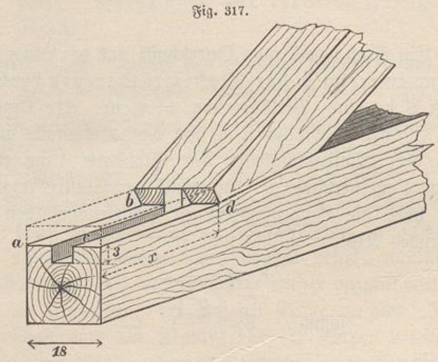
Fig. 316.



Bei Eichenholz:	parallel der Faserrichtung	8 kg
	senkrecht zur Faserrichtung	12 „
Bei Nadelhölzern:	parallel der Faserrichtung	5 „
	senkrecht zur Faserrichtung	12 „

Beispiel: Eine Strebe sei mit Versatzung in einen tannenen Balken eingesetzt und übertrage einen Horizontalschub von 6000 kg, Fig. 317.

Fig. 317.



Die Breite der Hölzer betrage 18 cm. Wie weit ist die Versatzung vom Ende des Balkens anzuordnen?

Die Strebe sucht mit 6000 kg den vor der Versatzung liegenden Teil a b c d des Balkens „abzuschieben“. Die entstehende Trennungsfläche wird, wenn $c\,d = x$,

$$18\,x + 2 \,.\, 3\,x = 24\,x,$$

und ist somit (Formel 3):

$$N = 6000, \; S = 5, \; q = 24\,x$$

$$24\,x = \frac{6000}{5},$$

$$x = \; . \; . \; 50 \text{ cm.}$$

Für Schmiedeeisen (Bolzen und dergl.) ist $S = 600$ kg anzunehmen.

Beispiel: Eine Hängesäule aus Tannenholz werde nach Fig. 318 u. 319 durch Flacheisenbänder und Bolzen mit dem Tramen verbunden; die Verbindung ist in allen Teilen zu berechnen, unter Annahme einer Zugspannung $N = 5000$ kg, Fig. 318.

$$N = 5000,\ S = 5,\ q = 2 \,.\, 15\,x$$

$$2 \,.\, 15\,x = \frac{5000}{5}$$

$$x = 33 \text{ cm.}$$

IV. Entfernung y des Bolzens vom Ende des Eisenbandes (Scherfestigkeit).

Hier entstehen vier Abscherungsflächen, und es ist (Formel 3):

Fig. 318.

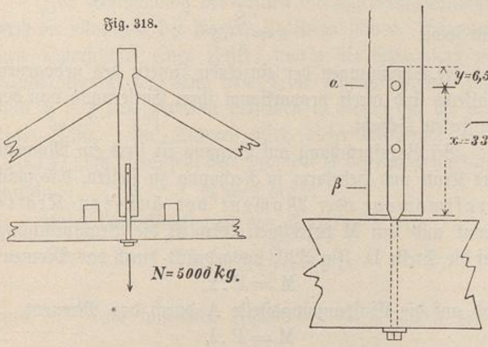
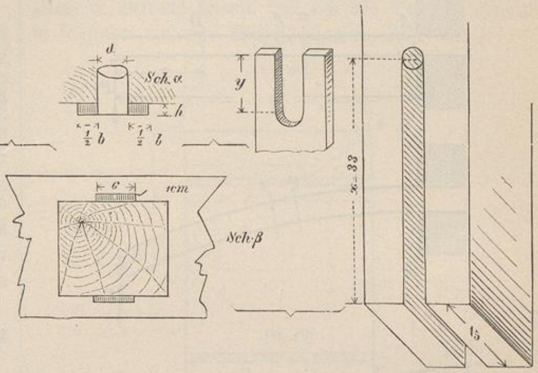


Fig. 319.



I. Stärke des Schraubenbolzens (Scherfestigkeit).

Der Bolzen wird mit zwei Querschnitten auf Abscherung beansprucht; ist der Durchmesser $= d$, dann wird (Formel 3):

$$N = 5000,\ S = 600,\ q = 2 \,.\, \frac{\pi d^2}{4} = 2 \,.\, \frac{3{,}14\, d^2}{4}.$$

$$2 \,.\, \frac{3{,}14\, d^2}{4} = \frac{5000}{600}.$$

$$d = 2{,}3 \text{ cm.}$$

II. Stärke der Eisenbänder (Zugfestigkeit).

Die Abmessungen an der durch das Bolzenloch geschwächten Stelle seien b und h; dann ist (Formel 1)

$$N = 5000,\ S = 750,\ q = 2\,bh$$

$$2\,bh = \frac{5000}{750}.$$

Nimmt man $h = 1$ cm, dann wird $b = 3{,}3$ cm.

Die ganze Breite B wird

$$B = b + d = 3{,}3 + 2{,}3 = 5{,}6 \text{ cm}$$

$$\text{d. i.} \sim 6 \text{ cm.}$$

III. Entfernung x des Bolzens vom Ende der Hängesäule (Scherfestigkeit).

Der Bolzen sucht das zwischen ihm und dem Hängesäulenende stehende Holz auszuscheren; es ist (Formel 3):

$$N = 5000,\ S = 600,\ q = 4 \,.\, 1 \,.\, y$$

$$4\,y = \frac{5000}{600}$$

und $y = 2{,}1$ cm.

Diese Entfernung ist für die Ausführung zu klein, und es ist zu wählen

$$y \text{ min} = 2{,}5\, d \text{ oder besser} = 3\, d$$

mithin $y = 3 \,.\, 2{,}3 \text{ cm} = \sim 7 \text{ cm.}$

§ 4.

Biegungsfestigkeit.

Wird ein wagrecht liegender Balken an einem Ende fest eingespannt und am freien Ende durch ein Gewicht P belastet, so erfährt der Balken eine Biegung, die um so größer sein wird, je größer die freie Länge des Balkens und je größer die Belastung ist, Fig. 320.

Infolge der Biegung erfahren die einzelnen Fasern des Balkens eine Längenänderung, derart, daß die oberhalb liegenden Fasern gezogen, „verlängert“, die unten liegenden zusammengedrückt, „verkürzt“ werden. Der Übergang aus der Zugspannung in die Druckspannung muß durch Null gehen, d. h. es muß eine mittlere Faserschicht vorhanden sein, die weder gezogen noch gedrückt, sondern nur gebogen wird, und welche die **neutrale Faserschicht** heißt. Der Schnitt 00 der neutralen Faserschicht mit jedem Querschnitt des Balkens heißt **die neutrale Achse** des Querschnittes.

Zwei sehr nahe bei einander liegende parallele und normal zur Balkenachse stehende Ebenen α und β werden sich nach eingetretener Biegung schneiden, Fig. 320, und die Verlängerungen und Verkürzungen der Fasern werden sich ergeben aus den Abschnitten zwischen den Linien β und β', wenn $\beta' \parallel \alpha$ durch D gezogen wird, da vor der Biegung die sämtlichen Fasern die Länge C D hatten, Fig. 321.

Fig. 320.

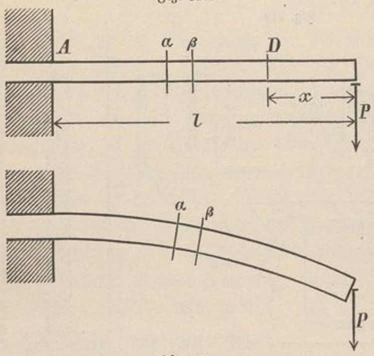


Fig. 321.

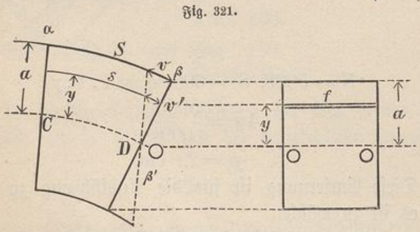
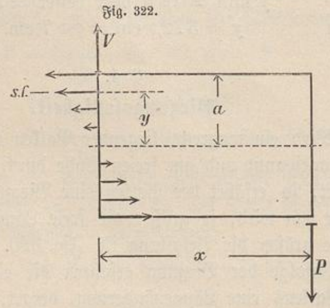


Fig. 322.



Die Verlängerung der äußersten Faser ist somit $= v$, diejenige der Faser in der Entfernung $y = v'$, und es ist

$$\frac{a}{y} = \frac{v}{v'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

d. h. die Verlängerungen, bezw. die Verkürzungen sind proportional der Entfernung von der neutralen Faser.

Die in den einzelnen Fasern auftretenden Zug- und Druckspannungen dürfen das zulässige Maß nicht überschreiten, so daß also in den am meisten beanspruchten äußersten Fasern höchstens die zulässige Beanspruchung S auftreten darf. Bezeichnet man die Beanspruchung pro Quadratcentimeter in der Entfernung y von der neutralen Schicht mit s, so ist, da sich die Längenänderungen innerhalb der Elastizitätsgrenze wie die Spannungen verhalten (s. Seite 99)

$$\frac{v}{v'} = \frac{S}{s}$$

und daher mit Berücksichtigung von Formel (4) auch

$$\frac{S}{s} = \frac{a}{y}$$

und somit

$$s = \frac{S}{a} \cdot y \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

d. h. die Spannungen der einzelnen Fasern des gebogenen Balkens sind direkt proportional ihrer Entfernung von der neutralen Schicht.

Bei Beanspruchung auf Biegung ist stets ein Moment aus Kraft und Hebelarm in Rechnung zu stellen, das man Kraftmoment oder Moment der äußeren Kräfte nennt und mit M bezeichnet. So ist die Beanspruchung auf die Stelle D, Fig. 320, ausgedrückt durch das Moment

$$M = P \cdot x,$$

und auf die Einspannungsstelle A durch das Moment

$$M = P \cdot l,$$

das zugleich das größte Moment, das Maximal-Biegungs-Moment $= M_{max}$ darstellt, da für diesen Punkt der Hebelarm am größten ist.

Diese äußeren Momente erzeugen innere Momente, die sich gegenseitig das Gleichgewicht halten müssen.

Um diese zu berechnen, denkt man sich den Balken irgendwo in einer beliebigen Entfernung x vom Ende durchschnitten und bringt an den einzelnen Fasern die entsprechenden Zug- und Druckspannungen an, dann müssen für die Erhaltung des Gleichgewichtszustandes die folgenden drei Bedingungen erfüllt werden:

1) Die Summe der wagrecht wirkenden Kräfte muß Null sein, um ein Verschieben in wagrechtem Sinne zu vermeiden;
2) die Summe der lotrecht wirkenden Kräfte muß Null sein, um ein Verschieben in lotrechtem Sinne zu vermeiden;
3) die Summe der statischen Momente aller Kräfte auf eine beliebige Achse, mithin auch auf die neutrale Achse muß Null sein, um eine Drehung des Systems zu vermeiden, Fig. 322.

Die Bedingungsgleichung (1) erfordert, daß die Zugspannungen mit den entgegengesetzt wirkenden Druckspannungen im Gleichgewicht sind, was bekanntlich der Fall ist, wenn die neutrale Achse, die die beiden Spannungen trennt, die Schwerachse der Querschnittsfläche ist, woraus folgt, daß die neutrale Achse eines Querschnittes mit dessen wagrechter Schwerachse zusammenfällt.

Bei rechteckigem wie überhaupt symmetrischem Querschnitt liegt mithin die neutrale Achse in der Mitte.

Zur Erfüllung der Gleichgewichtsbedingung (2) muß an der Schnittstelle eine nach oben gerichtete Vertikalkraft V gleich der abwärts gerichteten P angebracht werden, Fig. 322; diese Kraft wirkt in den einzelnen Querschnitten auf Abscherung, ist bei der Berechnung jedoch nicht weiter zu berücksichtigen, da die nach der dritten Gleichgewichtsbedingung erhaltenen Querschnitte überreichlich genügen.

Zur Bestimmung der dritten Gleichgewichtsbedingung sind die Momente der inneren Kräfte zu bilden. Bedeutet f den Querschnitt einer Faser, und s die Spannung pro Quadratcentimeter, dann ist s . f die Spannkraft der Faser und s . f . y das Moment derselben in Bezug auf die neutrale Achse. Die Summe aller dieser Momente, d. h. $\Sigma\,(s\,f\,y)$ muß gleich sein dem Moment M der äußeren Kräfte, mithin

$$M = \Sigma\,(s\,f\,y).$$

Unter Berücksichtigung von Formel (5) wird

$$M = \Sigma\left(\frac{S}{a}\,y\,.\,f\,y\right)$$

und da $\frac{S}{a}$ als konstanter Faktor vor die Klammer gesetzt werden kann, so nimmt die Gleichung die Form an:

$$M = \frac{S}{a}\,\Sigma\,(f\,y^2).$$

$\Sigma\,(f\,y^2)$ bedeutet: Man zerlege den Querschnitt in unendlich viele und unendlich kleine Flächenteilchen f, multipliziere jedes mit dem Quadrate seines Abstandes von der neutralen Achse und summiere alle diese Produkte.

Man setzt $\Sigma\,(f\,y^2) = J$

und versteht hierunter das auf die neutrale Achse bezogene **Trägheitsmoment** des Querschnittes (äquatoriales Trägheitsmoment). Dann wird

$$M = \frac{S}{a}\,.\,J = S\,.\,\frac{J}{a}.$$

Der Ausdruck $\frac{J}{a}$, d. h. das Trägheitsmoment, dividiert durch die Entfernung a der äußersten Faser von der neutralen Achse, wird als **Widerstandsmoment** W des Querschnittes bezeichnet, und es lautet die Grundgleichung für die Biegungsbeanspruchung somit:

$$M = S\,W \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

und bei gegebenem Biegungsmoment, das erforderliche Widerstandsmoment des Querschnittes:

$$W = \frac{M}{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Für M ist stets das größte Biegungsmoment, also M max, in Rechnung zu stellen, und da für die bei den Hochbauten zur Verwendung kommenden Nadelhölzer die zulässige Beanspruchung S = 60 kg/qcm anzunehmen ist, so nimmt die Gleichung (7) für Holzbalken die spezielle Form an:

$$W = 0{,}0166\;M\,max \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

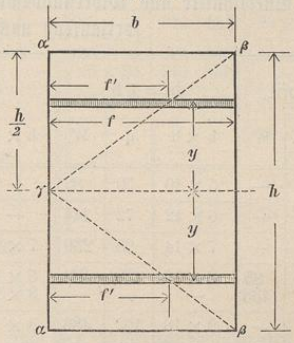
(da $\frac{1}{60} = 0{,}0166$ ist).

§ 5.

Trägheitsmomente und Widerstandsmomente.

Für das Rechteck, das für die Holzkonstruktionen allein in Betracht kommt, läßt sich das Trägheitsmoment in folgender einfacher Weise bestimmen, Fig. 323: [1])

Fig. 323.



Es ist $J = \Sigma\,(f\,y^2)$.

Denkt man sich das Rechteck in unendlich schmale Flächenstreifen f parallel der neutralen Achse zerlegt, und bezeichnet den innerhalb des Dreieckes $\alpha\,\beta\,\gamma$ fallenden Teil desselben mit f', so verhält sich:

$$f : f' = \frac{h}{2} : y$$

und hieraus $f = \frac{f'\,h}{2\,y}$

mithin wird:

$$J = \Sigma\left(\frac{f'\,h}{2\,y}\,.\,y^2\right) = \Sigma\left(\frac{h}{2}\,.\,f'\,y\right) = \frac{h}{2}\,\Sigma\,(f'\,y).$$

$\Sigma\,(f'\,y)$ bedeutet die Summe der Produkte der einzelnen Flächenelemente f', d. h. der Flächenteilchen in den Dreiecken $\alpha\,\beta\,\gamma$ und ihrer Abstände von der durch die Spitze γ der Dreiecke gehenden Geraden; dieses **statische Moment** läßt sich auch bilden aus dem Produkt der ganzen Flächen der beiden Dreiecke $\alpha\,\beta\,\gamma$ und den Abständen ihrer Schwerpunkte von γ.

Die Fläche jedes Dreieckes ist $\frac{b\,.\,h}{4}$, und der Schwerpunktabstand beträgt $\frac{2}{3}\,.\,\frac{h}{2} = \frac{h}{3}$, mithin ist das statische Moment der beiden Dreiecke $\alpha\,\beta\,\gamma$

1) H. Müller, Elementares Handbuch der Festigkeitslehre. Berlin 1875.

$$\Sigma(f'y) = 2\left(\frac{bh}{4} \cdot \frac{h}{3}\right) = \frac{bh^2}{6},$$

und somit das Trägheitsmoment des Rechteckquerschnittes:

$$J = \frac{bh^3}{12} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

Das Widerstandsmoment wird $W = \frac{J}{a}$, und da $a = \frac{h}{2}$

$$W = \frac{bh^2}{6} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Setzt man diesen Wert für W in die Gleichung (8), so erhält man

$$bh^2 = 0{,}1\ M\max \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Sobald die Werte von $M\max$ bekannt sind, können hiernach die Abmessungen b und h des Balkens ermittelt werden.

Um die Rechnung zu vereinfachen, folgen hier zwei Tabellen der Querschnitte und Widerstandsmomente für Holzbalken in den gebräuchlichen Abmessungen.

Tabelle I.

Querschnitte und Widerstandsmomente der Holzbalken in den gebräuchlichen Abmessungen, fortlaufend nach der Breite b der Querschnitte geordnet.

Breite b	Normalprofil b × h	q	W	b = ½ h b × h	q	W	b = ⅗ h b × h	q	W	b = ⅔ h b × h	q	W	b = ¾ h b × h	q	W	b = h b × h	q	W	Breite b
5	—	—	—	5 × 10	50	**83**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5
6	—	—	—	6 × 12	72	**144**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6
7	—	—	—	7 × 14	98	**230**	7 × 12	84	**168**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7
8	8 × 8	64	**85**	8 × 16	128	**341**	8 × 13	104	**225**	8 × 12	96	**192**	8 × 10	80	**133**	8 × 8	64	**85**	8
	8 × 10	80	**133**	—	—	—	8 × 14	112	**260**	—	—	—	8 × 11	88	**161**	—	—	—	
9	—	—	—	9 × 18	162	**486**	9 × 15	135	**336**	9 × 13	117	**253**	9 × 12	108	**216**	9 × 9	81	**121**	9
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9 × 14	126	**294**	—	—	—	—	—	—	
10	10 × 10	100	**166**	10 × 20	200	**666**	10 × 16	160	**426**	10 × 15	150	**375**	10 × 13	130	**281**	10 × 10	100	**166**	10
	10 × 12	120	**240**	—	—	—	10 × 17	170	**481**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	10 × 14	140	**327**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
11	—	—	—	11 × 22	242	**887**	11 × 18	198	**594**	11 × 16	176	**470**	11 × 14	154	**360**	11 × 11	121	**222**	11
	—	—	—	—	—	—	11 × 19	209	**661**	11 × 17	187	**530**	11 × 15	165	**412**	—	—	—	
12	12 × 12	144	**288**	12 × 24	288	**1152**	12 × 20	240	**799**	12 × 18	216	**648**	12 × 16	192	**512**	12 × 12	144	**288**	12
	12 × 14	168	**392**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	12 × 16	192	**512**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
13	—	—	—	13 × 26	338	**1467**	13 × 21	273	**955**	13 × 19	247	**782**	13 × 17	221	**626**	13 × 13	169	**366**	13
	—	—	—	—	—	—	13 × 22	286	**1048**	13 × 20	260	**866**	—	—	—	—	—	—	
14	14 × 14	196	**457**	14 × 28	392	**1830**	14 × 23	322	**1233**	14 × 21	294	**1029**	14 × 18	252	**756**	14 × 14	196	**457**	14
	14 × 16	224	**597**	—	—	—	14 × 24	336	**1344**	—	—	—	14 × 19	266	**842**	—	—	—	
	14 × 18	252	**756**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	14 × 20	280	**933**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
15	—	—	—	15 × 30	450	**2250**	15 × 25	375	**1560**	15 × 22	330	**1210**	15 × 20	300	**1000**	15 × 15	225	**562**	15
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15 × 23	345	**1322**	—	—	—	—	—	—	
16	16 × 16	256	**683**	16 × 32	512	**2731**	16 × 26	416	**1801**	16 × 24	384	**1536**	16 × 21	336	**1102**	16 × 16	256	**683**	16
	16 × 18	288	**864**	—	—	—	16 × 27	432	**1944**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	16 × 20	320	**1066**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	16 × 22	352	**1291**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
17	—	—	—	17 × 34	578	**3275**	17 × 28	476	**2220**	17 × 25	425	**1770**	17 × 22	374	**1371**	17 × 17	289	**820**	17
	—	—	—	—	—	—	17 × 29	493	**2380**	17 × 26	442	**1915**	17 × 23	391	**1499**	—	—	—	
18	18 × 18	324	**972**	18 × 36	648	**3888**	18 × 30	540	**2700**	18 × 27	486	**2187**	18 × 24	432	**1728**	18 × 18	324	**972**	18
	18 × 20	360	**1200**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	18 × 22	396	**1452**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	18 × 24	432	**1728**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
19	—	—	—	—	—	—	19 × 31	589	**3040**	19 × 28	532	**2449**	19 × 25	475	**1980**	19 × 19	361	**1143**	19
	—	—	—	—	—	—	19 × 32	608	**3240**	19 × 29	551	**2663**	—	—	—	—	—	—	
20	20 × 20	400	**1333**	—	—	—	20 × 33	660	**3630**	30 × 30	600	**3000**	20 × 26	520	**2253**	20 × 20	400	**1333**	20
	20 × 22	440	**1613**	—	—	—	20 × 34	680	**3852**	—	—	—	20 × 27	540	**2430**	—	—	—	
	20 × 24	480	**1920**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	20 × 26	520	**2253**	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	

Breite b	Normalprofil			$b = \frac{1}{2} h$			$b = \frac{3}{5} h$			$b = \frac{2}{3} h$			$b = \frac{3}{4} h$			$b = h$			Breite b
	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	
21	—	—	—	—	—	—	21 × 35	735	**4284**	21 × 31	651	**3363**	21 × 28	588	**2744**	21 × 21	441	**1542**	21
22	22 × 28 —	616 —	**2875** —	— —	— —	— —	22 × 36 —	792 —	**4752** —	22 × 32 22 × 33	704 726	**3755** **3976**	22 × 29 —	638 —	**3084** —	22 × 22 —	484 —	**1774** —	22
23	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	23 × 34 23 × 35	782 805	**4431** **4696**	23 × 30 23 × 31	690 713	**3450** **3648**	23 × 23 —	529 —	**2028** —	23
24	24 × 24 24 × 26 24 × 30	576 624 720	**2304** **2704** **3600**	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	— — —	24 × 36 — —	864 — —	**5184** — —	24 × 32 — —	768 — —	**4096** — —	24 × 24 — —	576 — —	**2304** — —	24
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25 × 33	825	**4547**	25 × 25	625	**2604**	25
26	26 × 26 26 × 28	676 728	**2930** **3397**	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	26 × 34 26 × 35	884 910	**5010** **5310**	26 × 26 —	676 —	**2930** —	26
27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	27 × 36	972	**5832**	27 × 27	729	**3281**	27
28	28 × 28 28 × 30	784 840	**3660** **4200**	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	28 × 28 —	784 —	**3660** —	28
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29 × 29	841	**4065**	29
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30 × 30	900	**4500**	30

Tabelle II.

Querschnitte und Widerstandsmomente der Holzbalken, fortlaufend nach den Widerstandsmomenten geordnet.

b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W	b × h	q	W
5 × 10	50	83	11 × 15	165	412	15 × 20	300	1000	14 × 28	392	1830	17 × 34	578	3275
8 × 8	64	85	10 × 16	160	426	14 × 21	294	1029	17 × 26	442	1915	27 × 27	729	3281
9 × 9	81	121	14 × 14	196	457	13 × 22	286	1048	20 × 24	480	1920	21 × 31	651	3363
8 × 10	80	133	11 × 16	176	470	16 × 20	320	1066	16 × 27	432	1944	26 × 28	728	3397
6 × 12	72	144	10 × 17	170	481	16 × 21	336	1102	19 × 25	475	1980	23 × 30	690	3450
8 × 11	88	161	9 × 18	162	486	19 × 19	361	1143	23 × 23	529	2028	20 × 33	660	3630
10 × 10	100	166	12 × 16	192	512	12 × 24	288	1152	18 × 27	486	2187	23 × 31	713	3648
7 × 12	84	168	11 × 17	187	530	18 × 20	360	1200	17 × 28	476	2220	28 × 28	784	3660
8 × 12	96	192	15 × 15	225	562	15 × 22	330	1210	15 × 30	450	2250	22 × 32	704	3755
9 × 12	108	216	11 × 18	198	594	14 × 23	322	1233	20 × 26	520	2253	20 × 34	680	3852
11 × 11	121	222	14 × 16	224	597	16 × 22	352	1291	24 × 24	576	2304	18 × 36	648	3888
8 × 13	104	225	13 × 17	221	626	15 × 23	345	1322	17 × 29	493	2380	22 × 33	726	3976
7 × 14	98	230	12 × 18	216	648	20 × 20	400	1333	20 × 27	540	2430	29 × 29	841	4065
10 × 12	120	240	11 × 19	209	661	14 × 24	336	1344	19 × 28	532	2449	24 × 32	768	4096
9 × 13	117	253	10 × 20	200	666	17 × 22	374	1371	25 × 25	625	2604	28 × 30	840	4200
8 × 14	112	260	16 × 16	256	683	18 × 22	396	1452	19 × 29	551	2663	21 × 35	735	4284
10 × 13	130	281	14 × 18	252	756	13 × 26	338	1467	18 × 30	540	2700	23 × 34	782	4431
12 × 12	144	288	13 × 19	247	782	17 × 23	391	1499	24 × 26	624	2704	30 × 30	900	4500
9 × 14	126	294	12 × 20	240	799	16 × 24	384	1536	16 × 32	512	2731	25 × 33	825	4547
10 × 14	140	327	17 × 17	289	820	21 × 21	441	1542	21 × 28	588	2744	23 × 35	805	4696
9 × 15	135	336	14 × 19	266	842	15 × 25	375	1560	22 × 28	616	2875	22 × 36	792	4752
8 × 16	128	341	16 × 18	288	864	20 × 22	440	1613	26 × 26	676	2930	26 × 34	884	5010
11 × 14	154	360	13 × 20	260	866	18 × 24	432	1728	20 × 30	600	3000	24 × 36	864	5184
13 × 13	169	366	11 × 22	242	887	17 × 25	425	1770	19 × 31	589	3040	26 × 35	910	5310
10 × 15	150	375	13 × 21	273	955	22 × 22	484	1774	22 × 29	638	3084	27 × 36	972	5832
12 × 14	168	392	18 × 18	324	972	16 × 26	416	1801	19 × 32	608	3240			

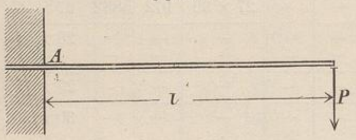
§ 6.

Berechnung der an einem Ende eingespannten Träger (Freiträger).

a) Belastung durch Einzellasten.

Der Träger sei am freien Ende durch die Einzellast P beansprucht, Fig. 324; dann bildet sich das Maximalbiegungsmoment für die Einspannungsstelle A, und es wird
$$M \max = P \, . \, l,$$
und somit nach Gleichung (8)
$$W = 0{,}0166 \, P \, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$
oder nach Gleichung (11)
$$b \, h^2 = 0{,}1 \, P \, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Fig. 324.



Beispiel: Es sei: $P = 1000$ kg
$l = 1{,}30$ m $= 130$ cm.

Dann wird:

1) Nach Gleichung (12)
$$W = 0{,}0166 \, . \, 1000 \, . \, 130 = 2158$$
und es können nach den gegebenen Tabellen, Seite 104 u. 105, folgende Querschnitte verwendet werden:

18/27 cm, $q = 486$ qcm, $W = 2187$,
17/28 cm, $q = 476$ qcm, $W = 2220$,
15/30 cm, $q = 450$ qcm, $W = 2250$,
20/26 cm, $q = 520$ qcm, $W = 2253$.

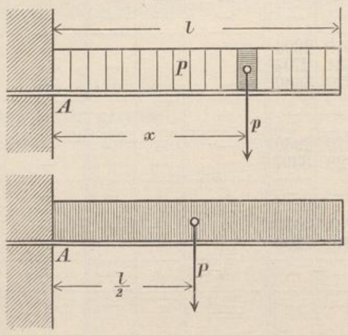
2) nach Gleichung (13)
$$b \, h^2 = 0{,}1 \, . \, 1000 \, . \, 130.$$
Man nehme z. B. $b = 20$ cm, dann wird
$$20 \, h^2 = 0{,}1 \, . \, 1000 \, . \, 130$$
und . . . . $h = 26$ cm;
oder man nehme b in einem gewissen Verhältnis zu h, also z. B.:
$$b = \frac{2}{3} h, \text{ dann wird}$$
$$\frac{2}{3} h \, . \, h^2 = 0{,}1 \, . \, 1000 \, . \, 130,$$
woraus . . . . $h = 27$ cm,
$b = 18$ cm.

Genau in derselben Weise werden auch für alle anderen Belastungsfälle die Querschnittsabmessungen zu ermitteln sein.

b) Gleichmäßig verteilte Lasten.

Ist die Belastung P gleichmäßig über die ganze Trägerlänge l verteilt, so kann man sich die ganze Belastungsfläche in unendlich schmale, unendlich viele senkrechte Belastungsstreifen zerlegt denken, die als Einzelkräfte p wirken, und mit dem größten Hebelarm x nach der Einspannungsstelle das Biegungsmoment p x bilden, Fig. 325. Das

Fig. 325.



Maximalbiegungsmoment bildet sich dann aus der Summe dieser Einzelmomente, d. h.
$$M \max = \Sigma (p \, x).$$
$\Sigma (p \, x)$ ergiebt sich aber aus dem Gesamtgewicht P mal dem Abstand $\frac{1}{2}$ des Schwerpunktes der Belastungsfläche von der Einspannungsstelle, und es wird somit
$$M \max = \frac{P \, . \, l}{2}$$
und nach Formel (8)
$$W = 0{,}0166 \, \frac{P \, . \, l}{2}$$
d. i. $$W = 0{,}0083 \, P \, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$
oder nach Formel (11)
$$b \, h^2 = 0{,}05 \, P \, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$
Beispiel: Es sei $P = 1000$ kg
$l = 130$ cm.

Dann wird nach Formel (14)
$$W = 0{,}0083 \, . \, 1000 \, . \, 130 = 1079.$$

Nach den Tabellen können folgende Querschnitte verwendet werden:

16/21 cm, $q = 336$, $W = 1102$,
19/19 cm, $q = 361$, $W = 1413$,
12/24 cm, $q = 288$, $W = 1152$,
18/20 cm, $q = 360$, $W = 1200$.

Nach Formel (15) wird
$$b \, h^2 = 0{,}05 \, . \, 1000 \, . \, 130 = 6500$$
und hieraus, z. B. bei $b = 18$ cm, wird $h = 20$ cm.

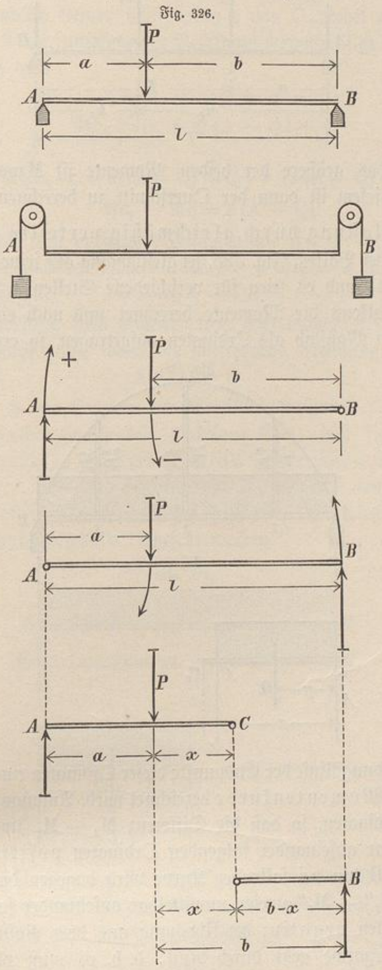
§ 7.

Berechnung der an beiden Enden frei aufliegenden Träger.

a) Belastung durch Einzellasten.

Ist ein frei auf zwei Stützen liegender Träger durch eine Last P belastet, so wird diese Last auf die beiden Stützen übertragen, und diese müssen den übertragenen Lasten einen

Fig. 326.



entsprechenden Widerstand entgegensetzen. Dieser Widerstand, oder der Gegendruck, der Auflagerreaktion genannt wird, kann an Stelle der Stütze als aufwärts gerichtete Kraft angebracht werden, Fig. 326.

Damit Gleichgewicht in diesem System mit nur lotrecht wirkenden Kräften vorhanden ist, müssen die folgenden Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sein:

1) Damit keine Drehung entsteht, muß die Summe der statischen Momente auf jeden beliebigen Drehpunkt = Null sein;
2) damit keine Bewegung im lotrechten Sinne entsteht, muß die Summe der lotrecht wirkenden Kräfte = Null sein.

Zur Ermittelung der ersten Gleichgewichtsbedingung bezeichnen wir allgemein die rechtsdrehenden Momente als positiv, die linksdrehenden als negativ. Dann lautet unter Annahme, z. B. des Punktes B, als Drehpunkt die Gleichgewichtsbedingung

$$A\,l - P\,b = 0$$

und hieraus $$A = \frac{P \cdot b}{l} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Wird A als Drehpunkt angenommen, so wird

$$-B\,l + P\,a = 0$$

und hieraus $$B = \frac{P}{l} \cdot a \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Mithin $$A + B = \frac{P\,b}{l} + \frac{P\,a}{l} = P,$$

d. h. die beiden aufwärts gerichteten Auflagerreaktionen sind = der abwärts gerichteten Last, womit also auch die zweite Gleichgewichtsbedingung erfüllt ist.

Aus (16) und (17) folgt:

$$\frac{A}{B} = \frac{b}{a},$$

d. h. die Auflagerreaktionen verhalten sich umgekehrt wie die Hebelarme.

Zur Bildung des Biegungsmomentes für eine beliebige Stelle C denke man sich den Träger in C durchschnitten, Fig. 326, und es ergeben sich folgende Momentengleichungen:

Von den links liegenden Kräften:

$$M_c = A\,(a + x) - P \cdot x,$$

$$\text{d. i. } M_c = A\,a - x\,(P - A).$$

Da (P — A) positiv, ist der zweite Wert unbedingt negativ, und der Wert von M_c wird deshalb am größten, d. h. $= M_{max}$, wenn $x\,(P - A)$ am kleinsten, d. h. wenn $x = 0$ wird (da $P - A$ in jedem Fall eine bestimmte unveränderliche Größe darstellt). Es wird dann:

$$M_{max} = A\,a$$

und da $$A = \frac{P}{l}\,b,$$

so wird $$M_{max} = \frac{P}{l} \cdot a \cdot b.$$

Wird das Moment von rechts gebildet, dann wird:

$$M_c = -B\,(b - x).$$

M_c wird somit wachsen mit abnehmendem x und am größten werden, wenn $x = 0$ wird; dann wird $M_c = M_{max}$ und

$$M_{max} = -B\,b.$$

Da $$B = \frac{P}{l} \cdot a,$$

so wird $$M\max = -\frac{P}{l}\,a\,b.$$

Es ergiebt sich hieraus, daß der absolute Wert des Biegungsmomentes (d. h. der Wert ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) derselbe ist, gleichviel, ob das Moment von den links- oder den rechtsliegenden Kräften gebildet wird.

Bei dem durch eine Einzellast beanspruchten Träger liegt somit der gefährliche Querschnitt im Angriffspunkt der Last, und es wird

$$M\max = \frac{P}{l}\,a\,b \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

und somit nach Formel (8)

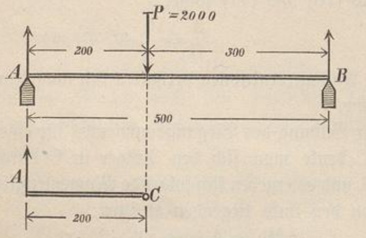
$$W = 0{,}0166\,\frac{P\,a\,b}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

und nach Formel (11)

$$b\,h^2 = 0{,}1\,\frac{P\,a\,b}{l} \quad . \; . \; . \; . \quad (19a)$$

Beispiel: Es sei (Fig. 327): $P = 2000$ kg,
$a = 200$ cm,
$b = 300$ cm,
$l = 500$ cm.

Fig. 327.



Dann ist:

$$W = 0{,}0166\,\frac{2000 \cdot 200 \cdot 300}{500} = 3984.$$

Nach der Tabelle Seite 105 können folgende Querschnitte verwendet werden:

22×33, $q = 726$ qcm, $W = 3976$,
29×29, $q = 841$ qcm, $W = 4096$,
24×32, $q = 768$ qcm, $W = 4096$.

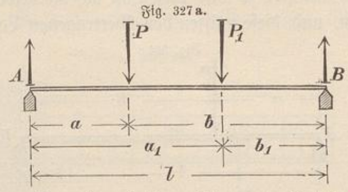
Wird $a = b = \frac{l}{2}$, d. h. greift die Last in der Trägermitte an, dann wird $$W = 0{,}0166\,\frac{P\,l}{4} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (20)$$

und $$b\,h^2 = 0{,}1\,\frac{P\,l}{4} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

Wirken mehrere Einzellasten auf den Träger, z. B. P und P_1, dann wird Fig. 327ᵃ:

$$A = \frac{P\,b + P_1\,b_1}{l}$$
$$B = \frac{P\,a + P_1\,a_1}{l}$$
$$M_I = A\,a$$
$$M_{II} = A\,a_1 - P\,(a_1 - a).$$

Fig. 327a.

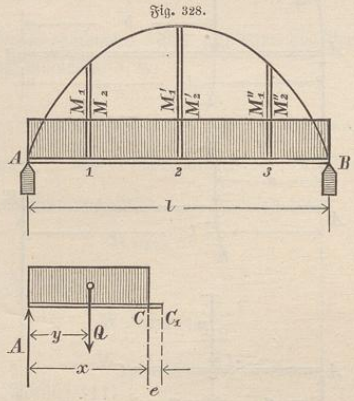


Das größere der beiden Momente ist Mmax, und nach diesem ist dann der Querschnitt zu berechnen.

b) Belastung durch gleichmäßig verteilte Lasten.

Der Balken, Fig. 328, sei gleichmäßig auf seine Länge l belastet, und es seien für verschiedene Stellen 1, 2, 3 ... des Balkens die Momente berechnet und nach einem beliebigen Maßstab als Ordinaten aufgetragen, so ergiebt die

Fig. 328.



Verbindungslinie der Endpunkte dieser Ordinaten eine Kurve, die als Momentenkurve bezeichnet wird. Anfangs wachsen die Ordinaten, so daß die Differenz $M_2 - M_1$ zweier unmittelbar aufeinander folgenden Ordinaten positiv wird; gegen B hin bei fallender Kurve wird dagegen die Differenz $M_2'' - M_1''$ zweier unmittelbar aufeinander folgenden Ordinaten negativ; der Übergang aus dem Positiven in das Negative geht durch Null, d. h. es muß von dem steigenden nach dem fallenden Teil der Kurve ein Übergang sein, bei dem die Differenz zweier unmittelbar aufeinander folgenden Ordinaten Null ist, d. h. $M_2' - M_1' = 0$.

Diese Stelle giebt zugleich die Maximalordinate, also das Maximalbiegungsmoment des Trägers.

Zur Bestimmung denken wir uns den Träger an einem beliebigen Punkte C in der Entfernung x von A durchschnitten; die Belastung des Trägerteiles AC sei Q, die im Schwerpunkt der Belastungsfläche in der Entfernung y von A vereinigt wird. Das Biegungsmoment für die Stelle C wird dann

$$Mc = A \cdot x - Q\,(x - y),$$

d. i. $$Mc = x\,(A - Q) + Q\,y.$$

Bilden wir ferner das Moment für die Stelle C_1 in der unendlich kleinen Entfernung e von C, wobei die unendlich kleine Zunahme der Belastung vernachlässigt werden kann, so wird

$$Mc_1 = A\,(x + e) - Q \cdot (x + e - y),$$

d. i. $$Mc_1 = (x + e)\,(A - Q) + Q\,y$$

mithin

$$Mc_1 - Mc = (x + e)\,(A - Q) + Q\,y - [x\,(A - Q) + Q\,y],$$

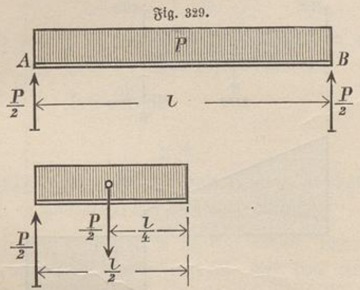
d. i. $$Mc_1 - Mc = e\,(A - Q).$$

Nach dem vorstehend Gesagten soll aber für die Stelle des Maximalbiegungsmomentes $Mc_1 - Mc = 0$ sein, mithin muß sein $0 = e\,(A - Q)$;

e ist unendlich klein angenommen, aber immer größer als Null, somit muß, wenn die vorstehende Gleichung erfüllt sein soll, $A - Q = 0$

sein; d. h. die Summe der Vertikalkräfte wird = Null. Wir erhalten somit den wichtigen Satz, daß sich das **Maximalbiegungsmoment an derjenigen Stelle befindet**, wo die Vertikalkraft $V = 0$ ist, wobei die **aufwärtsgehenden Kräfte positiv**, die **abwärtsgehenden negativ** eingesetzt werden.

Fig. 329.



Bei gleichmäßig über den Träger verteilter Belastung befindet sich das Maximalbiegungsmoment somit in der Trägermitte, und es wird, Fig. 329,

$$A = B = \frac{P}{2}$$

$$M\,max = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{Pl}{8} \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Somit nach Gleichung (8)

$$W = 0{,}0166\,\frac{Pl}{8},$$

d. i. $$W = 0{,}0021\,Pl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

und nach Gleichung (11)

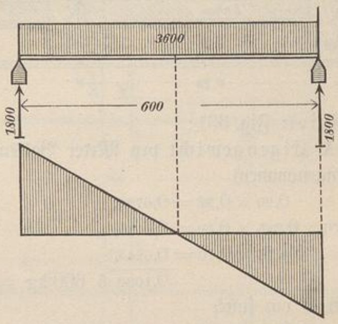
$$b\,h^2 = 0{,}1\,\frac{Pl}{8},$$

d. i. $$b\,h^2 = 0{,}0125\,Pl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23a)$$

Beispiel: Für einen Deckenbalken sei, Fig. 330,

$$P = 3600 \text{ kg}$$
$$l = 600 \text{ cm},$$

Fig. 330.



wobei die Länge l von **Mitte zu Mitte** des Auflagers zu rechnen ist; dann wird nach Formel (23)

$$W = 0{,}0021 \cdot 3600 \cdot 600 = 4536.$$

Dies giebt nach der Tabelle, Seite 105,

25/33 cm, q = 825 qcm, W = 4537,
oder 23/35 cm, q = 805 qcm, W = 4696.

Oder nach Formel (23a)

$$b\,h^2 = 0{,}0125 \cdot 3600 \cdot 600$$

und hieraus, wenn z. B. $b = \frac{2}{3}\,h$ genommen wird:

$$\frac{2}{3}\,h \cdot h^2 = 0{,}0125 \cdot 3600 \cdot 600,$$
$$h = 35 \text{ cm},$$
$$b = 23 \text{ cm}.$$

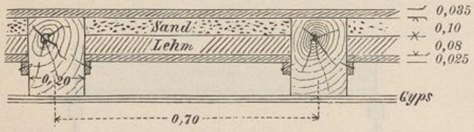
Derartig gleichmäßig belastete Balken sind die Deckenbalken und Unterzüge, deren Belastung sich zusammensetzt aus dem **Eigengewicht der Konstruktion** und der **Verkehrslast**.

Das Eigengewicht sollte in jedem einzelnen Fall nach der wirklich gewählten Konstruktionsweise berechnet werden, und nicht nach den in den Lehr- und Handbüchern angegebenen Durchschnittswerten, da die Eigengewichte je nach der Ausführungsweise in großen Grenzen schwanken.

Die Verkehrslasten sind je nach der Zweckbestimmung der Räume nach Erfahrungssätzen zu bestimmen, und zwar sind anzunehmen:

für Wohnräume . . . 150 kg pro Quadratmeter
„ Schulsäle . . . . 200 „ „ „
„ Tanzsäle . . . . 350 „ „ „
„ Heu- und Strohböden 400 „ „ „
„ Magazine . 500 – 1000 „ „ „
Belastung durch Menschengedränge . . . . 400 „ „ „

Fig. 331.



Beispiel: Fig. 331:

A. Eigengewicht pro Meter Balken:

Balken (angenommen)

$0{,}20 \times 0{,}36 = 0{,}0720$,

Streifboden $0{,}025 \times 0{,}50 = 0{,}0125$,

Boden . . $0{,}035 \times 0{,}70 = 0{,}0245$,

$0{,}1090$ à 600 kg $= 65{,}40$ kg,

Lehmestrich, 8 cm stark,

$(0{,}50 \times 0{,}08) = 0{,}04$ à 1600 kg $= 64{,}00$ kg,

Sandfüllung, 10 cm hoch,

$0{,}50 \times 0{,}10 = 0{,}05$ à 1600 kg $= 80{,}00$ kg,

Deckenputz . . . . . 0,70 qm à 30 kg $= 21{,}00$ kg.

Eigengewicht pro Meter Balken 230,40 kg.

B. Verkehrslast pro Meter Balken
(für Wohnräume 150 kg/qm)

0,70 qm à 150 kg . . . 105,00 kg.

Totallast pro Meter Balken . 335,40 kg.

(pro Quadratmeter Decke also $\frac{335{,}40}{0{,}70} = 479$ kg).

Bei 6 m lichter Weite wird hiernach

$P = 335{,}10 \times 6{,}00 = 2011$ kg

$l = 625$ cm (von Mitte Auflager bis Mitte Auflager).

Somit nach Formel (22)

$W = 0{,}0021 \cdot 2011 \cdot 625 = 2637.$

Dies giebt nach Tabelle, Seite 105,

25/25 cm, $q = 625$, $W = 2604$,
19/29 cm, $q = 551$, $W = 2663$,
18/30 cm, $q = 540$, $W = 2700$.

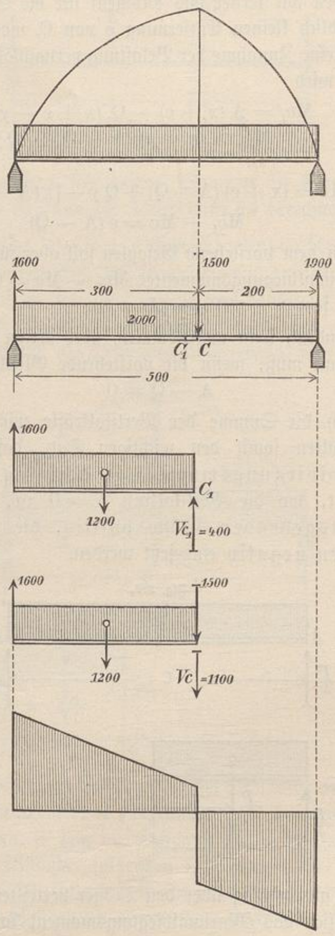
Der letzte Querschnitt, 18×30 cm, ist der vorteilhafteste, da er bei größter Tragfähigkeit die kleinste Querschnittsfläche besitzt.

C. Belastung durch gleichmäßig verteilte Last und durch Einzellast.

Es kommt vor, daß Deckenbalken oder Unterzüge außer durch die Deckenlast noch durch einen oder mehrere Pfosten (der Dachstuhlkonstruktion u. s. w.) belastet werden, Fig. 332.

Nach dem Seite 109 festgestellten Grundsatz befindet sich das Maximalbiegungsmoment an derjenigen Stelle, für die die Vertikalkraft $V = 0$ ist, oder an der ein plötzlicher Übergang von $+ V$ nach $- V$ stattfindet, wie dies

Fig. 332.



bei Einzellasten eintreten kann. In diesem Fall findet sich in der Momentenkurve keine Stelle mit wagrechter Tangente, wie in Fig. 328, d. h. also keine Stelle, für die die Differenz zweier unmittelbar aufeinanderfolgenden Ordinaten = Null wird, sondern die Momentenkurve hat im Angriffspunkt der Einzellast eine Spitze, so daß der Übergang aus dem Positiven in das Negative plötzlich erfolgt, Fig. 332.

Beispiel: Es sei:

die gleichmäßig verteilte Last P = 2000 kg,
die Einzellast . . . . . Q = 1500 kg,

dann wird bei den in Fig. 332 angegebenen Abmessungen:

$$A = \frac{2000}{2} + \frac{1500 \,.\, 2}{5} = 1600 \text{ kg}.$$

$$B = \frac{2000}{2} + \frac{1500 \,.\, 3}{5} = 1900 \text{ kg}.$$

Die Vertikalkraft unmittelbar vor dem Punkte C in C_1 wird:

$$Vc_1 = 1600 - \frac{2000}{5} \,.\, 3 = +\, 400 \text{ kg},$$

und diejenige im Punkte C:

$$Vc = 1600 - \left[\frac{2000}{5} \,.\, 3 + 1500\right] = -\, 1100 \text{ kg}.$$

Im Punkte C geht mithin die Vertikalkraft plötzlich von + 400 kg (d. h. aufwärts gerichtet) über in — 1100 kg (d. h. abwärts gerichtet), so daß sich die Vertikalkräfte, als Ordinaten aufgetragen, in der in Fig. 332 gegebenen Weise darstellen (s. hierwegen § 10). Das Maximalbiegungsmoment befindet sich somit im Angriffspunkt der Einzellast und wird:

$$M\,max = 1600 \,.\, 300 - \left(\frac{2000}{5} \,.\, 3\right) 150 = 300\,000.$$

Somit nach Formel (8)

$$W = 0{,}0166 \,.\, 300\,000 = 4980;$$

die Tabelle, Seite 105, ergiebt

26/34 cm, q = 884, W = 5010.

Oder nach Formel (11):

$$b\,h^2 = 0{,}1 \,.\, 300\,000.$$

Wird z. B. b = 24 cm angenommen, dann wird:

$$24\ h^2 = 0{,}1 \,.\, 300\,000$$

und somit $h = 36$ cm.

§ 8.

Der Träger ist nicht an den Enden, sondern an Zwischenpunkten unterstützt.

Wenn der Träger nicht an den Enden, sondern z. B. nach Fig. 333 derart unterstützt ist, daß das eine Ende über die Stütze hinausragt, wie dies bei der Konstruktion von Gallerien und Balkonen vorkommt, so werden sich zwei größte Momente bilden, eines zwischen den beiden Stützen und eines über der Stütze B, da das überragende Ende des Trägers als Freiträger zu betrachten ist.

Die Berechnung erfolgt in der nachstehend verzeichneten Weise unter Zugrundelegung der in Fig. 333 angenommenen Werte.

Zunächst sind die beiden Reaktionen zu bestimmen:

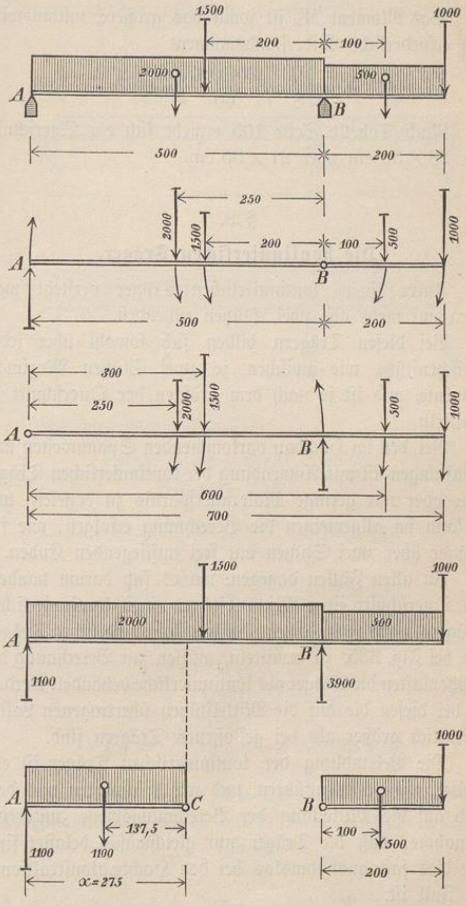
Drehpunkt B:

$$A \,.\, 5{,}00 - 2000 \,.\, 2{,}50 - 1500 \,.\, 2{,}00 + 500 \,.\, 1{,}00 + 1000 \,.\, 2{,}00 = 0$$
$$A = 1100.$$

Drehpunkt A:

$$-B \,.\, 5{,}00 + 2000 \,.\, 2{,}50 + 1500 \,.\, 3{,}00 + 500 \,.\, 6{,}00 + 1000 \,.\, 7{,}00 = 0$$
$$B = 3900.$$

Fig. 333.



Nunmehr ist der Punkt C zwischen A und B zu bestimmen, für den die Vertikalkraft V = 0 wird (oder aus dem Positiven in das Negative übergeht). Im vorliegenden Fall liegt dieser Punkt offenbar kurz vor dem Angriffspunkt der Einzellast, und es muß sein:

$$Vc = 0 = +\, 1100 - \frac{2000}{5} \,.\, x$$

und hieraus

$$x = \frac{1100}{400} = 2{,}75 \text{ m} = 275 \text{ cm}$$

Somit wird

$$Mc = 1100 \,.\, 275 - 1100 \,.\, 137{,}5 = 151250 \text{ kgcm}.$$

Ein zweites größtes Moment bildet sich über der Stütze B, da der überragende Trägerteil als Freiträger wirkt, und es wird:

$$M_B = 500 . 100 + 1000 . 200 = 250000 \text{ kgcm}.$$

Das Moment M_B ist somit das größere, mithin wird das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{M}{S} = \frac{250000}{60} = 4166.$$

Nach Tabelle Seite 105 ergiebt sich ein Querschnitt von 28×30 cm oder 21×35 cm.

§ 9.

Die kontinuierlichen Träger.

Unter einem kontinuierlichen Träger versteht man einen auf mehr als zwei Stützen ruhenden.

Bei diesen Trägern bilden sich sowohl über jeder Zwischenstütze wie zwischen je zwei Stützen Maximalmomente, und ist je nach dem größten der Querschnitt zu ermitteln.

Bei den im Hochbau vorkommenden Spannweiten und Belastungen ist mit Anwendung der kontinuierlichen Träger keine oder nur geringe Materialersparnis zu erzielen, und es kann im allgemeinen die Berechnung erfolgen, wie für Träger über zwei Stützen mit frei aufliegenden Enden.

In allen Fällen dagegen, wo es sich darum handelt, den Querschnitt einer Mittelstütze eines kontinuierlichen Trägers oder unter einem System kontinuierlicher Träger, wie bei Fig. 335, zu ermitteln, müssen zur Berechnung der Stützenlasten die Träger als kontinuierliche behandelt werden, da bei diesen die auf die Mittelstützen übertragenen Lasten wesentlich größer als bei gestoßenen Trägern sind.

Die Behandlung der kontinuierlichen Träger ist elementar nicht durchzuführen, und wir beschränken uns deshalb auf die Mitteilung der Berechnungsweise, unter der Annahme, daß die Träger nur gleichmäßig belastet sind, wie dies fast ausnahmslos bei den Hochbaukonstruktionen der Fall ist.

Das Biegungsmoment über der Mittelstütze C sei $= M_c$, dasjenige im Felde $AC = M_I$, und dasjenige im Felde $BC = M_{II}$, so wird nach den in Fig. 334 gewählten Bezeichnungen:

$$M_c = -\frac{P_1 l_1^2 + P_2 l_2^2}{8(l_1 + l_2)} \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Es muß aber auch sein:

$$-M_c = A . l_1 - P_1 \frac{l_1}{2},$$

woraus sich ergiebt

$$\text{Reaktion } A = \frac{P_1}{2} - \frac{M_c}{l_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

und ebenso

$$\text{Reaktion } B = \frac{P_2}{2} - \frac{M_c}{l_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

$$\text{und Reaktion } C = (P_1 + P_2) - (A + B). \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Das größte Biegungsmoment M_I im Felde AC befindet sich an der Stelle, für die $V = 0$ ist, d. h.

$$A = \frac{P_1}{l_1} . x$$

Fig. 334.

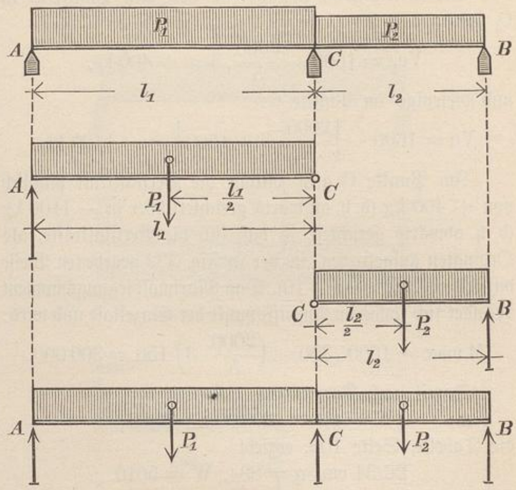
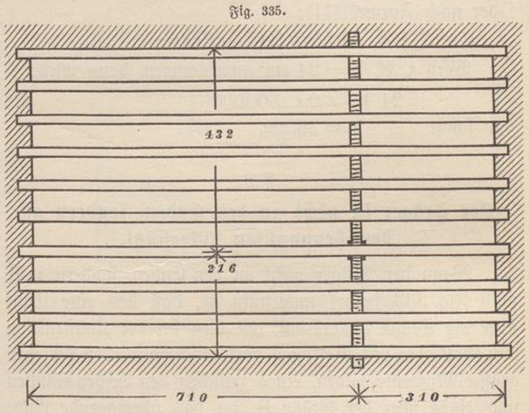


Fig. 335.



$$\text{und hieraus } x = \frac{A l_1}{P_1}.$$

$$\text{Es ist dann } M_I = A . \frac{x}{2}, \text{ d. h.}$$

$$M_I = \frac{A^2 . l_1}{2 P_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

$$\text{und ebenso } M_{II} = \frac{B^2 . l_2}{2 P_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

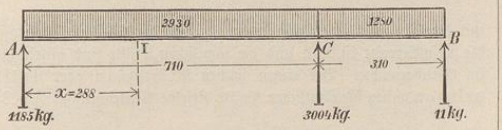
Beispiel: Ein Raum von 10,20 m Tiefe und 6,48 m Breite, Fig. 335, erhalte Holzgebälk, das auf einem auf einer Stütze ruhendem Unterzuge aufliege. Es sollen die Deckebalken und der Unterzug berechnet und die auf die Stütze übertragene Last ermittelt werden.

a) Deckebalken:

Die Fachweite betrage 0,72 m, die Deckelast einschließlich der Verkehrslast 570 kg pro Quadratmeter; dann ergeben sich als Belastungen der beiden Felder (Fig. 336):

$$(7{,}10 \times 0{,}72)\ 570 = \sim 2930 \text{ kg},$$
$$(3{,}10 \times 0{,}72)\ 570 = \sim 1280 \text{ kg}.$$

Fig. 336.



Somit wird:

nach Formel (24)

$$M\,c = \frac{2930 \,.\, 7{,}10^2 + 1280 \,.\, 3{,}10^2}{8\,(7{,}10 + 3{,}10)} = -1950 \text{ kgm},$$

nach Formel (25)

$$A = \frac{2930}{2} - \frac{1950}{7{,}10} = 1185 \text{ kg},$$

nach Formel (26)

$$B = \frac{1280}{2} - \frac{1950}{3{,}10} = 11 \text{ kg},$$

nach Formel (27)

$$C = (2930 + 1280) - (1185 + 11) = 3004 \text{ kg},$$

nach Formel (28)

$$M_{I} = \frac{1185^2 \,.\, 7{,}10}{2 \,.\, 2930} = 1706 \text{ kgm},$$

(die Entfernung x des Punktes I von der Stütze A wird nach der auf Seite 109 angegebenen Weise berechnet, da für Punkt I die Vertikalkraft V = 0 sein muß),

nach Formel (29)

$$M_{II} = \frac{11^2 \,.\, 3{,}10}{2 \,.\, 1280} = 0{,}147 \text{ kgm}.$$

$M\,c = 1950$ kgm $= 195\,000$ kgcm ist sonach das Maximalbiegungsmoment, und es wird

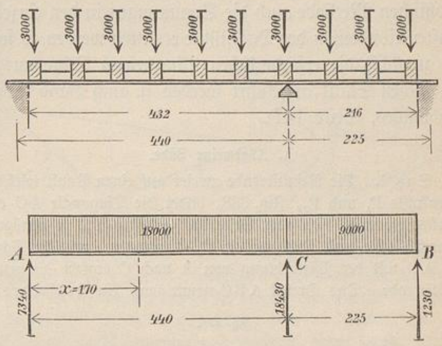
$$W = \frac{195\,000}{60} = 3250.$$

Nach Tabelle I, Seite 104, können somit als Querschnitte 24/30, 17/34, 19/32, 21/31, 23/30, 27/27 verwendet werden.

b) Unterzug:

Die einzelnen Deckebalken übertragen auf den Unterzug die Reaktion C = 3004 kg. Der als kontinuierlicher Träger gebildete Unterzug ist somit durch eine Anzahl Einzellasten beansprucht, die aber in gleichen Abständen und nahe bei einander liegen, so daß die Wirkung nicht wesentlich von jener verschieden ist, die dieselbe Last, gleichmäßig verteilt, hervorbringen würde. Es kann deshalb die Berechnung nach den vorstehend mitgeteilten Formeln erfolgen.

Fig. 337.



Es wird dann (Fig. 337):

$$M\,c = -\frac{18000 \,.\, 4{,}40^2 + 9000 \,.\, 2{,}25^2}{8\,(4{,}40 + 2{,}25)} = -7300 \text{ kgm},$$

$$A = \frac{18\,000}{2} - \frac{7300}{4{,}40} = 7340 \text{ kg},$$

$$B = \frac{9000}{2} - \frac{7300}{2{,}25} = 1230 \text{ kg},$$

$$C = (18\,000 + 9008) - (7340 + 1230) = 18430 \text{ kg},$$

$$M_{I} = \frac{7340^2 \,.\, 4{,}40}{2 \,.\, 18000} = \sim 6600 \text{ kgm},$$

$$M_{II} = \frac{1230^2 \,.\, 2{,}25}{2 \,.\, 9000} = \sim 190 \text{ kgm}.$$

Somit ist $M\,c = 7340$ kgm $= 734\,000$ kgcm das Maximalmoment, und es wird bei Annahme eines I Trägers

$$W = \frac{734000}{750} = 907.$$

Dies ergiebt nach den Tabellen für I Träger Normalprofil Nr. 34.

Wären die Balken auf den Stützen gestoßen, so würde in jedem einzelnen Fall der Stützendruck gleich der halben Trägerlast sein, und es würde die von dem Unterzug auf die Mittelstütze übertragene Last betragen

$$\frac{1}{4}\,(10{,}20 \times 6{,}48)\ 570 = 9400 \text{ kg},$$

statt der vorstehend berechneten von 18 430 kg.

Man sieht, wie außerordentlich wichtig es ist, zur Vermeidung schwerer Konstruktionsfehler die Stützenlast in richtiger Weise zu ermitteln.

§ 10.

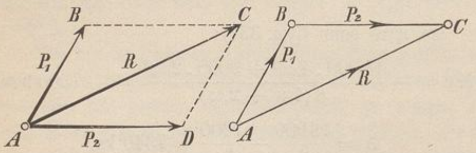
Graphische Ermittelung der Reaktionen und der Biegungsmomente.

Statt auf rechnerischem Wege können die Auflagerreaktionen und die Biegungsmomente auch mit Hilfe der graphischen Methode bestimmt werden. Da nach der graphischen Methode auch die Spannungen in den einzelnen Konstruktionsteilen der Dachstühle ermittelt werden, so sollen hier zunächst die erforderlichen allgemeinen Sätze aus der graphischen Statik angeführt werden (s. auch Band I dieses Handbuches, Seite 147).

A. Allgemeine Sätze.

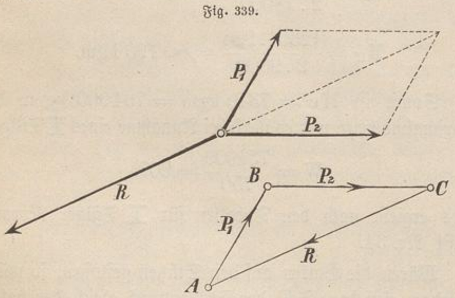
Satz 1. Die Resultierende zweier auf einen Punkt wirkenden Seitenkräfte P_1 und P_2, Fig. 338, bildet die Diagonale AC eines Parallelogramms. Da aber Seite $BC = AD = P_2$, so genügt es, P_2 nach Größe und Richtung an P_1 anzutragen, und die Schlußlinie AC mit der Pfeilrichtung von A nach C ergiebt die gesuchte Resultierende. Das Dreieck ABC nennt man ein Kräftedreieck.

Fig. 338.



Satz 2. Soll die mit den Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht haltende Kraft ermittelt werden, so ist R gleich groß aber entgegengesetzt, also im Kräftedreieck mit umgekehrter Pfeilrichtung, von C nach A anzubringen, Fig. 339, so daß sich die Richtungspfeile der Kräfte nicht mehr begegnen, sondern in demselben Sinne fortschreiten.

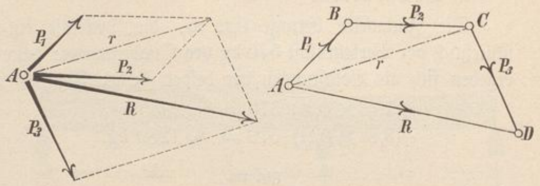
Fig. 339.



Satz 3. Soll dagegen eine Kraft R in zwei Seitenkräfte P_1 und P_2 von gegebener Richtung zerlegt werden, so geschieht dies durch Konstruktion des Kräftedreiecks, indem man durch die Endpunkte von R Parallele zu den gegebenen Richtungen zieht, die sich in B gegenseitig abschneiden. Die Längen AB und CB stellen die beiden Seitenkräfte P_1 und P_2 dar, deren Pfeilrichtung derjenigen von R entgegengesetzt ist. Wären P_1 und P_2 die das Gleichgewicht haltenden Kräfte, so würden sie mit R einerlei Pfeilrichtung erhalten.

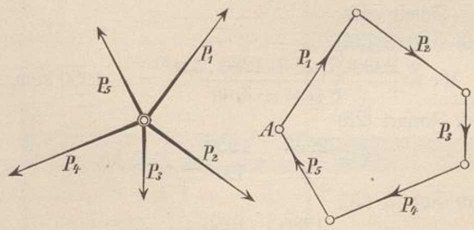
In derselben Weise verfährt man, wenn die Resultierende von beliebig vielen auf einen Punkt wirkenden Kräften zu ermitteln ist. Man trägt, Fig. 340, die Kräfte nach ihrer Größe und Reihenfolge so aneinander, daß die Richtungspfeile immer denselben Sinn haben: die Schlußlinie des Kräftezuges ergiebt die Resultierende aus sämtlichen Kräften mit der Pfeilrichtung vom Anfangspunkte A nach dem Endpunkte D des Kräftezuges. Fällt der Endpunkt des Kräftezuges

Fig. 340.



mit dem Anfangspunkte zusammen, dann ist der Kräftezug geschlossen, die Resultierende ist Null und die sämtlichen Kräfte sind miteinander im Gleichgewichte. Bei einem solchen Kräfteplan oder Kräftepolygon haben die sämtlichen Kräfte dieselbe Pfeilrichtung. Fig. 341.

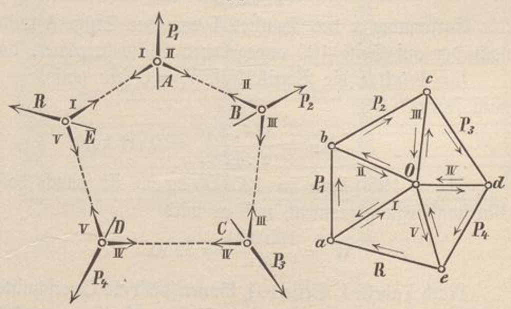
Fig. 341.



Satz 4. Schneiden sich die Kräfte nicht in einem Punkte, so findet man die das Gleichgewicht haltende Kraft auf folgende Weise: Fig. 342.

Gegeben seien die beliebig gerichteten Kräfte $P_1 - P_4$. Man bringe an P_1 beliebig zwei Gleichgewicht haltende Seitenkräfte I und II

Fig. 342.

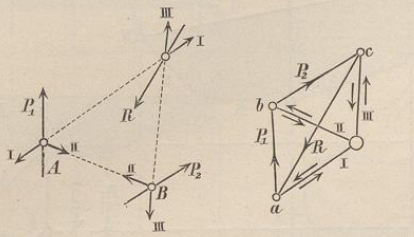


an, deren Größe in dem Kräftedreieck Oab bestimmt wird, verlängere II bis zum Schnitt mit P_2, bestimme im Kräftedreieck Obc eine Gleichgewicht haltende Seitenkraft III durch Ziehen der Schlußlinie Oc, verlängere III bis zum Schnitt mit P_3, bestimme wie vor die das Gleichgewicht haltende Seitenkraft IV durch Ziehen der Schlußlinie Od, verlängere IV bis zum Schnitt mit P_4, ermittle wieder die das Gleichgewicht haltende Seitenkraft V, durch Ziehen der Schlußlinie O e im Kräftedreieck O d e, und bringe nunmehr die Seitenkräfte V und I in E zum Schnitt, so ist E der Angriffspunkt der das Gleichgewicht haltenden Kraft, deren Größe durch die Schlußlinie a e des Kräfteplanes gegeben ist. Denn die Kräfte bilden jetzt ein geschlossenes Polygon a b c d e a mit gleicher Pfeilrichtung, und die Seitenkräfte I, II—V, die in jeder Seite des Linienzuges A B C D E paarweise auftreten, heben sich gegenseitig auf, sind somit ebenfalls im Gleichgewichte, so daß sich das ganze System im Gleichgewichte befinden muß. Den Linienzug A B C D E bezeichnet man als **Seilpolygon** (wenn die durch die Kräfte hervorgerufenen inneren Spannungen Zugspannungen sind), oder als **Druckpolygon** oder **Drucklinie** (wenn die inneren Spannungen Druckspannungen sind), die Strahlen O a, O b, u. s. w. als **Polstrahlen** und den Punkt O, der stets beliebig gewählt werden kann, als **Pol**.

Den Angriffspunkt der das **Gleichgewicht** haltenden Kraft erhält man somit im Durchschnittspunkte der letzten Seilstrahlen I und V des Seilpolygons. Soll die **Resultierende** aus den Kräften P_1 — P_4 bestimmt werden, so ist die Kraft a e mit entgegengesetzter Pfeilrichtung anzubringen.

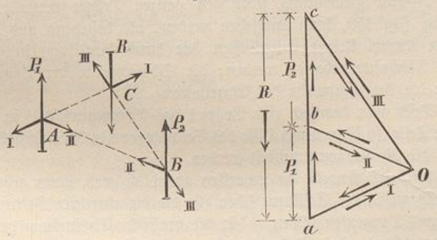
Ganz analog wird man auch z. B. bei nur zwei Kräften P_1 und P_2, Fig. 343, verfahren, indem man wieder bei P_1 die Seitenkraft I beliebig annimmt, die das Gleichgewicht haltende II ermittelt,

Fig. 343.



diese entgegengesetzt gerichtet an P_2 anbringt, und alsdann die das Gleichgewicht haltende Seitenkraft III ermittelt. Der Schnittpunkt C der Seitenkräfte I und III ist dann der Angriffspunkt der das Gleichgewicht haltenden Kraft R, deren Größe und Richtung durch die Schlußlinie a c des Kräfteplanes gegeben ist, Fig. 343, denn die Kräfte bilden auch hier ein geschlossenes Polygon a b c mit gleicher Pfeilrichtung, und die Seitenkräfte I — III, die paarweise auftreten, heben sich gegenseitig auf.

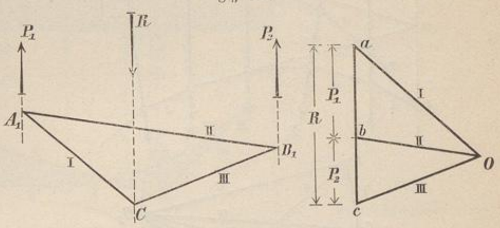
Fig. 344.



Werden die Kräfte P_1 und P_2 parallel, Fig. 344, so geben sie im Kräfteplan eine gerade Linie und fallen zusammen mit der das Gleichgewicht haltenden Kraft R; die Polstrahlen I, II und III gehen wie zuvor von den Punkten a, b und c aus, und der Durchgangspunkt der Schlußkraft R liegt im Schnittpunkt C der äußersten Seilstrahlen I und III.

Ist umgekehrt die Kraft R = a c bekannt, und es sollen die in den Punkten A und B angreifenden und zu R parallelen Kräfte ermittelt werden, Fig. 345, so ziehe man zunächst von dem beliebig gewählten Pol O aus die beiden Polstrahlen a O = I und c O = III,

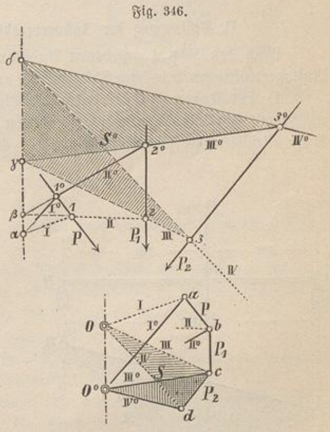
Fig. 345.



ziehe zwischen den Kräften von dem beliebig gelegenen Punkt C aus die Parallelen zu I und II, verbinde die Schnittpunkte A_1 und B_1 und ziehe im Kräfteplan O b = II, so giebt die Strecke a b zunächst dem Polstrahl I die in A angreifende, und b c zunächst dem Polstrahl III die in B angreifende Seitenkraft, deren Größe nunmehr nach dem gewählten Maßstab abgelesen werden kann.

Satz 5. Konstruiert man für eine Anzahl von Kräften aus verschiedenen Polen die entsprechenden Seilpolygone, so liegen die Schnittpunkte der gleichen Seilpolygonseiten auf einer geraden Linie, die zu der Verbindungslinie der beiden Pole parallel ist.

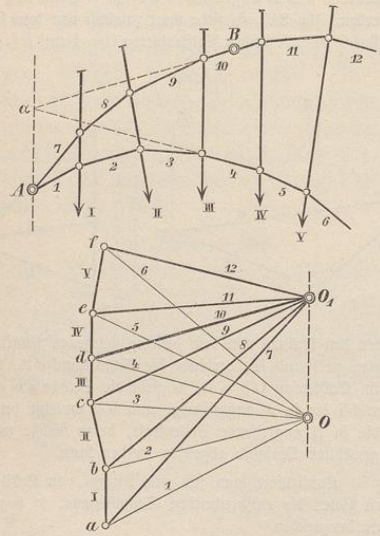
Fig. 346.



So schneiden sich, Fig. 346, die gleichliegenden Seilpolygonseiten I und I^0 in α, II und II^0 in β, III und III^0 in γ, IV und IV^0 in δ, und die Schnittpunkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ liegen in einer Parallelen zu $O O^0$. Denn in den beiden Vierecken $O O^0 d c$ und $\gamma \delta 3^0 3$ sind drei Dreiecke einander ähnlich und fünf entsprechende Seiten einander parallel, nämlich $O c \parallel \gamma 3$, $O^0 d \parallel \delta 3^0$, $d c \parallel 3 3^0$, $O d \parallel \delta 3$ und $O^0 c \parallel \gamma 3^0$. Es muß deshalb $\gamma \delta \parallel O O^0$ sein. Ebenso folgt, daß $\gamma \beta$ und $\beta \alpha \parallel O O^0$ sein müssen, und daß somit die Punkte α, β, γ und δ auf einer zu $O O^0$ parallelen Geraden liegen.

Soll demnach zwischen mehreren beliebig gerichteten Kräften ein Seilpolygon so gezeichnet werden, daß es durch gegebene Punkte A und B gehe, Fig. 347, so zeichne man zunächst von einem beliebigen Pole aus ein Seilpolygon A 1 2 3 4 5 6, ziehe durch A eine beliebige Gerade, am einfachsten eine Lotrechte (oder auch eine Wagrechte), verlängere Seilstrahl 4, der unter dem Durchgangspunkt B liegt, bis zum Schnitt α mit dieser Senkrechten, ziehe α B und nunmehr im Kräfteplan $O O_1 \parallel A \alpha$, und durch d — zwischen Kraft III und IV — eine Parallele zu α B, so ist der Schnittpunkt O_1 der beiden Linien der Pol für ein neues Seilpolygon, das durch die angenommenen Punkte A und B hindurchgehen muß.

Fig. 347.

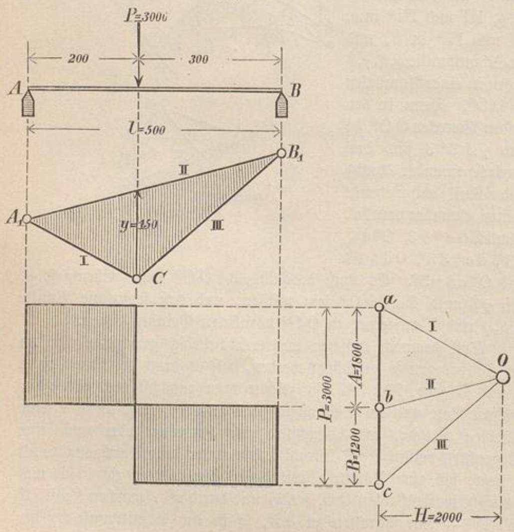


B. Bestimmung der Auflagerreaktionen.

Nach den Satz 4 gegebenen Ausführungen können die Auflagerreaktionen belasteter Träger leicht ermittelt werden.

1) Der Träger A B sei durch die Einzellast P belastet, welche mit den lotrecht aufwärts gerichteten Reaktionen A und B im Gleichgewichte sein muß, Fig. 348. Man trage P nach

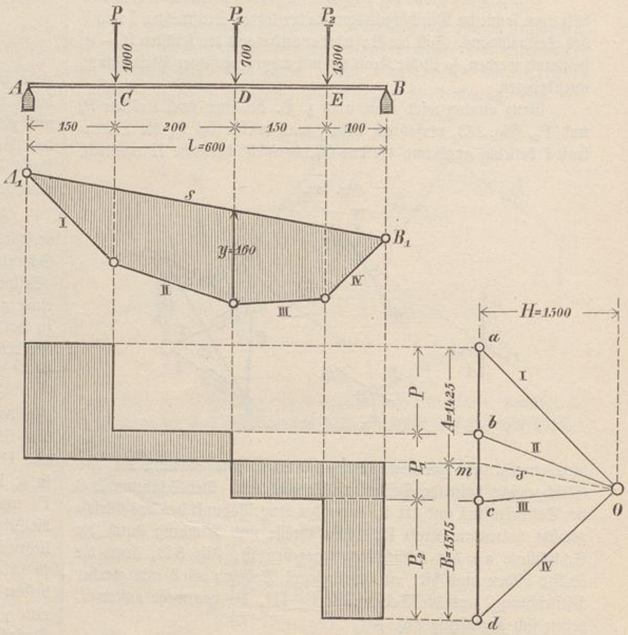
Fig. 348.



einem beliebigen Maßstab auf der Kraftlinie a c auf, nehme Pol O beliebig, ziehe die Seilstrahlen O a und O c, und parallel hierzu von dem beliebigen Punkt C auf der verlängerten P die Parallelen I und III, ziehe die Verbindungslinie II der Schnittpunkte A_1 und B_1 und im Kräfteplan parallel hierzu O b, so teilt diese Linie die Strecke P, und a b zunächst dem Seilstrahl I wird = Reaktion A, und b c zunächst dem Seilstrahl III = Reaktion B, deren Größen nach dem Maßstab abgelesen werden können. (Über die Vertikalkraftfläche siehe § 10 D.)

2) Der Träger A B, Fig. 349, sei durch mehrere Einzellasten P, P_1 P_2 belastet; man trage die Kräfte auf eine Kraftlinie nach a b + b c + c d, nehme Pol O beliebig, und ziehe I ∥ O a, II ∥ O b, III ∥ O c, IV ∥ O d, und s ∥ A_1 B_1, so wird a m zunächst Seilstrahl I = Reaktion A, und d m zunächst Seilstrahl IV = Reaktion B.

Fig. 349.



3) Eine gleichförmig über den ganzen Träger verteilte Belastung, Fig. 350, kann angesehen werden, als bestehend aus einer großen Anzahl kleiner Einzellasten, die durch Einteilung in gleich große Abschnitte erhalten werden; die Schwerpunkte der Lamellen bilden die Angriffspunkte der Einzellasten.

Teilt man demnach zum Beispiel das Gesamtgewicht P in fünf gleiche Teile, so können mit Hilfe des Seilpolygons in der angegebenen Weise die Reaktionen ermittelt werden.

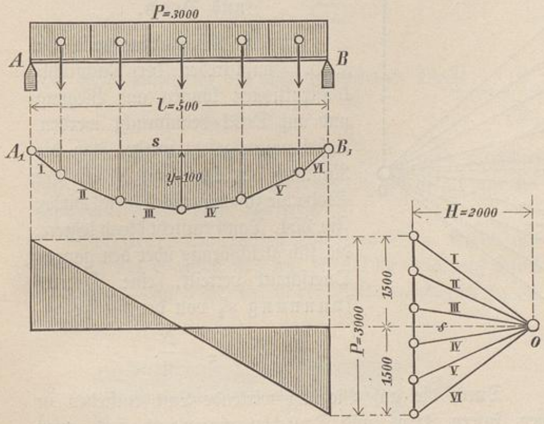
Wird die Anzahl der Lamellen unendlich groß, dann geht das Seilpolygon in die Seilkurve über, für die die einzelnen Seiten des Polygons Tangenten bilden. Für die praktische Ermittelung genügt die Verzeichnung des Seilpolygons.

4) Wenn der Träger nicht an den Enden, sondern z. B. nach Fig. 351 derart unterstützt ist, daß das eine Ende über die Stütze hinausragt, wie dies bei der Konstruktion von Gallerien und Balkonen vorkommt, so werden die Reaktionen in derselben Weise be-

stimmt. Die gleichmäßig verteilte Last betrage 1000 kg pro Meter, woraus sich die in der Figur angegebenen Belastungen ergeben. Man teile die Belastung der Strecke A B z. B. in fünf, und die des freien Endes z. B. in zwei gleiche Teile, zeichne hiernach das Seilpolygon, schneide Strahl I mit der verlängerten A, und Strahl VIII mit der verlängerten B, und ziehe im Kräfteplan s parallel mit der Verbindungslinie A_1 B_1, so ergiebt die Strecke a b die Reaktion A = 2100 kg, und die Strecke b c die Reaktion B = 4900 kg.

5) Sind außer den gleichmäßig verteilten Lasten noch Einzellasten vorhanden, Fig. 352, so ist auch in diesem Fall die gleichmäßig verteilte Last in entsprechender Weise in Lamellen einzuteilen, so z. B. die Last auf die Strecke A C in zwei, die Strecke CB in drei, und die Strecke B D in zwei gleiche Teile. Trägt man die so erhaltenen Einzelkräfte wieder der Reihe nach aneinander an, so können die Reaktionen in der vorstehend angegebenen Weise ermittelt werden.

Fig. 350.



C. Bestimmung der Biegungsmomente.

Soll für eine Anzahl beliebig vieler in einer Ebene liegenden Kräfte A, P, P_1 das Moment auf irgend einen in der Kraftebene liegenden Punkt C ermittelt werden, so muß unter Berücksichtigung der Drehungsrichtung die Summe der Produkte aus Kraft mal Hebelarm gebildet werden.

Es wäre somit nach Fig. 353

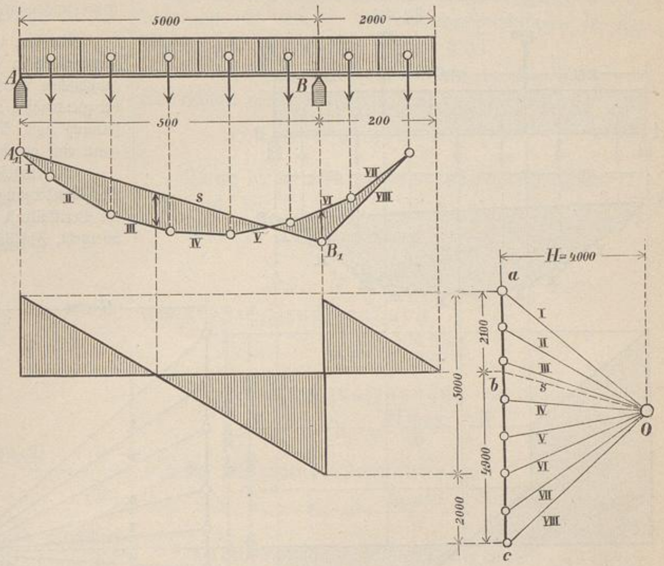
$$M_c = A\,a - P \cdot p - P_1 \cdot p_1.$$

Dieses Moment kann aber auch erhalten werden aus der Resultierenden dieser Kräfte mal dem normalen Abstande vom Drehpunkte C. Größe, Richtung und Angriffspunkt der Resultierenden R kann aber mit Zeichnung eines Seilpolygons ermittelt werden, indem man die Kräfte A, P und P_1 der Reihenfolge nach anträgt, ein Seilpolygon verzeichnet, und die äußersten Seilstrahlen s und III in D zum Schnitt bringt. D ist dann der Angriffspunkt der Resultierenden R, deren Größe und Richtung durch die Schlußlinie a d des Kräfteplanes gegeben ist; als Resultierende der Kräfte erhält sie entgegenlaufende, also aufwärtsgehende Pfeilrichtung.

Zieht man durch C die Linie E F ∥ R, so giebt r den normalen Abstand der R von C, und es wird mithin

$$M_c = R\,r.$$

Fig. 351.



Das Dreieck D E F ist ähnlich dem Dreieck O a d, da alle Seiten parallel sind. Es verhalten sich mithin die Grundlinien wie die Höhen, d. h.

$$R : y = H : r$$

und hieraus $$R\,r = H\,y$$

und somit: $$M_c = H \,.\, y,$$

d. h. das Biegungsmoment ist gleich dem Polabstand H multipliziert mit der Ordinate y.

Da für einen gegebenen Fall H konstant ist, so nimmt M_c ab mit abnehmendem y und zu mit zunehmendem y, und erreicht daher seinen größten Wert M max bei y max; es ist somit

$$M\,\text{max} = H \,.\, y\,\text{max}.$$

Dabei ist H nach dem Kräftemaßstabe in Kilogramm, y nach dem Längenmaßstabe in Centimeter auszudrücken.

Die Ordinaten y stellen also unmittelbar die Momente dar, und man nennt deshalb die durch das Seilpolygon und dessen Schlußlinie begrenzte Fläche die Momentenfläche.

In dem Beispiel Fig. 349 ist H = 1500 kg angenommen, y max ergiebt sich = 160, und es wird somit

$$M\,\text{max} = 1500 \,.\, 160 = 240\,000 \text{ kgcm}$$

$$W = \frac{240\,000}{60} = 4000,$$

wonach der Querschnitt nach Tabelle I, Seite 104

= 22/33, 29/29, 24/32.

Ebenso wird im Beispiel Fig. 350

$$M\,\text{max} = 2000 \,.\, 100 = 200\,000 \text{ kgcm}$$

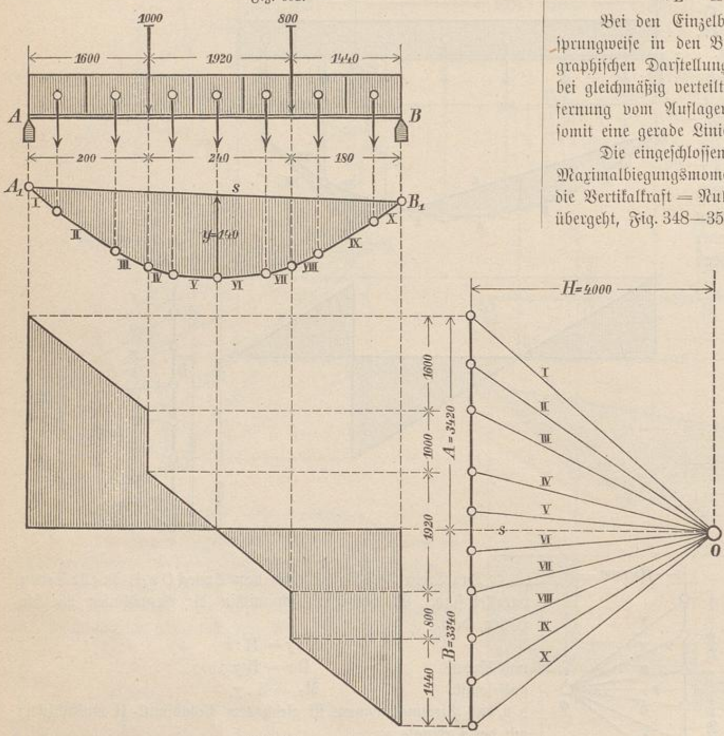
$$W = \frac{200\,000}{60} = 3333,$$

was einem Querschnitt von 21/31 oder 26/28 entspricht.

D. Bestimmung der Vertikalkräfte.

Wie im § 7 näher ausgeführt wurde, befindet sich das Maximalbiegungsmoment an derjenigen Stelle des Trägers, für die die Vertikalkraft entweder gleich Null ist, oder für die die Vertikalkraft aus dem Positiven plötzlich in das Negative überspringt.

Fig. 352.



Diese Vertikalkräfte lassen sich ebenfalls graphisch darstellen; so ist z. B., Fig. 349, die Vertikalkraft im Punkte A:

$$V_A = A \qquad = 1425 \text{ kg}$$

ebenso

$$V_C = A - P \qquad = 425 \text{ „}$$

$$V_D = A - (P + P_1) \qquad = -275 \text{ „}$$

$$V_E = A - (P + P_1 + P_2) = -1575 \text{ „}$$

Bei den Einzelbelastungen ändert sich somit die Vertikalkraft sprungweise in den Belastungspunkten, und es ergiebt sich bei der graphischen Darstellung eine treppenförmig fallende Linie, während bei gleichmäßig verteilter Last die Vertikalkraft proportional der Entfernung vom Auflager ist, und die graphische Darstellung ergiebt somit eine gerade Linie, Fig. 350.

Die eingeschlossene Fläche heißt Vertikalkraftfläche, und das Maximalbiegungsmoment befindet sich an derjenigen Stelle, an der die Vertikalkraft = Null ist, bezw. aus dem Positiven in das Negative übergeht, Fig. 348—350.

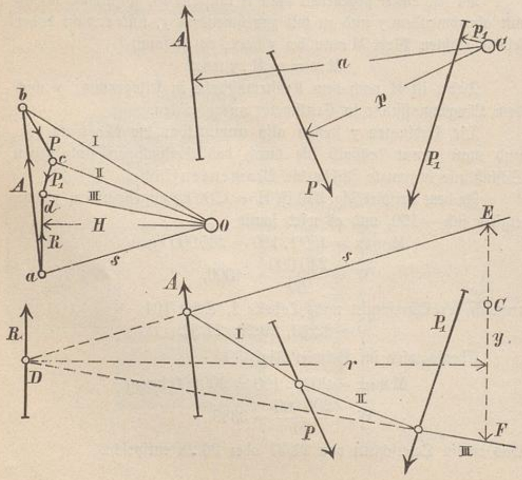
§ 11.

Beanspruchung auf Biegung und Druck.

Einzelne Konstruktionsteile, wie z. B. Hauptstreben bei Dachstuhlkonstruktionen können auf Biegung und auf Druck beansprucht werden, wobei vorausgesetzt werde, daß die Richtung der Druckkraft N mit der Stabachse zusammenfalle (axial wirke), Fig. 354. Dann entsteht durch letztere, die sich gleichförmig über den ganzen Querschnitt verteilt, eine Druckspannung s'_2 von der Größe

$$s'_2 = \frac{N}{q}.$$

Fig. 353.



Durch die auf Biegung wirkende Last entstehen in den Fasern Zug- und Druckspannungen, und zwar wird die größte Zugspannung

$$s_1 = \frac{M \max}{W}$$

und die größte Druckspannung

$$s_2 = \frac{M \max}{W}.$$

Da die aus beiden Belastungen resultierenden Spannungen senkrecht zum Querschnitt wirken, also gleichgerichtete Kräfte darstellen, so können sie unmittelbar addiert werden, und es wird somit, wenn die Zugspannung positiv, die Druckspannung negativ angenommen wird:

$$S_1 = s_1 - s'_2$$

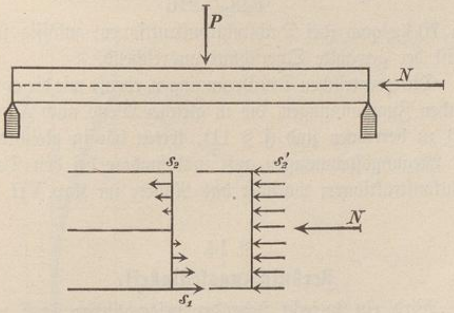
und die größte Druckspannung:

$$S_2 = -s_2 - s'_2.$$

Da bei dem für die Holzkonstruktionen notwendigen symmetrischen Querschnitt $s_1 = s_2$, und daher der absolute Wert der Druckgleichung größer ist, als derjenige der Zuggleichung, so kann der Querschnitt unmittelbar berechnet werden unter Weglassung der negativen Vorzeichen nach der Formel

$$S_2 = s_2 + s'_2,$$

Fig. 354.



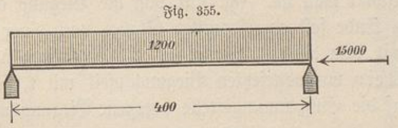
d. h. nach Einsetzung der oben entwickelten Werte

$$S_2 = \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

wobei S_2 höchstens den Wert von 70 kg/qcm erreichen darf, da derartige Beanspruchungen in der Regel nur bei Dachstuhlkonstruktionen auftreten.

Beispiel: Ein Balken von 4 m Länge werde mit 1200 kg auf Biegung und mit 15 000 kg axial auf Druck beansprucht, Fig. 355; es ist der Balkenquerschnitt zu ermitteln.

Fig. 355.



Es ist

nach Formel (22): $M\,max = \frac{1200 \cdot 400}{8} = 60000,$

$N = \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 15000.$

Die Abmessungen des Balkens werden versuchsweise angenommen: $b = 18,$

$h = 24.$

Dann wird: $W = \frac{b\,h^2}{6} = 1728$

$q = b \cdot h = 432$

Somit nach Formel (30):

$$S_2 = \frac{60000}{1728} + \frac{15000}{432} = 34 + 35 = 69 \text{ kg}.$$

Dieser Querschnitt ist somit ausreichend.

§ 12.

Beanspruchung auf Biegung und Zug.

Wird ein auf Biegung belasteter Balken außerdem noch durch eine in der Stabachse wirkende Zugkraft beansprucht, so sind die Maximalbeanspruchungen in ähnlicher Weise zu ermitteln, wie im § 11.

Durch die Zugkraft N entsteht eine über den ganzen Querschnitt gleichförmig verteilte Zugspannung

$$s'_1 = + \frac{N}{q}.$$

Durch die Biegungsbeanspruchung dagegen ergeben sich, wie im § 11:

Größte Zugspannung

$$s_1 = + \frac{M\,max}{W}.$$

und größte Druckspannung

$$s_2 = - \frac{M\,max}{W}.$$

Die Maximalzugspannung wird somit

$$S_1 = \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q}$$

und die Maximaldruckspannung

$$S_2 = - \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q}.$$

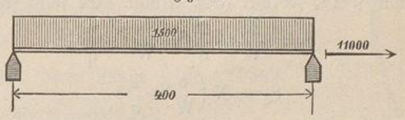
Da bei den Dachstuhlkonstruktionen $S_1 = S_2 = 70$ kg/qcm angenommen wird, und der absolute Wert der Zuggleichung größer wird als derjenige der Druckgleichung, so kann der Querschnitt unmittelbar berechnet werden nach der Formel

$$S_1 = \frac{M\,max}{W} + \frac{N}{q} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

(dieselbe Gleichung wie Nr. 30).

Beispiel: Ein Balken von 4,00 m Länge werde mit 1500 kg auf Biegung und mit 11000 kg axial auf Zug beansprucht, Fig. 356; es ist der Balkenquerschnitt zu ermitteln.

Fig. 356.



Es ist nach Formel (22)

$$M\,max = \frac{1500 \cdot 400}{8} = 75000.$$

Die Abmessungen des Balkens werden versuchsweise angenommen, z. B.

$b = 18,$

$h = 24.$

Dann wird: $W = 1728,$

$q = 432.$

Somit nach Formel (31)

$$S_1 = \frac{75000}{1728} + \frac{11000}{432} = 43 + 26 = 69 \text{ kg}$$

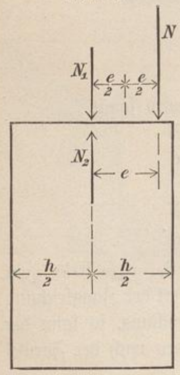
Der Querschnitt ist somit ausreichend.

§ 13.

Der excentrische Druck und Zug.

Bei den Holzkonstruktionen wirken infolge der Art und Weise der Verbindungen die Normalspannungen nicht in der Stabachse, sondern mehr oder weniger außerhalb derselben, wobei sich die Spannungen nicht mehr gleichmäßig über den ganzen Querschnitt verteilen und zugleich Biegungsbeanspruchungen auftreten.

Fig. 357.



Nehmen wir an, die Druckkraft N greife nicht in der Stabachse, sondern in der Entfernung e von derselben an, Fig. 357, so können in der Achse zwei gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte $N_1 = N_2 = N$ angebracht werden, wodurch an dem Gleichgewichtszustande nichts geändert wird.

Die axiale Kraft N_1 bringt in dem Querschnitte eine gleichmäßig verteilte Druckspannung

$$S_2 = \frac{N_1}{q} = \frac{N}{q}$$

hervor, wogegen die Kräfte N und N_2 ein Kräftepaar bilden, dessen Biegungsmoment

$$M = N \cdot \frac{e}{2} + N_2 \cdot \frac{e}{2} = N \cdot e \quad . \quad . \quad (31\,a)$$

wird, da $N_2 = N$.

Der excentrische Druck ist somit eine Beanspruchung auf Biegung und Druck, weshalb die Querschnittsermittelung nach § 11, Formel (30), erfolgt. Es wird somit:

$$S_2 = \frac{M}{W} + \frac{N}{q} = \frac{N e}{W} + \frac{N}{q} \quad . \quad . \quad (31\,b)$$

oder

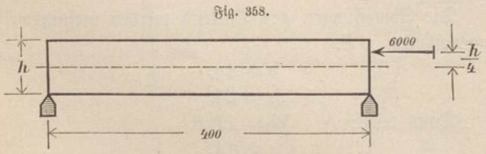
$$S_2 = N\left(\frac{e}{W} + \frac{1}{q}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

(s. auch Band I dieses Handbuches, S. 61).

Beispiel: Fig. 358. Es sei $N = 6000$,

$$e = \frac{h}{4},$$

Fig. 358.



wenn h wie bisher die Balkenhöhe bezeichnet. Man nehme versuchsweise:

$b = 12,$
$h = 18.$

Dann wird:

$q = 216$ qcm
$W = 648$
$e = 4{,}5$ cm.

Somit:

$$S_2 = 6000\left(\frac{4{,}5}{648} + \frac{1}{216}\right) = 68 \text{ kg.}$$

Da 70 kg/qcm (bei Dachstuhlkonstruktionen) zulässig sind, so ist der gewählte Querschnitt ausreichend.

Die excentrischen Druckspannungen, ebenso wie die excentrischen Zugspannungen, die in gleicher Weise nach Formel (32) zu berechnen sind (s. § 11), treten häufig gleichzeitig mit Biegungsspannungen auf, insbesondere bei den Dachstuhlkonstruktionen, worüber das Nähere im Kap. VII.

§ 14.

Zerknickungsfestigkeit.

Wird ein lotrecht stehender prismatischer Stab vom Querschnitt q durch eine Last N gepreßt, so entsteht eine Druckspannung

$$S = \frac{N}{q}.$$

Lange und dünne Stäbe werden nun aber erfahrungsgemäß nicht zerdrückt, sondern sie erfahren unter der Einwirkung der Last N eine Biegung, so daß sie eher zerknickt als zerdrückt werden.

Annäherungsweise kann auf elementarem Wege die zulässige Belastung in folgender Weise ermittelt werden.

Nimmt man an, Fig. 359, daß die Biegung des am unteren Ende fest eingespannten Stabes nach einer Kreislinie mit dem Radius r erfolge, und bezeichnen wir den sehr klein vorausgesetzten Biegungspfeil mit f, so wird das auf die Einspannungsstelle bezogene Biegungsmoment

$$M = N f.$$

Da aber nach Formel (6) auch

$$M = W S$$

ist, so wird

$$N f = W S,$$

und hieraus die größte Spannung

$$S = \frac{N f}{W}.$$

Da

$$W = \frac{T}{a}$$

so wird

$$S = \frac{N f \cdot a}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

Nach Fig. 359 wird die Verlängerung v eines kurzen Stabstückes von der Länge λ:

$$v = \lambda_1 - \lambda.$$

Es verhält sich aber

$$\lambda : \lambda_1 = r : (r + a)$$

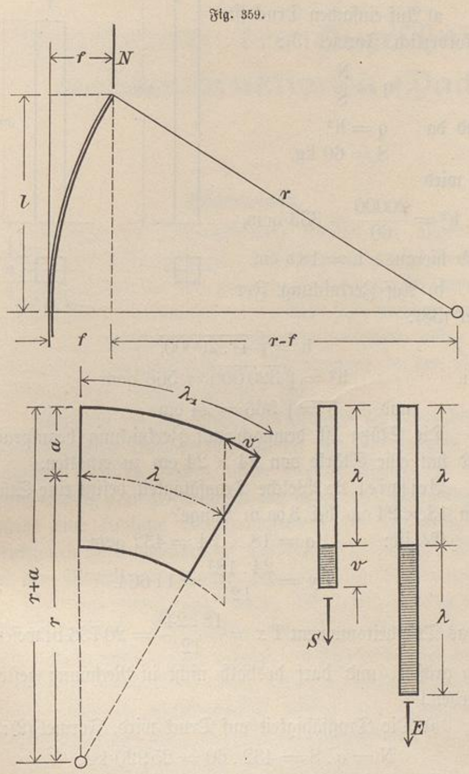
woraus

$$\lambda_1 = \frac{\lambda (r + a)}{r}.$$

Somit wird

$$v = \frac{\lambda (r + a)}{r} - \lambda = \frac{\lambda a}{r}$$

Fig. 359.



Nach Formel (1) wird auch, Fig. 359,

$$v = \frac{S \lambda}{E}$$

somit

$$\frac{\lambda a}{r} = \frac{S \lambda}{E}$$

und hieraus

$$S = \frac{a E}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta)$$

Nach Fig. 359 wird:

$$r^2 = l^2 + (r - f)^2$$

und hieraus

$$r = \frac{l^2}{2f} + \frac{f}{2}.$$

Der Wert von $\frac{f}{2}$ ist gegenüber dem sehr großen Wert von $\frac{l^2}{2f}$ verschwindend, und kann ohne Fehler vernachlässigt werden, so daß wird

$$r = \frac{l^2}{2f}.$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung β, dann wird

$$S = \frac{a E . 2f}{l^2},$$

und somit unter Berücksichtigung von Gleichung (α)

$$\frac{a E . 2f}{l^2} = \frac{N . f . a}{T}$$

woraus

$$N = \frac{2 E T}{l^2}.$$

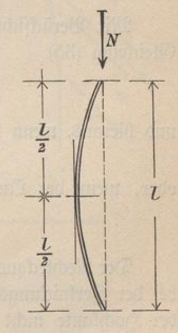
Diese Last P bildet die Grenzbelastung, und eine Vergrößerung der Last würde auch sofort eine Vergrößerung des Biegungspfeiles hervorrufen, weshalb als wirkliche Tragfähigkeit bei den Konstruktionen nur ein gewisser Teil, allgemein $\frac{1}{n}$ N zugelassen werden darf, woraus sich ergiebt

$$N = \frac{2 E T}{n l^2}.$$

Die genauere Theorie liefert ein etwas größeres Ergebnis, und zwar

$$N = \frac{5 E T}{2 l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Fig. 360.



Sind die Enden des Stabes frei aufstehend, aber so verbunden, was bei jeder guten Konstruktion der Fall ist, daß sie stets in der Stabachse geführt werden, Fig. 360, so wird die Biegungskurve symmetrisch in Bezug auf die Mitte, und man kann sich den Stab in zwei an dem einen Ende lotrecht eingespannte, am anderen Ende freie Teile zerlegt denken, deren Länge $\frac{l}{2}$ ist. Dann wird die Tragfähigkeit

$$N = \frac{5 E T}{n . \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

d. i.

$$N = \frac{10 E T}{n l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

und hieraus bei gegebener Last das Trägheitsmoment des Querschnittes

$$T = \frac{n l^2 N}{10 E} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

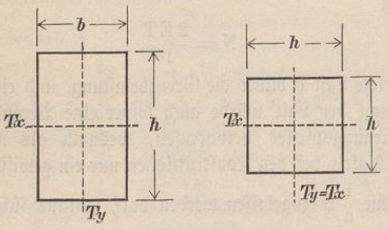
Bei den Baukonstruktionen ist im allgemeinen nach Formel (34) und (35) zu rechnen, da fest eingespannte Konstruktionsstäbe nur selten vorkommen, und bei jeder guten Konstruktion angenommen werden darf, daß die Stabenden infolge der Verbindungen seitliche Ausbiegungen nicht erfahren, sondern stets in der Stabachse geführt werden.

Für die Holzkonstruktionen wird fast ausschließlich Kiefern- und Tannenholz verwendet, für welche anzunehmen ist:

$$n = 10$$
$$E = 120000.$$

Bezüglich des Trägheitsmomentes ist zu beachten, daß der Rechteckquerschnitt, Fig. 361, zwei verschieden große

Fig. 361.



Trägheitsmomente, Tx und Ty, besitzt, und daß sich der Stab unter der Einwirkung der Last nicht nach der Hochkante, sondern nach der Schmalkante durchbiegt. Es ist somit das kleinere der beiden Trägheitsmomente in Rechnung zu stellen, d. i.

$$T = \frac{h\,b^3}{12}.$$

Mit Berücksichtigung dieser Werte ergiebt sich aus Gleichung (35)

$$\frac{h\,b^3}{12} = \frac{10 \,.\, l^2 \,.\, N}{10 \,.\, 120000},$$

und hieraus, wenn die Länge l in Meter eingesetzt wird

$$h\,b^3 = l^2 N \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (36)$$

oder, wenn der Querschnitt gegeben ist, die Tragfähigkeit

$$N = \frac{h\,b^3}{l^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (37)$$

Der Rechteckquerschnitt ist ökonomisch unvorteilhaft, da bei der Zerknickungsbeanspruchung die Tragfähigkeit nach der Hochkante nicht ausgenutzt wird, und hier also überflüssiges Material vorhanden ist. Es empfehlen sich deshalb nur solche Querschnitte, die zu zwei sich rechtwinkelig schneidenden Achsen symmetrisch sind; bei den Holzkonstruktionen ist dies insbesondere der quadratische Querschnitt, für den b = h wird, Fig. 361. Dann ist nach Gleichung (36)

$$h^4 = l^2 N$$

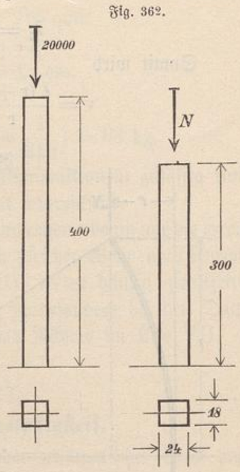
und hieraus

$$h = \sqrt[4]{l^2 N} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (38)$$

und bei gegebenem Querschnitt die Tragfähigkeit

$$N = \frac{h^4}{l^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (39)$$

Fig. 362.



Beispiel 1: (Fig. 362.) Eine quadratische Stütze von 4 m Höhe habe 20000 kg zu tragen; es ist der Querschnitt zu ermitteln.

a) Auf einfachen Druck ist erforderlich, Formel (3):

$$q = \frac{N}{S}$$

und da $q = h^2$
$S = 60$ kg,

so wird

$$h^2 = \frac{20000}{60} = 333 \text{ qcm},$$

und hieraus $h = 18{,}5$ cm.

b) Auf Zerknickung, Formel (38):

$$h = \sqrt[4]{4^2 \,.\, 20000},$$

d. i. $h^2 = \sqrt{320\,000} = 566$ qcm

und $h = \sqrt{566} = 24$ cm.

Die Stütze ist demnach auf Zerknickung beansprucht und hat eine Stärke von 24 × 24 cm zu erhalten.

Beispiel 2: Welche Tragfähigkeit besitzt eine Stütze von 18 × 24 cm bei 3,00 m Länge?

Es ist: $q = 18 \times 24 = 432$ qcm,

$$Ty = \frac{24 \,.\, 18^3}{12} = 11\,664.$$

(Das Trägheitsmoment $Tx = \frac{18 \,.\, 24^3}{12} = 20\,736$ ist wesentlich größer, und darf deshalb nicht in Rechnung gestellt werden.)

a) Die Tragfähigkeit auf Druck wird, Formel (2):

$$N = q \,.\, S = 432 \,.\, 60 = 25\,920 \text{ kg};$$

b) auf Zerknickung, Formel (37):

$$N = \frac{h\,b^3}{l^2} = \frac{24 \,.\, 18^3}{3^2} = 15\,552 \text{ kg}.$$

Hiernach darf der Pfosten nur mit circa 15500 kg belastet werden.

Ein quadratischer Pfosten von 21 × 21 cm Stärke hat annähernd denselben Querschnitt wie der vorstehend berechnete rechteckige (441 gegen 432 qcm); er würde aber tragen können:

$$N = \frac{21^4}{3^2} = 21\,600 \text{ kg},$$

woraus sich unmittelbar ergiebt, wie unvorteilhaft der rechteckige Querschnitt bei Zerknickungsbeanspruchung ist.